

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۵ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۸ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۱ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۲ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۳۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۵ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x - \sqrt{x} + x + \sqrt{x} + 2\sqrt{x^2 - x} = 2 \Rightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - x} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 - x} = 1 - x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - x = x^2 - 2x + 1$$

در معادله صدق می‌کند پس قابل قبول است. $x = 1$

بنابراین معادله یک جواب دارد.

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مقدار نمک} \Rightarrow 14 = 300 \times \frac{7}{100}$$

اگر x کیلوگرم آب تبخیر شود، داریم:

$$\frac{14}{200 - x} = \frac{10}{100} \Rightarrow 200 - x = 140 \Rightarrow x = 60$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از تغییر متغیر $4x - x^2 = t$ استفاده کرده و داریم:

$$4x - x^2 = \sqrt{-6(4x - x^2) + 7} \Rightarrow t = \sqrt{-6t + 7}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} t^2 = -6t + 7 \Rightarrow t^2 + 6t - 7 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب = ۰}} \begin{cases} t = 1 \\ t = -7 \end{cases}$$

$t = -7$ در معادله $t = \sqrt{-6t + 7}$ صدق نمی‌کند، ولی $t = 1$ صدق می‌کند، پس داریم:

$$4x - x^2 = 1 \Rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 = 12 > 0$$

اگر ریشه‌های معادله فوق، α و β باشند، داریم:

$$S = \alpha + \beta = -\frac{-4}{1} = 4, P = \alpha\beta = \frac{1}{1} = 1$$

خواسته‌ی سؤال برابر است با:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{S}{P} = \frac{4}{1} = 4$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a + \sqrt{a} = 12$$

جواب معادله به راحتی قابل حدس که $a = 9$ می‌شود و اگر بخواهیم حل کنیم:

$$\sqrt{a} = t \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0$$

$$t = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow \sqrt{a} = 3 \Rightarrow a = 9 \\ t = -4 \Rightarrow \sqrt{a} = -4 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$a^2 + a = 9^2 + 9 = 81 + 9 = 90$$



۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 4 \geq 0 &\Rightarrow x^2 \geq 4 \\ 4 - x^2 \geq 0 &\Rightarrow x^2 \leq 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 = 4$$

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow \sqrt{9} = \sqrt{2 + 0 + 4} - 0 & \text{غیرقابل قبول} \\ x = -2 \Rightarrow \sqrt{1} = \sqrt{-2 + 0 + 3} & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

پس $x = -2$ تنها ریشه‌ی این معادله است.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم شیر B در x ساعت استخر را پر کند پس شیر A در $x + 8$ ساعت پر می‌کند در نتیجه:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2x+8}{x^2+8x} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 8x = 6x + 24 \Rightarrow x^2 + 2x = 24 \Rightarrow (x+1)^2 = 25$$

$$\Rightarrow x+1 = 5 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{زمان شیر A} = 4 + 8 = 12$$

هر شیر از نوع A در یک ساعت $\frac{1}{12}$ استخر را پر می‌کند. حال اگر n شیر از نوع A به ۲ شیر موجود اضافه کنیم داریم:

$$\frac{n}{12} + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow \frac{n}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow n = 8$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{ax - a + 1}{x(x-1)} = \frac{x - x^2 + 3x - 2}{x(x-1)} \Rightarrow ax - a + 1 = -x^2 + 4x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 + (a-4)x + 3-a = 0 \xrightarrow[\text{صفر است}]{\text{جمع ضرایب}} \begin{cases} x = 1 \text{ نادرست} \\ x = 3-a \end{cases}$$

پس $x = 3 - a$ نیز باید غیرقابل قبول باشد پس:

$$\begin{cases} 3-a = 0 \Rightarrow a = 3 \\ 3-a = 1 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر ممکن برای } a = 3 + 2 = 5$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{L}{W} = x &\Rightarrow L = Wx \\ \Rightarrow \frac{2Wx + W}{Wx - W} &= \frac{Wx + 2W}{2W} \Rightarrow \frac{2x + 1}{x - 1} = \frac{x + 2}{2} \\ \Rightarrow x^2 + x - 2 &= 2x + 2 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{L}{W} = -1 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{L}{W} = 4 \Rightarrow L = 4W \end{cases} \xrightarrow{LW = 36} \begin{cases} L = 12 \\ W = 3 \end{cases} \\ \Rightarrow \text{محیط} &= 2(L + W) = 2(12 + 3) = 30 \end{aligned}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر x و y به ترتیب طول و عرض یک مستطیل طلایی باشند، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \xrightarrow{y=4} \frac{x+4}{x} &= \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 - 4x - 16 = 0 \\ \Delta = 80 \quad \xrightarrow{\Delta = 80} x &= \frac{4 + \sqrt{80}}{2} = \frac{4(1 + \sqrt{5})}{2} \\ S_{\text{مستطیل}} = xy &= \frac{4(1 + \sqrt{5})}{2} \times 4 = 8(1 + \sqrt{5}) \end{aligned}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} D : R - \left\{ 2, -\frac{1}{a} \right\}, \quad \frac{3x}{x-2} - \frac{2}{ax+1} &= 3 \\ \times (x-2)(ax+1) &\rightarrow 3ax^2 + 3x - 2x + 2 = 3ax^2 + 3x - 6ax - 6 \\ \Rightarrow x = \frac{10}{2-6a} &\xrightarrow{\text{اگر بخواهیم } x \text{ جواب نداشته باشد}} 2 - 6a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \\ \xrightarrow{\text{جواب داشته باشد}} \begin{cases} x = 2 \rightarrow 2 = \frac{10}{2-6a} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{a} \rightarrow -\frac{1}{a} = \frac{10}{2-6a} \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$



۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه ۱: مجموع دو عبارت همواره نامنفی زمانی صفر است که هر دو با هم برابر صفر باشند، پس:

$$\sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{-x^2 + 4x - 3} = 0$$

$$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 4$$

$$-x^2 + 4x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب}} x = 1, x = 3$$

دو معادله‌ی فوق ریشه مشترک ندارد، پس معادله جواب ندارد.
گزینه ۲:

$$x^2 + \sqrt{x^2 + 2} = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2} = 1 - x^2$$

عبارت $\sqrt{x^2 + 2}$ همواره بزرگتر مساوی $\sqrt{2}$ ($\sqrt{x^2 + 2} \geq \sqrt{2}$) و عبارت $1 - x^2$ همواره کوچکتر مساوی ۱ ($1 - x^2 \leq 1$) است. پس تساوی $\sqrt{x^2 + 2} = 1 - x^2$ غیرممکن است و معادله جواب ندارد.

گزینه ۳: با توجه به اینکه حاصل \sqrt{u} همواره نامنفی است، پس عبارت $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2x - 1} + 1$ همواره مثبت است و معادله‌ی $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2x - 1} + 1 = 0$ غیرممکن است.
گزینه ۴:

$$\sqrt{x + 7} = \sqrt{x + 1} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x + 7 = x + 1 + 2\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow 6 = 2\sqrt{x} \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

$x = 9$ در معادله‌ی داده شده صدق می‌کند، پس معادله دارای یک جواب $x = 9$ است.

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر ماشین سریع‌تر در t ساعت چمن‌ها را کوتاه کند، ماشین دیگر در $2t$ ساعت چمن‌ها را کوتاه می‌کند، پس داریم:

$$\frac{1}{t} = \text{مقدار کار ماشین سریع‌تر در یک ساعت}$$

$$\frac{1}{2t} = \text{مقدار کار ماشین دیگر در یک ساعت}$$

$$\frac{1}{4} = \text{مقدار کار هر دو ماشین با هم در یک ساعت}$$

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow 2t = 12 \Rightarrow t = 6$$



۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+2} = \sqrt{2x-3} + 1$$

توان ۲
 $\longrightarrow x+2 = 2x-3+1+2\sqrt{2x-3} \Rightarrow 4-x = 2\sqrt{2x-3}$

توان ۲
 $\longrightarrow 16-8x+x^2 = 4(2x-3) \Rightarrow x^2-8x+16 = 8x-12$
 $\Rightarrow x^2-16x+28 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-14) = 0 \Rightarrow x=2, x=14$

جواب‌ها را در معادله امتحان می‌کنیم.

درست $x=2 \Rightarrow \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2-1=1$

نادرست $x=14 \Rightarrow \sqrt{16} - \sqrt{25} = 4-5=-1$

پس $x=2$ جواب معادله است و داریم:

$$a=2 \Rightarrow \frac{a^2+1}{a} = \frac{4+1}{2} = 2.5$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر t_1, t_2 و t_3 به ترتیب مدت زمانی باشند که رایان، شایان و سامان به تنهایی کار را تمام می‌کنند، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{24}$$

