

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



۱- اگر  $f(x) = \left[\frac{-2}{x}\right](x^2 - 4)$  و  $g(x) = \left|\frac{x}{2}\right|\sqrt[3]{10+x}$  آنگاه مشتق چپ fog در  $x = -2$  چقدر از ۴ کمتر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{5}$

۲- اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt[5]{x^3 - 33x}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) -۳

۳- خط  $5x - y - 7 = 0$  در نقطه  $x = 3$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{g(x) - g(8)}{x^2 - x - 56} = \frac{37}{150}$

- باشد، حاصل  $(g \circ f)'(3)$  کدام است؟  
(۱)  $17/5$  (۲)  $19/5$  (۳)  $18/5$  (۴)  $16/5$

۴- در تابع  $f(x) = x|3 - x^2|$  مجموع مقادیر آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = 2$  و آهنگ متوسط تغییر در بازه  $[-3, 2]$  چقدر است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۳

۵- اگر  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{6x - x^2 - 8}}$  باشد. آنگاه حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(3-h) - f(3+2h)}{h}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{-3\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۶- مشتق دوم تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + \sqrt[5]{x^{22}}}{x\sqrt{x}}$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $5/71$  (۲)  $5/51$  (۳)  $12/61$  (۴)  $12/91$

۷- خط  $3x - y + 4 = 0$  در نقطه‌ای به طول ۸ بر نمودار تابع  $f(x)$  مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی

$g(x) = x^2 \cdot f(17 - x^2)$  در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن کدام است؟

- (۱) ۲۷۰ (۲) ۲۷۶ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۳۴

۸- اگر  $f(3) = 5f'(3) = 7$  و  $h(x) = (3x^2 - 2x + 4) \cdot f(3\sqrt{x})$  باشد، مقدار  $h(1) \times h'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۳۵۰ (۲) ۳۹۰ (۳) ۴۵۰ (۴) ۴۹۰



«بانک سوال یاوران دانش»

۹- اندازه آهنگ لحظه‌ای تابع  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  در  $\frac{\sqrt{5}}{10}$  چند برابر اندازه آهنگ متوسط این تابع در بازه  $[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}]$  است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲۰

۱۰- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{f(x)} = +\infty$  و  $f(x)$  یک جمله‌ای از درجه ۵ باشد، تابع  $g(x) = f(x) \left[ \frac{x}{3} \right]$  در بازه  $(0, 10)$  حداکثر در چند نقطه صحیح مشتق‌پذیر است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۱- تابع  $f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x^2 + 4x + 4) \left[ \frac{x}{2} \right]$  در بازه  $(-5, 3)$  در  $m$  نقطه صحیح، پیوسته و مشتق‌پذیر و در  $n$  نقطه صحیح، پیوسته و مشتق‌ناپذیر است. حاصل  $m - n$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۱۲- اگر  $f(x) = \frac{4x+1}{5x+1}$  و  $g(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{(5x+1)^2}$  باشد، حاصل کسر  $\frac{g(x)f''(x) - g'(x)f'(x)}{(f'(x))^2}$  به ازای  $x = 4$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{16}$  (۳)  $-\frac{3}{16}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۳- تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax + 2}{bx + [x]}$  مفروض است. اگر مقدار مشتق چپ تابع در  $x = 1$  برابر  $-\frac{1}{3}$  باشد. مقدار مشتق راست آن کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۴- خط  $2x + y + 1 = 0$  در نقطه‌ای به طول ۳- بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-3)} \frac{25 - f^2(x)}{x^3 + 27}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{20}{27}$  (۲)  $\frac{10}{27}$  (۳)  $\frac{22}{27}$  (۴)  $\frac{11}{27}$



۱۵- توابع  $f(5x-1) = x + \sqrt{x}$  و  $g(x) = \begin{cases} \frac{k-1}{x} + m & x \geq 2 \\ -\sqrt{x+k} & x < 2 \end{cases}$  مفروض‌اند. اگر تابع  $g \circ f(x)$  در  $x = 4$

مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

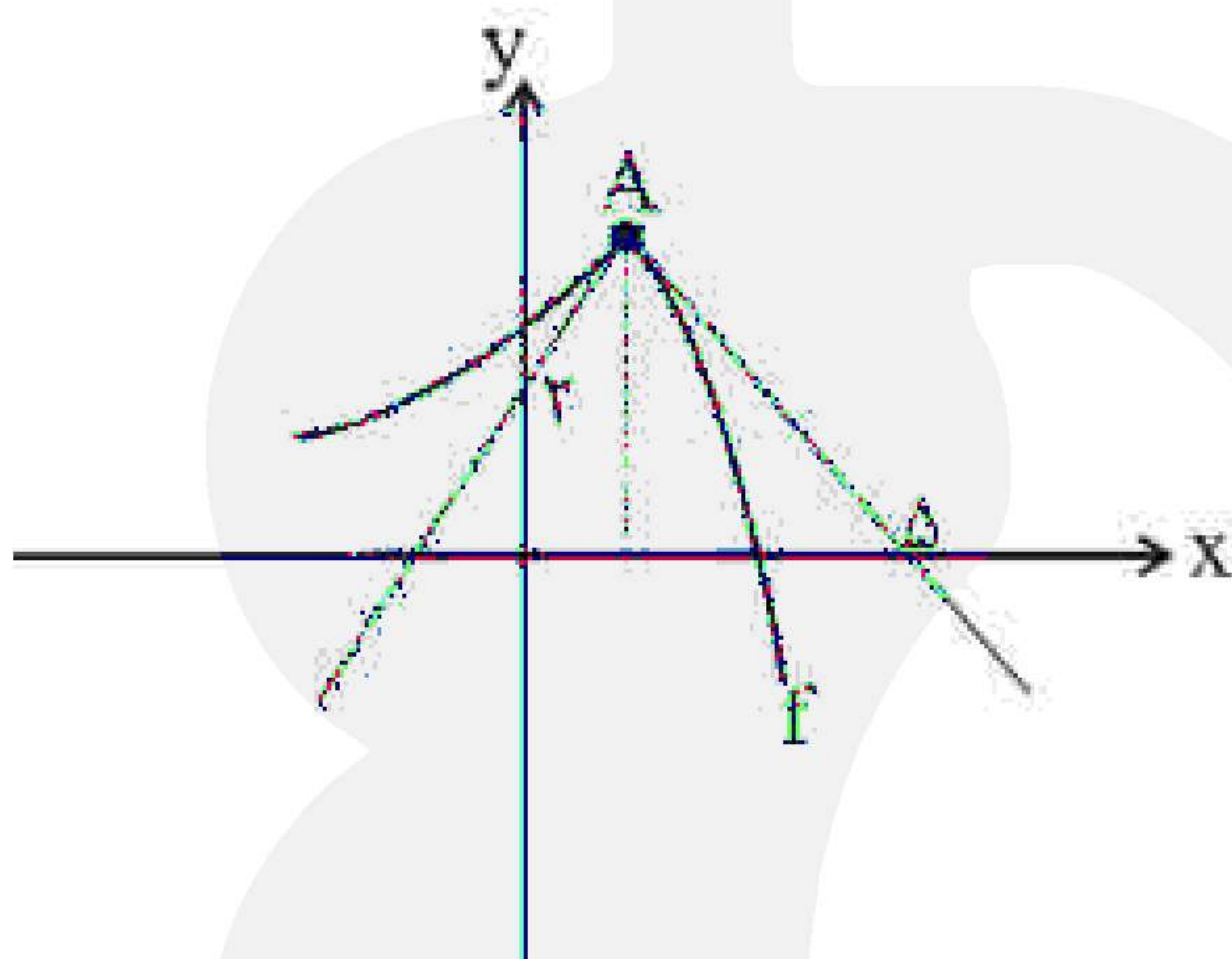
- (۱) -۱ (۲)  $-1/5$  (۳)  $-2/5$  (۴) -۲

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+4x} & ; x \geq 2 \\ ax^2 + bx + 2 & ; x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. مقدار  $(b - a)$

کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲



۱۷- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است که نیم‌مماس‌های راست و چپ در نقطه  $A(1, 4)$  رسم شده‌اند. جمع حدود چپ و راست

عبارت  $\frac{f(1-2h) - f(1+3h)}{h}$  وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۱۸- اگر  $f(2x+1) = \frac{x + \sqrt{x}}{2}$  باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع  $f^{-1}(x)$  در نقطه  $x = 3$  کدام است؟

