

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 - 3n^2 = -2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$n = 1 \Rightarrow f = \{(7, -2), (1, -1), (2, 1), (7, -2), (1, 2)\} \times$$

$$n = -\frac{1}{3} \Rightarrow f = \left\{ \left(7, \frac{2}{3}\right), (1, -1), \left(2, -\frac{1}{3}\right), \left(7, \frac{2}{3}\right), (-3, 2) \right\} \Rightarrow f(2) = -\frac{1}{3}$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 - |a| < 1 \quad \text{و} \quad 2 + |a| > 1$$

$$2(1 - |a|) - 1 = a^2 + 4|a| + 4 - |a| - 2 - 7 \Rightarrow 1 - 2|a| = |a|^2 + 3|a| - 5$$

$$\Rightarrow |a|^2 + 5|a| - 6 = 0 \Rightarrow (|a| - 1)(|a| + 6) = 0 \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{a = \pm 1} \quad +$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 3} + 2a & -1 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + 5 & x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow 2 + 2a = a + 5 \Rightarrow a = 3$$

$$f(a) = f(3) = 27 + 5 = 32$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(\sqrt{5}) = 5 - [\sqrt{5}] = 3 \Rightarrow f(af(\sqrt{5})) = f(3a) = 9a^2 - [3a] = 2$$

با توجه به گزینه‌ها،  $a = -\frac{1}{3}$  جواب است. جواب‌های دیگر معادله  $a = \frac{2}{3}$  و  $a = \frac{\sqrt{3}}{3}$  است.

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + |y| \in \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$|y| \in \{0, 1, 2, 4, 5, 9, 14, 29\} \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 9, \pm 14, \pm 29\}$$

پس ۷ عضو باید حذف شود تا به ازای هر  $x$  فقط یک  $y$  وجود داشته باشد.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید ۷۲ بر  $1 - y^2$  بخشپذیر باشد، پس:

$$y^2 = 0, 4, 9, 25 \Rightarrow y = 0, \pm 2, \pm 3, \pm 5$$

$$\Rightarrow f = \{(-72, 0), (24, \pm 2), (9, \pm 3), (3, \pm 5)\}$$

۳ عضو باید حذف شود.





۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\alpha + \beta = \alpha' + \beta' + 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{-a}{2} + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha', \beta' = -2, \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{3}{2}, 2 \Rightarrow \frac{b}{2} = \alpha\beta = -3 \Rightarrow b = -6$$

$$\left[ \frac{ab}{4} \right] = \left[ -\frac{6}{4} \right] = -2$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$

X	-4	-2	-1	0	1	
	+	-	-	+	-	+

$\xrightarrow{\in \mathbb{Z}} = 0, 1, -3$

$$f \Rightarrow f(x) = x \text{ همانی}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{1}{x-a} \Rightarrow |g(x)| - 2 = \left| \frac{1}{x-a} \right| - 2 = \frac{1}{|x|} \xrightarrow{x = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\frac{1}{\left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right|} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} + 2 = 2 + \sqrt{2} \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{2}}{2} - a \right| = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2} - a = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a_1 = \sqrt{2} - 1 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} - a = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 \Rightarrow a_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow a_2 - a_1 = 1 - (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

توجه: چون تابع  $f$  همانی است پس اختلاف جواب‌های  $f(x+a) = 3$  همان اختلاف دو مقداری است که برای  $a$  به دست آمده است.

$$f(x) = -ax^2 - vx^2 + abx - 2x + 2b$$

$$-a - v = 0 \Rightarrow a = -v$$

$$-vbx - 2x = 0 \Rightarrow -vb\cancel{x} = \cancel{2x} \Rightarrow b = \frac{-2}{v}$$

$$f(x) = 2b = \frac{-4}{v}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.





۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} -2 < \frac{1-3x}{x+1} < 0 &\xrightarrow{+1} -1 < \frac{2-2x}{x+1} < 1 \\ \Rightarrow \left| \frac{2-2x}{x+1} \right| < 1 &\Rightarrow |2x-2| < |x+1| \Rightarrow (2x-2)^2 < (x+1)^2 \Rightarrow (2x-2)^2 - (x+1)^2 < 0 \\ \Rightarrow (2x-2-x-1)(2x-2+x+1) < 0 &\Rightarrow (x-3)(3x-1) < 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 3 &\Rightarrow \frac{1}{6} < \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow \left[ \frac{x}{2} \right] = 0 \text{ یا } 1 \end{aligned}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 4(x+2) - (x+2)^2 &= -x^2 + 4x \\ 4x - x^2 &= -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1 \\ \text{نقطه تلاقی } (1, 3) \quad OA &= \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع ثابت نباید  $x$  داشته باشد، پس:

$$a = 0, b = 1$$

چون:

$$f + g = 5 \Rightarrow b + c = 5 \xrightarrow{b=1} c = 4$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{4-2x}{3x+1} \geq 0 &\Rightarrow \frac{-1}{3} < x \leq 2 \Rightarrow -1 < 3x \leq 6 \\ [3x] &= -1, 0, 1, \dots, 6 \end{aligned}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۳ نادرست است.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2[3x] - 1) = -1 \Rightarrow$