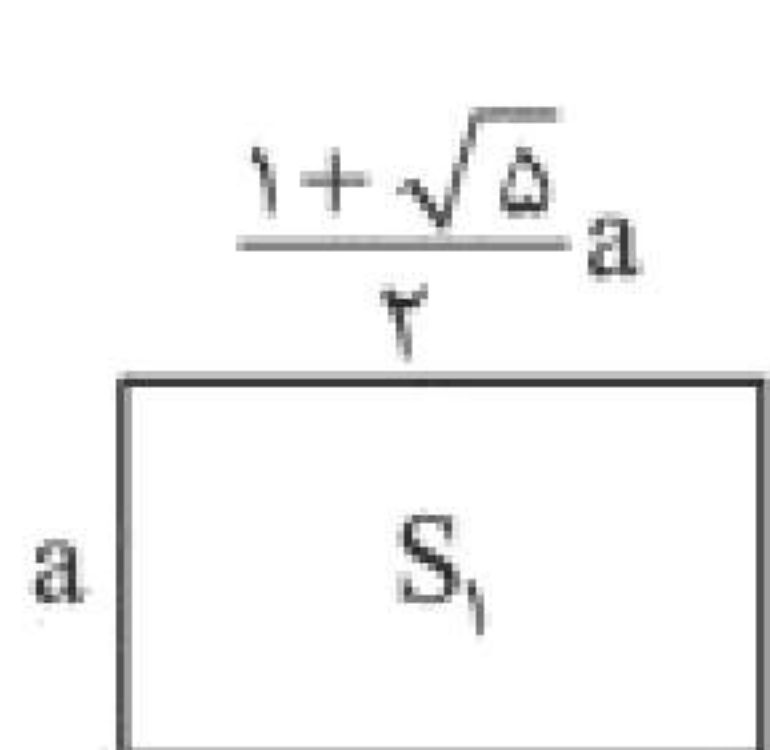
پس از اتمام نیمی از کار، شایان و سامان کار را در ۶ روز تمام می‌کنند، پس کل کار را در ۱۲ روز تمام می‌کنند.

$$\frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} = \frac{1}{12}$$

دو رابطه‌ی فوق را از هم کم می‌کنیم:

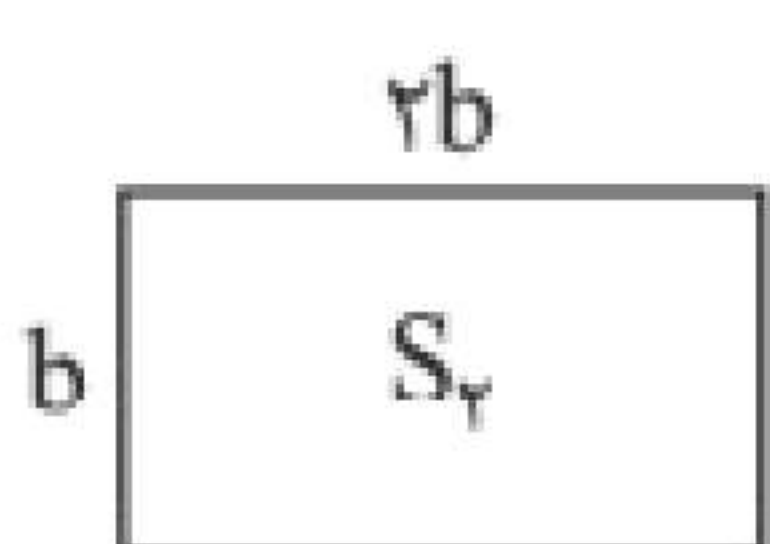
$$\frac{1}{t_3} - \frac{1}{t_1} = \frac{1}{12} - \frac{1}{24} = \frac{1}{24} \xrightarrow{t_1=3t_3} \frac{1}{t_3} - \frac{1}{3t_3} = \frac{1}{24} \Rightarrow \frac{2}{3t_3} = \frac{1}{24} \Rightarrow t_3 = 16$$

$$\frac{1}{t_2} + \frac{1}{16} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{t_2} = \frac{1}{12} - \frac{1}{16} = \frac{4-3}{48} = \frac{1}{48} \Rightarrow t_2 = 48 \text{ روز}$$



$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}a$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر عرض مستطیل طلایی را a بنامیم، طول آن برابر a است و اگر عرض مستطیل دیگر را b بنامیم، طول آن $2b$ است.



$$S_1 = (1+\sqrt{5})S_2 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{5}}{2}a^2 = (1+\sqrt{5})2b^2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 4 \Rightarrow \frac{a}{b} = 2$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt{2x - \frac{3}{x}} + \sqrt{2x + \frac{3}{x}} &= \sqrt{2x - 7} + \sqrt{2x + 7} \\ \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 2x - \frac{3}{x} + 2x + \frac{3}{x} + 2\sqrt{4x^2 - \frac{9}{x^2}} &= 2x - 7 + 2x + 7 + 2\sqrt{4x^2 - 49} \\ \Rightarrow 4x^2 - \frac{9}{x^2} &= 4x^2 - 49 \\ \Rightarrow \frac{9}{x^2} &= 49 \\ \Rightarrow x^2 &= \frac{9}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{7} \end{aligned}$$

هر دو جواب به دست آمده غیرقابل قبول هستند زیرا به ازای هر یک از آنها، عبارت زیر بعضی رادیکال‌ها منفی می‌شود.

