

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

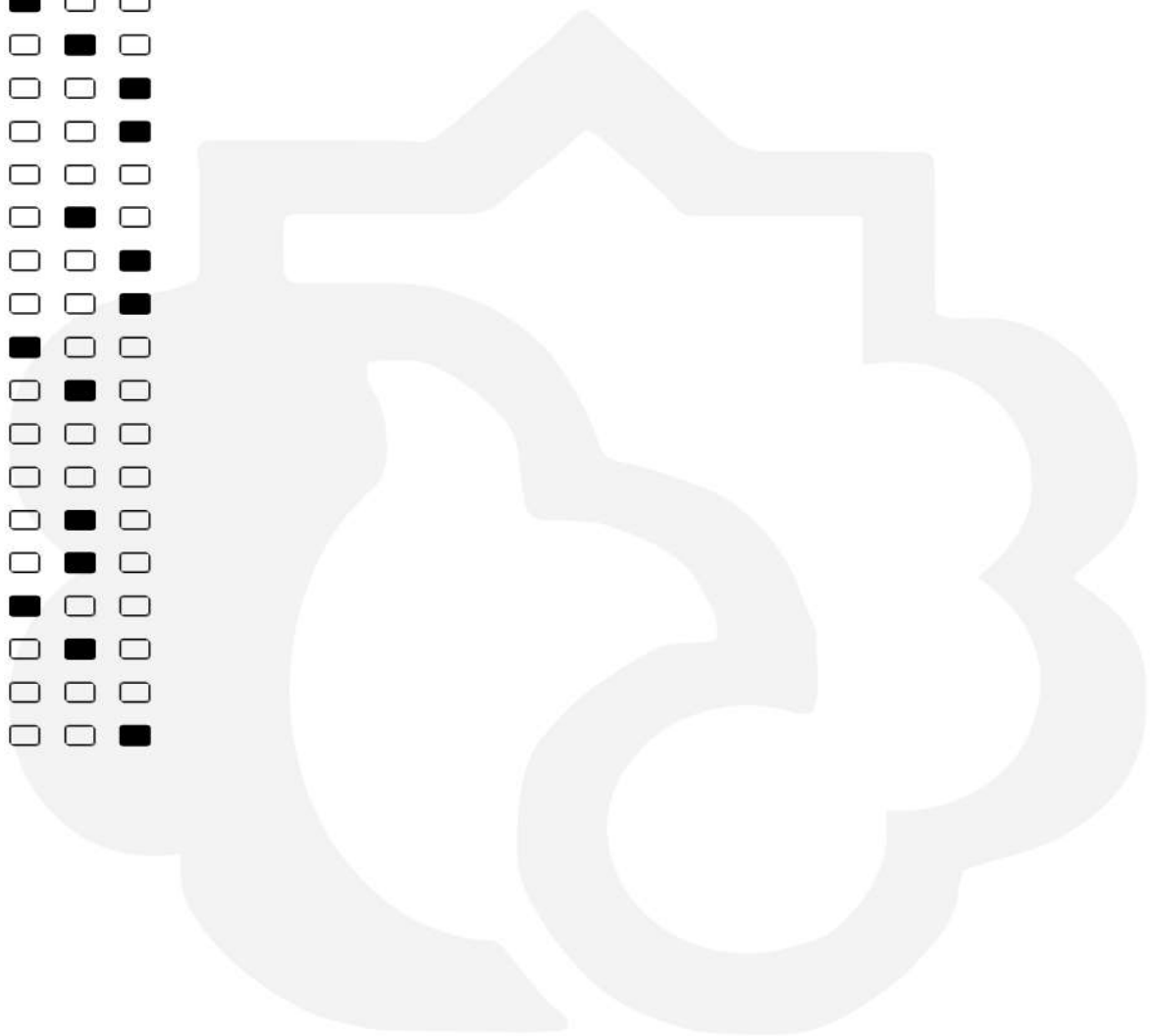
www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

