

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

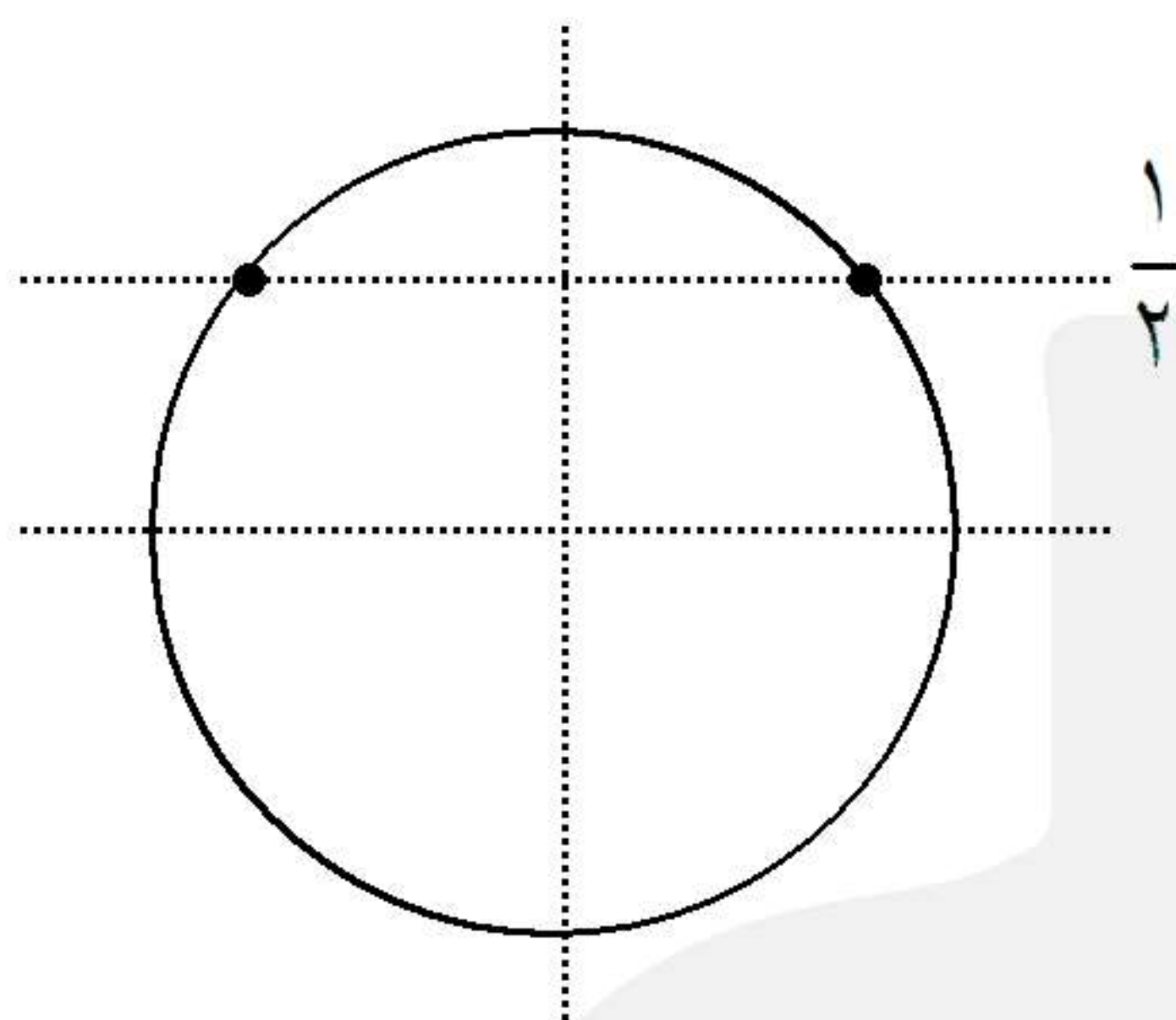


۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{3} - \sin \frac{2x}{a} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{a}\right|} = |a|\pi = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$y = \cos ax \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\cos 2x = 3 \sin x - 1 \Rightarrow 1 - 2 \sin^2 x = 3 \sin x - 1$$

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0 \Rightarrow \sin x = \begin{cases} -2 & \text{غ ق} \\ \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a = \sqrt{2b \times 2c} \Rightarrow a^2 = 4bc$$

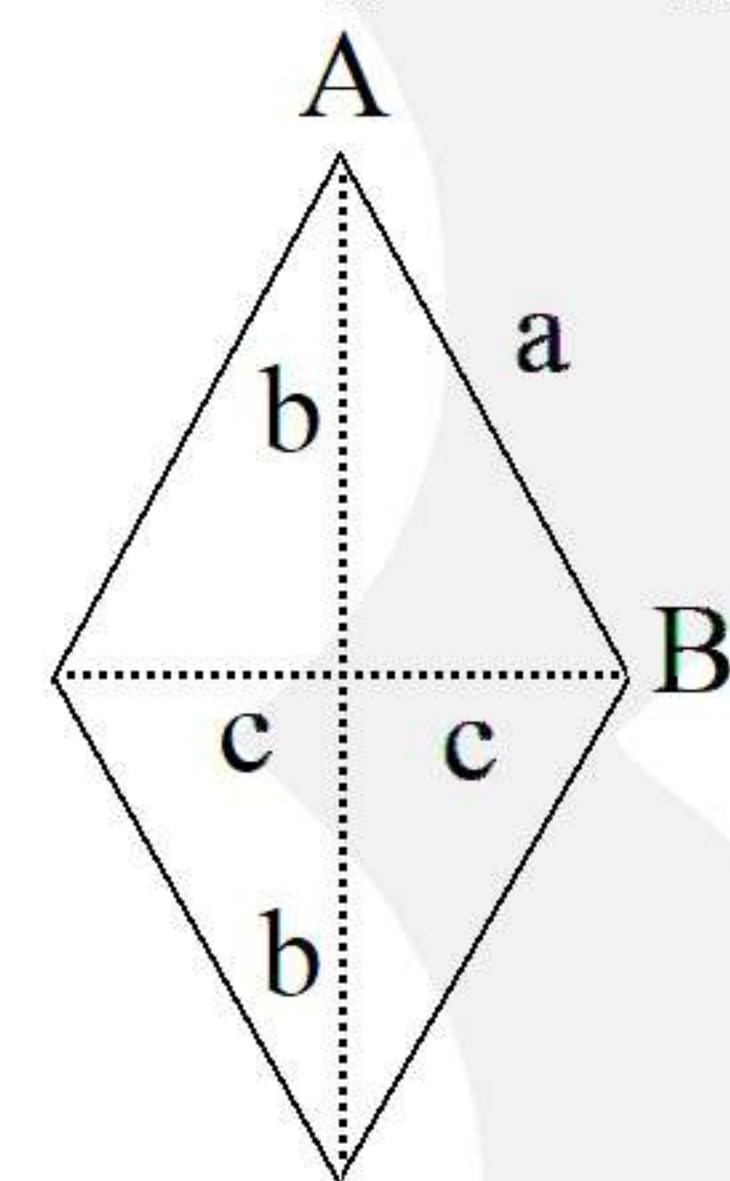
$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b^2 + c^2 - 4bc = 0 \Rightarrow \left(\frac{b}{c}\right)^2 - 4\left(\frac{b}{c}\right) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2}}{1 + \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2}}$$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{c}{b} = 2 + \sqrt{3} \quad \tan \frac{B}{2} = \frac{b}{c} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} - \frac{B}{2}\right) = \frac{(2 + \sqrt{3}) - (2 - \sqrt{3})}{1 + 1} = \sqrt{3}$$



۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{|\cos \alpha|} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} \Rightarrow \frac{-\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1 + \sin \alpha}{|\cos \alpha|} - \frac{1}{|\cos \alpha|} = \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (1)$$

$$\frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = -\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha < 0 \quad (2)$$