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

اگر فرض کنیم $t = x^2 - 10x - 5$ آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 - 10x + 11} + \frac{1}{x^2 - 10x - 5} &= \frac{2}{x^2 - 10x - 29} \\ \Rightarrow \frac{1}{t + 16} + \frac{1}{t} &= \frac{2}{t - 24} \Rightarrow \frac{t + t + 16}{t(t + 16)} = \frac{2}{t - 24} \\ \Rightarrow 2t^2 - 32t - 384 &= 2t^2 + 32t \Rightarrow 64t = -384 \Rightarrow t = -6 \\ \Rightarrow x^2 - 10x - 5 &= -6 \Rightarrow x^2 - 10x + 1 = 0 \Rightarrow \text{اختلاف ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \\ \Rightarrow \text{اختلاف ریشه‌ها} &= \frac{\sqrt{100 - 4}}{1} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6} \end{aligned}$$



۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
طرفین معادله را به توان ۲ رسانده و داریم:

$$\sqrt{x-1} = x-3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-1 = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-5) = 0 \Rightarrow x=2, x=5$$

$$x=2 \xrightarrow{\text{در معادله قرار می دهیم}} \sqrt{2-1} = 2-3 \Rightarrow \sqrt{1} = -1 \text{ نادرست}$$

$$x=5 \xrightarrow{\text{در معادله قرار می دهیم}} \sqrt{5-1} = 5-3 \Rightarrow \sqrt{4} = 2 \text{ درست}$$

پس $x=5$ جواب معادله است و داریم:

$$a=5 \Rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{5+1}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x=-2 \Rightarrow \frac{1}{-2+1} + \frac{a}{4} = \frac{1}{-8+4} \Rightarrow -1 + \frac{a}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{a}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow a=3$$

$$\frac{1}{x+1} + \frac{3}{x^2} = \frac{1}{x^3+x^2} \Rightarrow \frac{x^2+3x+3}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x^3+x^2}$$

$$x^2+3x+3=1 \Rightarrow x^2+3x+2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \text{ درست} \\ x=-1 \text{ نادرست} \end{cases}$$

$x=-1$ غیر قابل قبول است چون ریشه‌ی مخرج است.

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(\sqrt[3]{8+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{8-\sqrt{x}} \right)^3 = 4^3$$

$$\xrightarrow{x \geq 0} 8 + \sqrt{x} + 8 - \sqrt{x} + 3\sqrt[3]{8+\sqrt{x}}\sqrt[3]{8-\sqrt{x}} \underbrace{\left(\sqrt[3]{8+\sqrt{x}} + \sqrt[3]{8-\sqrt{x}} \right)}_4 = 64$$

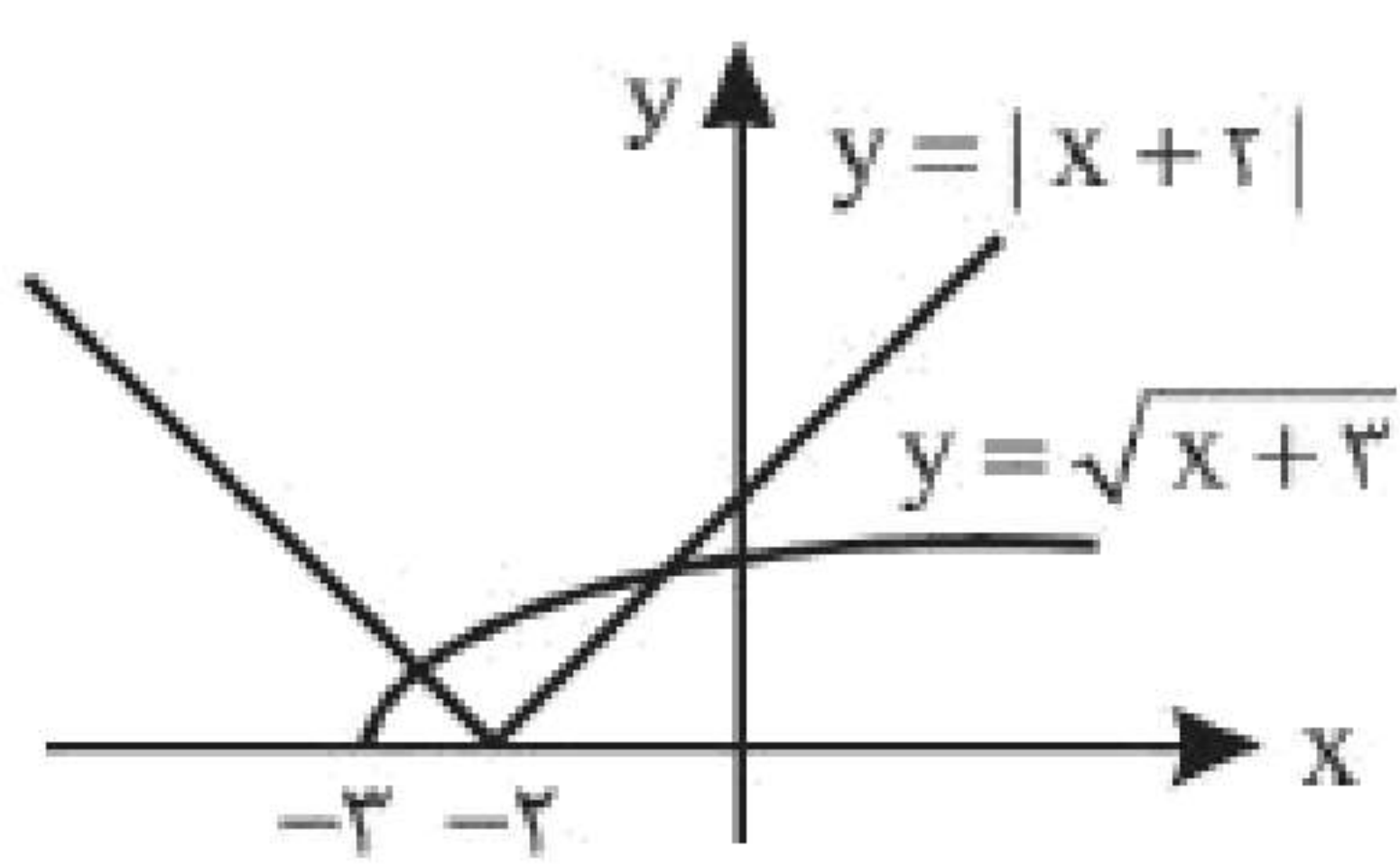
$$\Rightarrow 16 + 3\sqrt[3]{64-x} (4) = 64 \Rightarrow 12\sqrt[3]{64-x} = 48$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{64-x} = 4 \Rightarrow 64-x = 64 \Rightarrow x=0 \geq 0 \text{ ق.ق.}$$

