

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۷ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۹ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۳ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۸ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۳۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۳ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۵ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد نقاط توپر دنباله خطی $P_n = n$ است و تعداد کل نقاط:

$$\text{تعداد کل} = a_n = n(n+2) + 2 \Rightarrow a_n = n^2 + 2n + 2$$

$$\text{اختلاف توپر و توخالی} = \underbrace{(n^2 + 2n + 2 - n)}_{\text{توخالی}} - n = n^2 + 2$$

$$902 = \text{در مرحله سی ام}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_3}{a_1} = q^2 = \frac{-18}{-2} = 9 \Rightarrow q = +3, -3$$

↓
غیرقابل قبول چون دنباله کاهش می یابد.

$$a_2 = a_1 q = (-2)(-3) = 6$$

$$a_4 = a_1 q^3 = (-2)(-3)^3 = 54$$

$$a_6 = a_1 q^5 = (-2)(-3)^5 = 486$$

$$a_2 - a_4 + a_6 = 6 - 54 + 486 = 438$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} aq^2 + aq^4 = 20 \\ aq^6 - aq^4 = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^2(1+q^2)}{-aq^4(1-q^2)} = -\frac{20}{3}$$

$$q^2 = t \Rightarrow \frac{1+t}{t(1-t)} = \frac{20}{3} \Rightarrow 20t^2 - 17t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} \text{ یا } \frac{3}{5} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{2}, \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در الگوی خطی داریم:

$$t_n = an + b$$

$$t_{17} - 2t_8 = 1 \Rightarrow (17a + b) - 2(8a + b) = 1 \Rightarrow 17a + b - 16a - 2b = 1 \Rightarrow a - b = 1 \quad (1)$$

$$t_7 + t_6 = 38 \Rightarrow (7a + b) + (6a + b) = 38 \Rightarrow 13a + 2b = 38 \Rightarrow 4a + b = 19 \quad (2)$$

$$\begin{cases} a - b = 1 \\ 4a + b = 19 \end{cases} \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a - b = 1 \Rightarrow 4 - b = 1 \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow t_n = 4n + 3$$

$$t_{70} = 4 \times 70 + 3 \Rightarrow t_{70} = 283$$



۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 24 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 24 \\ \Rightarrow 3a_1 + 3d &= 24 \Rightarrow a_1 + d = 8 \Rightarrow a_2 = 8 \quad (1) \\ \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_6} &= \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{a_6} = \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{a_6} = \frac{1}{40} - \frac{1}{8} \\ \Rightarrow \frac{1}{a_6} &= -\frac{1}{20} \Rightarrow a_6 = -20 \xrightarrow{(1)} d = 3 \xrightarrow{(1)} a_1 = 5 \\ \Rightarrow a_n &= 3n + 2 \Rightarrow 3n + 2 = 134 \Rightarrow 3n = 132 \Rightarrow n = 44 \end{aligned}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون بین اعداد ۷ و ۴۴۸، پنج واسطه‌ی هندسی درج شده است، پس اعداد ۷ و ۴۴۸، نقش جملات اول و هفتم دنباله‌ی هندسی را خواهند داشت. بنابراین داریم:

$$a_7 = a_1 q^6 \Rightarrow 448 = 7 \times q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow q = \pm 2$$

چون دنباله غیریکنواست، پس $q = -2$ قابل قبول است (اگر $q = 2$ باشد، دنباله صعودی خواهد بود) در نتیجه، جملات دنباله به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} 7, -14, 28, -56, 112, -224, 448 \\ -154 = (-224) + 112 + (-56) + 28 + (-14) = \text{مجموع واسطه‌های هندسی درج‌شده} \end{aligned}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= \frac{n+1}{n} a_n \\ n=1 &\Rightarrow a_2 = \frac{2}{1} \times a_1 = 2 \\ n=2 &\Rightarrow a_3 = \frac{3}{2} \times a_2 = 3 \\ n=3 &\Rightarrow a_4 = \frac{4}{3} \times a_3 = 4 \end{aligned}$$

با روند بالا متوجه می‌شویم $a_n = n$ است.

$$a_{20} - a_{17} = 20 - 17 = 3$$



۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_5 = 4a_1 - 45 \Rightarrow a_1 q^4 = 4a_1 - 45 \Rightarrow a_1 (q^4 - 4) = -45 & (1) \\ a_5 = 2a_3 - 5 \Rightarrow a_1 q^4 = 2a_1 q^2 - 5 \Rightarrow a_1 q^2 (q^2 - 2) = -5 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر هم (2) ، (1)}} \frac{a_1 (q^4 - 4)}{a_1 q^2 (q^2 - 2)} = \frac{-45}{-5} \Rightarrow \frac{a_1 (q^2 - 2)(q^2 + 2)}{a_1 q^2 (q^2 - 2)} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{q^2 + 2}{q^2} = 9 \Rightarrow q^2 + 2 = 9q^2 \Rightarrow 8q^2 = 2 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow q = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{نزولی است}]{\text{چون دنباله}} q = \frac{1}{2}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} a_5 &= a_3 + 9 \Rightarrow a_1 q^4 = a_1 q^2 + 9 \Rightarrow a_1 q^2 (q^2 - 1) = 9 & (1) \\ a_5 + a_7 &= 60 \Rightarrow a_1 q^4 + a_1 q^6 = 60 \Rightarrow a_1 q^4 (q^2 + 1) = 60 & (2) \end{aligned}$$