ناحیه سوم $\Rightarrow (1), (2)$



۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

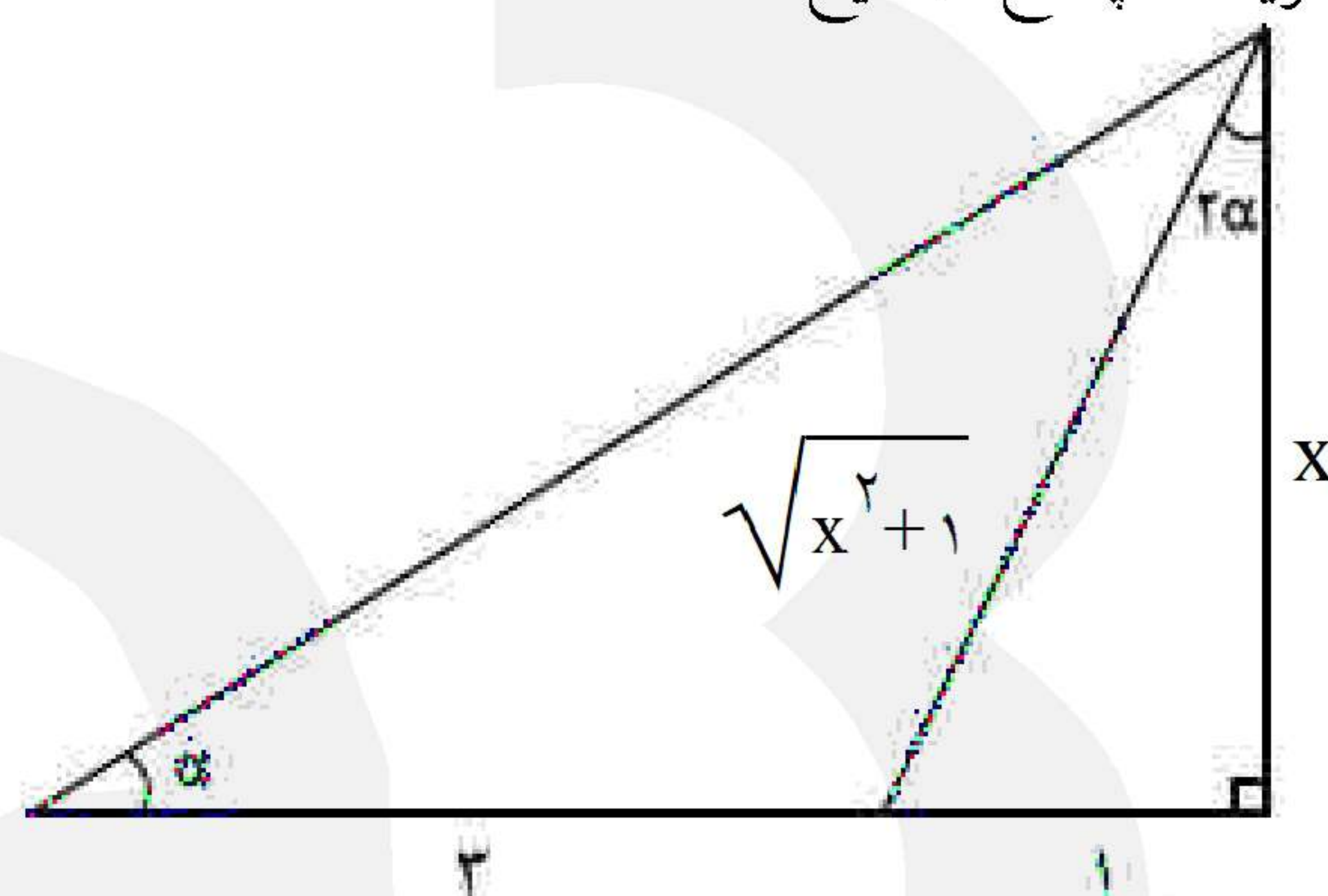
$$\begin{aligned} & \overbrace{\cos(\pi - \alpha)}^{\alpha} \\ \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) &= -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right) \\ 2x - \frac{\pi}{4} &= 2k\pi + \frac{3\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = (2k+1)\frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3}, -\frac{\pi}{3} \\ 2x - \frac{\pi}{4} &= 2k\pi - \frac{3\pi}{4} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی را به $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم.

$$3\tan^2 x + a = 4(1 + \tan^2 x) \Rightarrow \tan^2 x = a - 4 \Rightarrow \cot^2 x = \frac{1}{a - 4}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{x}{4}, \quad \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{x} \\ \Rightarrow \frac{\frac{x}{4}}{1 - \frac{x^2}{16}} &= \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{16} \Rightarrow \frac{9x^2}{16} = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \end{aligned}$$



$$\cos 2\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{4}{5}$$

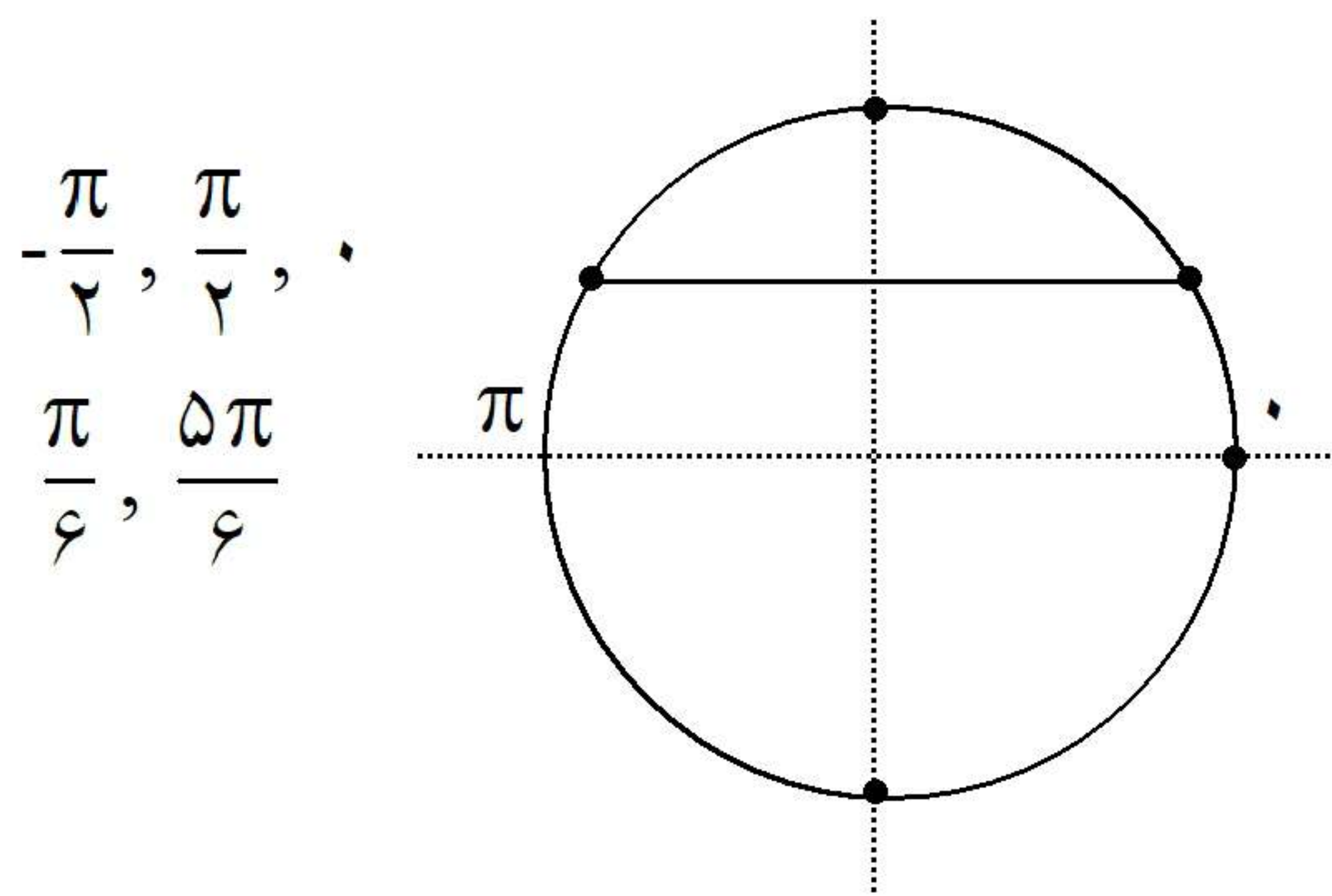
$$y = 1 + \sin ax \xrightarrow{a < 0} T = \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = -2$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 3\cos\left(\frac{x}{a}\right) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{a}\right|} = |a|(2\pi) = 4\pi$$



۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



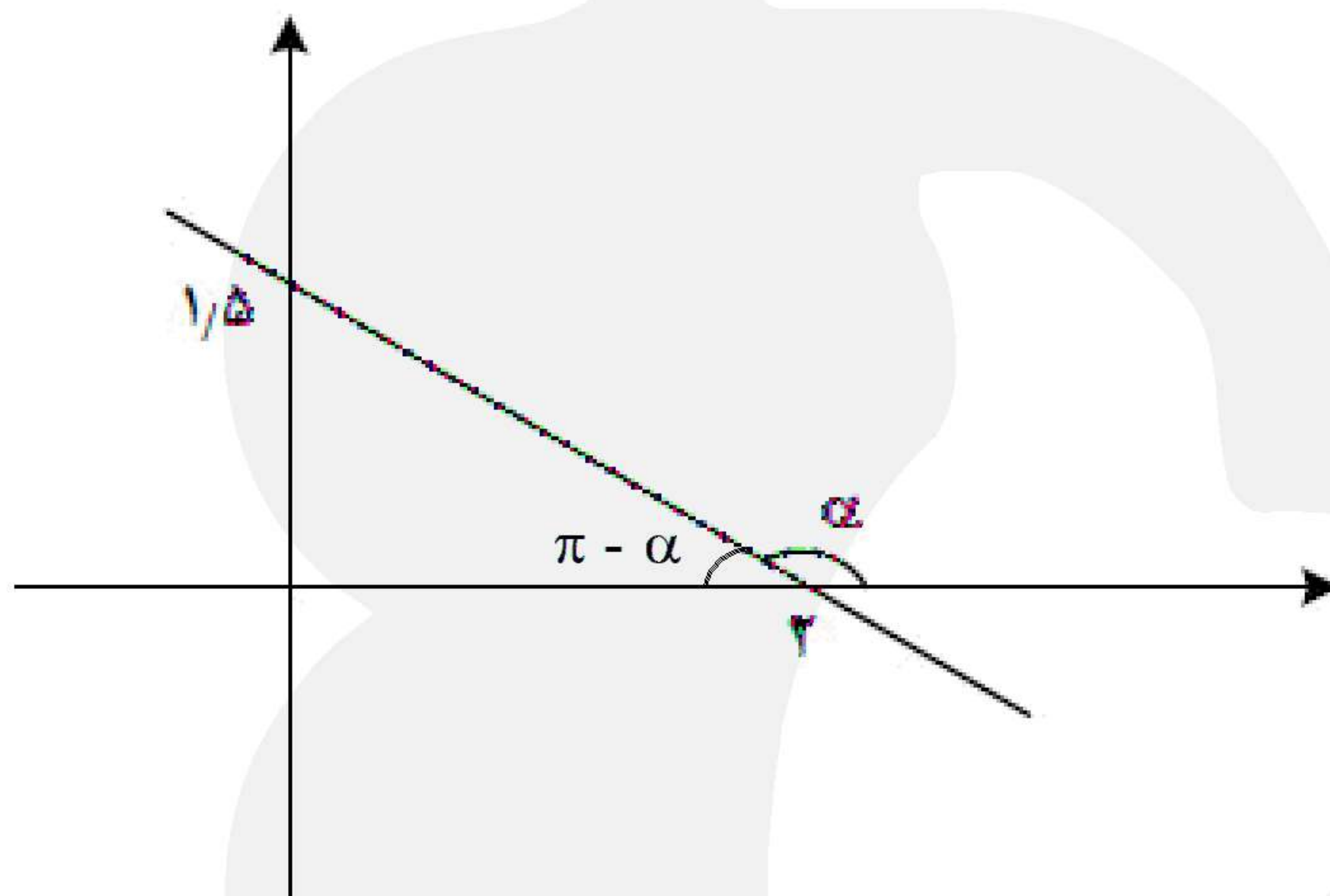
$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos x - 2 \sin^2 x \cos x &= 0 \\ \Rightarrow 2 \sin x \cos x (1 - \sin x) &= 0 \\ \Rightarrow \sin^2 x (1 - \sin x) &= 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 1 - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \end{cases}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \cos(180^\circ + 68^\circ) - 2 \sin(90^\circ + 68^\circ)}{\sin(270^\circ - 68^\circ) - \cos(360^\circ - 68^\circ)} = \frac{-3 \cos 68^\circ - 2 \cos 68^\circ}{-\cos 68^\circ - \cos 68^\circ} = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = \frac{1/5}{3/4} = \frac{4}{15}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{4}{15}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = -\frac{15}{4}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(1 - 2 \sin^2 x) + \sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

جوابهای بازه $[-3\pi, \pi]$ عبارت‌اند از $\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, -\frac{5\pi}{2}$ که مجموع آنها برابر -4π است.



۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: به ازای $\alpha = 0$ حاصل عبارت برابر ۱ و به ازای $\alpha = \frac{\pi}{4}$ برابر ۱- است که این تساوی‌ها فقط در گزینه ۳ دیده می‌شود.

روش دوم:

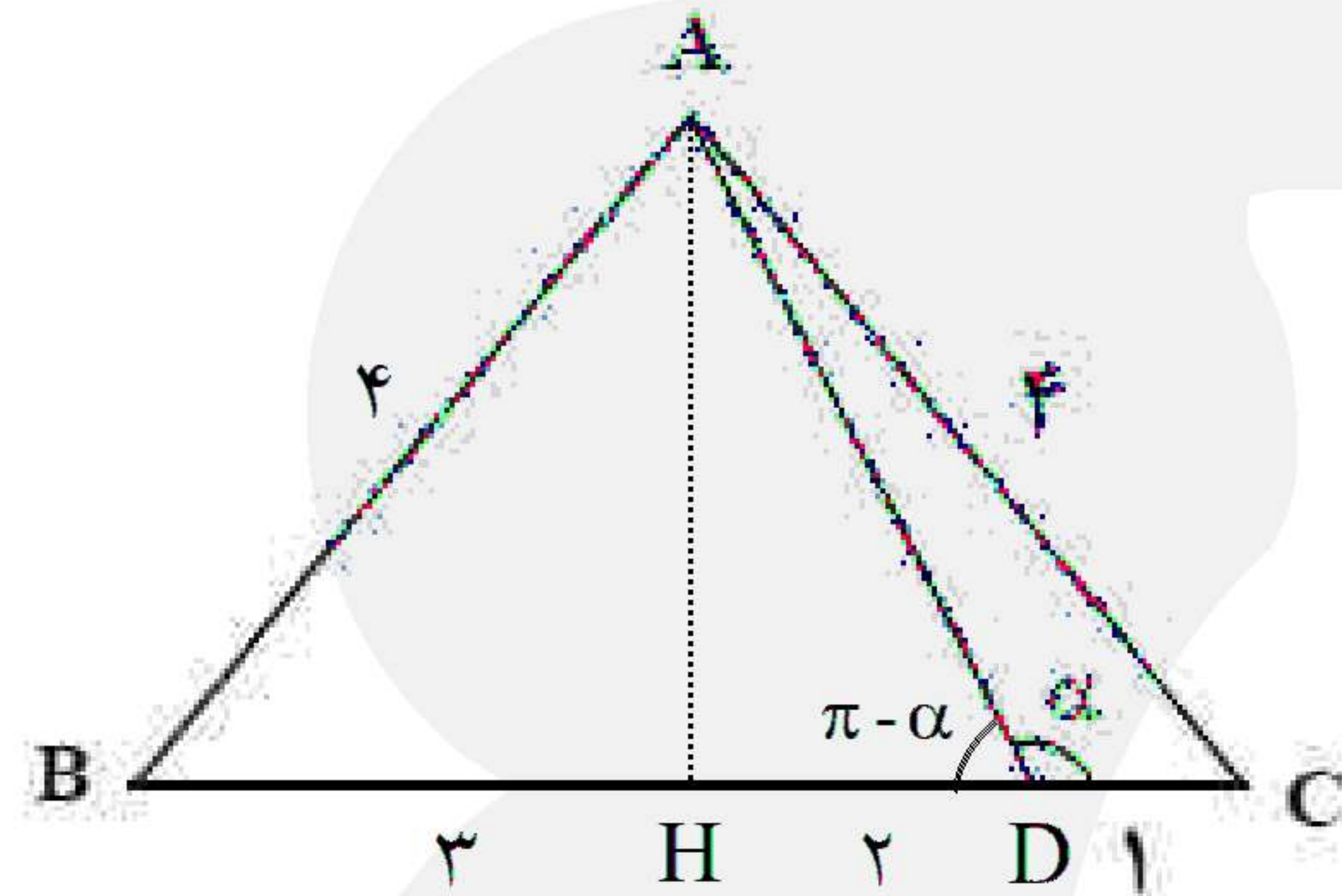
$$\sin^4 \alpha = (1 - \cos^2 \alpha)^2 = \cos^4 \alpha - 2\cos^2 \alpha + 1$$