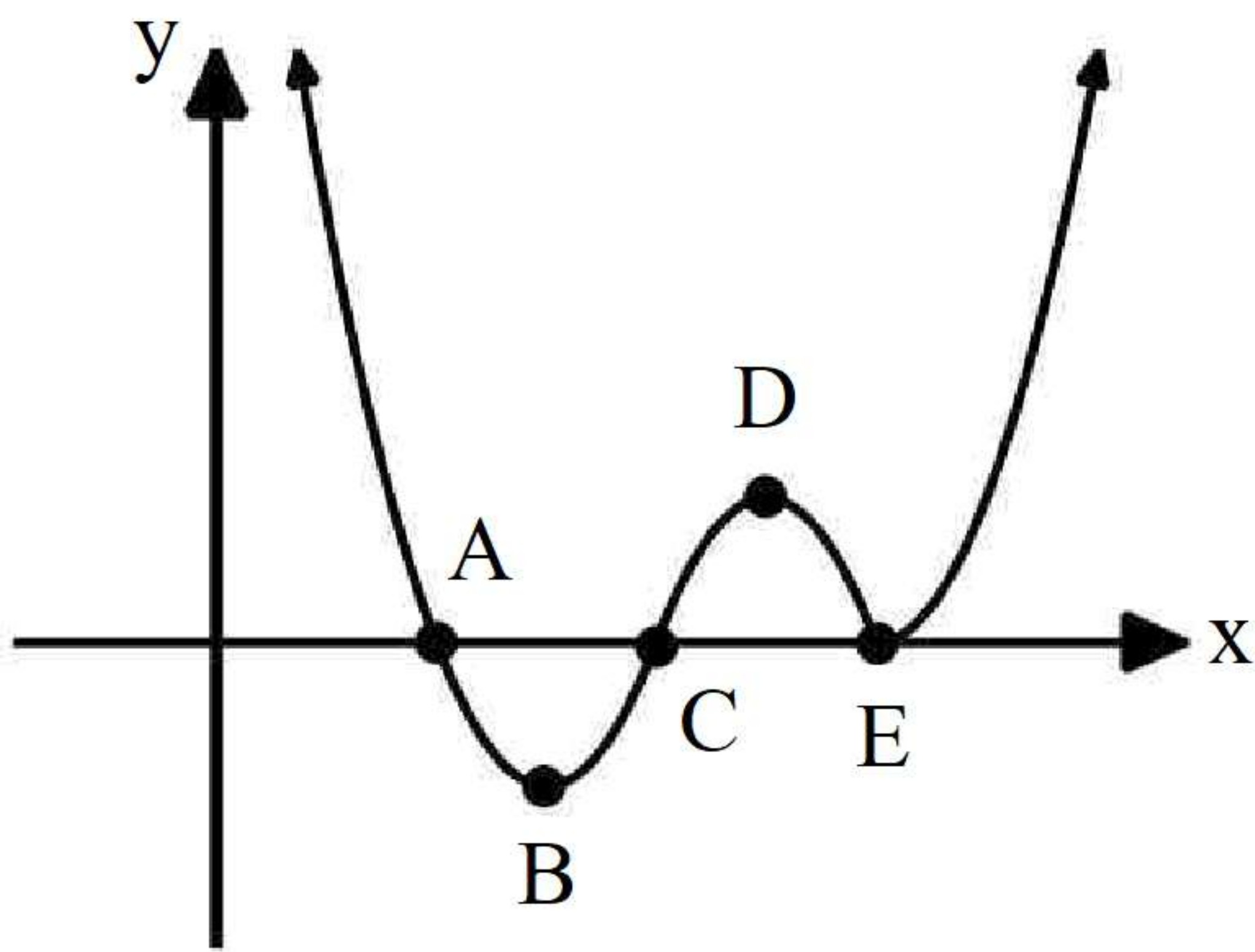
- (۱)  $1/6$  (۲) ۲ (۳)  $3/2$  (۴)  $24/7$

۱۹- اگر  $f'(2) = 4$  و  $f(2) = 3$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x^2 - x - 2}$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۹



۲۰- براساس نمودار  $f$ ، در کدام نقاط، مقدار تابع از مقدار مشتق تابع در آن نقاط بیشتر است؟



- (۱) E و D  
(۲) D و B  
(۳) B و A  
(۴) D و A

«بانک سوال یاوران دانش»

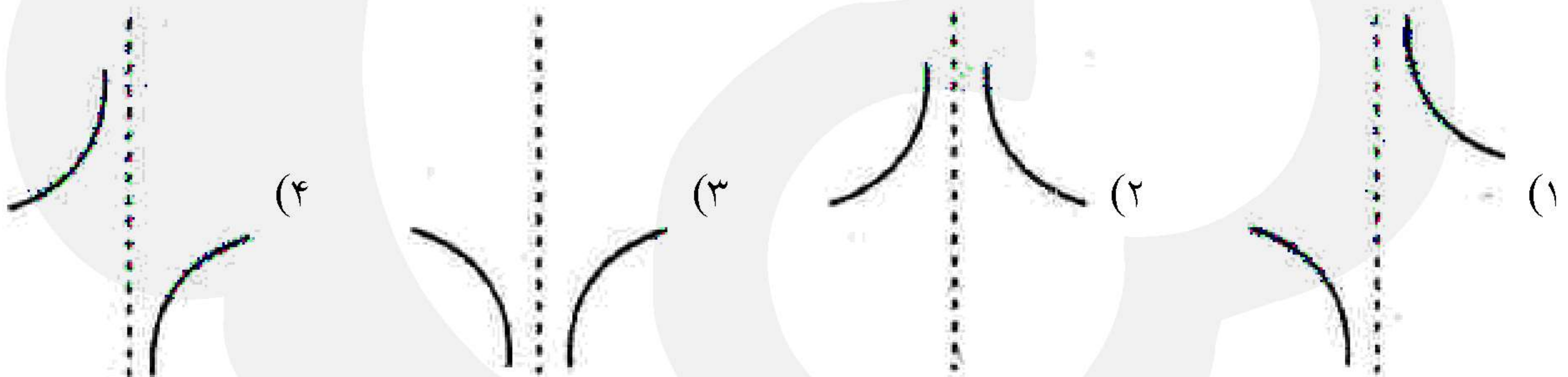
۲۱- تابع  $f(x) = x|x^2 - 3x + 2|$  مفروض است. مجموع اختلاف‌های مشتق چپ و راست در نقاط گوشه این تابع، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۲۲- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{5}}$  در بازه  $[K, K+1]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در  $x = 2\sqrt{5}$  برابر است. اختلاف دو مقدار ممکن برای  $K$  کدام است؟