از تقسیم دو رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{q^2 (q^2 + 1)}{q^2 - 1} = \frac{60}{9} \xrightarrow{t = q^2} \frac{t(t+1)}{t-1} = \frac{20}{3} \Rightarrow 3t^2 - 17t + 20 = 0 \Rightarrow t = 4 \text{ یا } t = \frac{5}{3}$$

یک جواب $q = 2$ است و در نتیجه $a = \frac{3}{4}$ است.

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 14 \\ 7a + b = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$a_{15} + a_{20} = (45 + 5) + (60 + 5) = 115$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۲۲, ۲۷, ۳۲, ۳۷, ۴۲, ۴۷, \dots \Rightarrow d_1 = ۵$$

$$۲۹, ۳۲, ۳۵, ۳۸, ۴۱, ۴۴, \dots \Rightarrow d_2 = ۳$$

اولین جمله مشترک بین دو دنباله، عدد ۳۲ است و قدرنسبت جملات مشترک که از کم قدرنسبت‌های دو دنباله اولیه به دست می‌آید برابر $d = ۱۵$ است، پس جملات مشترک عبارت‌اند از:

$$۳۲, ۴۷, ۶۲, ۷۷, ۹۲, \dots$$

این جملات مشترک، خود دنباله حسابی جدیدی می‌سازند که جمله عمومی آن به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = ۳۲ + (n - 1) \times ۱۵$$

$$a_{۲۵} = ۳۲ + ۲۴(۱۵) = ۳۹۲$$

واسطه حسابی بین جملات دهم و چهارم

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_۹ = a_۳ + ۶d \Rightarrow d = \frac{a_۹ - a_۳}{۶} \\ a_{۲۰} = a_۹ + ۱۱d \Rightarrow d = \frac{a_{۲۰} - a_۹}{۱۱} \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۹ - a_۳}{۶} = \frac{a_{۲۰} - a_۹}{۱۱}$$

$$\Rightarrow \frac{(۳x + ۴) - (۲x + ۱)}{۶} = \frac{(۵x + ۳) - (۳x + ۴)}{۱۱} \Rightarrow \frac{x + ۳}{۶} = \frac{۲x - ۱}{۱۱}$$

$$\Rightarrow ۱۱x + ۳۳ = ۱۲x - ۶ \Rightarrow x = ۳۹$$

$$d = \frac{x + ۳}{۶} = \frac{۳۹ + ۳}{۶} = ۷$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = ۳ \times a_۶$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + ۲d + a_1 + ۳d = ۳(a_1 + ۵d)$$

