

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left(-\frac{1}{8}, -\frac{3}{5}\right) \in f^{-1} \Rightarrow \left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{8}\right) \in f \Rightarrow \frac{-\frac{3}{5}}{a + \frac{3}{5}a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow -\frac{3}{8a} = -\frac{1}{8} \Rightarrow a = 3$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(0/2) \Rightarrow 2 = 1 - \log_c^{-b} \Rightarrow \log_c^{-b} = -1$$

$$-b = c^{-1} = \frac{1}{c} \Rightarrow bc = -1$$

$$(-1/5, 0) \Rightarrow 0 = 1 - \log_c^{-1/5a - b} \Rightarrow \log_c^{-1/5a - b} = 1 \Rightarrow -1/5a - b = c$$

$$\left. \begin{array}{l} bc = -1 \\ b + c = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{c > 0} \begin{cases} c = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$$

$$-1/5a - b = c \Rightarrow -1/5a + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1/5a = 1/5 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (a + c)b = \left(1 + \frac{1}{2}\right)(-2) = -3$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \log \left(\frac{\frac{(2-x)}{1}}{(x-2)^2} \right) = 3 \Rightarrow -(x-2)^3 = 1000 \Rightarrow x-2 = -10 \Rightarrow x = -8$$

$$\Rightarrow \log \sqrt[10]{2} = 3 \times 2 = 6$$

$$f(0) = \frac{2}{3} \Rightarrow 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + c \times 3^{a+b} = 0 \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \xrightarrow{(2)} 1 + c \times 3^a \times 3^b = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{3} \times 3^b = 0 \Rightarrow 3^{b-1} = 1$$

$$\Rightarrow b-1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f(-1) = 1 + c \times 3^{a-b} = 1 + c \times 3^a \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{3} \times 3^{-1} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $(0, 2)$ و $(2/4, 0)$ گذر می کند:

$$\textcircled{1}: f(0) = c + \text{Log}_5 b = 2$$

$$\textcircled{2}: f(2/4) = c + \text{Log}_5 (2/4 a + b) = 0$$

$$\Rightarrow \textcircled{1} - \textcircled{2}: \text{Log}_5 b - \text{Log}_5 (2/4 a + b) = 2 \Rightarrow \text{Log}_5 \frac{b}{2/4 a + b} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{b}{2/4 a + b} = 25 \Rightarrow b = 60 a + 25 b \Rightarrow 60 a = -24 b \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{5}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را حل می کنیم:

$$\text{Log}_2 ((x-2)(x^2+2x+4)) = \text{Log}_2 (x^3-8) = 3 \Rightarrow x^3-8=8 \Rightarrow x=\sqrt[3]{16}=2^{\frac{4}{3}}$$

$$\text{Log}_2 \sqrt[3]{2} = \text{Log}_2 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

پس داریم:

$$\text{Log}_5 5 = 1 - \text{Log}_5 2 = 1 - 0/3 = 0/7$$

$$\left(\text{Log}_5 \frac{5}{3}\right)x^2 + (\text{Log}_5 9)x - \text{Log}_5 15 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_5 5 - \text{Log}_5 3)x^2 + (2\text{Log}_5 3)x - (\text{Log}_5 5 + \text{Log}_5 3) = 0$$

$$a + b + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\text{Log}_5 5 + \text{Log}_5 3}{\text{Log}_5 5 - \text{Log}_5 3} = -\frac{0/7 + 0/4}{0/7 - 0/4} = -\frac{11}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{14}{3}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر هفته ۱۲/۵ درصد از دست می‌دهد و ۸۷/۵ درصد باقی ماند یعنی $\frac{۷}{۸}$ ماده اولیه باقی مانده است. از طرفی $\text{Log } \frac{۷}{۳} = \frac{۱۰}{۶}$ و $\text{Log } \frac{۷}{۳} = \frac{۱۰}{۶}$ است.

