

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







$$x_s = -\frac{1}{2a} \text{ راس سهمی}$$

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

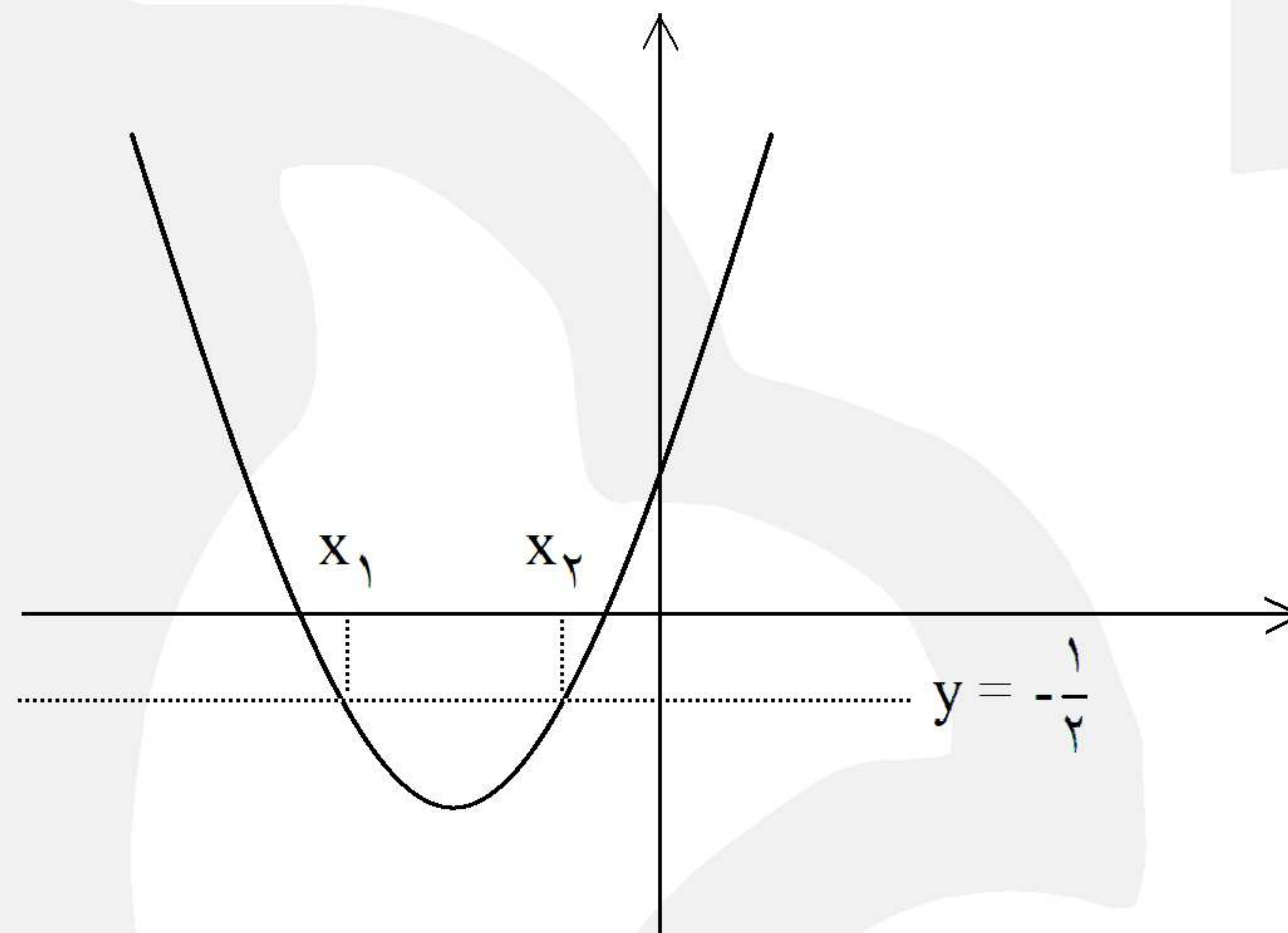
$$y_s = a\left(-\frac{1}{2a}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2a}\right) + 2a = \frac{1}{4a} - \frac{1}{2a} + 2a = -\frac{1}{4} \Rightarrow 4a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \text{ ق ق} \\ a = \frac{1}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{بیشترین مقدار ندارد}$$

