

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش

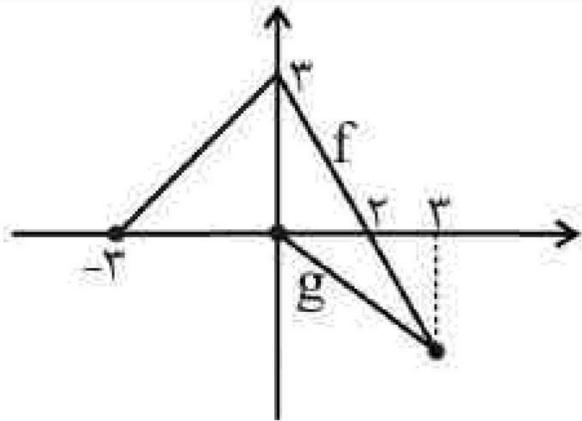


راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



۱- نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  به شکل‌های زیر هستند. معادله  $f \circ g(x) = k$  دارای یک ریشه است. حدود  $k$  کدام است؟

(۱)  $[0, 3)$

(۲)  $[0, 3]$

(۳)  $[-\frac{3}{2}, 0]$

(۴)  $[\frac{3}{2}, 3]$

۲- اگر  $1 < x < 5$  و  $g(x-1) = f(2x) = 3x-1$  باشد، دامنه تابع  $g \circ f(x)$  کدام است؟

(۱)  $(\frac{2}{3}, 5)$       (۲)  $(3, \frac{10}{3})$       (۳)  $(2, \frac{10}{3})$       (۴)  $(\frac{5}{3}, \frac{10}{3})$

۳- اگر  $f$  و  $g$  توابع چندجمله‌ای باشند و داشته باشیم  $(f+g)(x) = 6$  و  $(g \circ f)(x) = 10 - 9x$ ، حاصل جمع مقادیر ممکن برابر  $g(3)$  کدام است؟

(۱) ۷      (۲) ۱۱      (۳) ۴      (۴) ۶

۴- اگر  $f \circ g^{-1}(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  و  $f$  تابعی یک به یک و  $g(x) = 5x+9$  باشد، حاصل  $f^{-1}(-4) \times g^{-1}(-6)$  کدام است؟

(۱) ۸      (۲) ۶      (۳) ۲۴      (۴) ۲۸

۵- نمودار تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 1$  را در نسبت به محور طول‌ها قرینه می‌کنیم و نام آن را  $g(x)$  می‌نامیم. اگر  $h(x) = g(x) + k$  باشد، حدود  $k$  برای اینکه نمودار دو تابع  $f(x)$ ،  $h(x)$  همدیگر را قطع نکنند کدام است؟

(۱)  $k < -16$       (۲)  $k < 16$       (۳)  $k < -8$       (۴)  $k < 8$

۶-  $f$ ،  $g$  دو تابع وارون‌پذیر،  $f^{-1}(x) = 8x^3 + 2x$ ،  $g^{-1}(x) = ax^3 + bx$  و  $f(x) = 2g(x)$ ، آنگاه  $a + 2b$  کدام است؟

(۱) ۱۰      (۲) ۱۲      (۳) ۷۲      (۴) ۷۴

۷- دامنه تابع  $(g \circ f)(x)$  که در آن  $f(x) = \sqrt{\text{Log}_2(x-1)}$  و  $g(x) = \sqrt{-x^2 + 2x - 4}$  است، در کدام گزینه درست بیان شده است؟

(۱)  $(2, 17]$       (۲)  $[2, 17]$       (۳)  $\{2, 17\}$       (۴)  $\{17\}$

۸- نمودار تابع  $f(x) = \frac{2x}{x-3}$  را نسبت به محور  $y$ ها قرینه کرده، دو واحد به سمت چپ و  $K$  واحد به سمت پایین

انتقال می‌دهیم. تابع نهایی را  $g(x)$  می‌نامیم. به ازای کدام مقدار  $K$ ، نمودار  $g(x)$  نیمساز ناحیه سوم را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع می‌کند؟

(۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴



۹- فاصله نقطه برخورد نمودار تابع  $f(x) = x^5 + x + 32$  با نمودار تابع وارون آن  $(f^{-1}(x))$  تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۱۰- اگر  $f(x) = x - 3 \left[ \frac{x-1}{3} \right]$  و  $g(x) = 2^x$  باشد، برد تابع  $g \circ f(x)$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $(0, 3]$  (۲)  $(2, 8)$  (۳)  $(2, 16)$  (۴)  $(0, 9]$