$$\cos^4 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha)^2 = \sin^4 \alpha - 2\sin^2 \alpha + 1$$

$$\Rightarrow T = \frac{\cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha + 1}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + 1} = \frac{(\cos^2 \alpha + 1)^2}{\cos^2 \alpha + 1} - \frac{(\sin^2 \alpha + 1)^2}{\sin^2 \alpha + 1}$$

$$= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می‌کنیم، داریم:



$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{7}$$

$$\tan(\pi - \alpha) = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{2}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos^2 \alpha \Rightarrow y = a \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - 2bx \right) \right) + c$$

$$\Rightarrow y = -\frac{a}{4} \sin(2bx) + \left(\frac{a}{4} + c \right)$$

$$\left(-\frac{a}{4} \right) \cdot (2b) > 0 \Rightarrow ab < 0$$

تابع در همسایگی صفر صعودی است. پس:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a}{4} + c &= \frac{-2+1}{4} \Rightarrow \frac{a}{4} + c = -\frac{1}{4} \\ \left| -\frac{a}{4} \right| &= \frac{1-(-2)}{4} \Rightarrow |a| = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} a &= 3, c = -2 \\ \text{یا} \\ a &= -3, c = 1 \end{aligned}$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{15\pi}{4} - \left(\frac{-5\pi}{4} \right) \Rightarrow |b| = \frac{1}{5}$$

$$ab = -3 \times \frac{1}{5} = -0.6$$



$$2\pi = \text{محیط} \Rightarrow R = 1$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مثلث $O\hat{A}B$ متساوی الاضلاع است. $AB = OA = 1 = OB \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{هاشور}} &= \cancel{AH} + \cancel{BH} + \widehat{AB} \\ P_{O\hat{A}H} &= \cancel{AH} + \cancel{OH} + OA \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{\text{هاشور}} - P_{O\hat{A}H} = \widehat{AB} - OA = \frac{\pi}{3} - 1 = \frac{\pi - 3}{3}$$

$$\widehat{AB} = R\alpha = 1 \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$OA = R = 1$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$5\pi < 4x < 6\pi \Rightarrow \frac{5\pi}{4} < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin x < \cos x \Rightarrow \sin^3 x < \cos^3 x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x} < 0$$

پس یکی از گزینه‌های ۱ یا ۳ صحیح است. حال فارغ از علامت، اندازه را به دست می‌آوریم.

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x = 4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = 4 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{4}$$

$$A = \sin x - \cos x \xrightarrow{A < 0} A^2 = 1 - 2 \sin x \cos x = 1 - 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sin^3 x - \cos^3 x} = \frac{1}{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)} = \frac{1}{-\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 + \frac{1}{4}\right)} = -\frac{4}{5\sqrt{2}}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{2}{a} - b \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$$

$$\frac{2}{a} = 6 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \quad \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 0 \text{ باید شود پس:}$$

$$\frac{2}{1} - b = 0 \Rightarrow b = 2 \quad \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 1 \text{ باید شود پس:}$$

$$T = \frac{\pi}{|c|} = 9\pi \xrightarrow{c > 0} c = \frac{1}{9}$$

از طرفی:

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 6 - 6 \cos^2\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 6 - 1/5 = 4/5$$



«بانک سوال یاوران دانش»

$$S = \frac{5 \times 12 \times \sin \alpha}{2} = 15 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\sin\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \cos 2x$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = -\sin 2x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \cos 2x \Rightarrow 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \cos 2x \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} \sin 2x = \frac{1}{2}$$

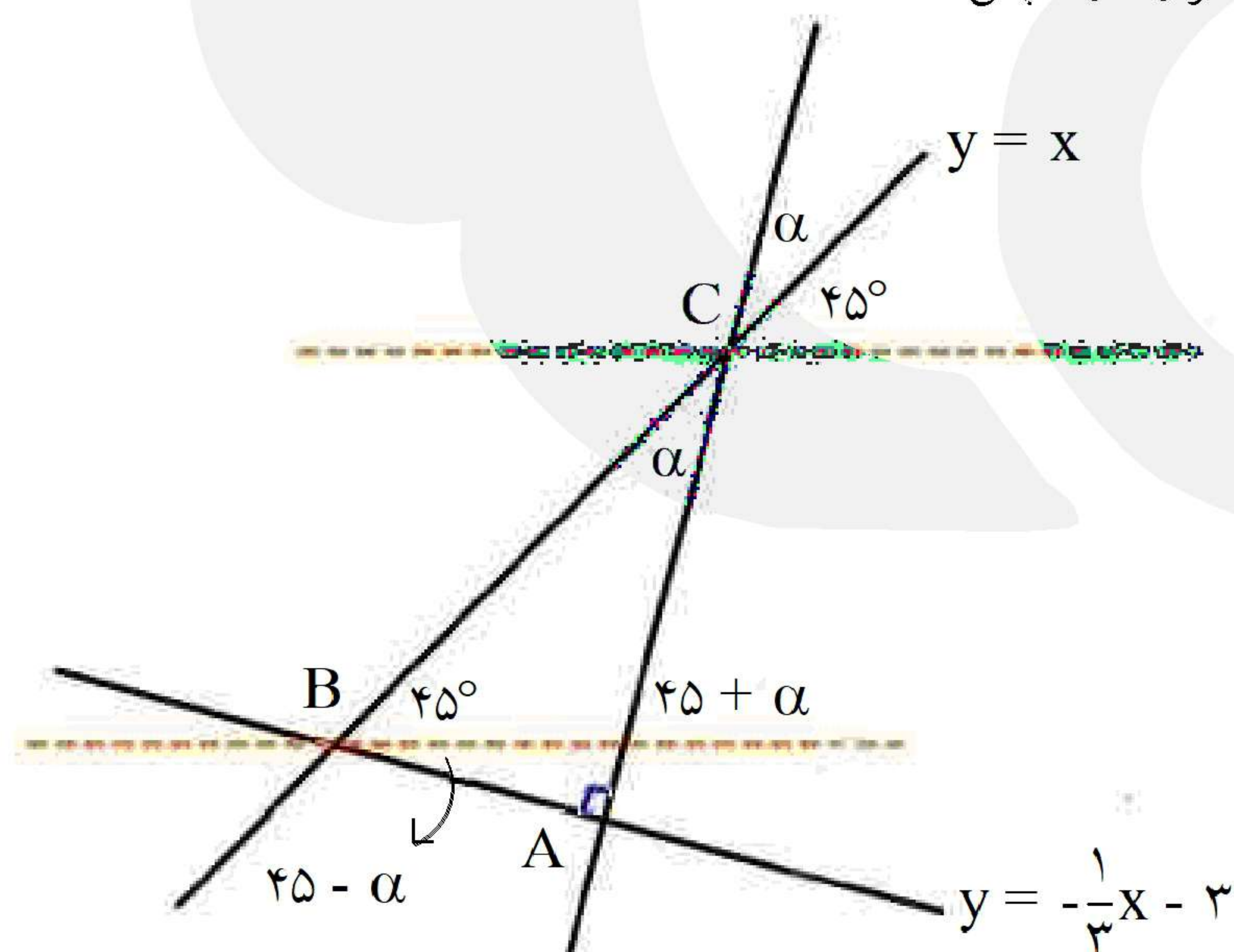
$$\xrightarrow{[0, \pi]} 2x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\pi}{b} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow b = 5$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} a + c = 1 \\ 1 + c = -2 \\ ab = 15 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = 3 \\ c = -2 \end{array}$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس $\hat{A} = 90^\circ$.