تذکر: در اصل سؤال، به مقدار منفی  $a$  اشاره نشده بود که در این صورت به ازای  $0 \leq a < \frac{1}{4}$  و محدود کردن دامنه

می‌توان به ماکزیمم  $-\frac{1}{4}$  رسید و در این حالت بی‌شمار مقدار برای  $a$  وجود دارد که در گزینه‌ها موجود نیست! به طور

$$y = \frac{1}{5}x^2 + x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}(x^2 + 5x + 2) \quad \text{مثال اگر } a = \frac{1}{5} \text{ آنگاه:}$$



با محدود کردن دامنه به فاصله  $[x_1, x_2]$  ماکزیمم سهمی  $-\frac{1}{4}$  می‌شود.

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\alpha, \beta > -3 \Rightarrow S > -6, \Delta > 0 \Rightarrow m < \frac{49}{8} = 6.125$$

$$-\frac{7}{2} > -6 \quad \checkmark \quad 49 - 8m > 0$$

x	$(-3)$	$\alpha$	$\beta$	
$2x^2 + 7x + m$	+	○	○	+

$$f(-3) > 0 \Rightarrow 18 - 21 + m > 0 \Rightarrow m > 3 \Rightarrow 3 < m < \frac{49}{8} \Rightarrow m \in \{4, 5, 6\} \text{ مقادیر صحیح}$$





$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{-4}{25\alpha} \quad (1)$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{\beta}{25\alpha} \Rightarrow \begin{cases} 25\alpha^2 = 1 \Rightarrow \alpha = \pm \frac{1}{5} \\ \beta = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{-4}{25\alpha} \Rightarrow 25\alpha^2 = -4 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{-4}{25} \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} \frac{1}{5} + \beta = -\frac{4}{5} \Rightarrow \beta = -1 & \beta < \alpha \quad \text{غ ق ق} \\ \alpha = -\frac{1}{5} \xrightarrow{(1)} -\frac{1}{5} + \beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \beta = 1 & \beta > \alpha \quad \text{ق ق} \end{cases}$$

$$y = -5x^2 + 4x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{5} > 0 \\ y_S = -\frac{\Delta}{4a} \xrightarrow{\Delta > 0} y_S > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد.}$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اختلاف ریشه‌های معادله برابر  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \sqrt{\Delta}$  است.

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{4k^2 - 20} = 2\sqrt{k^2 - 5}$$

که باید برابر  $\frac{4}{3}k$  قرار دهیم:

$$2\sqrt{k^2 - 5} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \sqrt{k^2 - 5} = \frac{2}{3}k \Rightarrow k^2 - 5 = \frac{4k^2}{9} \Rightarrow k^2 = 9 \Rightarrow \left\lceil \frac{k^2}{2} \right\rceil = \left\lceil \frac{9}{2} \right\rceil = 4$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در یک سهمی، اگر دو نقطه هم‌عرض داشته باشیم، طول رأس سهمی میانگین طول این

دو نقطه است. در این سؤال طول رأس سهمی  $x_S = \frac{3}{4}$  است و در نتیجه مجموع صفرهای سهمی برابر  $2x_S = \frac{3}{2}$

$$x_S = \frac{-1/5 + 3}{2} = \frac{1/5}{2} = \frac{3}{4}$$

است.





۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$mx^2 - 4x - (m+4) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+4}{m} \end{array} \right\} |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+4}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+2)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m+4) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+2)}{m} \right| \times |m+4| = 3$$

$$\left| \frac{m^2 + 6m + 8}{m} \right| = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = 3 \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 \\ \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = -3 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-2} = -2 \\ m = -8 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{1}{4} + 2 \right| = \frac{7}{4}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - (a+1)x + a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = a \end{cases} \xrightarrow{\text{فرد متوالی}} a = 3$$

$$x^2 - 10x + b = 0$$

$$k + (k+2) = 10 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \text{ریشه ها } 4, 6 \Rightarrow 4 \times 6 - 3 \times 1 = 21$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$





«بانک سوال یاوران دانش»

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

محور عرض:  $y(0) = m$

$$\Rightarrow \left| m \left( \frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^2 - x - \frac{b}{a} = 0 \text{ یا } x^2 - x + P = 0$$

در این معادله  $S = 1$  است. حال داریم:

$$\begin{aligned} 40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta &= 17 \Rightarrow 2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{20} \\ \Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{S^2 - 2P} + \underbrace{\beta^2 - \beta}_{-P} &= \frac{17}{20} \Rightarrow 1 - 3P = \frac{17}{20} \Rightarrow P = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