$$\Rightarrow ۴a_1 + ۶d = ۳a_1 + ۱۵d \Rightarrow a_1 = ۹d$$

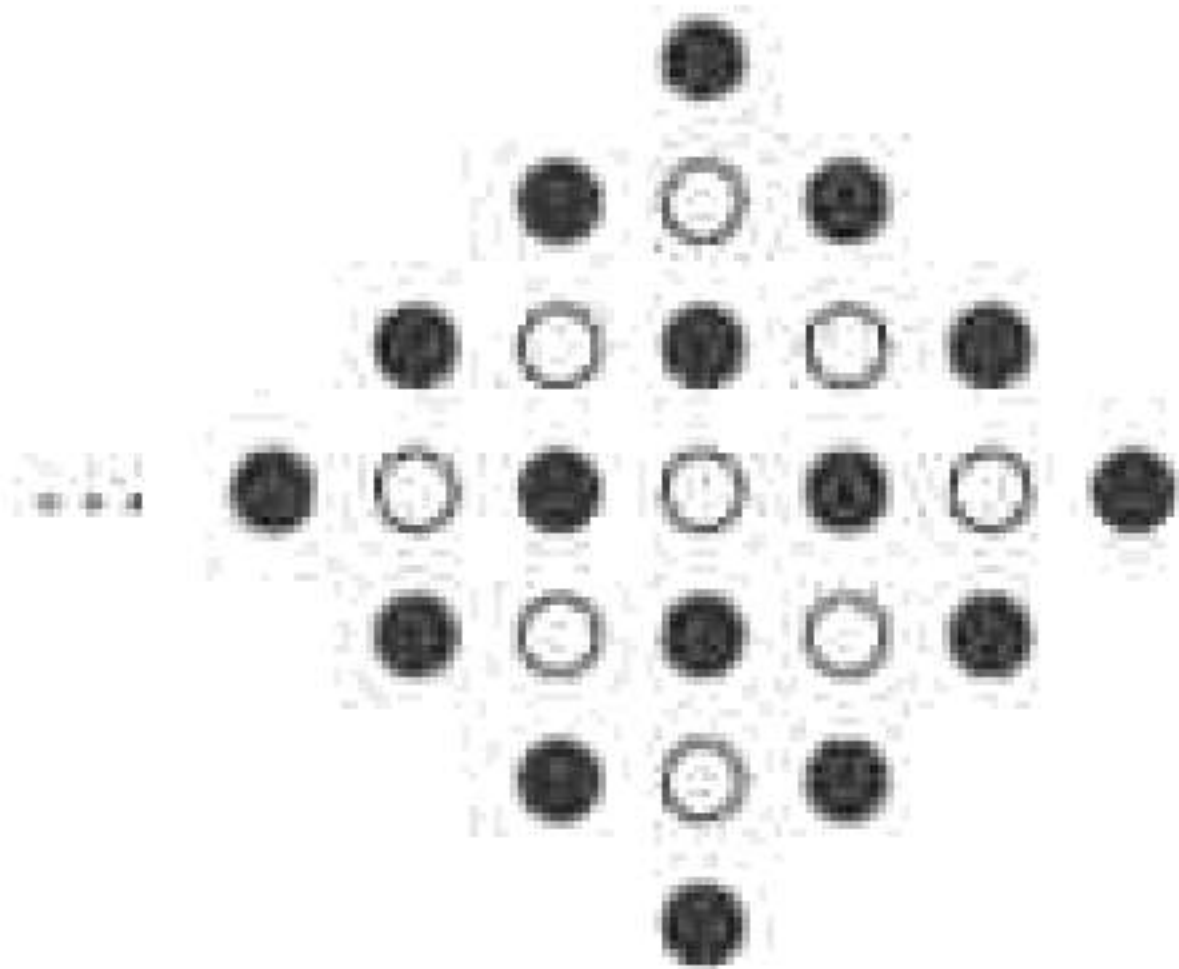
$$\Rightarrow \frac{a_{۲۲}}{a_۷} = \frac{a_1 + ۲۱d}{a_1 + ۶d} = \frac{۹d + ۲۱d}{۹d + ۶d} = \frac{۳۰d}{۱۵d} = ۲$$



۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد دایره‌های ردیف افقی وسط در هر مرحله $2n + 1$ و تعداد دایره‌های بالا و پایین این ردیف هر کدام n^2 می‌باشند، پس تعداد کل دایره‌ها در هر شکل از رابطه‌ی $a_n = 2n^2 + 2n + 1$ به دست می‌آید. همچنین می‌توان با نوشتن سه معادله سه مجهولی به این رابطه رسید.

$$\Rightarrow a_6 = 2(6)^2 + 2(6) + 1 = 85$$

روش دوم: اگر دایره‌ها را مطابق شکل رنگ‌آمیزی کنیم:



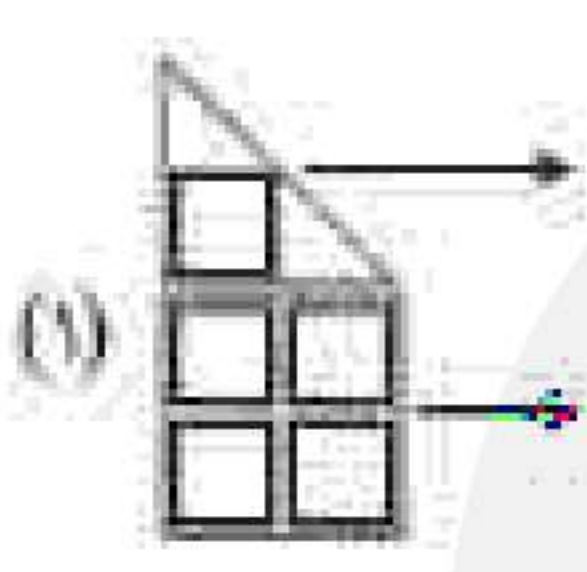
$$\text{تعداد دایره‌های مشکی} = (n + 1)^2$$

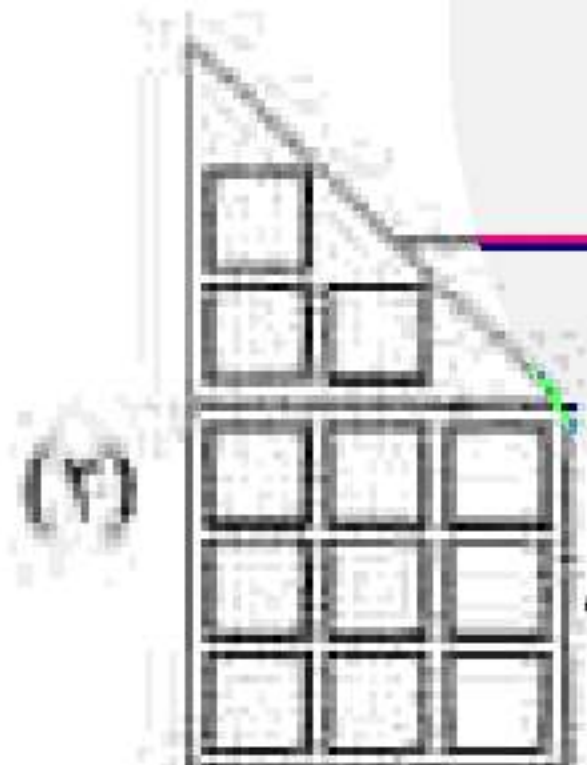
$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = n^2$$