$$\left(\frac{۷}{۸}\right)^n A = \frac{۱}{۷} A \Rightarrow \left(\frac{۷}{۸}\right)^n = \frac{۱}{۷}$$

$$\text{Log } \left(\frac{۷}{۸}\right)^n = \text{Log } \frac{۱}{۷} = -\text{Log } ۷$$

$$n(\text{Log } \frac{۷}{۳} - ۳\text{Log } \frac{۷}{۳}) = -\text{Log } ۷ \Rightarrow n\left(\frac{۱۰}{۶} - \frac{۳۰}{۱۶}\right) = -\frac{۱۰}{۶} \Rightarrow n = ۸ \text{ هفته} \Rightarrow ۵۶ \text{ روز}$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } ۲ \simeq ۰/۳ \Rightarrow \text{Log } ۵ = ۱ - \text{Log } ۲ \simeq ۰/۷$$

$$\text{Log } ۳ \simeq ۰/۴ \Rightarrow \text{Log } ۶ = \text{Log } ۲ + \text{Log } ۳ \simeq ۰/۷$$

$$x^۲(\text{Log } ۳۰) + ۲x(\text{Log } ۶) - \text{Log } \frac{۵}{۶} = ۰ \Rightarrow (\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶)x^۲ + (۲\text{Log } ۶)x + (\text{Log } ۶ - \text{Log } ۵)$$

$$= ۰$$

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -۱, \frac{\text{Log } ۵ - \text{Log } ۶}{\text{Log } ۵ + \text{Log } ۶} \simeq ۰ \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-۱ - ۰| = ۱$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(t) = A_0 \left(\frac{۸}{۹}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^n = \frac{A(t)}{A_0} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow n(۳\text{Log } ۲ - ۲\text{Log } ۳) = -(\text{Log } ۲ + \text{Log } ۳)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\text{Log } ۳ + \text{Log } ۲}{۲\text{Log } ۳ - ۳\text{Log } ۲} = \frac{\text{Log } ۲ + ۱}{۲\text{Log } ۲ - ۳}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\text{Log } \frac{۳}{۲} = \frac{\text{Log } \frac{۵}{۲}}{\text{Log } \frac{۵}{۳}} = \frac{۲/۴}{۱/۴} = \frac{۱۲}{۷} \Rightarrow n = \frac{\frac{۱۲}{۷} + ۱}{\frac{۲۴}{۷} - ۳} = \frac{۱۹}{۳}$$

یعنی در $\frac{۱۹}{۳}$ ساعت یا ۳۸۰ دقیقه نتیجه موردنظر حاصل می‌شود.



۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}\log_9 b &= 1 + \log_3 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_3 b = \log_3 3 + \log_3 5 \Rightarrow \log_3 b = 2 \log_3 3 + 2 \log_3 5 \\ \Rightarrow \log_3 b &= \log_3 3^2 + \log_3 5^2 \Rightarrow \log_3 b = \log_3 15^2 \Rightarrow b = 15^2 \\ \log_{15} \sqrt{b} &= \log_{15} \sqrt{15^2} = \log_{15} 15 = 1\end{aligned}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}y &= \frac{x-3}{2} \Rightarrow x-3 = 2y \Rightarrow x = 2y+3 \Rightarrow f^{-1}(x) = 2x+3 \xrightarrow{-6} g(x) = 2x-3 \\ \begin{cases} y = \frac{x-3}{2} \\ y = 2x-3 \end{cases} &\Rightarrow 2x-3 = \frac{x-3}{2} \Rightarrow A: \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{2}\end{aligned}$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}3^x &= 0.216 \xrightarrow{\log_3} \log_3 3^x = \log_3 \frac{3^3}{5} \Rightarrow x = 3 - 3 \log_3 5 \Rightarrow \log_3 5 = \frac{3-x}{3} \\ 5^y &= 675 \xrightarrow{\log_5} \log_5 5^y = \log_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = \log_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \log_5 3 \\ y &= 2 + 3 \left(\frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x-15}{x-3}\end{aligned}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} &> \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7} \\ \Rightarrow 2^{-2m-2n} &> 2^{-8} \Rightarrow -2m-2n > -8 \Rightarrow m+n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\} \\ \text{Max}(m^3 + n^2) &= 2^3 + 1^2 = 8 + 1 = 9\end{aligned}$$



۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_n^m = a \Rightarrow \frac{\log m}{\log n} = a$$

$$b = \log_{mn}^{m^2 n} = \frac{2 \log m + \log n}{\log m + \log n} = \frac{2a + 1}{a + 1} = 1 + \frac{a}{a + 1} = 1.000 \Rightarrow [b] = 1$$

تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم $m = n$ در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\log_{\frac{1}{2}} x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta^2 \cdot \alpha^2\beta \xrightarrow{\div \alpha\beta} \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2 \Rightarrow S = P^2 \Rightarrow -\frac{b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-c^2}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^a = \log_{\sqrt{2}}^2 = 2$$

تذکر:

بهتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 1 = \sqrt[3]{\frac{a}{2} + b} \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = -b \Rightarrow a = -2b \quad (1)$$

$$f^{-1}(8) = 5 \Rightarrow f(5) = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{2^{5a+b}} = 2^3 \Rightarrow 2^{5a+b} = 2^9 \Rightarrow 5a + b = 9$$

$$\xrightarrow{(1)} -10b + b = 9 \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow a - b = 3$$



۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} b = \frac{2}{3} \left(1 + \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3 \right) \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} b = \frac{2}{3} \text{Log}_{\frac{1}{2}} 6$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} b = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3^{\frac{2}{3}} \Rightarrow b = 3^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{Log} (3b - 1) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} (3 \times 3^{\frac{2}{3}} - 1) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} 10 = 2$$

$$\frac{m}{n} \text{Log}_b a = \text{Log}_{b^{\frac{n}{m}}} a^m \quad \text{یادآوری:}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه $a^2 + 9b^2 = 10ab$ را با ab جمع می‌کنیم.

$$\Rightarrow a^2 + 6ab + 9b^2 = 16ab \Rightarrow (a + 3b)^2 = 16ab \Rightarrow \left(\frac{a + 3b}{4} \right)^2 = ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{a + 3b}{4} \right)^2 = \text{Log} ab \Rightarrow 2 \text{Log} \left(\frac{a + 3b}{4} \right) = \text{Log} a + \text{Log} b$$

این یعنی $\text{Log} \frac{a + 3b}{4}$ واسطه حسابی $\text{Log} a$ و $\text{Log} b$ است.

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow a + b = 0 \\ (-1, -1) &\Rightarrow a + 2b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, b = -1$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} 18 = m \Rightarrow \frac{\text{Log}_{\frac{1}{2}} 18}{\text{Log}_{\frac{1}{2}} 2} = m \Rightarrow \frac{2 \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3 + 1}{3} = m \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} 3 = \frac{3m - 1}{2}$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{4}} 12 = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{2}} 12}{\text{Log}_{\frac{1}{2}} 4} = \frac{\text{Log}_{\frac{1}{2}} 3 + 2}{2} = \frac{\frac{3m - 1}{2} + 2}{2} = \frac{3m + 3}{4} = \frac{3}{4}(m + 1)$$



۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
فرض $5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$

$$2^{f(x)} = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2 + \frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \log_5 10 = \log_5 2 + \log_5 5 = \log_5 2 + 1 \Rightarrow \log_5 2 = x - 1$$

