

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۵ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۹ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۳ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۱ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۳ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۳۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۳ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۵ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۶ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را ساده می کنیم:

$$\sqrt{(\sqrt{x+2}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x+2}-1)^2} = 3 \Rightarrow \underbrace{|\sqrt{x+2}+2| + |\sqrt{x+2}-1|}_{\oplus} = 3$$

$$|\sqrt{x+2}-1| = 1 - \sqrt{x+2}$$

$$|u| = -u \Rightarrow u \leq 0$$

$$\sqrt{x+2}-1 \leq 0$$

پس:

$$\sqrt{x+2} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x+2 \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq -1$$

پس $x \in [-2, -1]$ و در نتیجه معادله دو جواب صحیح دارد.

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x^2+3x+3}{(x+2)(x-3)} - \frac{x}{x+2} = \frac{k}{x-3} \Rightarrow \frac{\cancel{x^2}+3x+3 - \cancel{x^2}+3x}{(x+2)(\cancel{x-3})} = \frac{k}{(\cancel{x-3})}$$

$$\frac{6x+3}{x+2} = k \Rightarrow 6x+3 = kx+2k \Rightarrow 3-2k = kx-6x \Rightarrow x(k-6) = 3-2k$$

$$\Rightarrow x = \frac{3-2k}{k-6} = \text{ریشه منخرج}$$

برای اینکه معادله جواب نداشته باشد، پس باید $x = \frac{3-2k}{k-6}$ مساوی ریشه های منخرج باشد یا اصلاً موجود نباشد، پس

$$\begin{cases} \frac{3-2k}{k-6} = \frac{-2}{1} \Rightarrow 3-2k = -2k+12 \Rightarrow \text{به دست نیامد} \\ \frac{3-2k}{k-6} = \frac{3}{1} \Rightarrow 3-2k = 3k-18 \Rightarrow 21 = 5k \Rightarrow k = \frac{21}{5} \end{cases}$$

یا: $k = 6$

$$\frac{21}{5} + 6 = \frac{51}{5}$$

جمع مقادیر k برابر است با:

$$\frac{(x+1)^2 + (2x+1)^2}{(x+1)(2x+1)} = k$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله را ساده می کنیم:

$$5x^2 + 6x + 2 = k(2x^2 + 3x + 1) \Rightarrow (5-2k)x^2 + (6-3k)x + 2-k = 0$$

ریشه ها برابر $\tan \alpha$ و $\cot \alpha$ است. پس ضرب ریشه ها برابر یک است.

$$\frac{2-k}{5-2k} = 1 \Rightarrow 2-k = 5-2k \Rightarrow k = 3 \Rightarrow -x^2 - 3x - 1 = 0 \Rightarrow \tan \alpha + \cot \alpha = -3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = -3 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$A = \sqrt{5}(\sin \alpha + \cos \alpha) \Rightarrow A^2 = 5(1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha) = 5\left(1 - \frac{2}{3}\right) = 5\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{5}{3}}$$



۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{24}{x^2 - 2x} - \frac{12}{x^2 - x} = x^2 - x$$

$$\frac{12(2x - 2 - x + 2)}{x(x-1)(x-2)} = x^2 - x \Rightarrow \frac{12}{(x-1)(x-2)} = x(x-1) \Rightarrow 12 = x(x-1)^2(x-2)$$

$$\Rightarrow 12 = (x-1)^2(x^2 - 2x) \Rightarrow 12 = (x-1)^2[(x-1)^2 - 1] \Rightarrow 12 = (x-1)^4 - (x-1)^2$$

$$\xrightarrow{(x-1)^2 = t} t^2 - t - 12 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = 4 \\ (x-1)^2 = -3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$x-1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{جمع جوابها} = 2$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = 2 \\ P = \alpha\beta = \frac{b}{a} \end{cases}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روابط بین ریشه‌ها به صورت مقابل است:

$$a\beta^2 - 2a\beta + b = 0 \xrightarrow{\div a} \beta^2 - 2\beta = \frac{-b}{a} = -P$$

از طرفی β ریشه معادله است؛ بنابراین:

$$2\alpha^2 + 3\beta^2 - 2\beta = 18 \Rightarrow 2(\alpha^2 + \beta^2) + \beta^2 - 2\beta = 18$$

$$\Rightarrow 2(S^2 - 2P) - \frac{b}{a} = 18 \Rightarrow 2(4 - 2P) - P = 18 \Rightarrow P = -2$$

پس α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 2x - 2 = 0$ هستند.

$$2x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow a - b = 6$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b در نظر بگیریم، می‌دانیم که در مستطیل

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

طلایی، همواره رابطه زیر برقرار است:

$$a^2 = ab + b^2 \Rightarrow a^2 - b^2 = ab \Rightarrow a^2 - b^2 = s$$

پس داریم:

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو طرف تساوی را در $(x-1)(x+2)$ ضرب می‌کنیم.