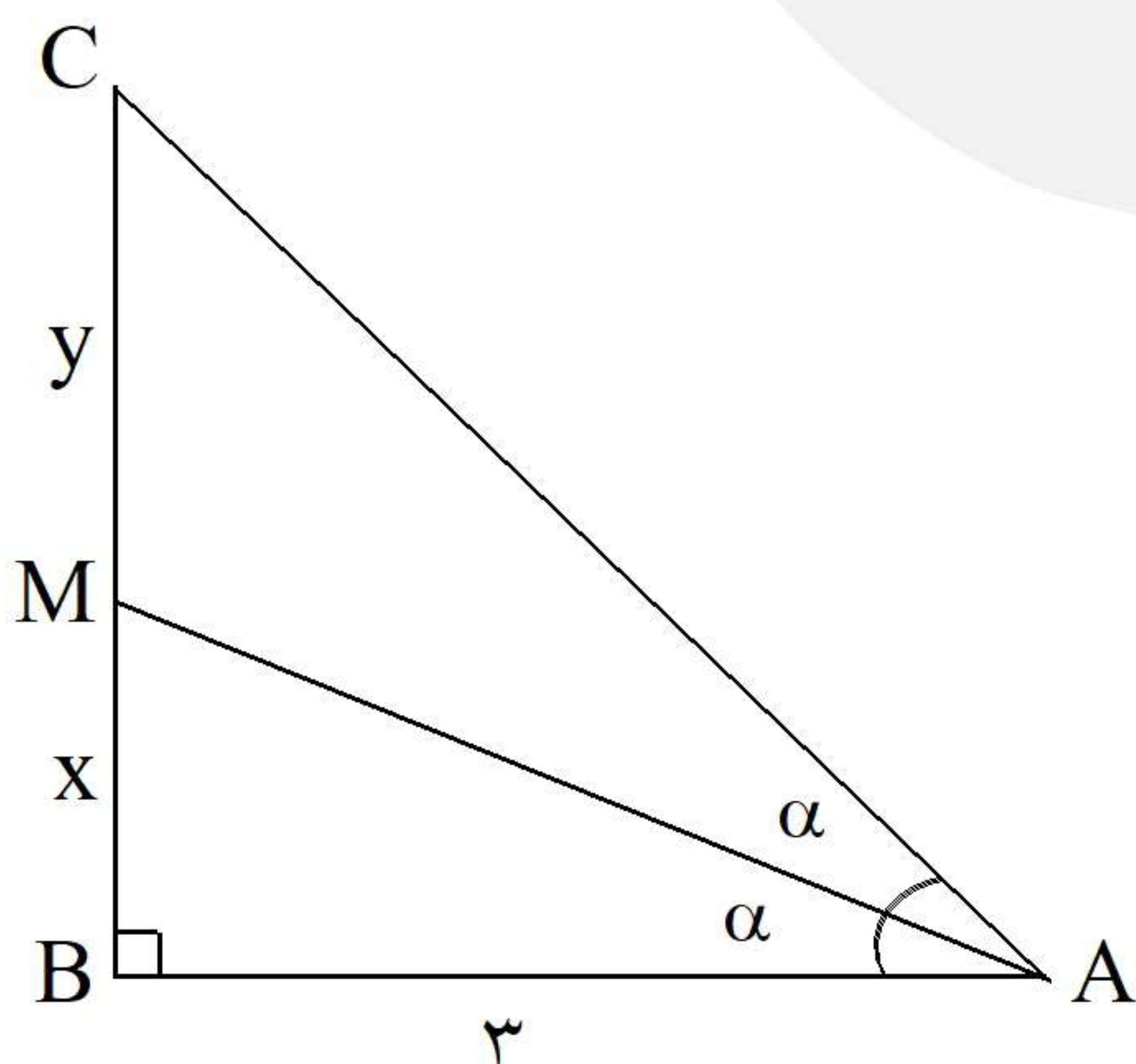
- (۱) ۲۰ (۲) ۹ (۳) ۱ (۴) ۱۰

۲۳- اگر  $g(x) = f(2 - x^3)$  و  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  باشد، نمودار تابع  $g''(x-1)$  در اطراف  $x = 1$  چگونه است؟



۲۴- با توجه به شکل مقابل آهنگ تغییر  $y$  نسبت به  $x$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{26}{16}$   
(۲)  $\frac{27}{16}$   
(۳)  $\frac{28}{16}$   
(۴)  $\frac{29}{16}$