$$\text{تعداد کل دایره‌ها} = (n + 1)^2 + n^2$$

$$\text{تعداد دایره‌های شکل ششم} = (6 + 1)^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

(۱)  $\left. \begin{array}{l} \text{(۱) مثلث مرتبه } \frac{1 \times 2}{2} = 1 \\ \text{(۲) مربع مرتبه } 2^2 = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + 4 = 5$

(۲)  $\left. \begin{array}{l} \text{(۲) مثلث مرتبه } \frac{2 \times 3}{2} = 3 \\ \text{(۳) مربع مرتبه } 3^2 = 9 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 9 = 12$

(۳)  $\left. \begin{array}{l} \text{(۳) مثلث مرتبه } \frac{3 \times 4}{2} = 6 \\ \text{(۴) مربع مرتبه } 4^2 = 16 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 + 16 = 22$



۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

جمله عمومی این دنباله به صورت $a_n = n^2 - 3$ می باشد، پس داریم:

$$\overbrace{-2, 1, 6, 13, \dots}^5$$

$$a_8 = 64 - 3 = 61, a_7 = 49 - 3 = 46$$

$$a_8 - a_7 = 61 - 46 = 15$$

روش دوم: در دنباله درجه دوم، اختلاف هر دو جمله متوالی، یک دنباله حسابی است، داریم:

$$b_n = 2n + 1$$

کافی است در این دنباله n را برابر با ۷ قرار دهیم:

$$b_7 = 14 + 1 = 15$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دنباله، یک دنباله هندسی با $a_1 = \frac{3^1 - 2}{4}$ و $q = 3$ می باشد پس:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{1}{12}(3^5 - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{24}(243 - 1) = \frac{242}{24} = \frac{121}{12}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اعداد $(3\sqrt{2} - x)$ و x و $(3\sqrt{2} + x)$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی اند بنابراین:

$$x^2 = (3\sqrt{2} - x)(3\sqrt{2} + x) \Rightarrow x^2 = 18 - x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

دنباله حسابی داده شده به صورت زیر خواهد بود:

$$(x^2 - 4), (2x + 1), (3x), \dots$$

$$\xrightarrow{x=3} 5, 7, 9, \dots \Rightarrow \text{قدرنسبت} = 2$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_3 = 9 \Rightarrow a_1 r^2 = 9$$

$$a_6 = \frac{243}{8} \Rightarrow a_1 r^5 = \frac{243}{8} \Rightarrow \frac{a_6}{a_3} = \frac{a_1 r^5}{a_1 r^2} = \frac{\frac{243}{8}}{9} \Rightarrow r^3 = \frac{27}{8} \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{4\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$t_5 = t_1 r^4 = 8 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 = 8 \times \frac{4}{16} = 2$$

$$t_7 = t_1 r^6 = 8 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6 = 8 \times \frac{8}{64} = 1$$

$$t_5 - t_7 = 2 - 1 = 1$$

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جمله‌ی آخر هر دسته، مربع کامل است. پس جمله‌ی آخر دسته‌ی نهم برابر ۸۱ و دسته‌ی دهم برابر ۱۰۰ است. دسته‌ی دهم:

$$82, 83, 84, \dots, 100$$

$$S = \frac{82 + 100}{2} \times 19 = 1729$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$t_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} t_2 = 2a + b = 40 \\ t_7 = 7a + b = -15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5a = -55 \Rightarrow \begin{cases} a = -11 \\ b = 62 \end{cases} \Rightarrow t_n = -11n + 62$$

$$\frac{t_{14}}{t_6} = \frac{-11 \times 14 + 62}{-11 \times 6 + 62} = \frac{-92}{-4} = 23$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$6, 0, 0, 0, 0, 384$$

$$384 = a_7 = a_1 q^6 = 6q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow q = 2$$

$$\begin{cases} a_2 = 6q = 12 \\ a_6 = 6q^5 = 192 \end{cases} \Rightarrow a_2 + a_6 = 204$$