۱۱- وارون تابع  $f(x) = \frac{3^{x+1} - 1}{3^x + 2}$  را به صورت  $f^{-1}(x) = \text{Log}_3 g(x)$  نوشته‌ایم. مقدار  $g([g(0)])$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۱۲- تابع  $f(x) = (m+4)x^2 + (n+1)x + m - n + 2k$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی وارون‌پذیر است و وارون خود را در نقطه  $(-1, 7)$  قطع می‌کند. مساحت محصور بین نمودار  $f^{-1}$  و محورهای مختصات کدام است؟

- (۱)  $4/5$  (۲) ۹ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

۱۳- تابع  $f(x) = \sqrt{5-x} - 1$  مفروض است؛ دامنه تابع  $y = \sqrt{f\left(\frac{x}{2}\right) - f^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۳ (۴) ۶

۱۴- اگر  $f(x-1) = \{( -1, 4), (2, 6), (3, 1), (5, 1)\}$  و  $g(x)$  تابع همانی باشد، آنگاه  $f(x) + 2g(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\{(0, 4), (4, 14), (3, 7), (5, 1)\}$  (۲)  $\{(0, 4), (3, 12), (4, 9), (6, 12)\}$  (۳)  $\{( -2, 0), (1, 8), (2, 5), (4, 9)\}$  (۴)  $\{( -2, 0), (1, 8), (2, 6), (4, 6)\}$

۱۵- تابع  $f$  روی مجموعه اعداد حقیقی  $(R)$  اکیداً نزولی و تابع  $g$  روی  $R$  اکیداً صعودی و تابع  $f \circ g$  نیز روی  $R$  تعریف شده است. اگر  $(f \circ g)(K^2 + 3) = 3m - 1$  و  $(f \circ g)(2K^2 + 13) = 2m + 7$  باشد، آنگاه  $m$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۱۶- تابع  $f$  با دامنه  $R$  اکیداً صعودی و  $f(3) = 1$  است. اگر  $g(x) = x^2 - 5x - 3$  باشد، مجموع اعداد صحیحی که در مجموعه جواب نامعادله  $f \circ g(x+2) < 1$  وجود دارد، چقدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۳



۱۷- تابع  $f = \{(3, 6), (1, a-1), (a+2, 5)\}$  اکیداً نزولی است، مجموعه مقادیر  $[a]$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟  
( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۳      (۲) ۴      (۳) ۶      (۴) ۷

۱۸- نمودار تابع  $f(x) = 2 + 2^b - ax$  نمودار تابع  $g(x) = -x^2 - 3x + 8$  را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند. اگر

$f^{-1}(10) = -1$  باشد، مجموعه جواب نامعادله‌ی  $f^{-1}(x) + 2 \geq 0$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱۹      (۲) ۱۸      (۳) ۱۷      (۴) ۱۶

۱۹- اگر  $f(x) = x + [x]$  باشد، آنگاه در مورد وجود و مقدار  $f \circ f^{-1}\left(\frac{7}{2}\right)$  و  $f^{-1} \circ f\left(\frac{7}{2}\right)$  به ترتیب از راست به چپ،

کدام گزینه درست است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{7}{2}$  وجود ندارد      (۲)  $\frac{7}{2} - \frac{7}{2}$

- (۳) وجود ندارد - وجود ندارد      (۴) وجود ندارد -  $\frac{7}{2}$

۲۰- اگر  $f(1-x) = x^3 - 1$  باشد، نمودار تابع  $y = f(x)$  از کدام نواحی دستگاه مختصات می‌گذرد؟  
(۱) اول و چهارم      (۲) دوم و سوم      (۳) اول و سوم      (۴) دوم و چهارم

۲۱- تابع اکیداً نزولی  $f$  را در نظر بگیرید. اگر  $f(2) = 0$  باشد،  $g(x) = \sqrt{\frac{f(3x-1) - f(2x)}{f(x)}}$  شامل چند عدد صحیح

- نیست؟  
(۱) صفر      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

۲۲- اگر  $f(x) = 3x - |2x - 2|$  و تابع  $g(f(x))$  بر  $R$  اکیداً نزولی باشد، کدام ضابطه برای  $g$  مناسب است؟

- (۱)  $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$       (۲)  $|\log x|$       (۳)  $2x + |x - 1|$       (۴)  $|2^x - 1|$