۲۵- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & ; x \geq 1 \\ \sqrt[3]{x} & ; x < 1 \end{cases}$  به ترتیب در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است و در چند نقطه خط مماس ندارد؟

- (۱) ۲ - ۳ (۲) ۳ - ۳ (۳) ۲ - ۲ (۴) ۳ - ۲

۲۶- اگر  $f(x) = x\sqrt{2x-1} - \frac{1}{x}$  باشد، حاصل مشتق تابع  $y = x^3 \times f\left(\frac{2}{x}\right)$  در نقطه  $x = 2$  کدام است؟

- (۱) -۴۸ (۲) ۱۲۴ (۳) -۱۲۴ (۴) ۴۸

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۷- خط  $y = 2x + 3$  در نقطه  $x = 1$  بر نمودار  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'''(x) - f'''(1)}{x^3 - 1}$  کدام است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۷۵ (۴) ۵۰

۲۸- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x-3h)}{6h} = \frac{27x}{\sqrt{x^2 + 5}}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۹- معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  در نقطه‌ای که مقدار مشتق اول و دوم تابع  $f$ ، موجود و برابر هستند،

به صورت  $ax + by + c = 0$  است. حاصل  $a^3 + b^3 + c^3$  کدام است؟

- (۱) ۴۵۸ (۲) ۴۸۵ (۳)  $27\sqrt[3]{9}$  (۴)  $81\sqrt[3]{9}$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۰- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. در کدام نقاط،

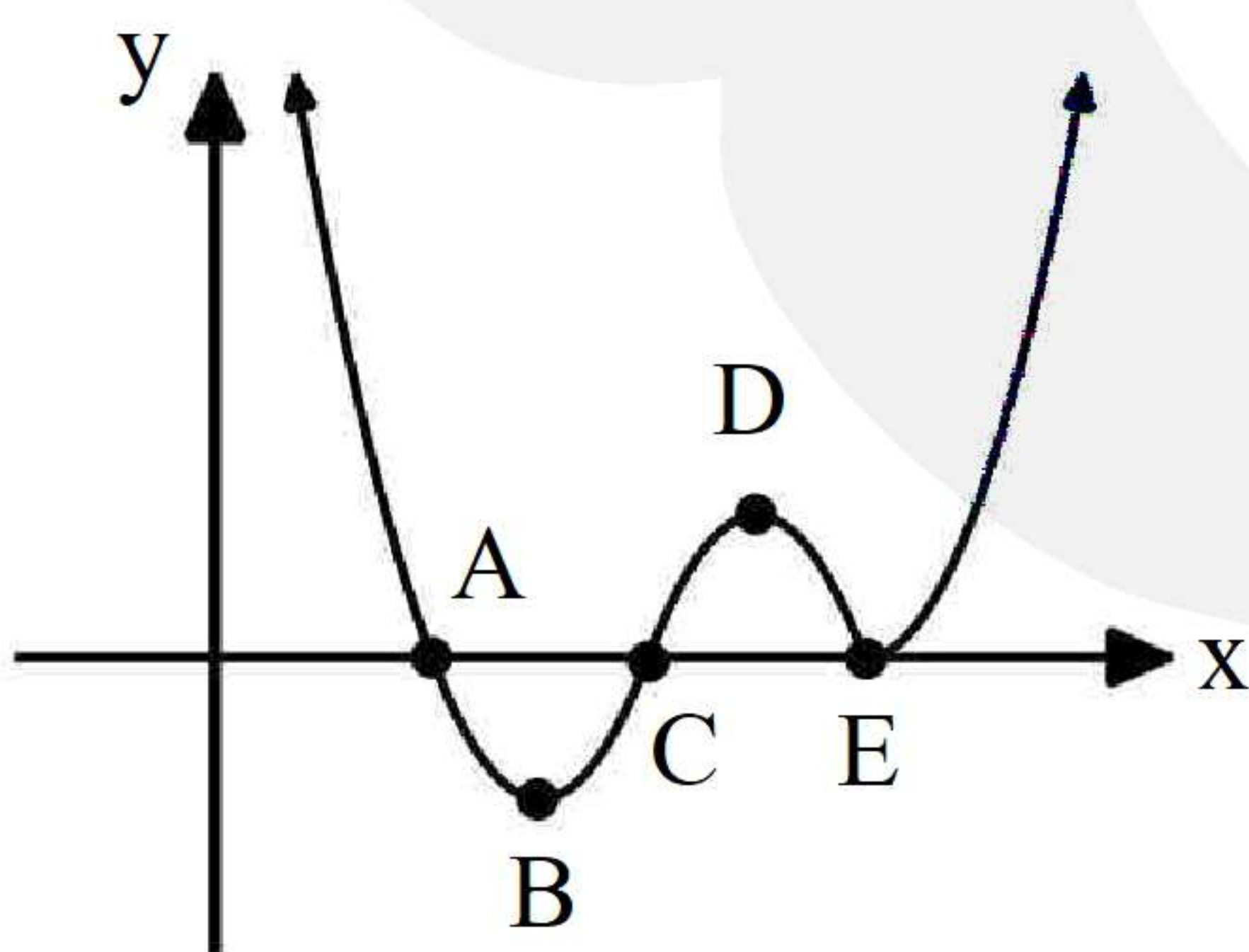
مقدار تابع از مقدار مشتق تابع در آن نقاط کمتر است؟