$$\tan(45 + \alpha) = 3 \Rightarrow \tan(90 + 2\alpha)$$

$$\frac{2 \times 3}{1 - 3^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow -\cot 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

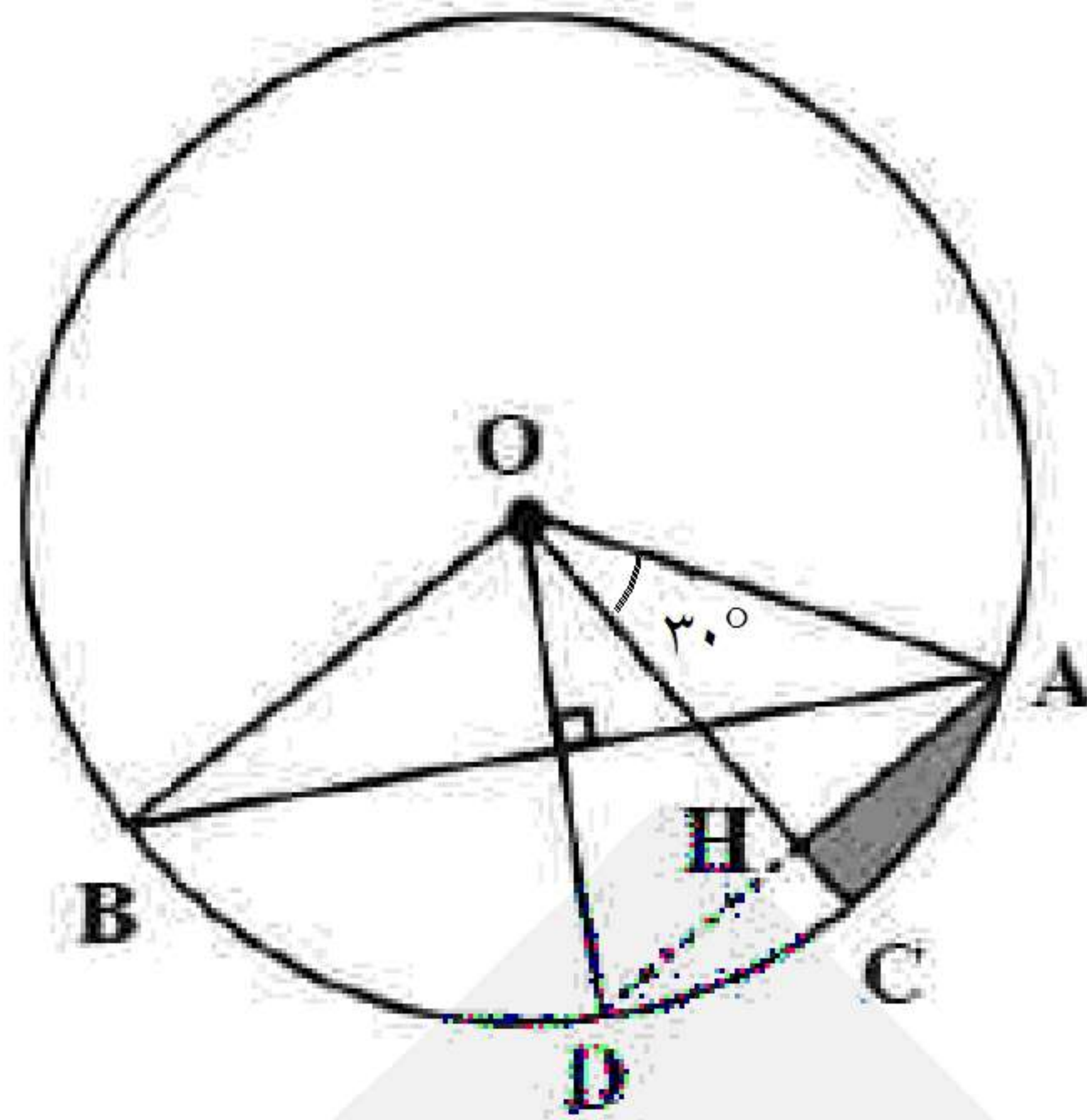
$$\Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\hat{B} - \hat{C} = 90 - \alpha - \alpha = 90 - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \tan(\hat{B} - \hat{C}) = \cot 2\alpha = \frac{3}{4}$$



۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{array}{l} |OA| = 1, |OH| = \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \\ |\widehat{AC}| = \frac{2\pi}{3}, |HC| = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, |AH| = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \rightarrow P = \sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -3 \Rightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{-1}{3} \Rightarrow 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{-2}{3}$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\frac{3\pi}{4} < x < \pi} \sin x + \cos x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sin^3 x + \cos^3 x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)} = \frac{-\sqrt{3}}{\frac{4}{3}} = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$$



$$f(x) = a + \frac{b}{2} \sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right)$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a + \frac{b}{2} \cos(2cx)$$

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= a + \frac{|b|}{2} = 3 \\ y_{\min} &= a - \frac{|b|}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, |b| = 4$$

در $x = 0$ مینیمم تابع رخ داده است. پس $b < 0$ و $b = -4$ است. دوره تناوب هم برابر π است.

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{2|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 1$$

پس $f(x) = 1 - 2\cos 2x$ است. باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$1 - 2\cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ 2x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

اختلاف این جوابها در بازه $[0, \pi]$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ است.

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha \Rightarrow \frac{9}{2} = \frac{1}{2} (6) (\sqrt{3}) \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_{\max} = 120^\circ \\ \alpha_{\min} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}} = 2$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{\pi}{2}; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{3}{4}; bc = 4 \times \frac{3}{4} \Rightarrow bc = 3$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg} 2\alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{3}{2}$$



۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin x \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin^2 x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{معادله ۴ جواب دارد} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \otimes \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} \sin 2x = \cos 2x &\Rightarrow \tan(2x) = 1 \\ -\pi \leq x \leq \pi &\Rightarrow -2\pi \leq 2x \leq 2\pi \end{aligned} \right\} \text{تعداد جواب} = 2 \times 2 = 4$$

۲ دور

$$\frac{T}{2} = \frac{13}{8} - \frac{5}{8} \Rightarrow T = 2; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \pi$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c' = 5/5 \\ y_{\min} = -|a| + c' = -5/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c' = 5 \\ a = 5/5 \end{cases}; \left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{8} - c\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{8} - c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{5/5 \times \pi}{\frac{\pi}{8}} \Rightarrow \frac{ab}{c} = 4$$