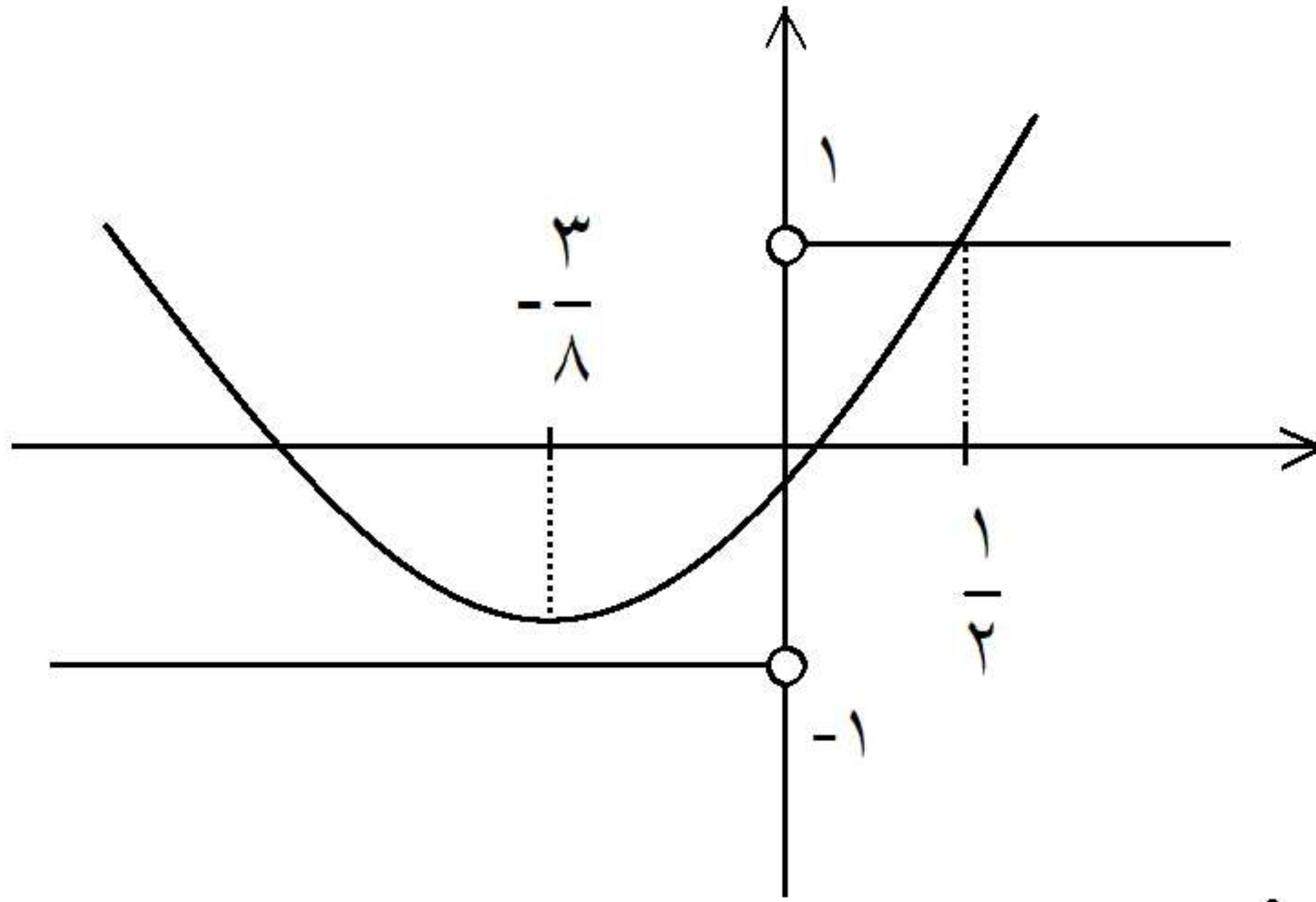


	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$y = 2x^2 + \frac{3}{2}x + c$$

$$x_s = \frac{-\frac{3}{2}}{4} = -\frac{3}{8}$$

برای اینکه سهمی در بازه $(0, \frac{1}{2})$ پایین‌تر از خط $y = 1$ باشد، می‌بایست:

$$y\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right) + c = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + c = 1 \Rightarrow c = -\frac{1}{4}$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-4 < \frac{-1}{3-x} < 0 \Rightarrow -4 < \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-3} < 0 \Rightarrow x-3 < 0 \Rightarrow x < 3 & (1) \\ \frac{1}{x-3} > -4 \Rightarrow 1 < -4x + 12 \Rightarrow 4x < 11 \Rightarrow x < \frac{11}{4} & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \text{مجموعه جواب} = \left\{x \mid x < \frac{11}{4}\right\} \Rightarrow 1, 2 = \text{مقادیر طبیعی}$$