(۱) A و D

(۲) B و C

(۳) B و D

(۴) A و E

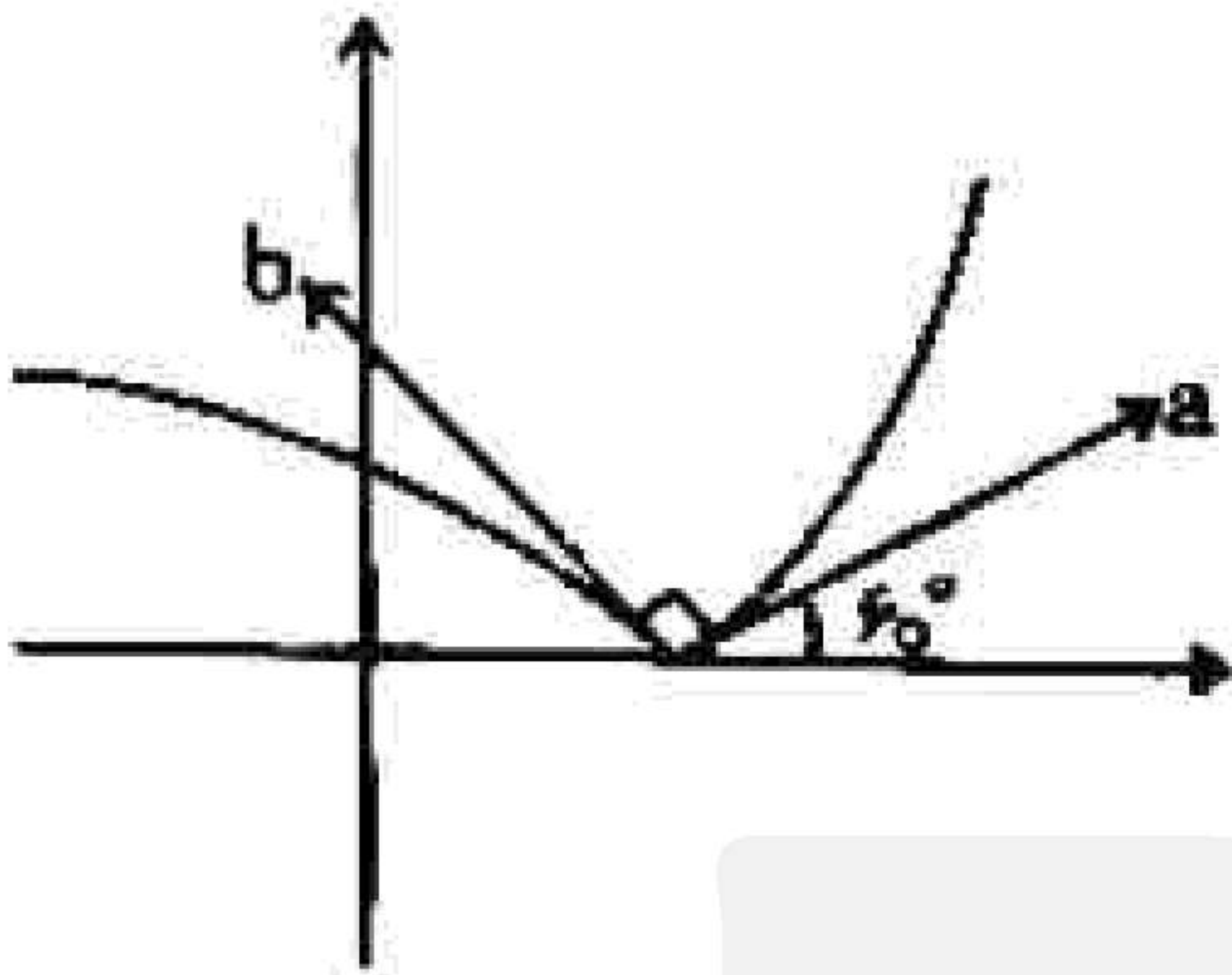


۳۱- با فرض  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x^2 + 4x - 32} = 2$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+3h) - f(4-3h)}{h^3 + 3h}$  کدام است؟

- (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴



- ۳۲- مجموع طول‌های نقاط برخورد نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$  با نمودار تابع مشتق آن  $f'(x)$  کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$