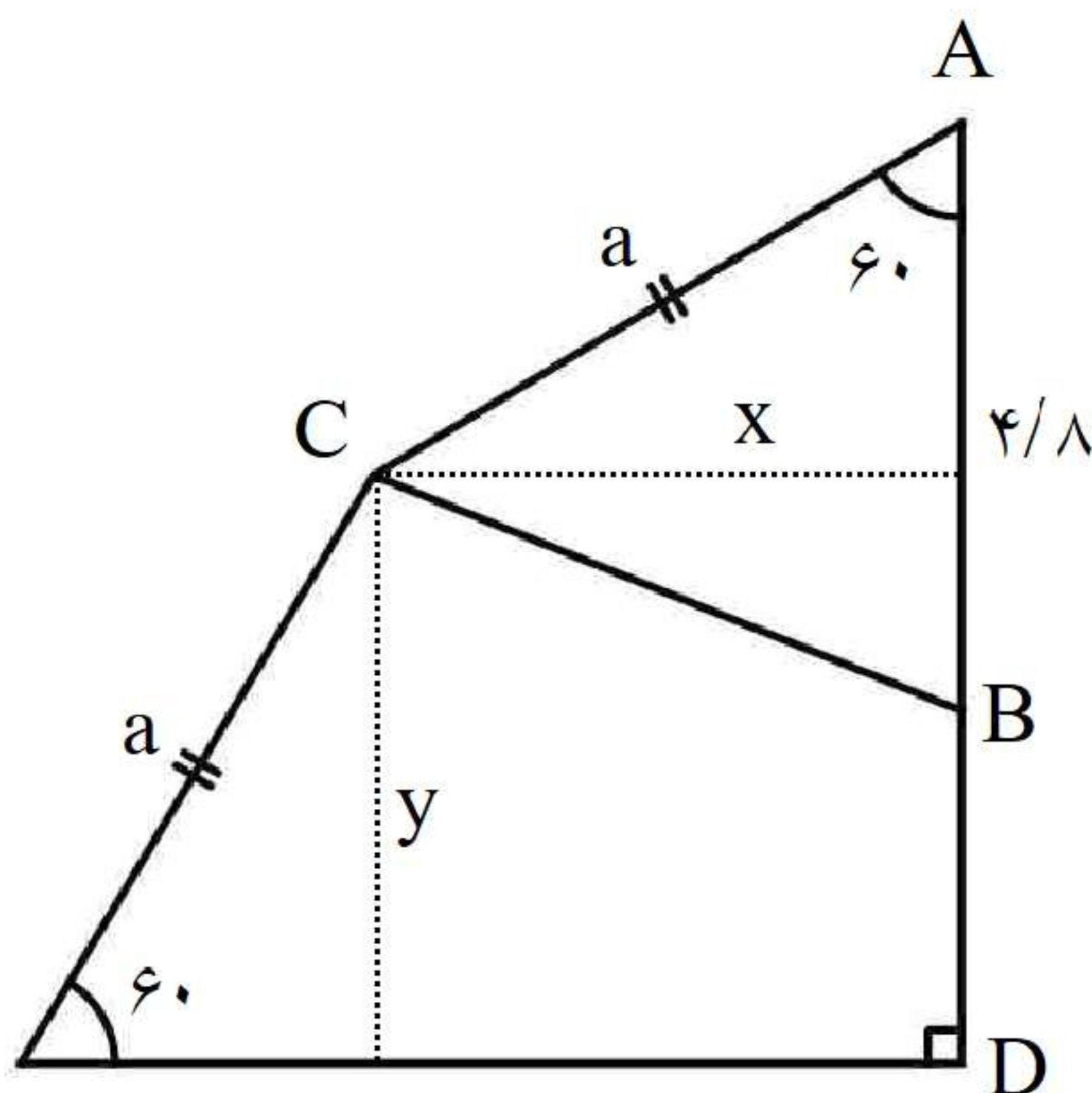
۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow (1 - \sin^2 x) = (1 + \sin x)^2$$

$$\Rightarrow (1 - \sin x)(1 + \sin x) = (1 + \sin x)(1 + \sin x) \Rightarrow 1 - \sin x = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \text{اختلاف} = \pi - 0 = \pi$$

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{1}{2} \sin 60^\circ \times \frac{4}{8} \times a = \frac{1}{2} \sqrt{3} \Rightarrow a = 6$$

$$\begin{cases} x = a \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \\ y = a \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow[\text{قطر}]{\text{مربع}} CD = 3\sqrt{3} \sqrt{2} = 3\sqrt{6}$$



۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{5} \xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{ربع سوم}} \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{24} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_1 = -\frac{\pi}{24} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{24} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_2 = \frac{7\pi}{24} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{6\pi}{24} = \frac{\pi}{4}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار داده شده، نمودار $y = \cos x$ را $\frac{\pi}{3}$ واحد به راست می‌بریم، سپس طول

نقاط را بر c تقسیم می‌کنیم، عرض نقاط را در b ضرب و با a جمع می‌کنیم.
با توجه به نمودار b و c هر دو مثبت هستند و داریم:

$$(0, 0) \in \text{نمودار} \Rightarrow a + b \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$y_{\max} = a + |b| \xrightarrow{b > 0} a + b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -1, b = 2$$

دوره تناوب هم برابر $2\pi = \frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right)$ است.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{c} = 2\pi \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b(c - a) = 2 \times 2 = 4$$



۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}_{\alpha} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}_{\beta} = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \end{matrix} \right\} x = \frac{\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{این معادله در این فاصله ۲ جواب دارد.}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

$$\left. \begin{matrix} |a| + c = 2/5 \\ -|a| + c = -1/5 \end{matrix} \right\} c = 1, |a| = 1/5 \quad (a < 0 \text{ پس } a = -1/5)$$

$$a = -1/5$$

$$ac = -1/5$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{5}}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin 2x = 1/2 \Rightarrow \sin 2x = -1/2$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{-1}{2} \Rightarrow 4 \tan x = -1 - \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + 4 \tan x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{فقط } \frac{1}{2} \text{ در گزینه‌ها موجود است.}$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{\pi}{6} < 2x < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} < \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow -2 < m-1 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 < m \leq 5 \Rightarrow m \in (-1, 5]$$



۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

جوابهای بازه $[0, 2\pi]$ عبارتند از $\frac{\pi}{4}$ و $\frac{5\pi}{4}$ که مجموع آنها برابر $\frac{3\pi}{2}$ است.

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + b = 3 \\ \min = -|a| + b = -7 \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2, |a| = 5$$

اما تابع در $x = 0$ ماکزیمم دارد، پس $a > 0$ است.

$$\Rightarrow f(x) = 5\cos x - 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\cos\frac{\pi}{3} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4\sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1$$

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$8\cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow 8\cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8\cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ \text{یا} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تمام جملات را بر $\cos^2 x$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$2\tan^2 x + 1 = \frac{4}{3}(1 + \tan^2 x) \Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{2}$$



$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

پس کمان موردنظر در ربع اول است در این بازه تنازانت مثبت است.

$$\frac{1-m}{2+m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1$$

پس:

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \xrightarrow{b>0} b = \pi$$

$$\max = \frac{1}{4} \Rightarrow |a| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

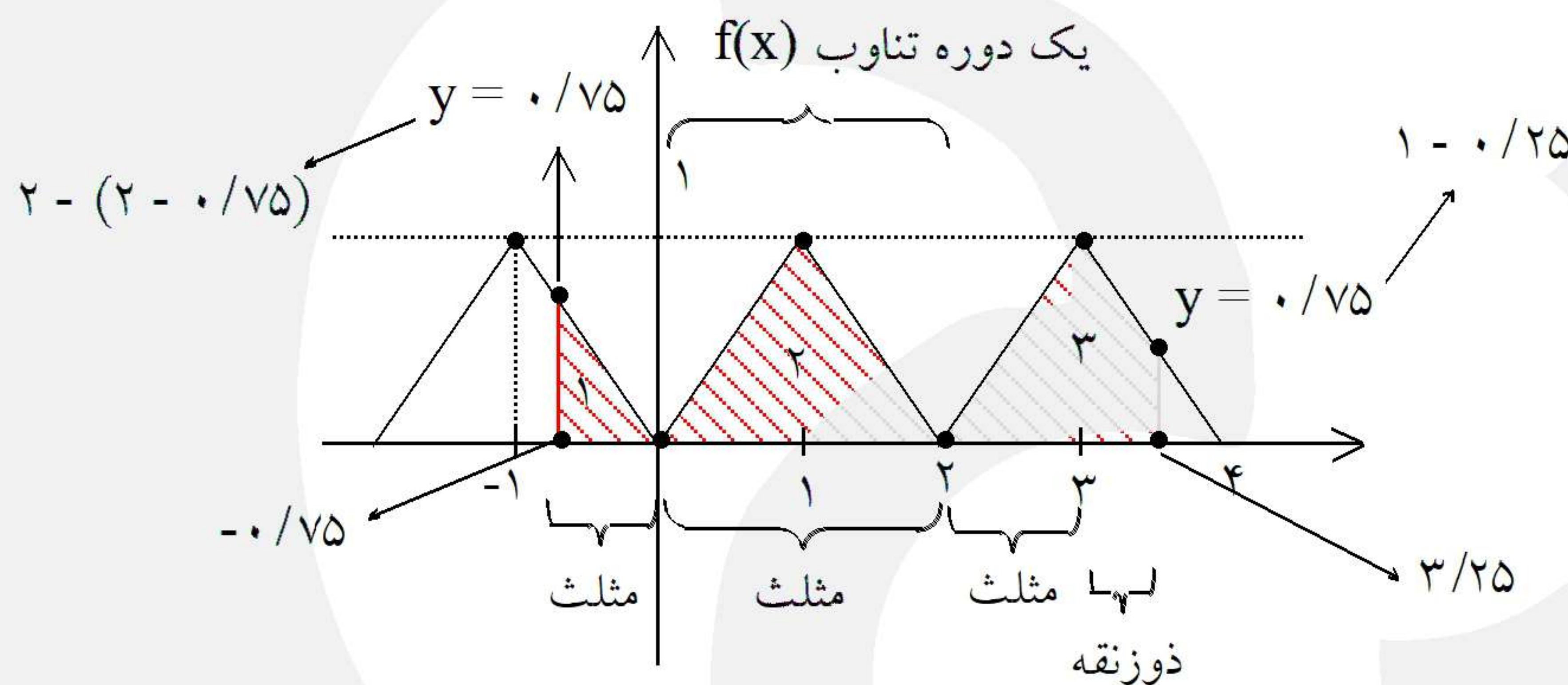
$$\left(\frac{5}{4}, 0\right) \Rightarrow \frac{1}{4} \cos\left(\frac{5\pi}{4} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{5\pi}{4} + c = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