روش دوم:

$-4 < \frac{1}{x-3} < 0$ اعداد طبیعی بزرگتر از ۳ کسر را مثبت می‌کند و کسر به ازای $x = 3$ تعریف نشده است، پس فقط $x = 1$ و $x = 2$ جواب است.

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-mx^2 + mx + 1 = -m - x \Rightarrow mx^2 - (1+m)x - 1 - m = 0 \xrightarrow{\Delta < 0}$$

$$\Delta = (1+m)^2 - 4m(-1-m) < 0 \Rightarrow (1+m)(1+m+4m) < 0 \Rightarrow (1+m)(5m+1) < 0$$

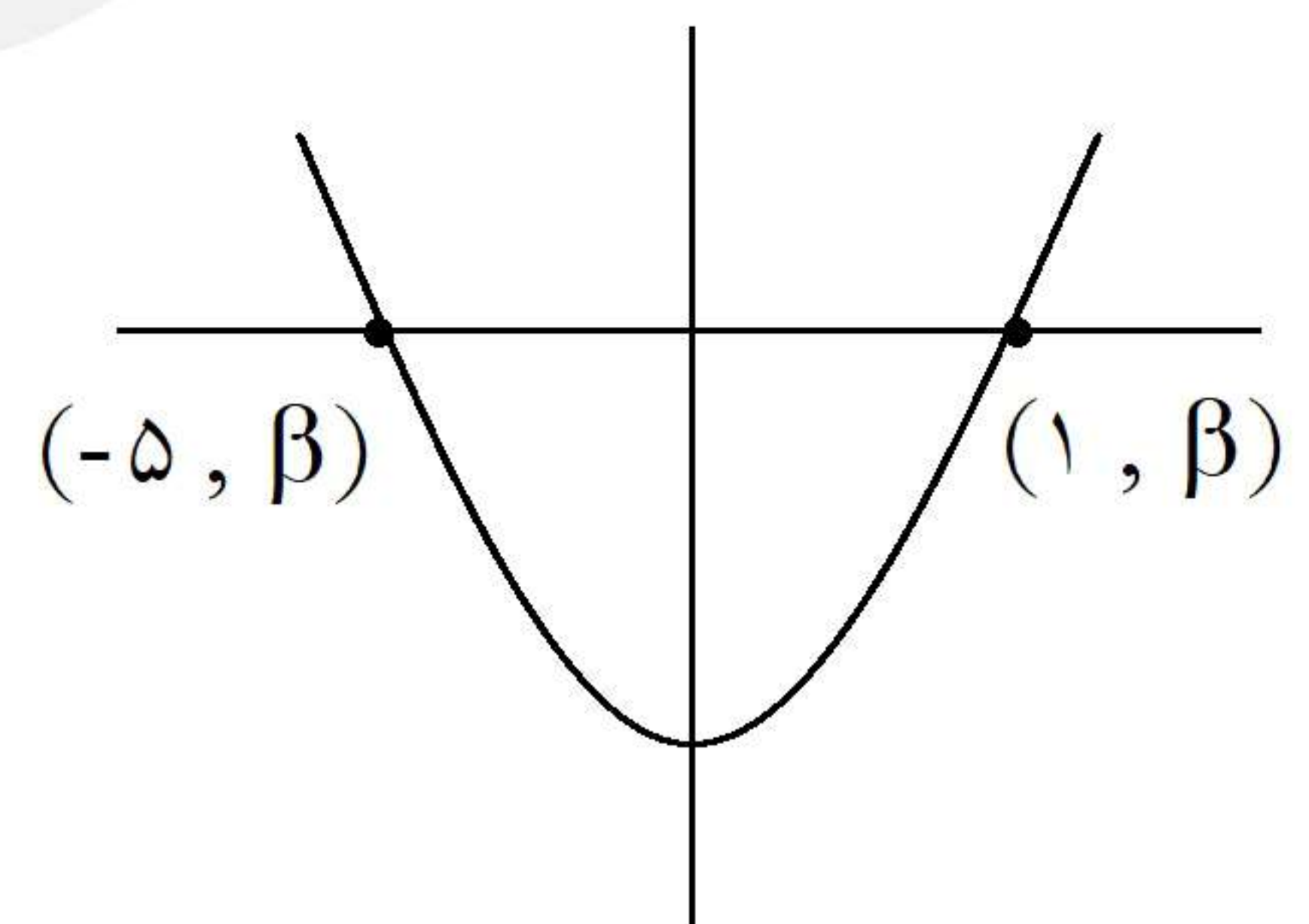
$$\Rightarrow -1 < m < -\frac{1}{5} \Rightarrow \text{هیچ عدد صحیحی در این بازه وجود ندارد}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -\frac{1}{4} \text{ راس سهمی, } x = \frac{-5+1}{2} = -2 \text{ راس سهمی}$$