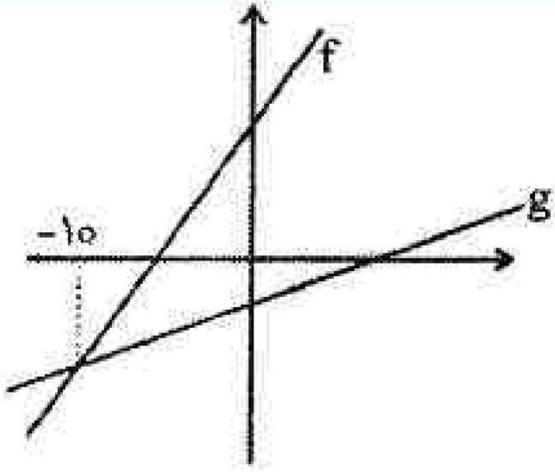
«بانک سوال یاوران دانش»

۲۳- اگر  $f(g(x)) = 3x + 2$  و  $g(h(x)) = 2x - 1$  باشد، حاصل  $\frac{f(1) - h(1)}{h(1) + 1}$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) -۲      (۳) ۲      (۴) -۱

۲۴- اگر نقطه  $A(3, 2)$  بر نمودار تابع وارون  $f(x) = x^3 - x + 2K - 23$  واقع باشد، مقدار  $f(3) - f(-3)$  کدام است؟

- (۱) ۴۴      (۲) ۴۸      (۳) ۵۴      (۴) ۵۸



۲۵- نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر  $f - 2g$  تابع ثابت و

$f + 3g$  تابع همانی باشد، حاصل  $f^{-1} \circ g^{-1}(1/7)$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۷)
- ۳ (۶)
- ۴ (۵)

۲۶- ضابطه تابع وارون  $f(x) = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}}$  به صورت  $f^{-1}(x) = ax^2 + bx + c$  است. مقدار  $2a + b + c$

کدام است؟  
۱) صفر

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)

۲۷- نمودار تابع  $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$  را دو واحد به راست و یک واحد به بالا انتقال می دهیم. تابع  $g(x)$  به دست

می آید. مجموعه جواب نامعادله  $g(g(x)) < g(x)$  شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۴)
- ۲ (۳)
- ۳ (۲)
- ۴ (بی شمار)

۲۸- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x > 0 \\ x^3 & x \leq 0 \end{cases}$  باشد، مجموعه جواب نامعادله  $(f \circ f)(x) \geq (f \circ f^{-1})(x)$  شامل چند عدد

صحیح است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۲۹- وارون تابع  $f(x) = (x-6)(x^2+12)$  به صورت  $f^{-1}(x) = b + \sqrt[3]{a+x}$  است. مقدار  $a - b$  کدام است؟

- ۱ (۶۰)
- ۲ (۶۲)
- ۳ (۶۴)
- ۴ (۶۶)

۳۰- اگر  $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{2x-1}$ ،  $h^{-1}(x) = g(3x-5)$  باشد، حاصل  $h(g(f(f(-2))))$  کدام است؟

- ۱ (-۲)
- ۲ (-۱)
- ۳ (۱)
- ۴ (۲)

۳۱- وارون تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$  به صورت  $g(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x+c}$  است. مقدار  $a + b + c$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۶)



۳۲- اگر  $f(x) = 2 + \sqrt{2x - k}$ ، تساوی  $f \circ f^{-1}(x) = f^{-1} \circ f(x)$  به ازای تمام  $x$ های متعلق به دامنه  $f$  برقرار است.

اگر نقطه  $A$ ، محل تقاطع منحنی‌های  $f$  و  $f^{-1}$  با طول کمتر و نقطه  $B$ ، متناظر با نقطه  $A$  روی نمودار  $g(x) = -2f(3-x) + 4$  باشد، طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{13}$  (۴)  $\sqrt{19}$

۳۳- اگر  $f^{-1} = \{(2,1), (3,-2), (4,-1)\}$  و  $f - 2g = \{(-2, -1), (-1, 8)\}$  باشد، حاصل ضرب اعضای برد تابع  $f \circ g^{-1}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

۳۴- تابع  $f(x) = \frac{2}{ax - 4}$  با دامنه  $R - \{2\}$  مفروض است. اگر توابع  $y = f(x-1)$  و  $g(x) = \frac{x+p}{x^2 + mx + n}$  برابر باشند، حاصل  $m - n + p$  کدام است؟