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow f(x) = \log_2 20 = \frac{\log_5 20}{\log_5 2} = \frac{\log_5 2 + \log_5 10}{\log_5 2} = \frac{x-1 + x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 $2 \log_x a + \frac{1}{2} \log_a x = 2 \Rightarrow \log_a x = A$

$$\frac{2}{A} + \frac{1}{2} A = 2 \xrightarrow{\times 2A} 4 + A^2 - 4A = 0 \Rightarrow A^2 - 4A + 4 = 0$$

$$(A-2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \log_a x = 2 \Rightarrow a^2 = x \Rightarrow a = 3$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2 \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y \text{ ها}} y = 2 \xrightarrow{(x+3) + |x+3|}$$

$$y = 2 \xrightarrow{x+3+|x+3|} -2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2 = 1 \Rightarrow x+3+|x+3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \Rightarrow 2(x+3) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -3 \Rightarrow (x+3) - (x+3) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

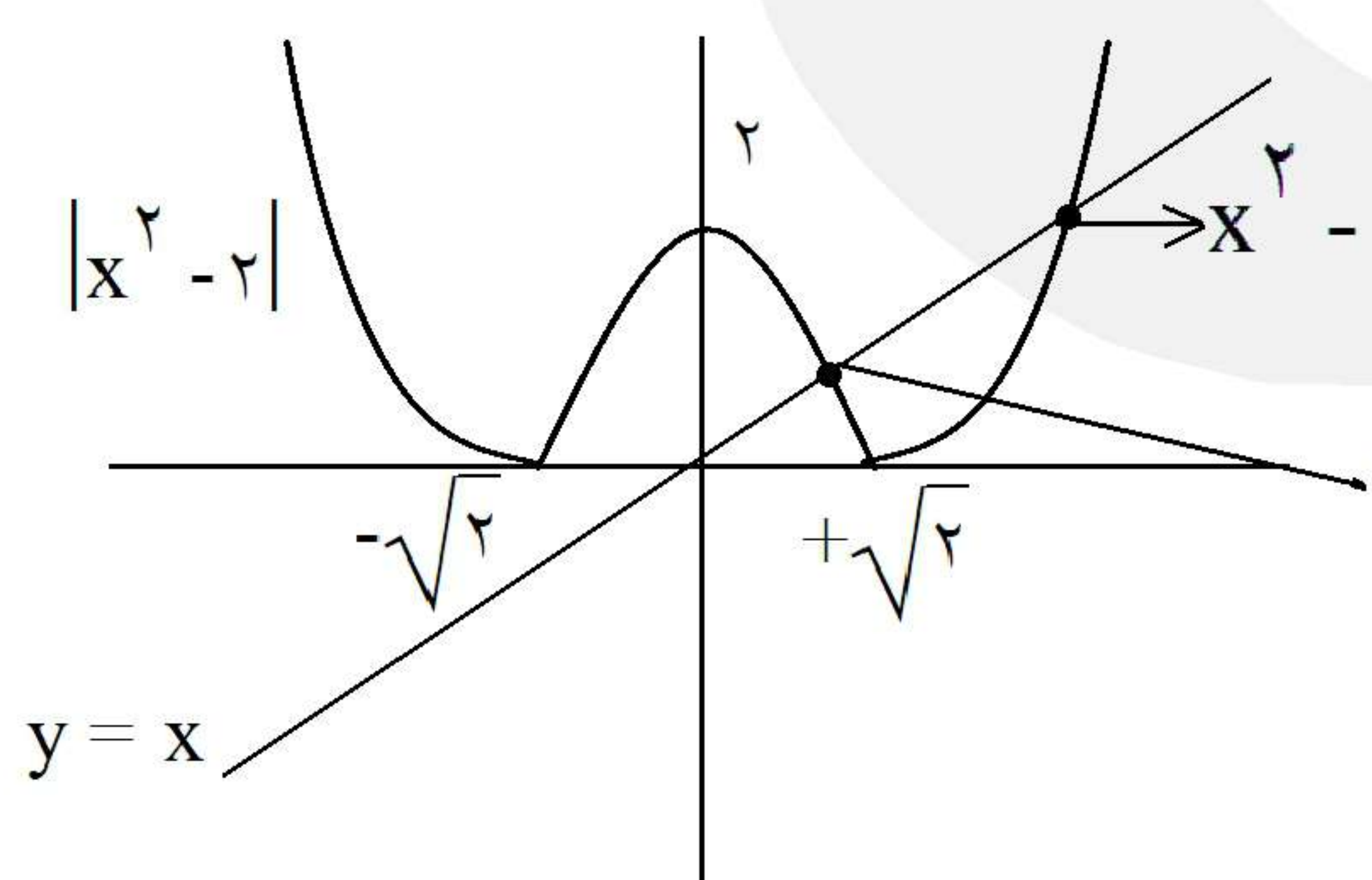
$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$