پس:

«بانک سوال یاوران دانش»

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$S = \underbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)}_{S_1} \times \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{1 \times 2}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}_{S_4} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$5\sin^2 x + 2\cos^3 x = -2 \Rightarrow 5\sin^2 x + 2\cos^3 x + 2 = 0$$

$5\sin^2 x$ و $2\cos^3 x + 2$ توابعی نامنفی‌اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5\sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار $-\pi, \pi$ عبارت $2\cos^3 x + 2$ را صفر می‌کند پس معادله ۲ جواب دارد



۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (\text{ربع } 4^{\text{ام}})$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}}{\left|+\frac{5}{4} - 1\right|} = \frac{\frac{2 - \sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4(2 - \sqrt{5})}{3}$$

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f(15^\circ) = 32 \times \cos^2(15^\circ) \cos^2(30^\circ) \cos^2(60^\circ) \cos^2(120^\circ) \cos^2(240^\circ)$$

$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$= 32 \times \cos^2(15^\circ) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \cos^2(15^\circ)$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 30^\circ = 2 \cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 15^\circ - 1$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} \times \frac{\sqrt{3} + 2}{4} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{32} = \frac{6 + \sqrt{27}}{32}$$



۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

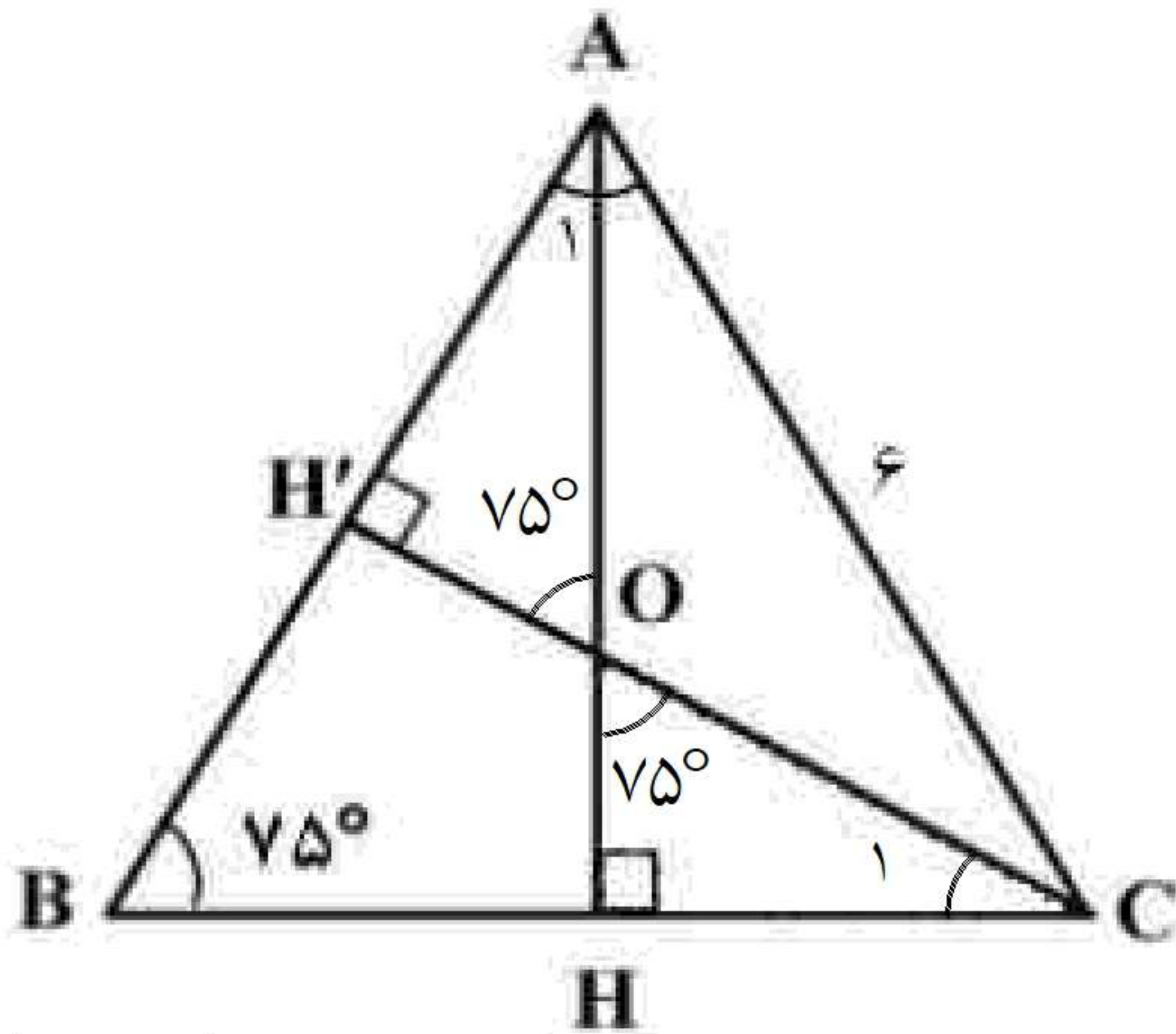
$$\begin{aligned}\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} &= \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} = 2 \cot \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$



۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا $AB = AC = 6$ باشد. در این صورت ارتفاع AH میانه هم هست پس $BH = CH$.

در مثلث های قائم الزاویه ی ABH و BCH' چون $\hat{B} = 75^\circ$ پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ$ بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(ز ز)} \triangle ABH \sim \triangle OCH \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\triangle OHC : \tan \hat{C}_1 = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{\hat{C}_1 = 15^\circ} \tan 15^\circ = \frac{OH}{CH} \xrightarrow{CH = BH} \tan 15^\circ = \frac{OH}{BH} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \tan 15^\circ \xrightarrow{AB = 6} OC = 6 \tan 15^\circ \Rightarrow OC = 6(2 - \sqrt{3})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده 15° است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی $\frac{1}{4}$ آن است.

$$\begin{aligned} S_{OHC} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} OC \right) (OC) = \frac{1}{8} OC^2 = \frac{1}{8} \left(36(2 - \sqrt{3})^2 \right) = \frac{9}{2} (7 - 4\sqrt{3}) \\ &= \frac{9(7 - 4\sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})}{2(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{9}{2(7 + 4\sqrt{3})} \end{aligned}$$



$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow -\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow -\sin^2 x (\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	۰	π	2π

$$\cos^2 x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$

در مجموع ۵ ریشه در بازه $[0, 2\pi]$ وجود دارد.