اختلاف ریشه‌های معادله  $x^2 - x + \frac{1}{20} = 0$  برابر  $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$  است.

$$\Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی  $x_S = \frac{-5+3}{2} = -1$  و عرض آن  $y_S = 1$  است. پس معادله سهمی

$y = a(x+1)^2 + 1 = ax^2 + 2ax + a + 1$  خواهد بود. جواب‌های معادله  $y = 0$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  هستند و داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 4 - \frac{2a+2}{a} = 5 \Rightarrow \frac{2a+2}{a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه عرض از مبدأ سهمی  $\frac{1}{3} = a + 1$  خواهد شد.





۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلیل اینکه ضریب  $x$  زوج است، بهتر است طرفین معادله را تقسیم بر ۲ کنیم تا محاسبات ساده‌تر شود:

$$2x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -3 \\ P = \alpha\beta = \frac{a}{2} \\ \beta = \frac{-3 - \sqrt{9 - 2a}}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow S^3 - 3PS + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 - 3\left(\frac{a}{2}\right)(-3) + \left(\frac{9 + 9 - 2a + 6\sqrt{9 - 2a}}{4}\right) = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 + \frac{9a}{2} + \frac{9}{2} - \frac{a}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{9 - 2a} = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow 9 - 2a = 3 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه مشترک را می‌یابیم:

$$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m \Rightarrow 4x = -4m \Rightarrow x = -m$$

در یکی از معادله‌ها جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m^2 - 6m + m = m^2 - 5m = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = 5$$

به ازای  $m = 5$  معادلات به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5 \\ x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -5 \end{cases}$$

پس اختلاف ریشه‌های غیرمشترک  $4 = (-1) - 3$  است.

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow S = S^2 - 2P - 12 \\ P = ab = a + b - 1 \Rightarrow P = S - 1 \end{cases} \Rightarrow S = S^2 - 2S + 2 - 12$$

$$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 5 \\ S = -2 \end{cases}$$

چون  $a, b$  اعداد طبیعی هستند فقط  $S = 5$  قابل قبول است.





«بانک سوال یاوران دانش»

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
راه اول:  $\alpha + \beta = 1$  و  $\alpha\beta = -2$  پس  $\beta = 2$  و  $\alpha = -1$  یعنی ۲ و -۱ ریشه‌های معادله هستند، پس  $\alpha = -1$  در معادله صدق می‌کند:

$$-4 + k + 9 - 2 = 0 \Rightarrow k + 3 = 0 \Rightarrow k = -3$$

راه دوم: معادله درجه سوم، دو ریشه حقیقی دارد، پس ریشه سوم هم دارد، این ریشه را  $\gamma$  می‌نامیم. قرینه حاصل ضرب این جواب‌ها برابر  $-\frac{1}{4} = -\frac{2}{4}$  است.

$$\Rightarrow -\alpha\beta\gamma = -(-2)\gamma = -\frac{1}{4} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{4}$$

مجموع جواب‌ها نیز برابر  $-\frac{k}{4}$  است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 1 - \frac{1}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -3$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

نکته: در معادله‌ی درجه سوم  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  داریم:

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $a$  باید واسطه هندسی  $\alpha$  و  $\beta$  باشد.

$$\Rightarrow a^2 = \alpha\beta \Rightarrow a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

به ازای  $a = 1$  معادله  $x^2 + 4x + 1 = 0$  دو جواب حقیقی معکوس دارد.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \beta = 3\alpha \\ \alpha + \beta = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3\alpha + 3\beta \\ \alpha\beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha(3\alpha) = \frac{4}{3} \Rightarrow 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow a = 8 \\ \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \beta = -2 \Rightarrow a = -8 \end{cases} \end{cases}$$

در نتیجه: ۱۶ = اختلاف





۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون  $0 < \beta < \alpha$  پس:  $\alpha - \beta = -\sqrt{\Delta}$  و از روی معادله داریم:

$$S = -6, P = a$$

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = \frac{5}{2}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) = \frac{5}{2}(36 - 2a) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{90 - 5a}{2} + 6\sqrt{9 - a} \\ &= 12\sqrt{2} + 85 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