غ ق ق ✓

$$x^2 - 2 = x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$2 - x^2 = x \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

غ ق ق ✓



$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^x + 15 = 2^{(x+3)} = 2^3 \times 2^x = 8 \times 2^x \Rightarrow 2^x - 8 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 8 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها: } x_1 + x_2 = \log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 15$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم $\log_y x = \frac{1}{\log_x y}$ است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} = \frac{\log_c a + \log_c b}{\log_c a \cdot \log_c b} = \frac{\log_c ab}{\log_c a \cdot \log_c b} = 1 \Rightarrow \log_c a \cdot \log_c b = \log_c (ab)$$

$$\log_x y - 2 \log_y x = 1$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

باید $\log_x y$ را برابر A و $\log_y x$ را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \log_x y = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \log_x y = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(363)}{2^x\left(\frac{63}{2}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(7)}{2^x\left(\frac{63}{4}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$



۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 & (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

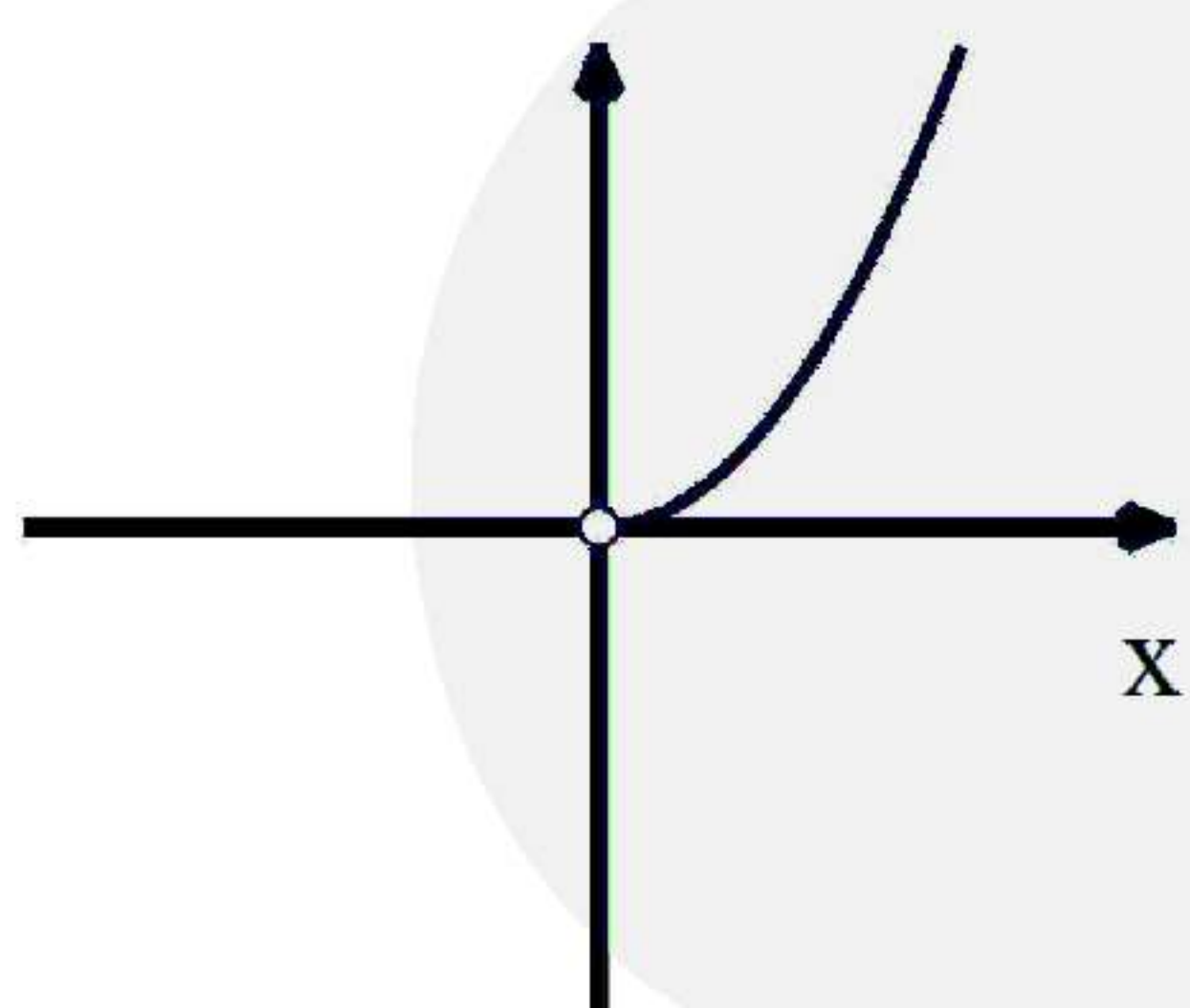
در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\log(-2)}{\sqrt{-1+1}} \Rightarrow \text{غلط هستند.} \Rightarrow \text{نادرست}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\log(0)}{\sqrt{4-1+1}} \Rightarrow \text{غلط است.} \Rightarrow \text{نادرست}$$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه ۱ درست است.