$$(x-1)^2 - (x+1)^2 = kx(x^2 - 1 - (x-1)^2)$$

$$x^2 - 2x + 1 - x^2 - 2x - 1 = kx(x^2 - 1 - x^2 + 2x - 1)$$

$$-4x = kx(2x - 2) \Rightarrow x(2kx - 2k + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2k-4}{2k} \end{cases}$$

$$\left| 0 + \frac{4-2k}{2k} \right| = 2 \Rightarrow 4k = \pm(4-2k) \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{2}{3} \\ k_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow k_1 + k_2 = \frac{-4}{3}$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در معادله اول داریم:

$$\begin{cases} x^2 + x - 6 = 0 \\ x^3 - 8 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} x = 2$$

$$x^4 + m = 0 \xrightarrow{x=2} 16 + m = 0 \Rightarrow m = -16$$

$$x^2 + mx + n = 0 \xrightarrow[m=-16]{x=2} 4 - 32 + n = 0 \Rightarrow n = 28$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه معادله را محاسبه می‌کنیم.

$$x^3 - 4x^2 + 4x - 16 \geq 0 \Rightarrow x^2(x-4) + 4(x-4) \geq 0 \Rightarrow (x-4)(x^2+4) \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \quad (1)$$

$$4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \quad (2)$$

$$D = \{4\}$$

$$\sqrt{0+0} + \sqrt{4} = 2 \Rightarrow \text{صدق می‌کند}$$

دامنه معادله اشتراک ۱ و ۲ است.

اکنون $x = 4$ را در معادله امتحان می‌کنیم.

بنابراین معادله فقط یک جواب حقیقی دارد.

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $\frac{x-1}{x+1} = t$ داریم:

$$t + \frac{1}{t} = 1/9 \Rightarrow t^2 - 1/9t + 1 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow \text{فاقد ریشه حقیقی}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت طول به عرض مستطیل طلایی، عدد طلایی است.

$$\frac{x+2}{x+1} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \Rightarrow x\sqrt{5} + x + \sqrt{5} + 1 = 2x + 4 \Rightarrow x(\sqrt{5}-1) = 3-\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{3\sqrt{5}+3-5-\sqrt{5}}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

$$4x + 6 = 2\sqrt{5} - 2 + 6 = 2\sqrt{5} + 4 = 2(\sqrt{5} + 2)$$

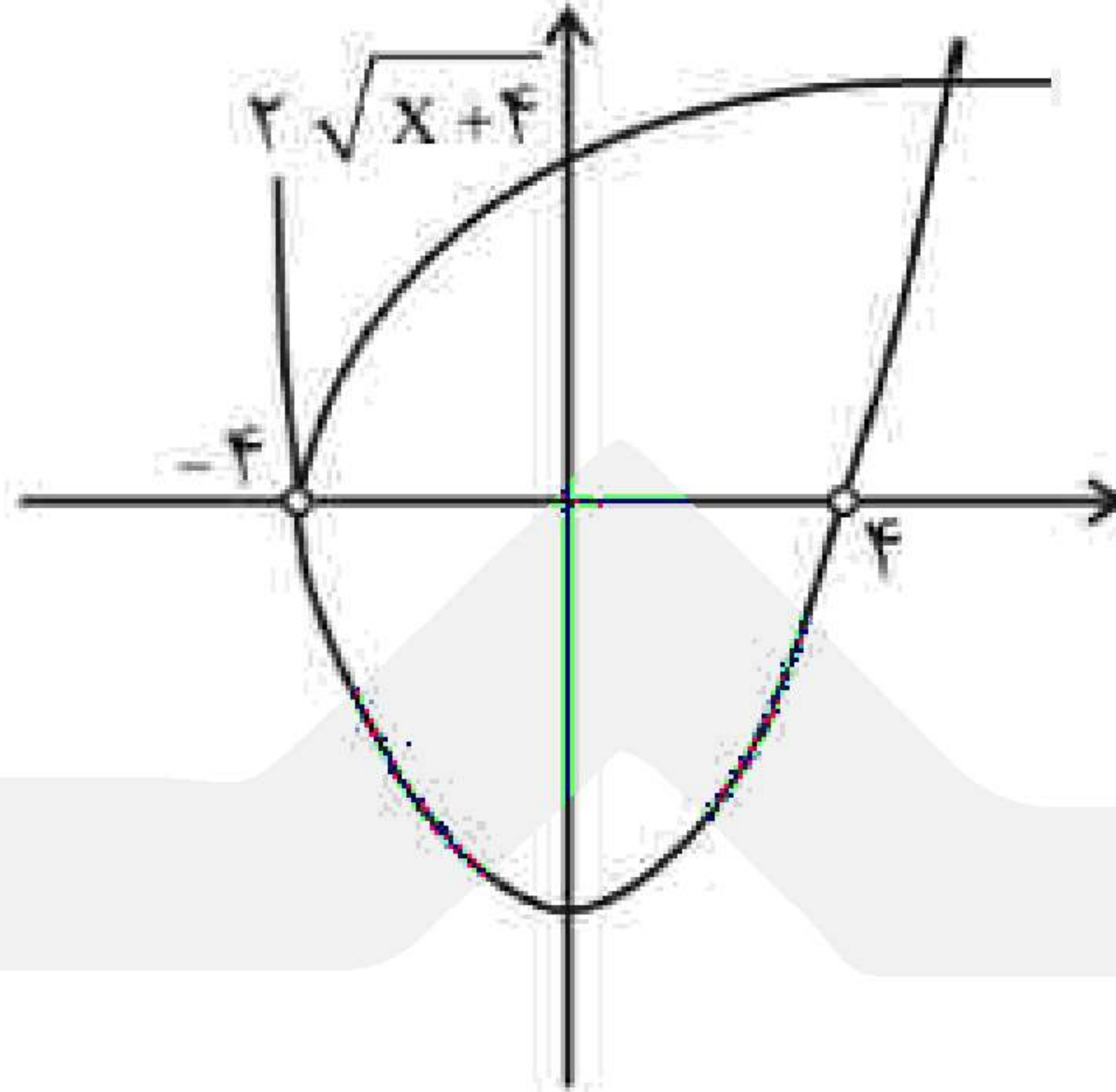
محیط مستطیل برابر است با:



۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله را با شرط $x \neq \pm 4$ طرفین وسطین می‌کنیم.

$$2\sqrt{x+4} = x^2 - 16$$

نمودار تابع‌های $y_1 = x^2 - 16$ و $y_2 = 2\sqrt{x+4}$ را در دامنه $\{x > -4\} - \{4\}$ رسم می‌کنیم:



دو نمودار یک بار هم‌دیگر را قطع می‌کنند، پس معادله یک ریشه دارد.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر سرعت قطار در مسیر برگشت x باشد، در مسیر رفت سرعت آن $x + 20$ است:

$$t_2 - t_1 = \frac{36}{60} \Rightarrow t_2 - t_1 = 0.6$$

$$\frac{240}{x} - \frac{240}{x+20} = \frac{6}{10} \Rightarrow 240 \left(\frac{20}{x(x+20)} \right) = \frac{6}{10} \Rightarrow x(x+20) = 8000 \Rightarrow x = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون مجموع دو عبارت غیرمنفی برابر صفر است؛ پس هریک از عبارات، همزمان به

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

ازای ریشه معادله باید صفر باشند:

$x = -2$ تنها ریشه منفی رادیکال اول است، بنابراین $x = -2$ ریشه رادیکال دوم هم است:

$$(-2)^3 - a(-2) = 0 \Rightarrow a = 4$$

↓

$$3x - 4y - 9 = 0 \text{ : ضلع مربع}$$

چون نقطه $A(2, 3)$ روی این ضلع مربع قرار ندارد بنابراین فاصله A تا خط $3x - 4y - 9 = 0$ برابر اندازه ضلع

$$d = \frac{|3(2) - 4(3) - 9|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

مربع است:

$$\text{محیط مربع} = 4 \times 3 = 12$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2\sqrt{2t-1} = t+1 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 4(2t-1) = (t+1)^2 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$t=1, t=5 \Rightarrow \text{ریشه‌های جدید} \begin{cases} x_1 = 3(1) - 8 = -5 \\ x_2 = 3(5) - 8 = 7 \end{cases} \begin{cases} S = 2 \text{ ریشه‌ها} \\ P = -35 \text{ ضرب ریشه‌ها} \end{cases}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - 35 = 0$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x+y}{x} = \frac{x}{y} \xrightarrow{\text{شرط مستطیل طلایی}} \frac{x+1}{x} = \frac{x}{1} \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = 5, x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \xrightarrow{x > 0} x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow x+2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + 2 = \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow (5 - \sqrt{5})(x+2) = \frac{(5 - \sqrt{5})(5 + \sqrt{5})}{2} = \frac{25 - 5}{2} = 10$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2\sqrt{2t-1} = t+1 \Rightarrow 4(2t-1) = (t+1)^2 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$(t-1)(t-5) = 0 \begin{cases} t=1 \Rightarrow x_1 = 5 \\ t=5 \Rightarrow x_2 = 13 \end{cases} \begin{cases} \rightarrow S = 18 \\ \rightarrow P = 65 \end{cases} \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 65 = 0$$

$$-3a = -18 \Rightarrow a = 6, b = 65$$

$$a \times b = 390$$



۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. V = سرعت پرنده در هوای راکد

$$V' = \text{سرعت ثابت باد} = \frac{50 \text{ km}}{h} \times \frac{1 h}{3600 S} \times \frac{1000 m}{1 \text{ km}} = \frac{125}{9} \frac{m}{s}$$