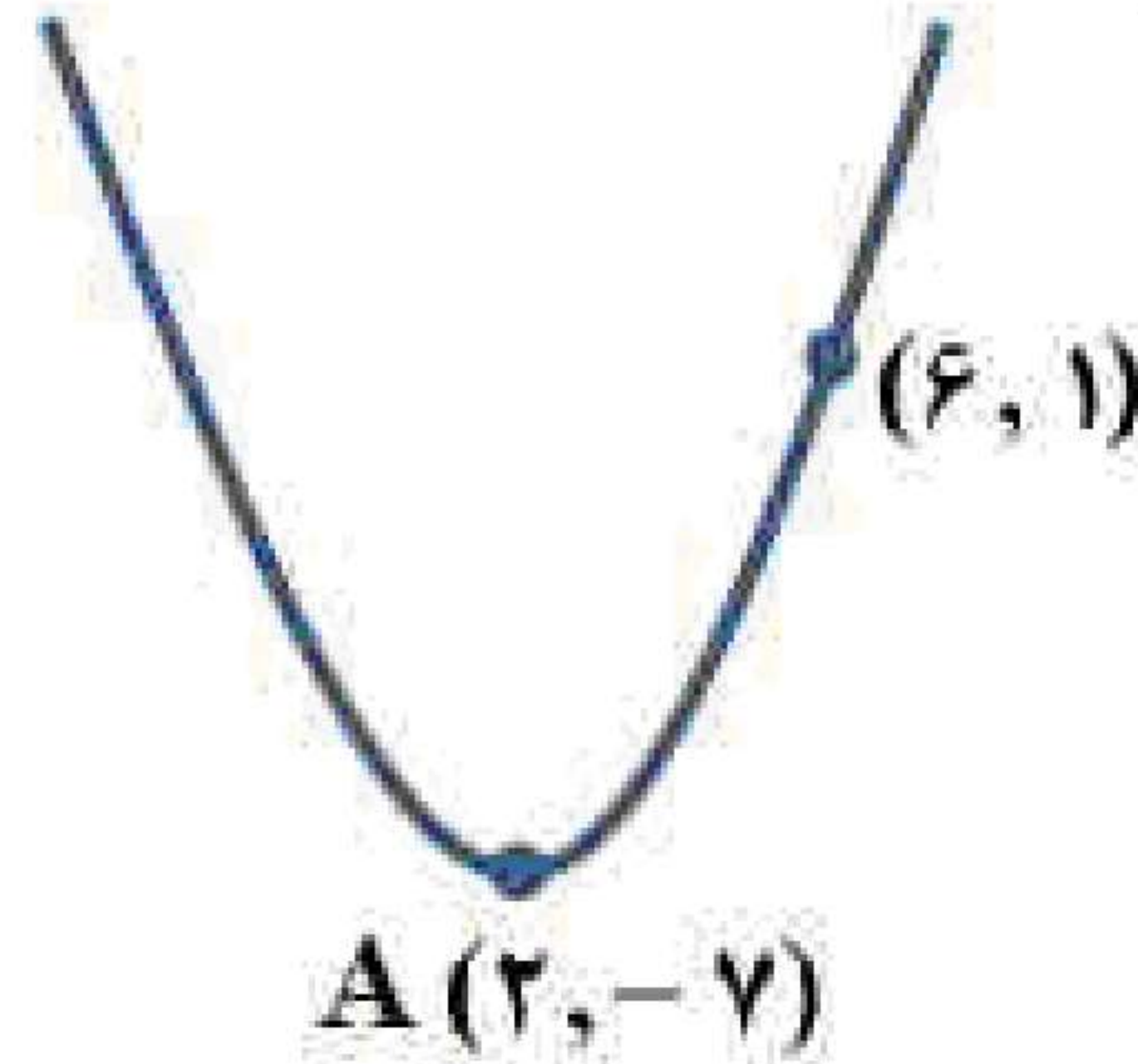
$$y = a(x+2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=\frac{3}{4}}} \frac{3}{4} = 4a - \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - \frac{1}{4} \xrightarrow{x=1} \beta = \frac{9}{4} - \frac{1}{4} = 2$$





۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $(2, -7)$ رأس سهمی است. پس



$$y = a(x - 2)^2 - 7 \xrightarrow[y=1]{x=6} 1 = 16a - 7 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 7 \xrightarrow{x=-2} y = 8 - 7 = 1$$

تنها گزینه ۴ در آن صادق است.

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^4 < (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 < |x - 2| \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \Rightarrow x^2 < -(x - 2) \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Rightarrow -2 < x < 1 \\ x \geq 2 \Rightarrow x^2 < +(x - 2) \Rightarrow x^2 - x + 2 < 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

$$a = -2, b = 1 \Rightarrow b - a = 3$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x \leq \frac{1}{2} &\Rightarrow x - 2x + 1 < 3 \Rightarrow -2 < x \xrightarrow{\cap} -2 < x \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} -1, 0 \\ x > \frac{1}{2} &\Rightarrow x + 2x - 1 < 3 \Rightarrow x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{2} < x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in \{-1, 0, 1\}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y = -3x^2 + (2m - 1)x + m - 6 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -3x^2 + (2m - 1)x + m - 6 = -x$$

$$(*) \rightarrow -3x^2 + 2mx + m - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(-3)(m - 6) = 0 \Rightarrow m^2 + 3m - 18 = 0$$

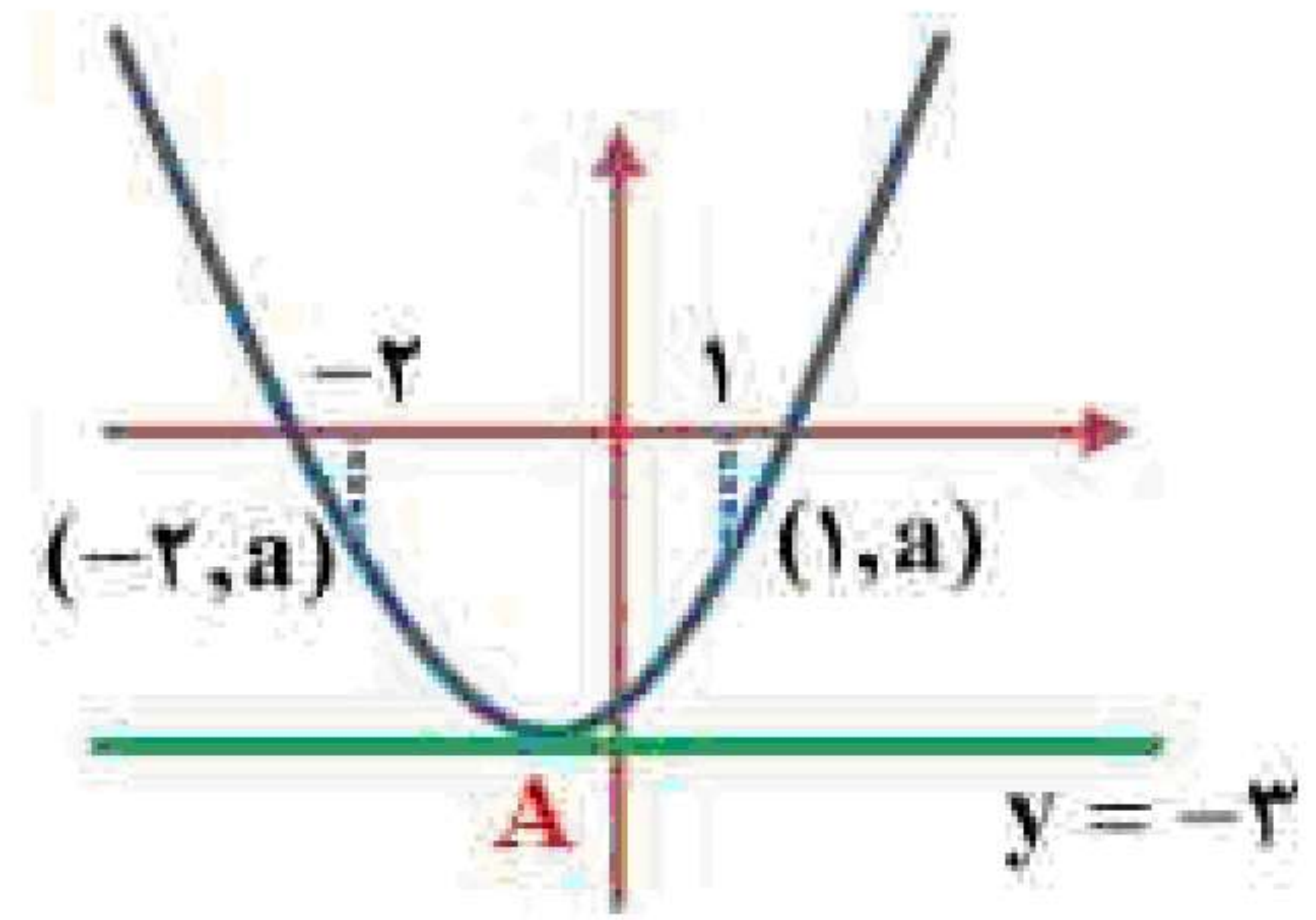