راه دوم:

$$x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4a}}{2} = -3 \pm \sqrt{9 - a}$$

$$\left. \begin{aligned} \beta &= -3 + \sqrt{9 - a} \\ \alpha &= -3 - \sqrt{9 - a} \end{aligned} \right\} 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3(-3 - \sqrt{9 - a})^2 + 2(-3 + \sqrt{9 - a})^2$$

$$= 3(18 - a + 6\sqrt{9 - a}) + 2(18 - a - 6\sqrt{9 - a}) = 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 85 + 12\sqrt{2}$$

$$= 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 5(17) + 6\sqrt{8}$$

$$\Rightarrow 9 - a = 8 \Rightarrow a = 1$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون تابع دارای کمترین مقدار است پس:

$$\min = 2 \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{144 - 4m(5m - 1)}{4m} = 2 \Rightarrow \frac{36 - m(5m - 1)}{m} = -2$$

$$36 - 5m^2 + m = -2m \Rightarrow 5m^2 - 3m - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2/4 \text{ ق ق غ} \\ m = 3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$x = -\frac{(-12)}{2m} = \frac{12}{6} = 2 \text{ محور تقارن}$$





۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow S \left( \overset{+2}{\underset{\downarrow}{-1}}, \overset{+8}{\underset{\uparrow}{\frac{-\Delta}{4a}}} \right) \Rightarrow S(1, 2)$$

$$(1, 0), (0, -1) \Rightarrow y - 0 = \frac{0 - (-1)}{1 - 0}(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$$

$$-x^2 + 2x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow A(2, 1) \quad B(-1, -2) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}\right)$$

$$SM = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{26}$$

$$a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$|S - P| = 2 \Rightarrow \left| -\frac{b}{a} - \frac{c}{a} \right| = 2 \Rightarrow \left| \frac{b + c}{a} \right| = 2 \xrightarrow{\text{چون } 0 < c, b, a} \frac{b + c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow b + c = 2a$$

$$\{1, 2, 3\} \{2, 3, 4\} \{3, 4, 5\} \{4, 5, 6\} \{5, 6, 7\} \{7, 8, 9\} \Rightarrow c \text{ یا } b = \text{عدد وسط } a \text{ اعداد اول و سوم}$$

$$\Rightarrow 7 \times 2 = 14$$

$$\{1, 3, 5\} \{2, 4, 6\} \{3, 5, 7\} \{4, 6, 8\} \{5, 7, 9\} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$\{1, 4, 7\} \{2, 5, 8\} \{3, 6, 9\} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\{1, 5, 9\} \Rightarrow 1 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow 14 + 10 + 6 + 2 = 32$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.





$$x^2 - x - 4 = 0, \quad S = 1, \quad P = -4$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x_1^3 + \frac{1}{x_2}, \quad x_2^3 + \frac{1}{x_1}$$

$$S_{\text{جدید}} = x_1^3 + x_2^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = (S^3 - 3PS) + \frac{\overbrace{x_1 + x_2}^S}{\underbrace{x_1 \times x_2}_P}$$

$$\Rightarrow S_{\text{جدید}} = (1 - 3 \times 1 \times -4) + \frac{1}{-4} = 13 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$$

$$P_{\text{جدید}} = \left(x_1^3 + \frac{1}{x_2}\right) \left(x_2^3 + \frac{1}{x_1}\right) = \underbrace{x_1^3 x_2^3}_{P^3} + \underbrace{\frac{1}{x_1 x_2}}_{\frac{1}{P}} + \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} = -64 - \frac{1}{4} + 9$$

$$\Rightarrow -55 - \frac{1}{4} = \frac{-221}{4}$$

$$S_{\text{جدید}} = \frac{51}{4}, \quad P_{\text{جدید}} = \frac{-221}{4}$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4} = 0 \xrightarrow{\text{همگی } \times 4} 4x^2 - 51x - 221 = 0$$





«بانک سوال یاوران دانش»

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$c - b = 2a$$

$$c = 9 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$c = 8 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$c = 7 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$c = 6 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$c = 5 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$c = 4 \begin{cases} b = 2 \end{cases}$$

$$c = 3 \begin{cases} b = 1 \end{cases}$$

روش دوم:

$$s = p + 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = -\frac{c}{a} + 2 \xrightarrow{\times a} -b = -c + 2a \Rightarrow 2a = \underbrace{c}_{\text{زوج}} - \underbrace{b}_{\text{زوج}}$$

$$c - b \Rightarrow \begin{cases} \text{هر دو زوج } c, b \\ \text{یا} \\ \text{هر دو فرد } c, b \end{cases}$$

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

با توجه به اینکه  $c$  و  $a$  هم علامت نیستند، بنابراین  $\Delta$  همواره مثبت است.