ارتباط بین مسافت پیموده شده (x) و سرعت ثابت (V) و زمان (t)
 $x = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{V}$

$$\underbrace{\frac{1000}{V - V'}}_{\text{سرعت در جهت مخالف باد}} - \underbrace{\frac{1000}{V + V'}}_{\text{سرعت در جهت موافق باد}} = 25 \Rightarrow \frac{1000}{V - \frac{125}{9}} - \frac{1000}{V + \frac{125}{9}} = 25$$

$$\Rightarrow \left(\frac{9000}{9V - 125} - \frac{9000}{9V + 125} = 25 \right) \times (9V - 125)(9V + 125) \quad \text{ک.م.م. مخرج‌ها}$$

$$9000(9V + 125) - 9000(9V - 125) = 25(9V - 125)(9V + 125)$$

$$\Rightarrow 2 \times 9000 \times 125 = 25(81V^2 - 15625) \Rightarrow 81V^2 = 105625$$

$$\Rightarrow V = \frac{325}{9} \frac{m}{s}$$

↓

$$x = V \cdot t$$

$$\text{متر } x = \frac{325}{9} \times 72 = 2600 \quad \text{مسافت طی شده در ۷۲ ثانیه}$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

$$\sqrt{2(x^2 - 3x + 4)} = -(x^2 - 3x)$$

$$\sqrt{2(t+4)} = -t$$

حالا با تغییر متغیر $x^2 - 3x = t$ داریم:

$$2(t+4) = t^2 \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0 \Rightarrow t = 4, -2$$

طرفین این معادله گنگ را به توان دو می‌رسانیم:

اگر ریشه‌های به دست آمده را در معادله گنگ اولیه (برحسب t) چک کنیم، $t = -2$ قابل قبول و $t = 4$ غیرقابل قبول

$$t = -2 \Rightarrow x^2 - 3x = -2 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = 1, 2$$

است. حالا داریم:

$$k^2 = 1 \times 2 \Rightarrow k = \pm \sqrt{2}$$

اگر واسطه هندسی بین این دو ریشه را k بنامیم داریم:

پس واسطه هندسی منفی برابر با $-\sqrt{2}$ است.



۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قبل از شروع به حل دقت کنید که در کسر $\frac{3-X}{x^2-x-6}$ می‌توان برای راحتی، عبارت

$x-3$ را از صورت مخرج ساده کرد:

$$\frac{-(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{-1}{x+2}$$

$$\frac{3x+1}{x-2} - \frac{20x-9}{x+2} = \frac{-1}{x+2}$$

پس داریم:

حالا طرفین تساوی را در عبارت $(x-2)(x+2)$ ضرب می‌کنیم تا مخرج کسرها از بین برود:

$$(3x+1)(x+2) - (20x-9)(x-2) = -1(x-2) \Rightarrow (3x^2 + 7x + 2) - (20x^2 - 49x + 18) = -x + 2$$

$$= -x + 2 \Rightarrow -17x^2 + 56x - 16 = -x + 2 \Rightarrow 17x^2 - 57x + 18 = 0 \Rightarrow x = \left\{ \frac{6}{17}, 3 \right\}$$

اما دقت کنید، $x=3$ به عنوان ریشه مخرج غیرقابل قبول بوده و این معادله فقط یک ریشه دارد، لذا واسطه هندسی بین ریشه‌های این معادله اساساً بی‌معنی است.

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در گردنبد موردنظر، سهم پلاتین یک درصد و طبیعتاً سهم طلا ۹۹ درصد است. حالا قرار است، سهم طلا به ۹۰ درصد و سهم پلاتین به ۱۰ درصد برسد. پس باید مقداری پلاتین به گردنبد اضافه شود. ببینید:

$$\frac{\text{وزن فعلی پلاتین}}{\text{وزن گردنبد}} = \frac{10}{100} \Rightarrow \text{وزن پلاتین} = 0.1 \text{ گرم}$$

حالا فرض کنید x گرم پلاتین اضافه می‌شود. بنابراین وزن پلاتین $0.1 + x$ و وزن کل $10 + x$ می‌شود. پس:

$$\frac{0.1+x}{10+x} = \frac{10}{100} \Rightarrow 10 + 100x = 100 + 10x \Rightarrow 90x = 90 \Rightarrow x = 1$$

یعنی باید یک گرم پلاتین اضافه شود.

$$1 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شرط جواب معادله:

$$\sqrt{1-2x} + |2x-1| = 1 \Rightarrow \sqrt{1-2x} + 1 - 2x = 1 \Rightarrow \sqrt{1-2x} = 2x \xrightarrow[\text{با شرط } x \geq 0]{\text{دو طرف به توان ۲}}$$

$$4x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{8} \xrightarrow[\alpha = \frac{2\sqrt{5}-2}{8}]{\text{با توجه به } 0 \leq x \leq \frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (8\alpha + 2)^2 = (2\sqrt{5})^2 = 20$$