- ۳۳- دو نیم‌خط  $a$  و  $b$  در نقطه  $x = 1$  از دو طرف به تابع  $f$  مماس شده‌اند، و بر هم دیگر عمود هستند. حاصل عبارت

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+4h) - f(1-h)}{2h}$$

- (۱)  $\frac{11\sqrt{3}}{6}$  (۲)  $\frac{13\sqrt{3}}{6}$  (۳)  $\frac{-11\sqrt{3}}{6}$  (۴)  $-3\sqrt{3}$

- ۳۴- خط مماس بر منحنی  $f(x) = \sqrt[3]{(1-3x)^2}$ ، بر خط  $x + y + 13 = 0$  عمود است. اگر معادله نهایی خط مماس

$$ax + by + c = 0$$

باشد، حاصل  $a^2 + b^2 + c^2$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟  
 (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۲۶ (۴) ۵۱

- ۳۵- تابع  $f(x) = |(m-1)x^2 + 2x - 8|$  فقط در نقطه  $x = \alpha$  و تابع  $g(x) = |4x^2 + nx + 1|$  در دو نقطه  $x = \beta$  و  $x = \gamma$  مشتق‌ناپذیر است. اگر حدود  $n$  را به صورت  $R - [a, b]$  نمایش دهیم، حاصل  $f'(b) - f'(a)$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

«بانک سوال یاوران دانش»

- ۳۶- اگر  $f(x) = x^2 + bx + c$  و  $g(x) = \begin{cases} f(x+2) - 1 & x \geq 1 \\ f'(x) + x & x < 1 \end{cases}$  تابعی مشتق‌پذیر باشد،  $c - b$  کدام است؟  
 (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

- ۳۷- اگر  $f$  تابعی خطی و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 4}{x - 1} = 4$  باشد، حاصل  $f'(2) \times f^{-1}(2)$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

- ۳۸- گنجایش ظرفی ۴۰۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی مانده در

$$V = 400 \left(1 - \frac{t}{40}\right)^2$$

ظرف پس از  $t$  دقیقه از رابطه به دست آید، در چه زمانی برحسب دقیقه، آهنگ تغییر

- لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی شروع تخلیه تا پایان تخلیه مایع درون ظرف می‌شود؟  
 (۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵



۳۹- اگر  $f(x) = 3x + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x}$  باشد، آنگاه آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $(g \circ f)(x)$  در  $x = 5$  چقدر با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه‌ی  $[5, 8]$  اختلاف دارد؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{24}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{6}$

۴۰- اگر  $f(x) = \text{Log} \left( x - \sqrt{x^2 - 4} \right)$  و  $g(x) = \text{Log} \sqrt[3]{x + \sqrt{x^2 - 4}}$  باشد، حاصل  $\frac{f'(3 + 2\sqrt{2})}{g'(3 + 2\sqrt{2})}$  کدام

- است؟  
(۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $-2$  (۴)  $-3$

۴۱- خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع  $f(x) = \frac{1 - 5x}{2x + 1}$  بر خط  $y - 2 = 0$  عمود است. فاصله بین این دو نقطه

- کدام است؟  
(۱)  $7\sqrt{13}$  (۲)  $5\sqrt{13}$  (۳)  $7\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

۴۲- در تابع  $f(x) = a\sqrt{x}$  آهنگ تغییر متوسط در بازه  $[1/69, 1]$  به اندازه  $\frac{9}{138}$  واحد از آهنگ تغییر لحظه‌ای در

- $x = 1$  کمتر است.  $a$  کدام است؟  
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۳- با فرض  $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$  و  $g(x) = 4x + |x|$  کدام گزینه درباره مشتق توابع مرکب  $(f \circ g)(x)$  و  $(g \circ f)(x)$

- درست است؟  
(۱)  $x \in \mathbb{R}$  و  $(g \circ f)'(x) = -3$  و  $(f \circ g)'(x) = 3$  (۲)  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$  و  $(g \circ f)'(x) = -3$  و  $(f \circ g)'(x) = 3$   
(۳)  $x \in \mathbb{R}$  و  $(g \circ f)'(x) = 3$  و  $(f \circ g)'(x) = 3$  (۴)  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$  و  $(g \circ f)'(x) = 3$  و  $(f \circ g)'(x) = 3$

۴۴- اگر  $f(x) = 2x - |x - 1|$  و  $g(x) = ax + b + |x - 2|$  و  $g \circ f$  در  $x = 1$  مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $g'(\sqrt{5})$

- کدام است؟  
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۵- در تابع  $f(x) = \left( \sqrt{\frac{x+2}{2x-3}} \right)^5$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۱۴۰ (۲) -۱۴۰ (۳) -۲۸۰ (۴) ۲۸۰



۴۶- اگر تابع  $f$  در بازه  $I$  دو بار مشتق پذیر باشد و داشته باشیم  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - 2f(a) + f(a-h)}{h^2} = 2$ ، آنگاه حاصل