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 1 = -x_2 \\ x_2 + 1 = -x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x_2 + 1)^3} = \frac{-1}{x_1^3} \\ \frac{1}{(x_2 + 1)^3} = \frac{-1}{x_1^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{-(S^3 - 3SP)}{(P)^3} = \frac{-(-1 - 15)}{-125} \\ P' = \frac{1}{(P)^3} = \frac{-1}{125} \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{125}x - \frac{1}{125} = 0 \xrightarrow{\times 125} 125x^2 + 16x = 1$$





۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 7x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \xrightarrow{x^2 > 0} x = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{69}}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 0 \\ P = x_1 x_2 = -\frac{7 + \sqrt{69}}{2} \end{cases}$$

$$2P^2 - 3SP + 2S = 2\left(\frac{7 + \sqrt{69}}{2}\right)^2 - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: معادله  $2x^2 + mx + m + 6 = 0$  دارای دو ریشه مثبت است بنابراین باید  $\Delta > 0$  و  $S > 0$  و  $P > 0$  باشد:

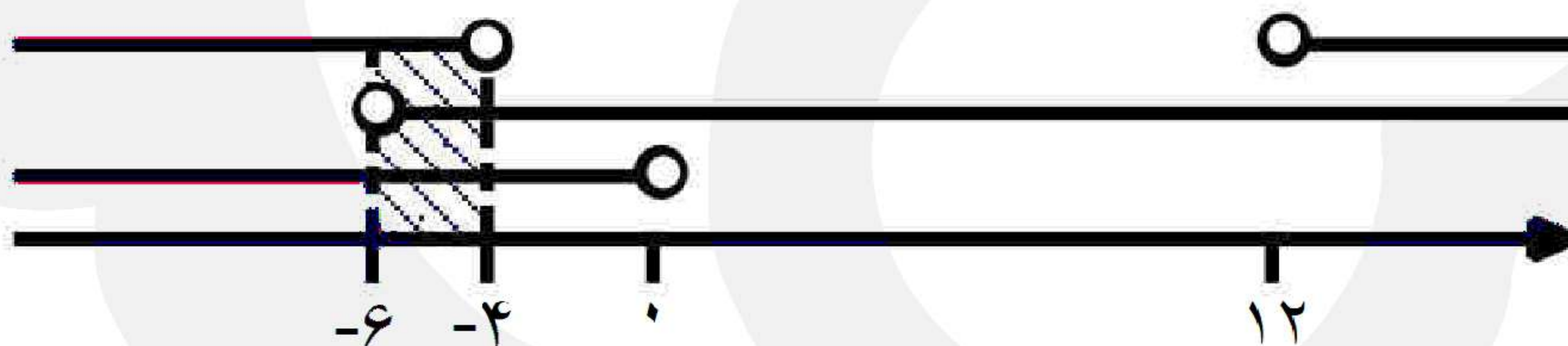
$$S = \frac{-b}{a} = -\frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1)$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m + 6}{2} > 0 \Rightarrow m > -6 \quad (2)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(2)(m + 6) = m^2 - 8m - 48 > 0$$

$$\Rightarrow (m - 12)(m + 4) > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 12 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-6, -4)$$



روش دوم:  $m = -2: 2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$  گزینه های ۱ و ۳ غلط

روش دوم:

$m = -3: 2x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$  گزینه ۲ غلط





$$3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2m - 1)^2 - 12(2 - m) > 0$$

$$S = \frac{1}{p} \Rightarrow SP = 1 \Rightarrow \frac{1 - 2m}{3} \times \frac{2 - m}{3} = 1$$

$$\frac{2m^2 - 5m + 2}{9} = 1 \Rightarrow \underbrace{2m^2 - 5m - 7}_{b = a + c} = 0 \quad \begin{cases} m = \frac{7}{2} \quad \checkmark \\ m = -1 \quad \times \end{cases}$$

$$(2m - 1)^2 - 12(2 - m) > 0 \xrightarrow{m = -1} 9 - 36 < 0 \quad \text{صحیح نیست}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

m باید در این نامعادله صدق کند.

پس  $\frac{7}{2}$  صحیح است.