معادله یک جواب دارد.



۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\sqrt{x+3} = |x+2| \Rightarrow x+3 = x^2 + 4x + 4, x \geq -3$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow S = \alpha + \beta = -3, P = \alpha\beta = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{S^2 - 2P}{P} = \frac{9 - 2}{1} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} - 1 = 6$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض کنید هر روز n صفحه را مطالعه کند و x روز طول بکشد.

$$n \times x = 120 \Rightarrow x = \frac{120}{n}$$

$$(n+12)(x-5) = 120$$

در رابطه‌ی دوم جایگذاری می‌کنیم که $x = \frac{120}{n}$:

$$(n+12)\left(\frac{120}{n} - 5\right) = 120 \Rightarrow 120 + \frac{1440}{n} - 60n = 120$$

$$\Rightarrow \frac{1440}{n} - 60n = 0 \xrightarrow{\times \frac{n}{5}} 288 - n^2 = 12n \Rightarrow n^2 + 12n - 288 = 0$$

$$\Rightarrow (n+24)(n-12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -24 \\ n = 12 \text{ صحیح} \end{cases} \Rightarrow x = 10$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنید علیرضا، صادق و احسان به ترتیب در x ، $\frac{x}{3}$ و $3x$ روز کار را تمام کنند.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{1}{21} \Rightarrow \frac{4}{3x} = \frac{1}{21} \Rightarrow x = 28$$

پس صادق و احسان در یک روز، $\frac{2}{x} + \frac{1}{3x} = \frac{7}{3x} = \frac{1}{12}$ کار را انجام می‌دهند و در نتیجه در ۱۲ روز کار را انجام می‌دهند.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2 - \sqrt{x} - 2 - \sqrt{x}}{4 - x} = \frac{x}{5\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow 4x - x^2 = -10x \Rightarrow x^2 - 14x = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 14$$



۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با تغییر متغیر $t = x^2 + 6x + 6$ ، معادله به فرم زیر درمی آید:

$$\sqrt{t+2} = t \xrightarrow{\text{توان ۲}} t+2 = t^2; t \geq 0 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (t+1)(t-2) = 0 \Rightarrow t = -1, 2 \xrightarrow{t \geq 0} t = 2$$

بنابراین:

$$x^2 + 6x + 6 = 2 \Rightarrow x^2 + 6x + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} x_1 + x_2 = -6$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طرفین معادله را در $2(x-1)(x-2)(x+2) \neq 0$ ضرب می کنیم:

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) - 2(x-1)(x+1) = 6(x-2)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 - 2x^2 + 2 = 6x - 12 \Rightarrow -x^2 - 5x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه ها} = -\frac{b}{a} = \frac{5}{-1} = -5$$

دقت کنید که ریشه ها گنگ و قابل قبول اند.

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2x-3} = t \Rightarrow t^2 + 2t = 3 \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \frac{1}{2x-3} = 1 \Rightarrow 2x-3 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ \text{یا} \\ t = -3 \Rightarrow \frac{1}{2x-3} = -3 \Rightarrow 2x-3 = -\frac{1}{3} \Rightarrow 2x = \frac{8}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

که $x = \frac{4}{3}$ در گزینه ها دیده می شود.