حال $a_n = 204$ را حل می‌کنیم:

$$204 = 7n + 1 \Rightarrow \frac{203}{7} = 29$$



۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۱) \frac{n}{۲} + ۱ = \frac{۳}{۵}(n + ۱) \Rightarrow ۵n + ۱۰ = ۶n + ۶ \Rightarrow n = ۴ \Rightarrow \text{جملات چهارم و پنجم برابرند.}$$

$$a_۴ = a_۵ = ۳$$

$$۲) \frac{۳}{۵}n = \frac{n+۱}{۲} + ۱ \Rightarrow ۶n = ۵n + ۵ + ۱۰ \Rightarrow n = ۱۵ \Rightarrow \text{جملات پانزدهم و شانزدهم برابرند.}$$

$$a_{۱۵} = a_{۱۶} = ۹$$

$$k_۱ + k_۲ = ۳ + ۹ = ۱۲$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$t_n = an + b$$

$$\left. \begin{array}{l} t_۵ = k + ۳ \Rightarrow ۵a + b = k + ۳ \\ t_۷ = ۱۷ \Rightarrow ۷a + b = ۱۷ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} \\ \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} t_{۱۰} = ۳k + ۲ \Rightarrow ۱۰a + b = ۳k + ۲ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} \\ \xrightarrow{\text{کم می کنیم}} \end{array}$$

$$(\{ ۲a = ۱۷ - k - ۳, ۳a = ۳k + ۲ - ۱۷ \}) \Rightarrow \begin{cases} a = ۳ \\ k = ۸ \end{cases}$$

$$t_۷ = ۷a + b = ۱۷ \Rightarrow ۷ \times ۳ + b = ۱۷ \Rightarrow b = -۴$$

$$t_n = an + b \Rightarrow t_n = ۳n - ۴ \Rightarrow t_{۱۴} = ۳ \times ۱۴ - ۴ \Rightarrow t_{۱۴} = ۳۸$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{۱۳} - a_۷ = ۲۴ \Rightarrow (a_۱ + ۱۲d) - (a_۱ + ۶d) = ۲۴ \Rightarrow ۶d = ۲۴ \Rightarrow d = ۴$$

$$a_۹ = ۵a_۴ \Rightarrow a_۱ + ۸d = ۵(a_۱ + ۳d) \Rightarrow a_۱ + ۸d = ۵a_۱ + ۱۵d$$

$$\Rightarrow -۷d = ۴a_۱ \xrightarrow{d=۴} -۷ \times ۴ = ۴a_۱ \Rightarrow a_۱ = -۷$$

$$\frac{a_{۱۴}}{a_۴} = \frac{a_۱ + ۱۳d}{a_۱ + ۳d} = \frac{-۷ + ۱۳ \times ۴}{-۷ + ۳ \times ۴} = \frac{-۷ + ۵۲}{-۷ + ۱۲} = \frac{۴۵}{۵} = ۹$$



۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_n = An^2 + Bn + C$$

$$\begin{cases} a_1 = 4 = A + B + C \\ a_3 = 18 = 9A + 3B + C \\ a_5 = 48 = 25A + 5B + C \end{cases} \xrightarrow{\text{کم}} \begin{cases} 14 = 8A + 2B \\ 30 = 16A + 2B \end{cases}$$

$$\text{کم} \Rightarrow 16 = 8A \Rightarrow A = 2 \Rightarrow B = -1 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow a_n = 2n^2 - n + 3$$

$$\begin{cases} a_2 = a = 9 \\ a_4 = b = 31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 40 \\ b - a = 22 \end{cases} \Rightarrow \text{جواب} = \frac{40 + 22}{2} = 31$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به شکل‌های شماره‌ی فرد توجه کنید:

	۱	۳	۵	۷	...	n
تعداد کل دایره‌ها	۳	۱۰	۲۱	۳۶	...	$\frac{(n+1)(n+2)}{2}$
تعداد دایره‌های رنگی	۴	۶	۹	۱۲	...	$\frac{r}{2}(n+1)$
تعداد دایره‌های سفید	۰	۴	۱۲	۲۴	...	$\frac{1}{2}(n^2 - 1)$

پس تعداد دایره‌های سفید در شکل نوزدهم برابر است با:

$$\frac{1}{2}(19^2 - 1) = \frac{1}{2}(19 - 1)(19 + 1) = \frac{1}{2} \times 18 \times 20 = 180$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{19} = 0 \Rightarrow a_1 + 18d = 0 \Rightarrow a_1 = -18d$$

$$\frac{a_{25}}{a_{17}} = \frac{a_1 + 24d}{a_1 + 16d} = \frac{-18d + 24d}{-18d + 16d} = \frac{6d}{-2d} = -3 \Rightarrow k = -3$$

$$k^2 - k + 1 = 9 + 3 + 1 = 13, k^2 + k + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$$

$$\text{واسطه حسابی بین دو عدد ۱۳ و ۷} = \frac{13 + 7}{2} = 10$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_7 - a_4 = 21 \Rightarrow (a_1 + 6d) - (a_1 - 3d) = 21 \Rightarrow 9d = 21 \Rightarrow d = 7 \\ a_6 + a_{10} = 108 \Rightarrow a_1 + 5d + a_1 + 9d = 108 \Rightarrow 2a_1 + 14d = 108 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 14 \times 7 = 108 \Rightarrow 2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$$

$$a_3 = a_1 + 2d = 5 + 2 \times 7 = 5 + 14 = 19$$



۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

جمله‌های اول و سوم و پنجم، خودشان تشکیل دنباله هندسی می‌دهند.

$$a - \frac{1}{3}, a, 9a \Rightarrow \left(a - \frac{1}{3}\right)(9a) = (a)^2$$

$$\Rightarrow 9a^2 - 24a = a^2 \Rightarrow 8a^2 - 24a = 0$$

$$\Rightarrow 8a(a - 3) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 3$$

چون $a \neq 0$ است پس $a = 3$ قابل قبول است.