$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} = \frac{1}{a+2} - \frac{7}{99} \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{a+2} = -\frac{7}{99}$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a+2-2a}{a(a+2)} = \frac{-7}{99} \Rightarrow -7a^2 - 14a = -99a + 198$$

$$7a^2 - 85a + 198 = 0 \Rightarrow a = \frac{85 \pm \sqrt{7225 - 5544}}{14} = \frac{85 \pm 41}{14} = \begin{cases} 9 & \text{ق ق} \\ \frac{22}{7} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$a = 9 \Rightarrow a+2 = 11 \Rightarrow 9 \times 11 = 99 \Rightarrow 9 + 9 = 18$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{17}{8} \times \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{2x+2}{x(x+2)} = \frac{17}{8(x+2)} \xrightarrow[\text{در } (x+2) \text{ ضرب}]{\text{ضرب طرفین}} 16x + 16 = 17x \Rightarrow x = 16 \Rightarrow x+2 = 18$$

$$16 = 1 + 6 + 1 + 8 = \text{مجموع ارقام } 2 \text{ عدد}$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با فرض $\sqrt{x^2 + 5x + 11} = Z$:

$$Z^2 - 2Z - 15 = 0 \Rightarrow \boxed{Z=5} \text{ و } Z=-3 \text{ (چون } Z \geq 0 \text{ غ ق ق)}$$

$$Z=5 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 11} = 5 \Rightarrow x^2 + 5x - 14 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-7 \end{cases}$$

$$a_4 = a_1 \times r^3 \Rightarrow -7 = a_1 (2)^3 \Rightarrow a_1 = \frac{-7}{8}$$

$$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q} \Rightarrow S_{10} = \frac{-7}{8} \times \frac{1-2^{10}}{1-2} = -895/125$$

$$\downarrow$$

$$[S_n] = -896 = \text{جزء صحیح مجموع}$$



۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 1 > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1$$

$$\frac{x^2 - 1 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x^2 - 4 = 3\sqrt{x^2 - 1} \Rightarrow 4x^2 - 16x^2 + 16 = 9x^2 - 9$$

$$4x^2 - 25x^2 + 25 = 0$$

$$x^2 = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 400}}{8} = \frac{25 \pm 15}{8} = \begin{cases} 5 & \text{ق ق} \\ \frac{5}{4} & \text{ق غ ق ق} \end{cases}$$

در معادله صدق نمی کند ← ق غ ق ق

$$\sqrt{x^2 + 4} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}} = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{-x}{2x-1} \quad x \neq 0$$

$$\frac{\cancel{x} - x - \cancel{x}}{x^2 - 1} = \frac{-x}{2x - 1}$$

$$x^2 = 2x \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{ق ق غ} \\ x = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$2^2 + 6(2) - a = 0 \Rightarrow a = 16$$

$$1 + 6 = 7$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض می کنیم شرکت A به تنهایی در X روز پروژه را به اتمام برساند، پس:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \Rightarrow 18(x+15) + 18x = x(x+15) \Rightarrow x^2 - 21x - 270 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 30)(x + 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -9 \end{cases} \quad \text{ق ق غ}$$

بعد از سه روز کار مشترک $3 \times \frac{1}{18} = \frac{3}{18}$ پروژه انجام شده، پس $\frac{15}{18}$ پروژه را باید شرکت A انجام دهد. بنابراین داریم:

$$\text{تعداد روزها} = \frac{15}{18} \times 30 = 25$$



۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر L و W طول و عرض این مستطیل طلایی باشد، رابطه زیر بین آن‌ها برقرار است.

$$\frac{L}{W} = \frac{W}{L} + 1, L \times W = 2 \Rightarrow W = \frac{2}{L} \Rightarrow \frac{L}{2} \times L = \frac{2}{L} + 1 \Rightarrow L^4 - 2L^2 - 4 = 0$$

$$L^2 = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow L = \sqrt{\sqrt{5} + 1} \Rightarrow W = \frac{2}{\sqrt{\sqrt{5} + 1}} \times \frac{\sqrt{\sqrt{5} - 1}}{\sqrt{5} - 1} = \sqrt{\sqrt{5} - 1}$$

$$\text{محیط} = 2\sqrt{(\sqrt{\sqrt{5} + 1} + \sqrt{\sqrt{5} - 1})^2} = 2\sqrt{2\sqrt{5} + 4}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم و داریم:

$$2 - \sqrt{2 - x} = x^2 \Rightarrow 2 - x^2 = \sqrt{2 - x} \Rightarrow 4 - 4x^2 + x^4 = 2 - x \Rightarrow x^4 - 4x^2 + x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x + 2)(x^2 - x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{ق ق} \\ x = -2 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

فقط یک ریشه $x = 1$ در معادله صدق می‌کند.

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{x^2 - 4} = \frac{8x}{x^2 - 4} = 8x \left(\frac{1 - x - 2}{x + 2} \right) \xrightarrow{x=0} (x+2) = (x^2 - 4)(-x - 1)$$

$$x + 2 \neq 0 \Rightarrow (x - 2)(-x - 1) = 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

پس ریشه‌های معادله‌ی $x(x^2 - x - 1) = 0$ یا $x^3 = x^2 + x$ است.