$$\Rightarrow (m + 6)(m - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = +3 \end{cases}$$

$$m = -6 \xrightarrow{(*)} -3x^2 - 12x - 12 = -3(x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ غ ق ق}$$

پس $m = 3$ جواب است.



۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = a'x^2 + b'x + c', c' = -2$$

$$\begin{cases} x_A = \frac{(-2) + 1}{2} = \frac{-1}{2} = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow a' = b' \\ y_A = -3 \end{cases} \xrightarrow{A \in f(x)}$$

$$-3 = \frac{a'}{4} - \frac{b'}{2} - 2 \Rightarrow a' - 2b' = -4 \xrightarrow{a' = b'} a' = b' = 4$$

$$y = 4x^2 + 4x - 2 \xrightarrow{(1, a) \in f(x)} a = 6$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{شیب خط: } \frac{-2m}{m^2 - 1} = \text{tg } 60^\circ = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4 + 12}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$15x^2 + 73x + 14 < 0 \Rightarrow -\frac{14}{3} < x < -\frac{1}{5}$$

$$\frac{-70}{15} = \frac{-14}{3} \quad \frac{-3}{15} = \frac{-1}{5}$$

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| > 3 \begin{cases} \frac{x-3}{2} > 3 \Rightarrow x > 9 \\ \frac{x-3}{2} < -3 \Rightarrow x < -3 \end{cases}$$

$$\bigcup \Rightarrow \frac{-14}{3} < x < -3 \Rightarrow b - a = \frac{5}{3}$$

$$\frac{2}{-1} = \frac{-a}{1} \Rightarrow a = 2$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{سهمی اول: } y = x^2 + 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