جملات را با در نظر گرفتن $a = 3$ بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{3}, b, 3, c, 27$$

$$۱) \frac{1}{3}, b, 3 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{3} \times 3 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$۳) 3, c, 27 \Rightarrow c^2 = 3 \times 27 = 81 \Rightarrow c = \pm \sqrt{81} \Rightarrow c = \pm 9$$

$$\text{پاسخ نهایی: } |a| + |b| + |c| = 3 + 1 + 9 = 13$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون به ازای هر n طبیعی رابطه‌ی $a_{n+1} + a_n = 9$ برقرار است، پس خواهیم داشت:

$$a_1 + a_2 = 9 \Rightarrow 12 + a_2 = 9 \Rightarrow a_2 = -3$$

$$a_2 + a_3 = 9 \Rightarrow -3 + a_3 = 9 \Rightarrow a_3 = 12$$

$$a_3 + a_4 = 9 \Rightarrow 12 + a_4 = 9 \Rightarrow a_4 = -3$$

پس دنباله به صورت زیر خواهد بود:

$$12, -3, 12, -3, 12, -3, \dots$$

حاصل ضرب چهل جمله‌ی اول دنباله به صورت زیر است:

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_{40} = 12 \times (-3) \times 12 \times (-3) \times \dots \times 12 \times (-3)$$

$$= (-36)^{20} = 36^{20} = 6^{40}$$



۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دسته اول	دسته دوم	دسته سوم	دسته n ام
۱	۳	۵	۲n - ۱

تعداد اعداد تا آخر دسته n ام برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

به عبارت دیگر با کمی دقت متوجه می شوید جمله آخر دسته n ام برابر n^2 است.

می دانیم $22^2 = 484$ و $23^2 = 529$ است یعنی جمله آخر دسته ۲۲ ام برابر ۴۸۴ و جمله آخر دسته ۲۳ ام برابر ۵۲۹ است، پس عدد ۵۰۰ در دسته ۲۳ ام قرار دارد.

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_5 - a_4 = d \\ a_7 - a_5 = 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2x + 3) - (x + 7) = d \\ (3x + 3) - (2x + 3) = d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = d \\ x = 2d \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2d - 4 = d \Rightarrow d = 4 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow a_7 = 3x + 3 = 27$$

$$a_{11} = a_7 + 4d = 27 + 4 \times 4 = 27 + 16 = 43$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون جملات چهارم، هفتم و نوزدهم دنباله حسابی، جملات متوالی دنباله هندسی هستند پس:

$$q_{\text{هندسی}} = \frac{19 - 7}{7 - 4} = \frac{12}{3} = 4$$

پس:

$$a_7 = 4a_4 \Rightarrow a_1 + 6d = 4(a_1 + 3d) \Rightarrow a_1 + 6d = 4a_1 + 12d \Rightarrow 6d = -3a_1 \Rightarrow a_1 = -2d$$

از طرفی $a_{12} = 36$:

$$a_1 + 11d = 36 \Rightarrow 9d = 36 \Rightarrow d = 4$$

$$\begin{cases} d = 4 \\ a_1 = -8 \end{cases} \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(2 \times (-8) + 29 \times 4) = 15(-16 + 116) = 15 \times 100 = 1500$$



۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

	شکل ۱	شکل ۲	شکل ۳	شکل ۴	شکل n ام ...
گوی‌های رنگی	۱	۱ + ۲	۱ + ۲ + ۳	۱ + ۲ + ۳ + ۴	$1 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$
گوی‌های سفید	۰	۱	۱ + ۲	۱ + ۲ + ۳	$1 + \dots + n - 1 = \frac{(n-1)n}{2}$