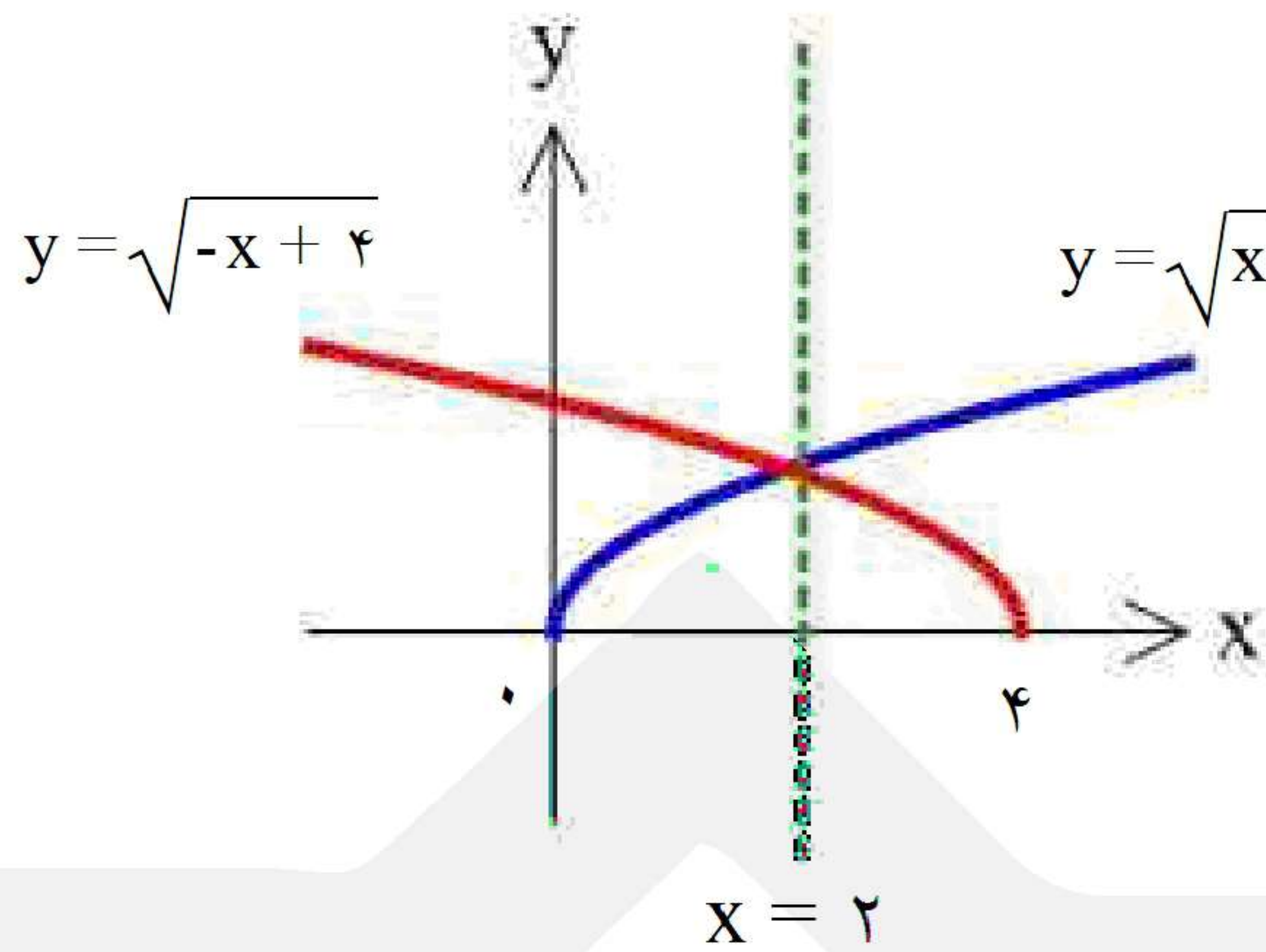
گزینه‌های ۱ و ۴ نادرست هستند.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} (2[3x] - 1) = 1 \Rightarrow$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴، گزینه‌ی ۲ درست است.