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x+10} = 2 - x \Rightarrow x + 10 = 4 - 4x + x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{ق ق} \\ x = 6 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$



۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا $x = -1$ را در معادله جای گذاری می کنیم تا b به دست آید:

$$0 + \frac{-1 + b}{-2} = 3 \Rightarrow b = -5$$

لذا معادله به صورت زیر ساده می شود:

$$\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-5}{x-1} = 3 \Rightarrow \frac{(x+1)(x-1) + (x-5)(x+2)}{(x+2)(x-1)} = 3$$

طرفین وسطین $\rightarrow x^2 - 1 + x^2 - 3x - 10 = 3(x^2 + x - 2)$

$$\Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x+1)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -5 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع ریشه ها} = -6$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + 3x + 2\sqrt{x^2 + 3x + 4} - 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 3x + 4) + 2\sqrt{x^2 + 3x + 4} - 15 = 0$$

$$t = \sqrt{x^2 + 3x + 4} > 0$$

$$\rightarrow t^2 + 2t - 15 = 0 \Rightarrow (t+5)(t-3) = 0$$

$$\begin{cases} t = -5 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x^2 + 3x + 4} = 3 \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 + 3x + 4 = 9$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 5 = 0 \Rightarrow P = x_1 x_2 = -5$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جواب معادله در معادله صدق می کند:

$$\frac{-3a}{ax+1} + \frac{2}{x-2a} = \frac{5}{3} \xrightarrow{x=-2} \frac{-3a}{-2a+1} + \frac{2}{-2-2a} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{2a-1} + \frac{2}{-2(a+1)} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3a}{2a-1} - \frac{1}{a+1} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3a(a+1) - (2a-1)}{(2a-1)(a+1)} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{3a^2 + 3a - 2a + 1}{2a^2 + 2a - a - 1} = \frac{5}{3}$$

طرفین وسطین $\Rightarrow \frac{3a^2 + a + 1}{2a^2 + a - 1} = \frac{5}{3} \rightarrow 5(2a^2 + a - 1) = 3(3a^2 + a + 1)$

$$\Rightarrow 10a^2 + 5a - 5 - 9a^2 - 3a - 3 = 0 \Rightarrow a^2 + 2a - 8 = 0 \Rightarrow (a-2)(a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -4 \end{cases}$$



۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{7 + \sqrt{3 - x}} = \sqrt{4x + 13} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 7 + \sqrt{3 - x} = 4x + 13$$

$$\sqrt{3 - x} = 4x + 13 - 7 \Rightarrow \sqrt{3 - x} = 4x + 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 3 - x = 16x^2 + 36 + 48x$$

$$\Rightarrow 16x^2 + 49x + 33 = 0$$

$$\xrightarrow{b = a + c} \begin{cases} \text{ق ق} \Rightarrow \text{در معادله ی اولیه صدق می کند: } x = -1 \\ \text{غ ق ق} \Rightarrow \text{در معادله ی اولیه صدق نمی کند: } x = -\frac{33}{16} \end{cases}$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر شیر B به تنهایی استخر را در X ساعت پر کند، شیر A به تنهایی در X - ۱۰ ساعت استخر را پر می کند. پس داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - 10} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{x - 10 + x}{x(x - 10)} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{2x - 10}{x(x - 10)} = \frac{1}{12} \Rightarrow x^2 - 10x = 24x - 120$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 24x + 120 = 0 \Rightarrow x^2 - 34x + 120 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 30)(x - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 30 = 0 \Rightarrow x = 30 \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \text{ غیرقابل قبول}$$

اگر $x = 4$ باشد، ساعت پر کردن شیر A عددی منفی می شود ($x - 10 = -6$) پس $x = 4$ غیرقابل قبول است.

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2x - 7}{3x - 8} + 2 = \frac{x - 1}{2} \Rightarrow \frac{2x - 7 + 2(3x - 8)}{3x - 8} = \frac{x - 1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x - 7 + 6x - 16}{3x - 8} = \frac{x - 1}{2} \Rightarrow \frac{8x - 23}{3x - 8} = \frac{x - 1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 2(8x - 23) = (3x - 8)(x - 1)$$

$$\Rightarrow 16x - 46 = 3x^2 - 3x - 8x + 8 \Rightarrow 3x^2 - 27x + 54 = 0$$

$$\Rightarrow 3(x^2 - 9x + 18) = 0 \Rightarrow 3(x - 3)(x - 6) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = 6$$

هیچ یک از جواب های حاصل، مخرج را صفر نمی کند، پس هر دو جواب قابل قبول است.