پس سهمی دوم هم باید به ازای $x = -3$ و $x = 1$ برابر $y = 1$ شود.

$$\text{سهمی دوم: } y = -(x-1)(x+3) + 1 = -x^2 - 2x + 4 \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{matrix} a = 2 \\ b = 4 \end{matrix} \xrightarrow{\quad} ab = 8$$



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-2 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 3x + 2 < -1 \Rightarrow x^2 - 3x + 3 < 0$$

عبارت $x^2 - 3x + 3$ همواره مثبت است و پاسخ مسئله صفر مقدار صحیح است.

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right) : \text{رأس سهمی}$$

پس رأس سهمی $S\left(\frac{2}{k}, -\frac{4}{k} - 6\right)$ است. این نقطه باید روی خط $y = -4x - 4$ قرار گیرد.

$$\Rightarrow -\frac{4}{k} - 6 = -\frac{8}{k} - 4 \Rightarrow \frac{4}{k} = 2 \Rightarrow k = 2$$

در نتیجه عرض رأس سهمی $-8 - \frac{4}{2} = -6$ است.

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -ax^2 + ax + 2 \Rightarrow s\left(\frac{1}{2}, \frac{a^2 + 4a}{4a}\right) = \left(\frac{1}{2}, \frac{a}{4} + 2\right)$$

$$y = 2bx^2 - bx - 1 \Rightarrow s\left(\frac{1}{4}, \frac{b^2 + 4b}{-4b}\right) = \left(\frac{1}{4}, -\frac{b}{4} - 1\right)$$

$$2b\left(\frac{1}{4}\right) - b\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = \frac{a}{4} + 2 \Rightarrow \frac{a}{4} = -3 \Rightarrow a = -12$$

$$-\frac{a}{16} + \frac{a}{4} + 2 = -\frac{b}{8} - 1 \Rightarrow \frac{12}{16} = -\frac{b}{8} \Rightarrow b = -6$$

$$b - a = -6 - (-12) = 6$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. خط $x < 0$ و $y = -x$ بر سهمی مماس است، پس معادله تقاطع جواب مضاعف منفی

$$3x^2 + (2m - 1)x + m + \frac{4}{3} = -x \Rightarrow 3x^2 + 2mx + m + \frac{4}{3} = 0$$

دارد:

$$\Rightarrow \Delta = 4m^2 - 12m - 16 = 0 \Rightarrow m^2 - 3m - 4 = (m - 4)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 4 \text{ یا } -1$$

جواب مضاعف باید منفی باشد، پس m باید مثبت باشد.

$$\Rightarrow m = 4 \Rightarrow \text{سهمی: } y = 3x^2 + 7x + \frac{16}{3}$$

طول رأس این سهمی $x_s = -\frac{7}{6}$ است.



«بانک سوال یاوران دانش»

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون از ربع سوم نباید بگذرد، پس $a > 0$ و چون یکی از ریشه‌ها صفر است باید ریشه دیگر مثبت باشد، یعنی: $a < \frac{-3}{2} \Rightarrow a < -\frac{3}{2}$ پس چون جواب‌ها اشتراک ندارند. به ازای هیچ مقداری از ناحیه سوم نمی‌گذرد.

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$\min = 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{36 - m(5m - 1)}{m} = -2$$

$$36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2 \quad \text{محور تقارن}$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A(\text{علی}) + B(\text{اکرم}) = 100 \Rightarrow A = 100 - B$$

$$(A - 10)(B + 10) = 475 \Rightarrow AB + 10A - 10B - 10 = 475$$

$$B(100 - B) + 10(100 - B) - 10B = 575 \Rightarrow -B^2 + 100B + 1000 - 10B - 10B = 575$$

$$B^2 - 80B - 425 = 0 \Rightarrow B = 40 \pm \sqrt{1600 + 425} \Rightarrow B = 85$$

روش دوم: بررسی گزینه‌ها، اگر به گزینه‌های ۲ و ۳ دقت شود، به سادگی با بررسی گزینه ۳ به درستی آن می‌رسیم.



۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا عبارت بدون درجه را تعیین علامت می کنیم:

$$A = \frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}+2} = \frac{2x-3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(2x-3)(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+2)}{(x-1)(x-4)}$$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+		+

حال عبارت $A((m^2-1)x^2-4mx+4)$ را با توجه به گزینه ها تعیین علامت می کنیم:

① $m = -1 \Rightarrow (4x+4)A \Rightarrow$ جدول تغییر نمی کند

پس جواب کسر اصلی ، یک بازه نمی شود.

② $m = \frac{1}{3} \Rightarrow \left(-\frac{8}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 4\right)A = -\frac{8}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+		+
$-\frac{8}{9}\left(x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}\right)$	+		+		-
	-		+		-

پاسخ $\left(\frac{3}{2}, 4\right) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$ است که دو بازه است.

③ $m = 1 \Rightarrow (-4x+4)A$

x	۰	۱	$\frac{3}{2}$	۴	$+\infty$
A	-		+		+
$-4x+4$	+		-		-
	-		-		-

جواب بازه ی $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ است که یک بازه است.



۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 3\sqrt{x} + 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}{2x - 3} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4) \overbrace{\frac{(x-1)}{\sqrt{x+1}}}^{(+)} \underbrace{\frac{x-4}{\sqrt{x+2}}}_{(+)}}{\underbrace{2x-3}_{(+)}} \geq 0 \Rightarrow ((m^2 - 1)x^2 - 4mx + 4)(x - 4) \geq 0$$

چون جواب بازه‌ی [۲, ۴] شده پس $x = 2$ ، ریشه‌ی عبارت درجه ۲ است.

$$(m^2 - 1)(4) - 16m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 4 - 16m + 4 = 0 \Rightarrow 4m^2 - 16m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = 0 \Rightarrow \overbrace{(-x^2 + 4)}^{(+)} (x - 4) \geq 0 \Rightarrow (+x + 2)(-x + 2)(x - 4) \geq 0$$

$\Rightarrow (-x + 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$ قابل قبول است.

$$m = 2 \Rightarrow (3x^2 - 8x + 4)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \underbrace{(x - 2)(3x - 2)}_{(+)} (x - 4) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ \text{یا} \\ x \leq 2 \end{cases}$$

غیر قابل قبول است.



۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول:

$$-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$$

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} > -1 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{2x-1+x+1}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{3x}{x+1} > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0 & (1) \\ \frac{2x-1}{x+1} < 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x-3}{x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-4}{x+1} < 0 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > -1 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (-\infty, -4) \cup (0, +\infty) = \mathbb{R} - [-4, 0]$$

گزینه‌های ۲ و ۱ غلط $-1 < \frac{11}{4} < 3$: $x = -5$ خوب

گزینه ۴ غلط $-1 < -1 < 3$: $x = 0$ بد

روش دوم:

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = ax^2 + bx + c \begin{cases} (0, 5) \Rightarrow c = 5 \\ (1, 11) \Rightarrow a + b = 6 \\ (-2, 5) \Rightarrow 4a - 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2, b = 4$$

$$y = 2x^2 + 4x + 5 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow 2 - 4 + 5 = 3 \\ x = 2 \Rightarrow 8 + 8 + 5 = 21 \end{cases}$$

پس (۳, -۱) صحیح است.

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول (حذف گزینه):

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

$x = 1 \Rightarrow 1 < 2 < 3$ ✓ گزینه ۳ رد می‌شود (۱, ۲)

$x = 1/7 \Rightarrow 1 < \frac{2/7}{2/4} < 3$ ✓ گزینه‌های ۱ و ۲ رد می‌شود (۰/۸, ۱/۲), (۰/۶, ۱/۵)

پس گزینه ۴ (۰/۸, ۲) صحیح است.

روش دوم:

$$\frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{-5x+4}{2x-1} < 0 \Rightarrow x < 0/5 \text{ یا } x > 0/8 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x+2}{2x-1} > 0 \Rightarrow 0/5 < x < 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \rightarrow (0/8, 2)$$