پس تعداد گوی‌های رنگی به سفید در شکل پانزدهم برابر است با:

$$\frac{15 \times 16}{2} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_7}{a_3} = 16, \frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 q^6}{a_1 q^2} = q^4 \Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2 \xrightarrow{q > 0} q = +2$$

$$\begin{cases} a_7 = -10 \\ a_7 = a_1 q^6 \Rightarrow a_1 \times 2^6 = -10 \Rightarrow a_1 = -5 \end{cases}$$

$$a_4 = a_1 q^3 = -5 \times 2^3 = -40$$

$$a_6 = a_1 q^5 = -5 \times 2^5 = -160$$

$$|a_6 - a_4| = |-160 - (-40)| = 160 - 40 = 120$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر بین دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰، هفت واسطه حسابی درج کنیم، واسطه چهارم، واسطه حسابی بین دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰ خواهد بود (زیرا واسطه چهارم از دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰ به یک فاصله است)، پس:

$$m = \frac{480 + 120}{2} = 300$$

اگر بین دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰، پنج واسطه هندسی درج کنیم، واسطه سوم، واسطه هندسی بین دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰ خواهد بود (زیرا واسطه سوم از دو عدد ۱۲۰ و ۴۸۰ به یک فاصله است)، پس:

$$n = \sqrt{480 \times 120} = \sqrt{4 \times 120^2} = 2 \times 120 = 240$$

بنابراین داریم: $m - n = 60$.



۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 22 \\ 25a + 5b + c = 52 \\ a = \frac{1}{4}(a + b + c) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16a + 2b = 30 \\ 28a + 4b = 52 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow a_{10} = 100a + 10b + c = 197$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x, a_2, a_3, a_4, a_5, 37$$

می‌دانیم:

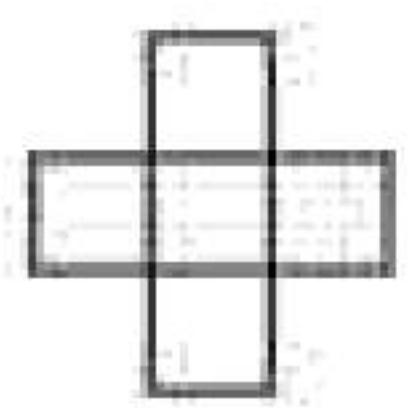
$$a_2 + a_5 = a_3 + a_4 = x + 37$$

با توجه به فرض سؤال:

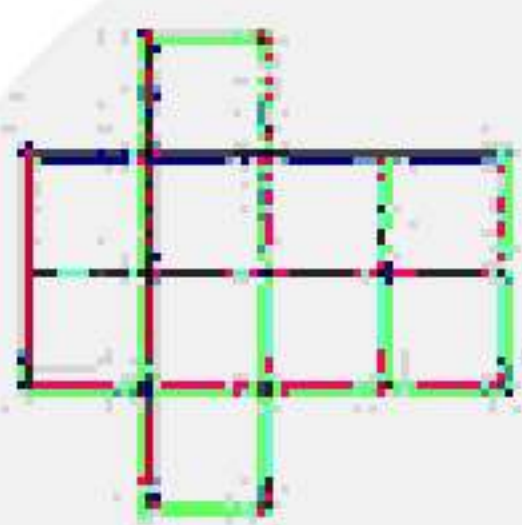
$$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 88$$

$$\begin{array}{c} \underbrace{\quad\quad\quad}_{x+37} \\ \underbrace{\quad\quad\quad}_{x+37} \end{array}$$

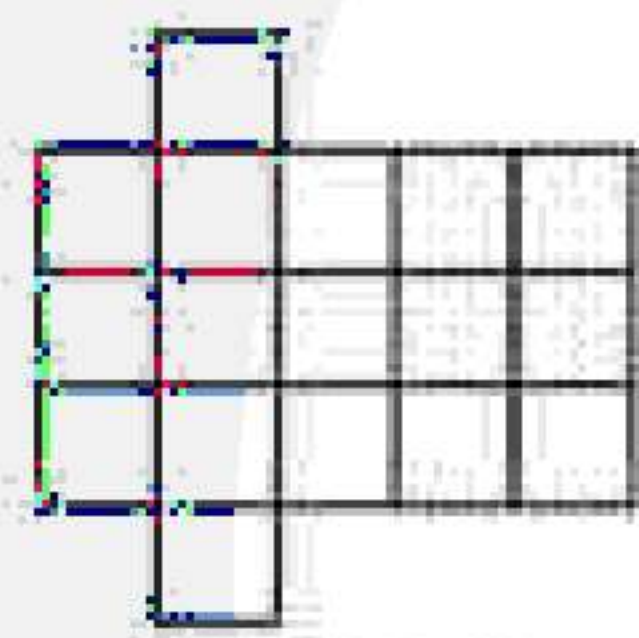
$$\Rightarrow 2(x + 37) = 88 \Rightarrow x + 37 = 44 \Rightarrow x = 7$$



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شکل n ام شامل یک مستطیل $n(n+2)$ و دو مربع در بالا و پایین است.

$$a_n = n(n+2) + 2 \Rightarrow a_{11} = 11(13) + 2 = 145$$

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تعداد نقاط در شکل‌های اول، دوم و سوم برابر است با:

$$1^2 + 4(1), 2^2 + 4(2), 3^2 + 4(3)$$

پس در مرحله n ام برابر است با: $n^2 + 4(n)$.