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x^2 - 6x + 8 \geq 0 &\Rightarrow x \leq 2 \text{ یا } x \geq 4 \\ -x^2 + 7x - 12 \geq 0 &\Rightarrow 3 \leq x \leq 4 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\cap} x = 4$$

حال تنها مقدار ممکن را در معادله قرار می دهیم:

$$\sqrt[3]{8+0} - \sqrt{16+0} = 2 - 4 = -2$$

پس این معادله فقط یک جواب دارد.



۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\frac{3+x+3-x+2\sqrt{(3+x)(3-x)}}{3+x+3-x-2\sqrt{(3+x)(3-x)}} = 4 \Rightarrow \frac{6+2\sqrt{9-x^2}}{6-2\sqrt{9-x^2}} = 4$$

$$\Rightarrow 6+2\sqrt{9-x^2} = 24-8\sqrt{9-x^2} \Rightarrow 10\sqrt{9-x^2} = 18$$

$$\Rightarrow \sqrt{9-x^2} = 1/8 \Rightarrow 9-x^2 = (1/8)^2 \Rightarrow x^2 = 3^2 - (1/8)^2$$

$$\Rightarrow x^2 = (3 - 1/8)(3 + 1/8) = 1/2 \times 4/8 = (1/2)^2 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1/2 \times 2 = 2/4 \\ x = -2/4 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
غلظت رنگ دوم را k درصد در نظر می‌گیریم پس:

$$\frac{\frac{40}{100} \times 11 + \frac{k}{100} \times 4}{11 + 4 - \frac{0.6}{100}} = \frac{50}{100}$$

۰/۶ = میزان تبخیر به کیلوگرم

$$\frac{4/4 + 0.04k}{14/4} = \frac{1}{2} \Rightarrow 8/8 + 0.08k = 14/4 \Rightarrow \frac{8}{100}k = 5/6 \Rightarrow k = \frac{560}{8} = 70$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$2-x+x+2\sqrt{2x-x^2} = 4x+2 \Rightarrow \sqrt{2x-x^2} = 2x$$

یکبار دیگر دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم.

$$2x-x^2 = 4x^2 \Rightarrow 5x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$0 \leq x_1, x_2 \leq 0$$

$$0/4 \xrightarrow{\quad\quad\quad} x_1 + x_2 = 0/4$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{27+x^2} = 3 - \sqrt{2x+3}$$

با دقت در معادله‌ی داده شده، مشخص می‌شود که حداقل عبارت $\sqrt[3]{27+x^2}$ برابر ۳ است. (زیرا حداقل مقدار x^2 برابر صفر است.)

$$x^2 \geq 0 \Rightarrow 27+x^2 \geq 27 \Rightarrow \sqrt[3]{27+x^2} \geq 3$$

همچنین، حداکثر مقدار عبارت $3 - \sqrt{2x+3}$ برابر ۳ است. (زیرا حداقل مقدار $\sqrt{2x+3}$ برابر صفر است.)

$$x \geq -\frac{3}{2} : \sqrt{2x+3} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2x+3} \leq 0 \Rightarrow 3 - \sqrt{2x+3} \leq 3$$

مقدار عبارت سمت چپ معادله، به ازای $x=0$ برابر ۳ می‌شود، ولی مقدار عبارت سمت راست معادله، به ازای $x=-\frac{3}{2}$ برابر ۳ می‌شود، پس هیچ مقدار مشترکی برای برقراری تساوی طرفین معادله، وجود ندارد یعنی معادله فاقد جواب است.

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون $x=2$ یک ریشه‌ی معادله است، پس در معادله صدق می‌کند. یعنی خواهیم داشت:

$$\frac{a+4}{x+4} + \frac{a}{x(x-1)} = \frac{4x+4}{x^2+3x-4} \xrightarrow{x=2} \frac{a+4}{6} + \frac{a}{2} = \frac{12}{4+6-4}$$

$$\Rightarrow \frac{a+4+3a}{6} = 2 \Rightarrow 4a+4=12$$

$$\Rightarrow 4a=8 \Rightarrow a=2 \Rightarrow \frac{6}{x+4} + \frac{2}{x(x-1)} = \frac{4x+4}{(x+4)(x-1)}$$

$$\Rightarrow \frac{6x(x-1)+2(x+4)}{x(x-1)(x+4)} = \frac{4x+4}{(x+4)(x-1)}$$

طرفین معادله را در عبارت $x(x-1)(x+4)$ ضرب می‌کنیم:

$$6x(x-1)+2(x+4)=x(4x+4) \Rightarrow 6x^2-6x+2x+8$$

$$=4x^2+4x \Rightarrow 2x^2-8x+8=0 \Rightarrow x^2-4x+4=0$$

$$\Rightarrow (x-2)^2=0 \Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$$

پس، $x=2$ ریشه‌ی مضاعف معادله است و بنابراین معادله، ریشه‌ی دیگری ندارد.



۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{x-3} - \frac{2}{x} = \frac{-18}{9-x^2} \Rightarrow \frac{3x-2x+6}{x(x-3)} = \frac{-18}{(3-x)(3+x)}$$

طرفین را در عبارت $x(x-3)(x+3) \neq 0$ ضرب می‌کنیم:

$$(x+6)(x+3) = 18x \Rightarrow x^2 + 9x + 18 = 18x$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=3 \end{cases}$$

جواب $x=3$ مخرج را صفر می‌کند پس قابل قبول نیست در نتیجه: $a=6$.

$$x + \sqrt{x} = 6 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 - x \Rightarrow x = 36 + x^2 - 12x, 0 \leq x \leq 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ قابل قبول} \\ x=9 \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

$x=9$ در معادله صدق نمی‌کند.

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنیم $M(\alpha, \sqrt{2\alpha+9})$ نقطه‌ای دلخواه روی نمودار باشد، در واقع حداقل AM را می‌خواهیم:

$$AM = \sqrt{(\alpha-3)^2 + (\sqrt{2\alpha+9}-0)^2}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{\alpha^2 - 6\alpha + 9 + 2\alpha + 9} = \sqrt{\alpha^2 - 4\alpha + 18}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(\alpha-2)^2 + 14} \Rightarrow \min AM = \sqrt{14}$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{6} + \frac{a}{12} = \frac{1}{12} \Rightarrow a = -1$$

$$\frac{x+2-x}{x(x+1)(x+2)} = \frac{1}{12} \Rightarrow x(x+1)(x+2) = 24$$

$$x^3 + 3x^2 + 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x-2)(\underbrace{x^2 + 5x + 12}_{\Delta < 0}) = 0$$

پس ریشه دیگری ندارد.



۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
معادله را حل می‌کنیم:

$$\frac{2x+1}{2x} = \frac{x+4}{x+6} \Rightarrow (2x+1)(x+6) = 2x(x+4)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 13x + 6 = 2x^2 + 8x \Rightarrow 2x^2 + 13x + 6 - 2x^2 - 8x = 0$$

$$\Rightarrow 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{6}{5}$$

$x = -\frac{6}{5}$ مخرج کسرها را صفر نمی‌کند و قابل قبول است.

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
۲۰۰ گرم با خلوص ۴۵٪ طلا یعنی ۹۰ گرم طلا و ۱۱۰ گرم نقره دارد.
اگر x گرم نقره اضافه کنیم در این صورت $x + ۱۱۰$ گرم نقره داریم و وزن کلی هم $x + ۲۰۰$ می‌شود، درصد جدید طلا باید ۳۰٪ باشد:

$$\frac{90}{200+x} = \frac{30}{100} \Rightarrow x = 100$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \sqrt{8} \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{1}{x} + \frac{1}{1-x} + \frac{2}{\sqrt{x-x^2}} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x(1-x)} + \frac{2}{\sqrt{x-x^2}} = 8$$

اگر فرض کنیم $\frac{1}{\sqrt{x-x^2}} = t$ است داریم:

$$t^2 + 2t = 8 \Rightarrow t^2 + 2t - 8 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -4 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-x^2}} = -4 \quad \times \\ t = 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-x^2}} = 2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-x^2}} = 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} \frac{1}{x-x^2} = 4 \Rightarrow 4x - 4x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow (2x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$



۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
 $X = 1$ باید در معادله صدق کند.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{1+a} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{1+a} \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{x}{x+2} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 5x - x - 2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x^2 + 4x - 2}{x^2 + 7x + 10} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6x^2 + 24x - 12 = x^2 + 7x + 10 \Rightarrow 5x^2 + 17x - 22 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(5x+22) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{22}{5} = -4\frac{2}{5} \end{cases}$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{6}{x} = 2 + \frac{x}{x+1} \Rightarrow 6(x+1) = 2x(x+1) + x^2$$

$$\Rightarrow 6x + 6 = 2x^2 + 2x + x^2 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\alpha\beta = -2 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{\alpha} = \beta \\ -\frac{2}{\beta} = \alpha \end{cases}$$

$$\left(\alpha - \frac{2}{\beta}\right)^2 + \left(\beta - \frac{2}{\alpha}\right)^2 = 4(\alpha^2 + \beta^2)$$

$$\Rightarrow 4(S^2 - 2P) = 4\left(\frac{16}{9} - 2 \times -2\right) = \frac{64}{9} + 16 = \frac{208}{9}$$