- (۱) -۱۸ (۲) -۱۰ (۳) -۱۴ (۴) -۱۲

۳۵- اگر دامنه و برد تابع  $y = 2f(x-1) - 3$  به ترتیب  $[3, 5]$  و  $[-1, 3]$  باشد، آنگاه اجتماع بزرگ‌ترین مجموعه‌های دامنه و برد تابع  $y = -3 - 3f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  چند عضو صحیح دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

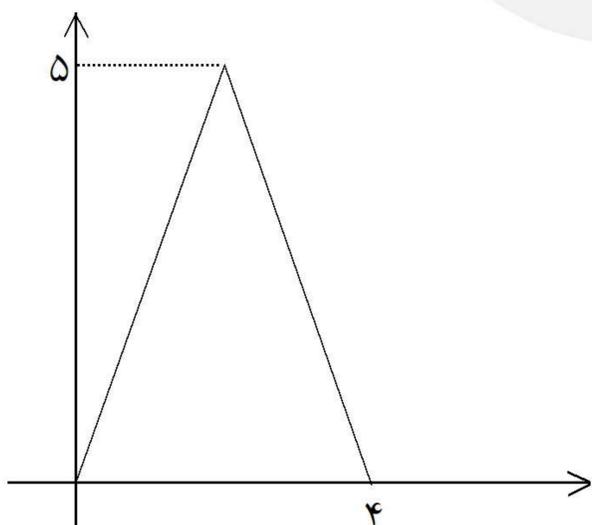
«بانک سوال یاوران دانش»

۳۶- اگر  $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$  و  $g(x) = \frac{|x| - |x+1|}{|x| + |x+1|}$  آنگاه در برد  $f \circ g$  مجموع اعداد صحیح کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) صفر

۳۷- در تابع پیوسته و مشتق‌پذیر  $f$  به ازای هر عدد حقیقی  $x$ ، علامت  $f'$  منفی است. به ازای چند عدد صحیح  $K$  برای تابع  $f$  شرط  $f(2K^2 - 1) > f(3K + 4)$  برقرار است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳



۳۸- تابع  $y = f(2x-1)$  به صورت مقابل است، مساحتی که

تابع  $y = 3f(3-5x)$  با محور  $x$ ها می‌سازد چقدر است؟

- (۱) ۱۰

- (۲) ۱۲

- (۳) ۱۴

- (۴) ۱۶



۳۹- با فرض  $f(x) = \sqrt{1-x} - 1$ ، مساحت محدود به نمودار تابع  $g(x) = f^{-1} \circ f(x) + f \circ f^{-1}(x) + 4$  و محور  $x$ ها

چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۰- دامنه تابع  $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$  بازه  $[-2, 22]$  است. اگر دامنه تابع  $y = 7 - 2f(3 - 4x)$  به صورت  $[a, b]$  باشد،

حاصل  $a^2 + b^2$  کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۴

۴۱- اگر  $f$  تابعی باشد که در آن، به ازای هر عدد حقیقی  $x$  داشته باشیم:  $f(x-2) - f(x+4) = 0$  و

$$g(3x+1) = f(3-2x) - 2f\left(-x - \frac{29}{3}\right) + \frac{x}{2}$$

حاصل  $g'(3)$  کدام است؟

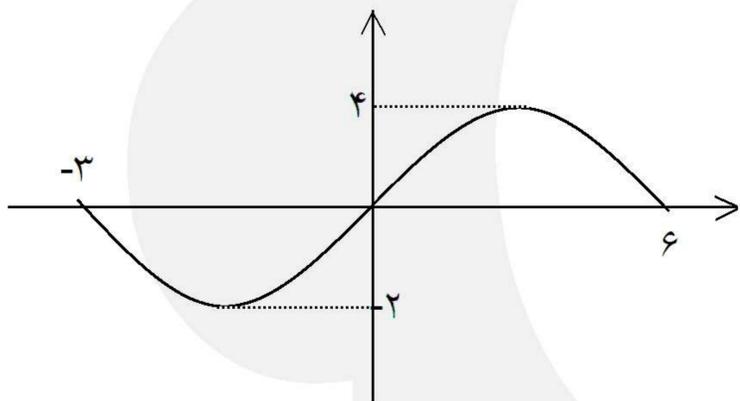
- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۴۲- تابع  $f(x) = \begin{cases} x - [x] & -1 \leq x < 0 \\ x - 1 - [x] & 0 \leq x < 1 \end{cases}$  مفروض است. توابع  $f(x)$  و  $f \circ f(x)$  در فاصله  $(-1, 1)$  به لحاظ