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\log_9 x \xrightarrow{x > 0} \log_9 x^2 = x$$

$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0$$

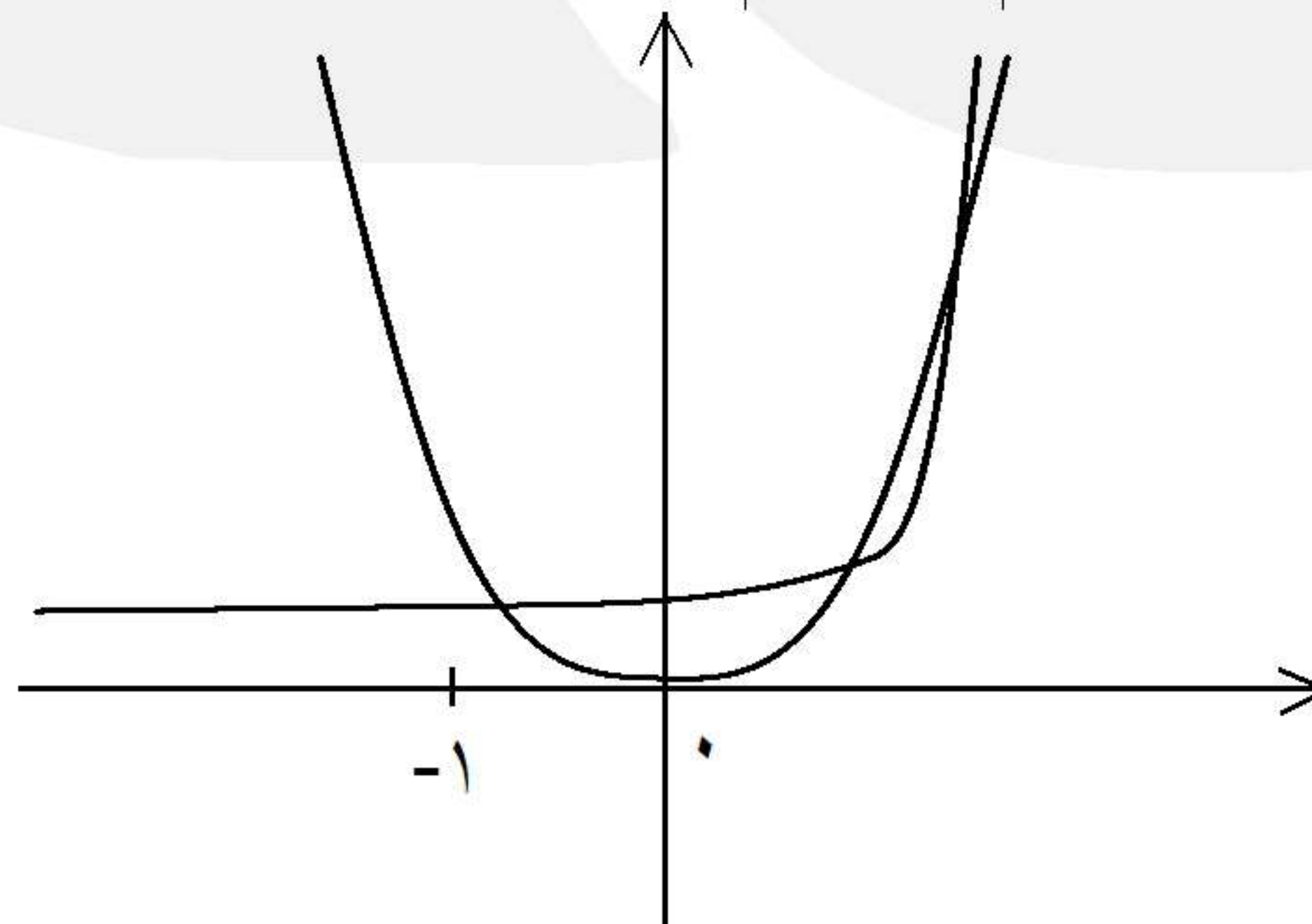
$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > 0, \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودارها را رسم می‌کنیم و به روش هندسی بررسی می‌کنیم.