$$\text{تعداد نقاط در مرحله بیست و یکم} = 21^2 + 4(21)$$

$$\text{تعداد نقاط در مرحله نوزدهم} = 19^2 + 4(19)$$

$$21^2 + 4(21) - 19^2 - 4(19) = 88 = \text{اختلاف تعداد نقاط در مراحل بیست و یکم و نوزدهم}$$



۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{ccccccc}
 ۱۷, & \circ, & \circ, & \circ, & \circ, & \circ, & ۵۳ \\
 \downarrow & & & & & & \downarrow \\
 a_1 & & & & & & a_7
 \end{array}$$

$$a_7 = 53 \Rightarrow a_1 + 6d = 53 \Rightarrow 17 + 6d = 53 \Rightarrow 6d = 36 \Rightarrow d = 6$$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & +6 & +6 & & & & \\
 \swarrow & & \searrow & & & & \\
 ۱۷, & ۲۳, & ۲۹, & ۳۵, & ۴۱, & ۴۷, & ۵۳ \Rightarrow ۲۹ + ۳۵ = ۶۴
 \end{array}$$

جمله سوم
جمله چهارم

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم اگر a و b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، داریم:

$$\begin{aligned}
 2b &= a + c \Rightarrow 2(2x - 5) = 3 - 5x + 4x + 7 \\
 \Rightarrow 4x - 10 &= 10 - x \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4
 \end{aligned}$$

پس دنباله ما به فرم زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
 -۱۷, ۳, ۲۳, \dots \\
 d &= 3 - (-17) = 20 \Rightarrow a_n = 20n - 37 \\
 \Rightarrow a_{14} &= 20(14) - 37 = 280 - 37 = 243 \Rightarrow \frac{a_{14}}{27} = 9
 \end{aligned}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 a_7 &= 32a_3 \Rightarrow a_1 r^6 = 32a_1 r^2 \Rightarrow r^4 = 32 \quad (۱) \\
 \frac{a_{12}}{a_4} &= \frac{a_1 r^{11}}{a_1 r^3} = r^8 = (r^4)^2 = 32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = 1024
 \end{aligned}$$



۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون الگوی داده شده از درجه دوم است پس جمله‌ی عمومی آن به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ می‌باشد و از آنجا که اختلاف اختلاف جملات دنباله برابر $2a$ می‌باشد پس خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccccccc} 4, & 9, & 18, & 31, & \dots \\ & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ & 5 & 9 & 13 & \\ & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & & \\ & 4 & 4 & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} t_1 = 4 \Rightarrow 2 + b + c = 4 \Rightarrow b + c = 2 \\ t_2 = 9 \Rightarrow 8 + 2b + c = 9 \Rightarrow 2b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow b = -1 \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 - n + 3 \Rightarrow t_{11} = 2(121) - 11 + 3 = 234$$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_2 + a_3 + a_4 = 3(a_5 - a_2) \Rightarrow aq + aq^2 + aq^3 = 3(aq^4 - aq)$$

$$\xrightarrow{\div aq} 1 + q + q^2 = 3(q^3 - 1)$$

$$\Rightarrow 1 + q + q^2 = 3(q - 1)(1 + q + q^2)$$

$$\Rightarrow 3(q - 1) = 1 \Rightarrow q - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{4}{3}$$

نسبت جمله‌ی دوم به چهارم:

$$\frac{1}{q^2} = \frac{9}{16}$$

۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3, a_1, \dots, a_n, 136$$

$$\begin{cases} a_n - a_1 = 119 \\ a_n + a_1 = 136 + 3 = 139 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = 129 \\ a_1 = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = 7 \Rightarrow 129 = 3 + n \times 7 \Rightarrow n = 18$$



۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 21 \\ a_4 + a_5 + a_6 = 1344 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + a_1 r + a_1 r^2 = 21 \\ a_1 r^3 + a_1 r^4 + a_1 r^5 = 1344 \end{cases}$$

$$a_1 r^3 + a_1 r^4 + a_1 r^5 = 1344 \Rightarrow r^3 (a_1 + a_1 r + a_1 r^2) = 1344$$

21

$$\Rightarrow r^3 \times 21 = 1344 \Rightarrow r^3 = 64 \Rightarrow r = 4$$

$$a_1 + a_1 r + a_1 r^2 = 21 \Rightarrow a_1 + 4a_1 + 16a_1 = 21 \Rightarrow 21a_1 = 21 \Rightarrow a_1 = 1$$

$$a_1 + r = 1 + 4 = 5$$

۵۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اختلاف جملات الگوی درجه ۲، یک دنباله‌ی حسابی است.

$$a_1, a_2, a_6, a_m, a_p$$

$\underbrace{\quad}_d \quad \underbrace{\quad}_{4d} \quad \underbrace{\quad}_{7d} \quad \underbrace{\quad}_{10d}$

$$\begin{cases} a_m = a_6 + 7d \Rightarrow m = 13 \\ a_p = a_m + 10d \Rightarrow p = 23 \Rightarrow m + p = 36 \end{cases}$$