یکنوایی به ترتیب چگونه‌اند؟

- (۱) اکیداً صعودی - اکیداً نزولی  
(۲) اکیداً صعودی - اکیداً صعودی  
(۳) غیریکنوا - اکیداً صعودی  
(۴) غیریکنوا - غیریکنوا

۴۳- نمودار تابع  $y = f(x+3)$  به صورت مقابل است. دامنه تابع



$$y = \sqrt{\frac{f\left(1 - \frac{x}{3}\right)}{x}}$$

چند مورد صحیح را شامل می‌شود؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۵

۴۴- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & , x < 2 \\ -|x - m| & , x \geq 2 \end{cases}$  یک به یک است. حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m > 2$  (۲)  $m \leq -1$  (۳)  $1 \leq m < 2$  (۴)  $\emptyset$

۴۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} mx + 1 & x \geq 1 \\ (3-m)x - 1 & x < 1 \end{cases}$  روی دامنه خود وارون‌پذیر باشد،  $f^{-1}$  وارون تابع  $f$  به ازای مقادیر

صحیح  $m$  است، مقدار  $f^{-1}(m+1)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۴۶- به ازای چند عدد صحیح  $K$  تابع  $f(x) = 2x + K|x| - 2$  یکنوا اکید است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



«بانک سوال یاوران دانش»

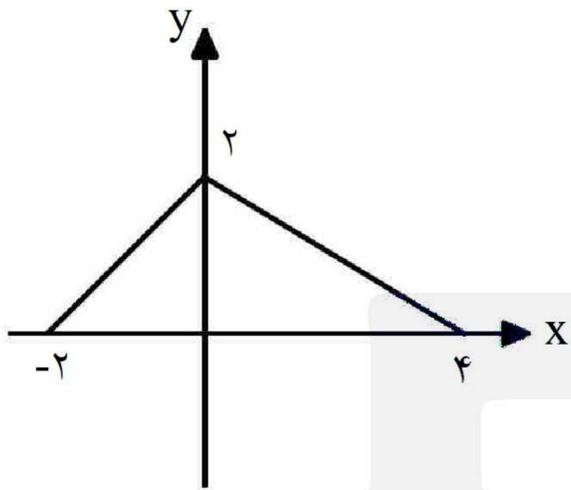
۴۷- تابع  $f(x) = x^3 + x$  را در نظر بگیرید، جواب معادله  $f^{-1}\left(\frac{8x+3}{4}\right) = 2f^{-1}(x)$  کدام است؟

$\frac{5}{8}$  (۴)

$\frac{1}{4}$  (۳)

$\frac{5}{4}$  (۲)

$\frac{1}{8}$  (۱)



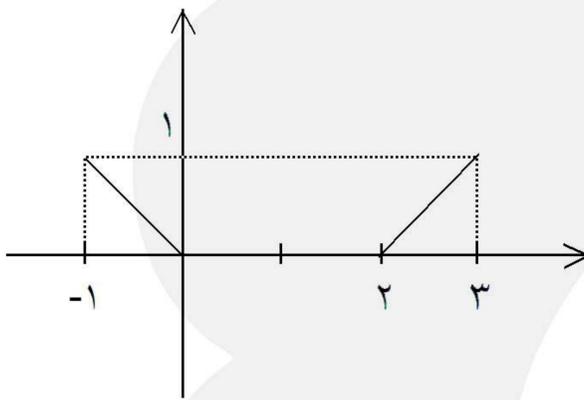
۴۸- نمودار  $y = f(x)$  شکل مقابل است. مساحت بین نمودار دو تابع  $y = f(x-2)$  و  $y = f(2-x)$  و محور  $x$  ها کدام است؟

۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)



۴۹- نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل مقابل است. با فرض

$k < 0$  مجموع ریشه‌های معادله  $kf\left(\frac{x}{k}\right) = 2k + 1$

برابر ۳- است. مقدار  $f(|k| + 1)$  کدام است؟

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{4}$  (۱)

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۵۰- اگر  $[-1, 3] \rightarrow [3, 5]$  ;  $y = 2f(x-1) - 3$  باشد، آنگاه اجتماع دامنه و برد تابع  $y = -3 - 3f\left(1 - \frac{x}{2}\right)$  چند

عضو صحیح دارد؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)