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24 + 20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$



۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1 - \sqrt{3}/2}{2} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$\frac{1}{16} \sin 48x$$

$$\frac{1}{8} \sin 24x$$

$$\frac{1}{4} \sin 12x$$

$$\frac{1}{2} \sin 6x$$

$$f(x) = \frac{16(\sin 3x \cos 3x \cos 6x \cos 12x \cos 24x)^2}{\sin^2 3x}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2 (48x)}{\sin^2 (3x)} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2 \left(\frac{4\pi}{3} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right)} = \frac{1}{16} \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

۵۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار $AC = 96$ ، $\cot C = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \tan C = \frac{2}{\sqrt{5}}$ را در نظر می‌گیریم:

$$\sin C = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = AC \times \sin C \Rightarrow AH = 96 \times \frac{2}{3} = 64$$



$$2 \sin(3x) \cos(3x) = 1$$

۵۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin(6x) = 1 \Rightarrow \sin(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\div 6} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{36} \end{cases} \\ 6x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\div 6} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{36} \end{cases} \end{array} \right.$$

این معادله در بازه $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ دارای ۴ جواب است.

۵۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} \quad \text{تناوب از شکل}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \quad \text{گزینه ۲ غلط}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۶۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$b < 0 \Rightarrow \max = a + |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow a - b = \frac{3}{2}$$

$$A = \left(\frac{\pi}{2}, 0\right) \Rightarrow a + b\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

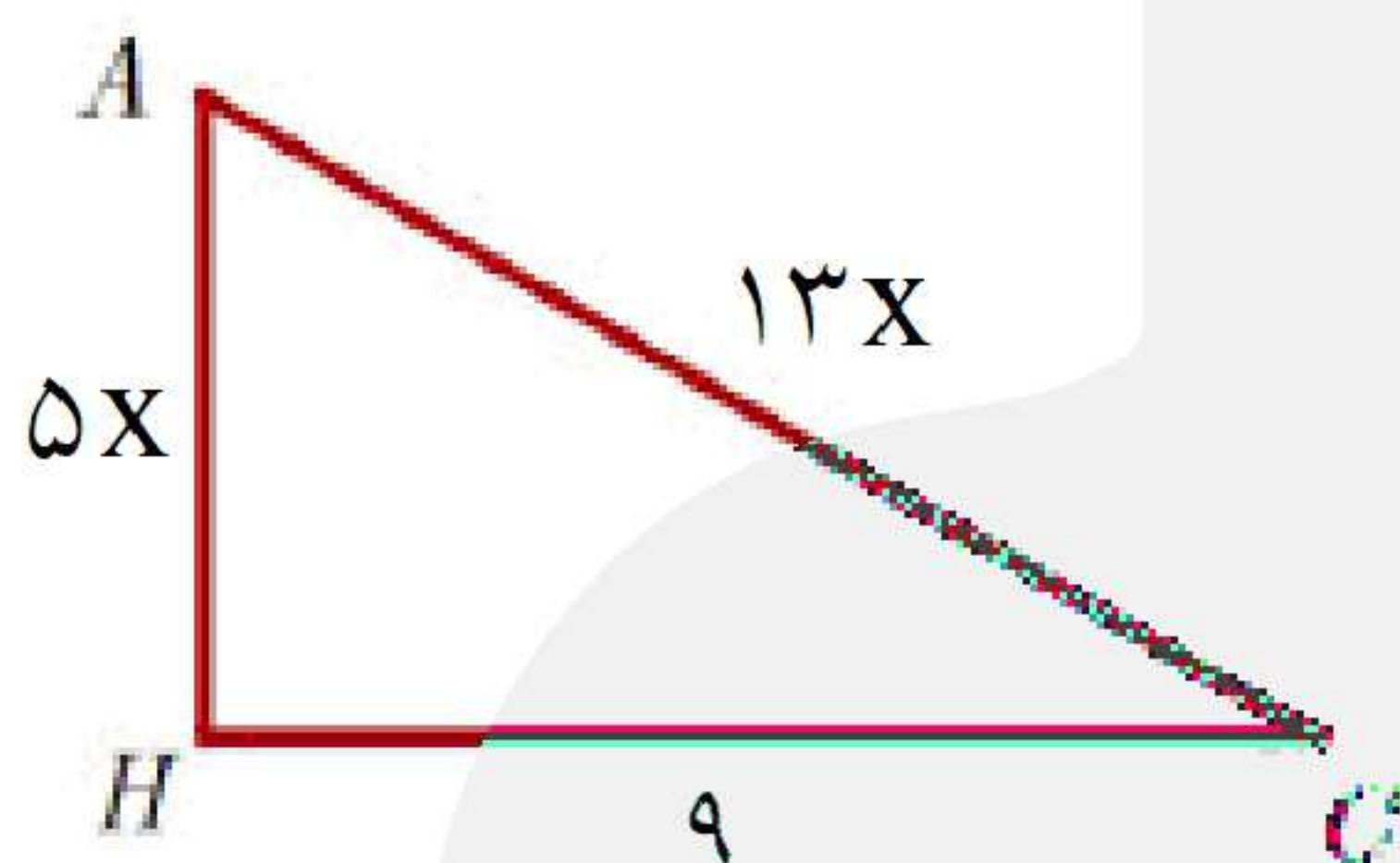
$$\begin{cases} a - b = \frac{3}{2} \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$



۶۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}(285) &= \operatorname{tg}(270 + 15) = -\operatorname{Cotg} 15 \\ \operatorname{tg}(-165) &= -\operatorname{tg}(180 - 15) = \operatorname{tg} 15 \\ \operatorname{Sin}(1095) &= \operatorname{Sin}(6\pi + 15) = \operatorname{Sin} 15 \\ \operatorname{Cos}(255) &= \operatorname{Cos}(270 - 15) = -\operatorname{Sin} 15 \\ \tan(285)\tan(-165) - \operatorname{Sin}(1095)\operatorname{Cos}(255) &= -\underbrace{\cot 15 \times \tan 15}_1 - \operatorname{Sin} 15(-\operatorname{Sin} 15) \\ &= -1 + \operatorname{Sin}^2 15 = -(1 - \operatorname{Sin}^2 15) = -\operatorname{Cos}^2 15 \end{aligned}$$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون مقدار \sin را داریم می‌توان به این صورت در نظر گرفت:
با نوشتن رابطه‌ی فیثاغورت داریم:



$$\begin{aligned} (13x)^2 &= (5x)^2 + 81 \Rightarrow x^2 = \frac{81}{144} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \\ AH &= 5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3.75 \end{aligned}$$

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \operatorname{Cos}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) &= \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \\ \operatorname{Sin}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) &= \operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow (1) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow x &= \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ (2) \quad 2x - \frac{\pi}{4} &= 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \\ \Rightarrow x &= 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi \\ (1) \cup (2) &= \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \end{aligned}$$



۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \min &= -3 \Rightarrow -|a| + c = -3 \\ \max &= 1 \Rightarrow |a| + c = 1 \end{aligned} \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2$$

چون نمودار تابع سینوس باضرب منفی است. (نمودار رو به پایین است). بنابراین $a = -2$ و $b = \frac{1}{3}$ می‌باشد.

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

البته می‌توان $a = 2, b = -\frac{1}{3}$ در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم ۶- می‌شود.

۶۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا ضابطه تابع را ساده می‌کنیم

$$y = a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow y = a + b \cos(x)$$

با توجه به نمودار تابع که عرض از مبدأ آن می‌نیم است بنابراین باید ضریب کسینوس منفی باشد ($b < 0$) در نتیجه به ازای $x = \pi$ باید نمودار ماکزیمم شود یعنی نقطه ماکزیمم با عرض ۳ دارای طول π است و تابع از نقاط $A(\pi, 3)$ و $B\left(\frac{7\pi}{3}, 0\right)$ می‌گذرد.

$$A(\pi, 3) \Rightarrow a + b \cos(\pi) = 3 \Rightarrow a - b = 3$$

$$B\left(\frac{7\pi}{3}, 0\right) \Rightarrow a + b \cos\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + b \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

بنابراین $a = 1, b = -2$ می‌باشد.

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \underbrace{\text{tg } 30^\circ}_{2\pi - \frac{\pi}{3}} &= -\text{tg } 60^\circ = -\sqrt{3}, \quad \underbrace{\text{tg } 48^\circ}_{3\pi - \frac{\pi}{3}} = -\text{tg } 6^\circ = -\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{\text{Cos } 21^\circ}_{2\pi + \frac{\pi}{6}} &= -\text{Cos } 3^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \underbrace{\text{Sin } 84^\circ}_{5\pi - \frac{\pi}{3}} = \text{Sin } 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\left(-\sqrt{3} \times -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$