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر کوروش در X روز، کار مطالعه را تمام کند، داریوش در $x + 5$ روز این کار را انجام

می دهد و بنابراین در یک روز کوروش $\frac{1}{x}$ و داریوش $\frac{1}{x + 5}$ و هر دو $\frac{1}{6}$ کتاب را می خوانند:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x + 5 + x}{x(x + 5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2x + 5}{x^2 + 5x} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 + 5x = 6(2x + 5)$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x - 12x - 30 = 0 \Rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -3 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$



۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا مخرج کسرها را تا حد امکان تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{x}{x-1} - \frac{x^2+1}{2x^2-x-1} = \frac{x+1}{2x+1} \Rightarrow \frac{x}{x-1} - \frac{x^2+1}{(2x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{2x+1}$$

حال دو طرف تساوی را در ک.م.م مخرج‌ها ضرب می‌کنیم:

$$(2x+1)(x-1) \left(\frac{x}{x-1} - \frac{x^2+1}{(2x+1)(x-1)} \right) = \frac{x+1}{2x+1} \cdot (2x+1)(x-1)$$

$$\Rightarrow x(2x+1) - (x^2+1) = (x-1)(x+1)$$

$$\Rightarrow 2x^2+x-x^2-1 = x^2-1 \Rightarrow x = 0$$

$x=0$ مخرج کسرها را صفر نمی‌کند، پس قابل قبول است.

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در محلول آب و شکر اولیه، $60 \text{ kg} = 150 \times \frac{40}{100}$ شکر و 90 کیلوگرم آب داریم. حال

اگر $\frac{1}{3}$ آب تبخیر شود وزن آن برابر $60 = 90 \times \frac{2}{3}$ کیلوگرم و وزن محلول به $120 \text{ kg} = 60 + 60$ می‌رسد (60 کیلوگرم آب و 60 کیلوگرم شکر).

اکنون می‌خواهیم با افزودن x کیلوگرم شکر به این محلول، غلظت آن را به 60 درصد برسانیم، پس داریم:

$$\begin{cases} \text{میزان شکر در محلول جدید} = 60 + x \\ \text{وزن کل محلول جدید} = 120 + x \end{cases} \Rightarrow \frac{60+x}{120+x} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

طرفین وسطین

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 300 + 5x = 360 + 3x \Rightarrow 2x = 60 \Rightarrow x = 30 \text{ kg}$$

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2x+1} = 5-2x \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x+1 = 25-20x+4x^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 22x + 24 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 11x + 12 = 0 \Rightarrow (x-4)(2x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \text{ ق ق} \\ x=\frac{3}{2} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$2a+1 = 2\left(\frac{3}{2}\right)+1 = 4 \quad \text{بنابراین } a = \frac{3}{2} \text{ است، در نتیجه داریم:}$$

۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نقاش اول در x روز کار نقاشی را انجام دهد، نقاش دوم در $x+5$ روز این کار را انجام می‌دهد. پس در یک روز داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{x+5+x}{x(x+5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow x(x+5) = 6(2x+5)$$

$$\Rightarrow x^2+5x = 12x+30 \Rightarrow x^2-7x-30 = 0 \Rightarrow (x-10)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-3 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

پس نقاش اول در 10 روز و نقاش دوم $15 = 10 + 5$ روز این کار را انجام می‌دهد.



۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیر A استخر را در x ساعت و شیر B در $x + 9$ ساعت و هر دو با هم در ۲۰ ساعت پر می‌کنند. پس در یک ساعت شیر A، $\frac{1}{x}$ و شیر B، $\frac{1}{x+9}$ و هر دو $\frac{1}{20}$ استخر را پر می‌کنند و داریم:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} &= \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{x+9+x}{x(x+9)} = \frac{1}{20} \\ \Rightarrow \frac{2x+9}{x^2+9x} &= \frac{1}{20} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} x^2+9x = 20(2x+9) \\ \Rightarrow x^2+9x &= 40x+180 \Rightarrow x^2+9x-40x-180=0 \\ \Rightarrow x^2-31x-180 &= 0 \Rightarrow (x+5)(x-36)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-5 \text{ (غ ق ق)} \\ x=36 \end{cases}\end{aligned}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر شیر A استخر را در x ساعت پر کند، آن‌گاه شیر B آن را در $x + 20$ ساعت پر می‌کند و داریم:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} + \frac{1}{x+20} &= \frac{1}{7/5} \xrightarrow{7/5 = \frac{15}{2}} \frac{x+20+x}{x(x+20)} = \frac{1}{\frac{15}{2}} \\ \Rightarrow \frac{2x+20}{x(x+20)} &= \frac{2}{15} \Rightarrow 2x^2+40x = 30x+300 \\ \Rightarrow 2x^2+40x-30x-300 &= 0 \Rightarrow 2x^2+10x-300=0 \\ \xrightarrow{\div 2} x^2+5x-150 &= 0 \Rightarrow (x-10)(x+15)=0 \\ \begin{cases} x-10=0 \Rightarrow x=10 \\ x+15=0 \Rightarrow x=-15 \end{cases} &\text{غیرقابل قبول}\end{aligned}$$



۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\sqrt{9x^2 - 4x + (\sqrt{2x-1})^2} = 2 \Rightarrow \sqrt{9x^2 - 4x + |2x-1|} = 2$$

$$\xrightarrow{x < \frac{1}{2}} \sqrt{9x^2 - 4x + (1 - 2x)} = 2 \Rightarrow \sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(3x-1)^2} = 2 \Rightarrow |3x-1| = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-1=2 \Rightarrow x=1 \text{ غ ق ق} \\ 3x-1=-2 \Rightarrow x=-\frac{1}{3} = \alpha \end{cases} \left(x < \frac{1}{2} \right)$$

بنابراین نامعادله‌ی $|y-\alpha| < |6\alpha|$ به صورت زیر خواهد بود.

$$\left| y + \frac{1}{3} \right| < 2 \Rightarrow -2 < y + \frac{1}{3} < 2 \Rightarrow -\frac{7}{3} < y < \frac{5}{3}$$

مقادیر صحیح y در این بازه مقادیر ۲- و ۱- و صفر و ۱ می‌باشند و مجموع این مقادیر برابر ۲- می‌باشد.

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جواب معادله، در معادله صدق می‌کند:

$$\frac{x-1}{a-x} + \frac{a-x}{x-1} = \frac{a-1}{x-1} \xrightarrow{x=3} \frac{3-1}{a-3} + \frac{a-3}{3-1} = \frac{a-1}{3-1} \Rightarrow \frac{2}{a-3} + \frac{a-3}{2} = \frac{a-1}{2}$$

$$\xrightarrow{\times 2(a-3)} 2(2) + (a-3)(a-3) = (a-1)(a-3)$$

$$\Rightarrow 4 + a^2 - 6a + 9 = a^2 - 4a + 3 \Rightarrow 13 - 6a = 3 - 4a$$

$$\Rightarrow -6a + 4a = 3 - 13 \Rightarrow -2a = -10 \Rightarrow a = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$\xrightarrow[\text{در معادله}]{\text{جای گذاری}} \frac{x-1}{5-x} + \frac{5-x}{x-1} = \frac{4}{x-1} \xrightarrow{\times (x-1)(5-x)} (x-1)^2 + (5-x)^2 = 4(5-x)$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + x^2 - 10x + 25 = 20 - 4x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x + 26 + 4x - 20 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\div 2} x^2 - 4x + 3 = 0 \quad a+b+c=0 \quad \begin{cases} \text{غ ق ق} \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

چون $x=1$ مخرج کسر را صفر می‌کند، پس غیرقابل قبول می‌باشد.



۴۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

طرفین معادله را در عبارت $(x-3)(x+3)$ یعنی مخرج مشترک مخرج‌ها ضرب می‌کنیم:

$$(x-3)(x+3) \left(\frac{2x}{x-3} + \frac{5}{x+3} = \frac{36}{(x-3)(x+3)} \right)$$

$$\Rightarrow 2x(x+3) + 5(x-3) = 36$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x + 5x - 15 - 36 = 0 \Rightarrow 2x^2 + 11x - 51 = 0$$

$$\Delta = (11)^2 - 4(2)(-51) = 121 + 408 = 529$$

$$x_1 \text{ و } x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-11 \pm \sqrt{529}}{2(2)} = \frac{-11 \pm 23}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-11 + 23}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ (غیر قابل قبول زیرا مخرج را صفر می‌کند)} \\ x_2 = \frac{-11 - 23}{4} = \frac{-34}{4} = -\frac{17}{2} \text{ قابل قبول} \end{cases}$$

پس معادله تنها یک جواب منفی $\left(x = -\frac{17}{2}\right)$ دارد.

۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید دو طرف را در مخرج مشترک کسرها ضرب کنیم، یعنی در $x(x-1)$:

$$x(x-1) \left(\frac{x-3}{x-1} - \frac{2x-8}{x^2-x} \right) = x(x-1) \times \frac{k}{x^2-x}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 8 = k \Rightarrow x^2 - 5x + (8-k) = 0$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{8-k}{1} = 6 \Rightarrow 8-k = 6 \Rightarrow k = 2$$

دقت کنید: به‌ازای $k=2$ ، معادله به شکل $x^2 - 5x + 6 = 0$ درمی‌آید که دارای ریشه‌های ۲ و ۳ است که هیچ‌کدام مخرج را صفر نمی‌کنند، یعنی $k=2$ قابل قبول است.

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید x گرم از محلول، شامل A و $3x$ گرم آن B باشد، بنابراین با اضافه کردن ۱۰۰ گرم از ماده‌ی A به محلول داریم:

$$\frac{A \text{ محلول}}{\text{کل محلول}} = \frac{x+100}{x+3x+100} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+100}{4x+100} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4x+100 = 2(x+100) \Rightarrow 4x+100 = 2x+200 \Rightarrow 4x-2x = 200-100$$

$$\Rightarrow 2x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{2} = 50 \text{ گرم} \Rightarrow \text{وزن محلول اولیه} = 4x = 4(50) = 200 \text{ گرم}$$