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{xf'(x) - xf'(a)}{x - a} \text{ کدام است؟}$$

- (۱)  $1/5a$  (۲)  $-0/5a$  (۳)  $2a$  (۴)  $a$

۴۷- در تابع با ضابطه  $f(x) = 2|x-1| - |x-2|$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) + f(2-h) - k}{h}$  موجود و برابر  $b$  است. مقدار  $k - b$  کدام است؟

- (۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

۴۸- اختلاف مقدار آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2x}$  در  $x = 2$  با مقدار آهنگ تغییر متوسط این تابع در بازه

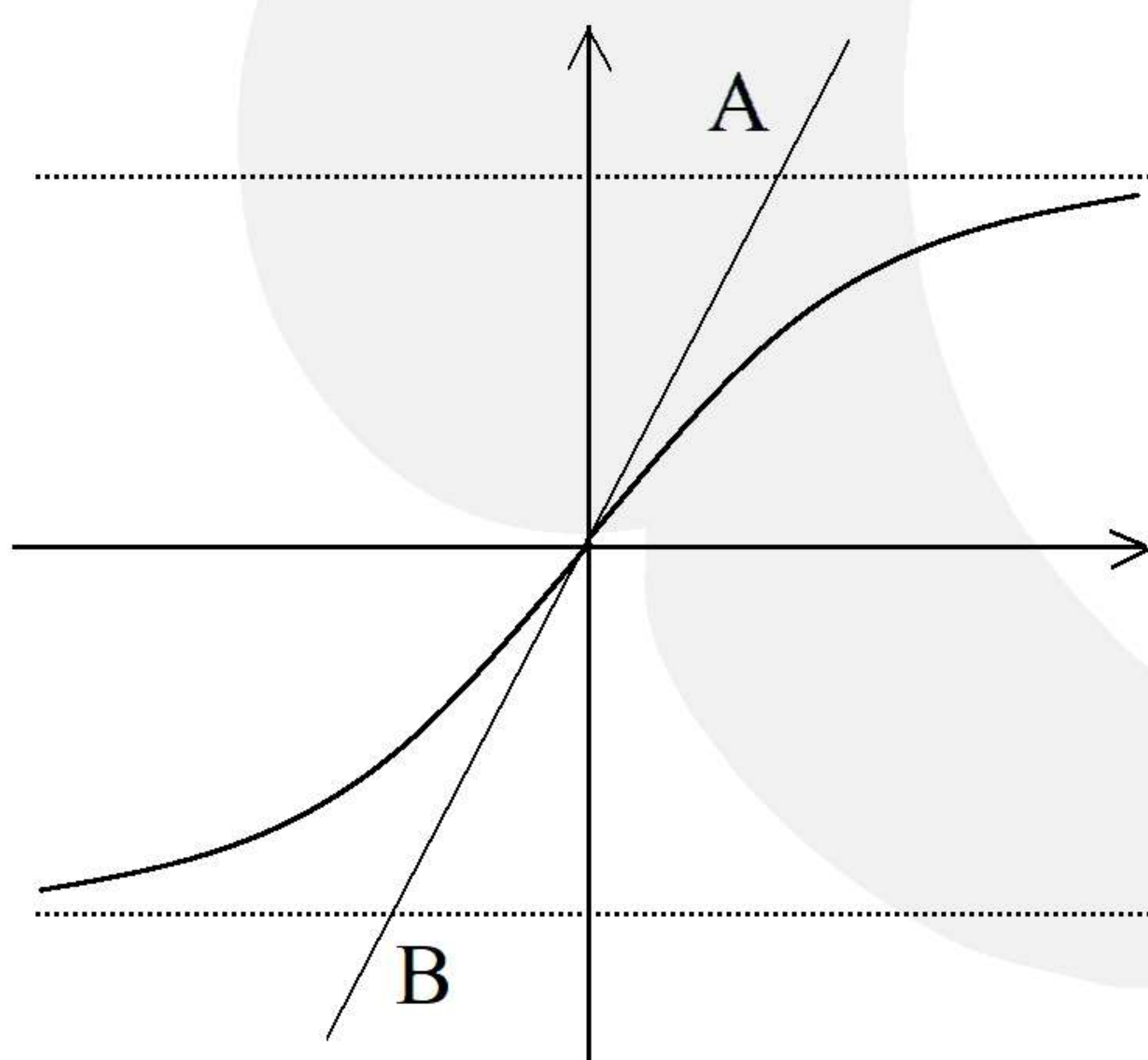
$[1, 4]$  برابر  $\frac{k}{8}$  است. مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $6$

«بانک سوال یاوران دانش»

۴۹- چند نقطه روی تابع  $f(x) = -|x-1| + 1$  وجود دارد که خطوط مماس از آن نقطه یا نقطه‌ها بر سهمی  $y = x^2$  هم عمود باشند؟

- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $3$



۵۰- نمودار تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$  به شکل مقابل است.

طول پاره خط  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$