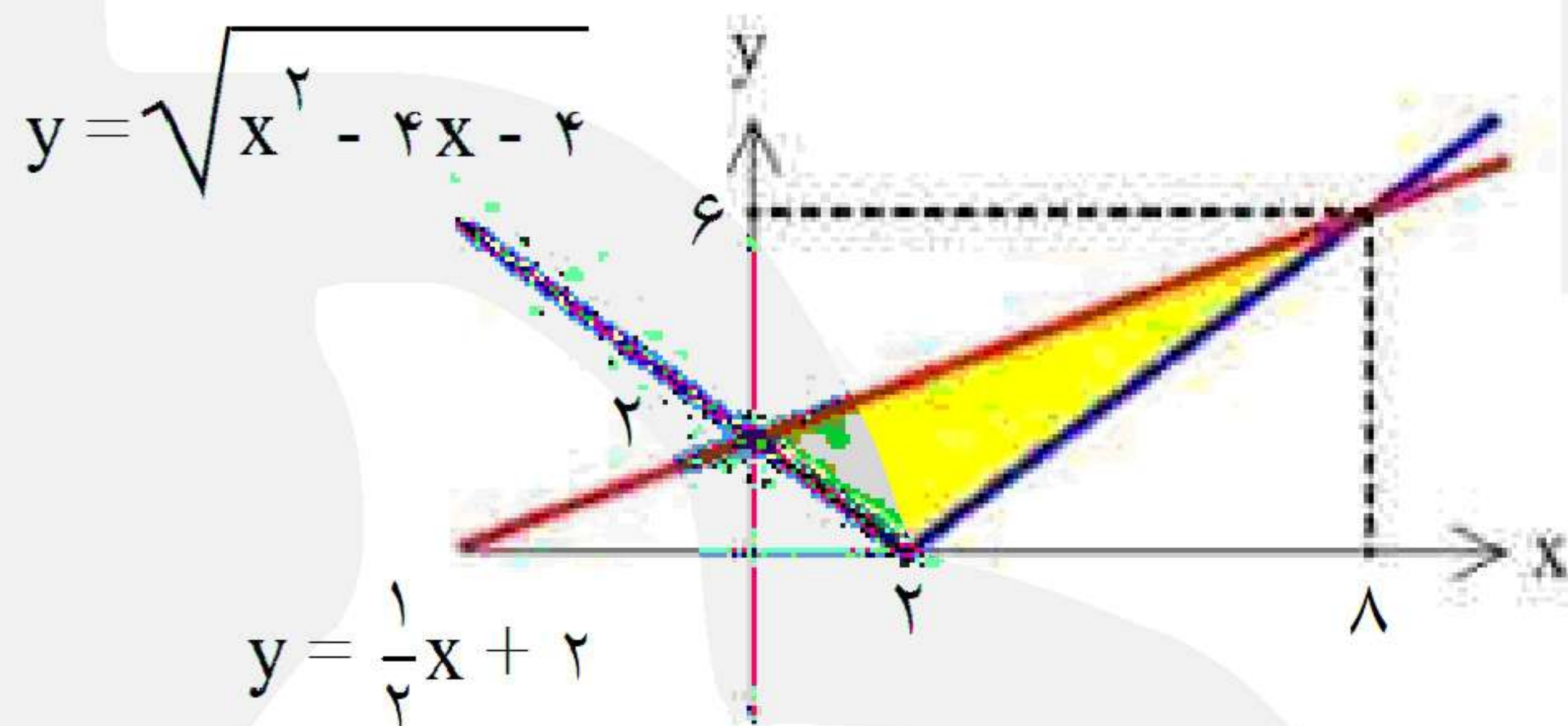




۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باید به جای  $x$ ،  $x - 4$  قرار دهیم (۴ واحد به طرف راست) و سپس حاصل را قرینه کنیم (قرینه نسبت به محور  $y$  ها). دو نمودار  $y = \sqrt{x}$  و  $y = \sqrt{-(x - 4)}$  را رسم می‌کنیم.



۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x - 2)^2} = |x - 2|$$

مساحت دو مثلث سفید کوچک - مساحت ذوزنقه = مساحت قسمت رنگی

$$S = \left( \frac{(2 + 6) \times 8}{2} \right) - \left( \frac{2 \times 2}{2} + \frac{6 \times 6}{2} \right) = 12$$

$$2x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x \geq \sqrt{2} \Rightarrow 2x^2 - 4 < 2x \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x + 1)(x - 2) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2$$

$$x \geq \sqrt{2} \cap -1 < x < 2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq x < 2 \quad (1)$$

$$x < \sqrt{2} \Rightarrow -2x^2 + 4 < 2x \Rightarrow x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 2) > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 1$$

$$x < \sqrt{2} \cap ((-\infty, -2) \cup (1, +\infty)) = 1 < x < \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} = (1, 2) \Rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$





۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$12 \Rightarrow x \rightarrow x - 12$  واحد در جهت مثبت محور  $x$  ها

$2 \Rightarrow y \rightarrow y + 2$  واحد در جهت مثبت محور  $y$  ها

$$\sqrt{x - 12} + 2 = \sqrt{x} \Rightarrow \underbrace{x - 12 \geq 0}_{\text{دامنه جواب}} \Rightarrow x \geq 12$$

$$\sqrt{x - 12} = \sqrt{x} - 2 \Rightarrow x - 12 = x - 4\sqrt{x} + 4 \Rightarrow 4\sqrt{x} = 16 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$$

$$x = 16 \Rightarrow y = 4$$

$$A(16, 4), B(0, 0) \Rightarrow AB = \sqrt{16^2 + 4^2} = \sqrt{2^8 + 2^4} = \sqrt{2^4(2^4 + 1)} = 4\sqrt{17}$$