با توجه به نمودار در بازه $[-1, 0]$ در یک نقطه متقاطع هستند.



«بانک سوال یاوران دانش»

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. A_0 مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم:

$$f(t) = A_0 (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A_0 (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3}A_0} \frac{1}{3}A_0 = A_0 (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log} \frac{1}{3} = \text{Log} (0.96)^t \Rightarrow -\text{Log} 3 = (\text{Log} 96 - \text{Log} 100)t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log} 3}{5\text{Log} 2 + \text{Log} 3 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $A(0, -6)$ و $B(\frac{1}{2}, 0)$ می‌گذرد.

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

$$A(0, -6) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^b = -6 \Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$B\left(\frac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{a}{2}-1} = 0 \Rightarrow (3)^{1-\frac{a}{2}} = 3^2 \Rightarrow 1 - \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2$$

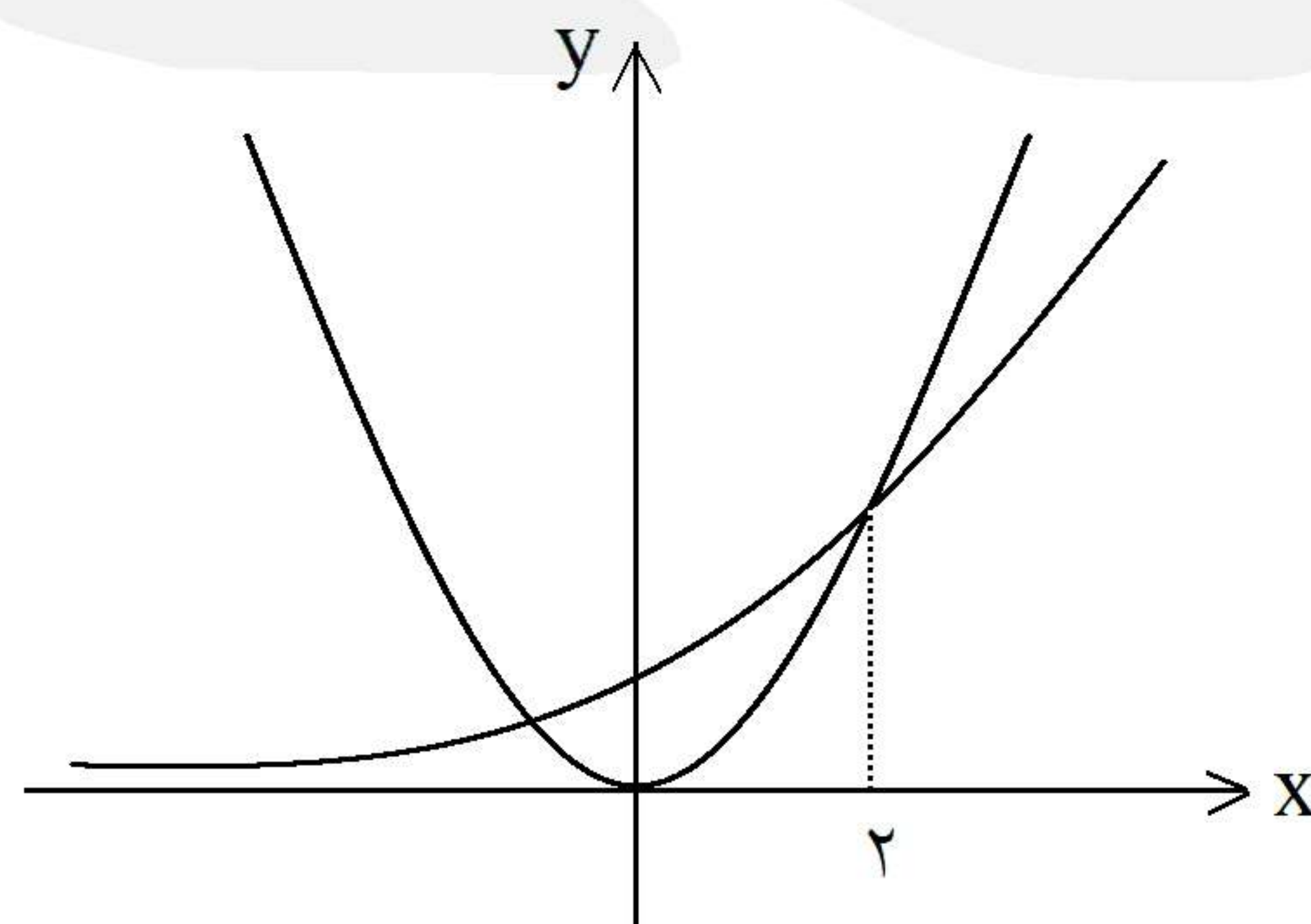
$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + 243 = 234$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{18}^{\wedge} = \frac{\text{Log}_3^{\wedge}}{\text{Log}_3^{18}} = \frac{2\text{Log}_3^{\wedge}}{2\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^2} = \frac{\frac{15}{8}}{2 + \frac{5}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش هندسی بررسی می‌کنیم.

نمودارهای $y = 2^x$ و $y = x^2$ را رسم می‌کنیم.



بنابراین در بازه $[0, 1]$ نقطه تلاقی ندارند، در نتیجه فاقد ریشه است.



۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 \Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 2 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \log_2 (2 + \sqrt{3}) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{t = 2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \log_2 (2 + \sqrt{3}) \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{3}a + 1} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a + 1} = 4 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^{-\frac{5}{3}(-3) + 1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_4 3 = \frac{1}{2} \log_2 3 = 0.78 \Rightarrow \log_2 3 = 1.56$$

$$\log_{12} 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3 + \log_2 2}{\log_2 3 + 2 \log_2 2} = \frac{1.56 + 1}{1.56 + 2} = \frac{2.56}{3.56} = \frac{13}{18}$$