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a^2 = ab + 20b^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 - \left(\frac{a}{b}\right) - 20 = 0$$

$$\frac{a}{b} = x \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-5) = 0$$

$$x = 5 \Rightarrow a = 5b \Rightarrow \boxed{5b} b$$

$$\begin{cases} \text{قطر مستطیل} = b\sqrt{26} \\ \text{محیط مستطیل} = 12b \end{cases} \Rightarrow \frac{\text{قطر}}{\text{محیط}} = \frac{\sqrt{26}}{12}$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
فرض کنیم A در طی a روز و B در طی b روز کار را تمام کند:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6} \\ \frac{4}{a} + \frac{4}{b} + \frac{6}{b} = 1 \end{cases}$$

$$-4 \times \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{6}{b} = \frac{1}{3} \\ \frac{4}{a} + \frac{10}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 18 \\ a = 9 \end{cases}$$

$$\frac{4}{a} + \frac{4}{b} + \frac{n}{a} = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \frac{4}{18} + \frac{n}{9} = 1 \Rightarrow \frac{12 + 2n}{18} = 1 \Rightarrow n = 3$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر $x^2 + x + 1 = t$ بگیریم، $x^2 + x + 4 = t + 3$ و $2x^2 + 2x + 9 = 2t + 7$ می‌شود، پس داریم:

$$\sqrt{t} + \sqrt{t+3} = \sqrt{2t+7} \xrightarrow[t \geq 0]{\text{توان دوم}} t + t + 3 + 2\sqrt{t(t+3)} = 2t + 7$$

$$\Rightarrow \sqrt{t(t+3)} = 2 \Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \times \end{cases}$$

پس:

$$x^2 + x + 1 = 1 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

معادله دو جواب دارد.

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{1 - \sqrt{x}} = \sqrt{x} \Rightarrow 1 - \sqrt{x} = x$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 1 - x \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{0 \leq x \leq 1} x = 1 + x^2 - 2x \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 = 5 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

با توجه به این که $\sqrt{5} = 2/\dots$ ، پس یکی از ریشه‌ها که $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ باشد، غیرقابل قبول و $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ قابل قبول خواهد بود.



۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$v = \frac{x}{t} = \frac{100}{t} \Rightarrow t_1 = \frac{100}{v}$$

حالا که ۲۰ کیلومتر بر ساعت به سرعت اضافه شده است، پس سرعت جدید $v + 20$ خواهد بود:

$$t_2 = \frac{100}{v + 20}$$

از طرفی ساعت $\frac{50}{60} =$ دقیقه $50 = t_1 - t_2$ ، پس:

$$\frac{100}{v} - \frac{100}{v + 20} = \frac{50}{60} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{100v + 2000 - 100v}{v(v + 20)} = \frac{5}{6} \Rightarrow v(v + 20) = 2400$$

با امتحان گزینه‌ها به جواب $v = 40$ سریع‌تر می‌توانید برسید.

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2x + 3 = 1 + x + 1 + 2\sqrt{x+1} \Rightarrow 2x + 3 = x + 2 + 2\sqrt{x+1}$$

$$\Rightarrow x + 1 = 2\sqrt{x+1} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \Rightarrow x = -1 \\ \sqrt{x+1} = 2 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

هر دو ریشه قابل قبول هستند پس:

$$x_1 x_2 = -3$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$4x - 1 = 3\sqrt{2 - x^2}$$

با فرض $x \geq \frac{1}{4}$ ، طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$16x^2 - 8x + 1 = 18 - 9x^2 \Rightarrow 25x^2 - 8x - 17 = 0$$

جمع ضرایب صفر است پس:

$$x = 1, x = \frac{-17}{25}$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha + \frac{1}{\alpha} = 3$$



۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض کنیم رضا در طی R روز به تنهایی کار را تمام کند، پس علی در طی $2R$ روز کار را به تنهایی تمام می‌کند، پس:

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{3}{2R} = \frac{1}{20} \Rightarrow R = 30$$

پس رضا به تنهایی ۳۰ روز کار را تمام می‌کند و علی به تنهایی ۶۰ روز کار را تمام می‌کند.

$$\frac{5}{30} + \frac{5}{60} + \frac{n}{30} + \frac{n}{30} = 1$$

اگر بعد از ۵ روز کار مشترک n روز دیگر کار کنند داریم:

$$\frac{15}{60} + \frac{n}{15} = 1 \Rightarrow n = \frac{450}{40} \Rightarrow n = 11.25$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۵۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دقت کنید $x \neq \pm 2$ با این شرط داریم:

$$x(x-2) + a(x+2) = 4 \Rightarrow x^2 - 2x + ax + 2a - 4 = 0$$

$$x^2 + (a-2)x + 2a-4 = 0$$

برای آن که فقط یک جواب داشته باشد چند حالت داریم:

(۱) یکی از ریشه‌ها $x = 2$ باشد که آن را قبول نکنیم.

$$4 + 2a - 4 + 2a - 4 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$a = 1, x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

(۲) یکی از ریشه‌ها $x = -2$ باشد که آن را قبول نکنیم.

$$4 - 2a + 4 + 2a - 4 = 0 \text{ امکان ندارد}$$

(۳) ریشه مضاعف داشته باشد.

$$\Delta = a^2 - 4a + 4 - 4a + 16 = 0$$

$$a^2 - 8a + 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow x = 0 \checkmark \\ a = 10 \Rightarrow x = 4 \checkmark \end{cases} \Rightarrow a = 1, 2, 10$$