

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





- |      | ۱                                   | ۲                                   | ۳                                   | ۴                                   |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ -  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲ -  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۳ -  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۴ -  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۵ -  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۶ -  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۷ -  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۸ -  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۹ -  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۰ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۱ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۲ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۳ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۴ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۶ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۱ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۵ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۶ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۲۸ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۰ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۱ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۲ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۳ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۴ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |

- |      | ۱                                   | ۲                                   | ۳                                   | ۴                                   |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۳۵ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۶ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۷ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۸ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۳۹ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۰ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۱ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۲ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۳ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۵ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۶ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۷ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۴۸ - | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۹ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |
| ۵۰ - | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |



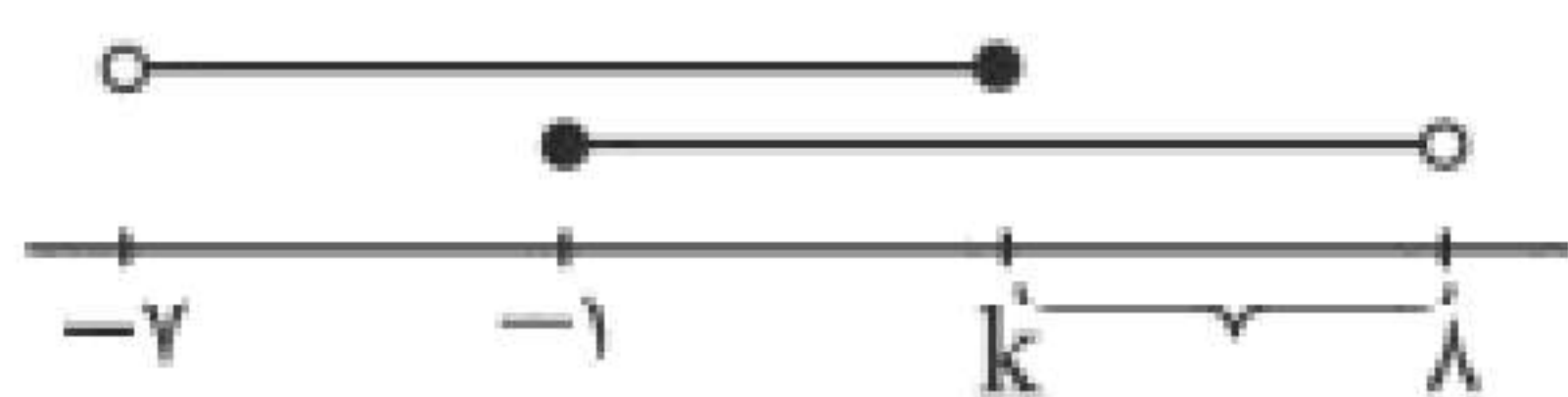


۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $A' \cap B' = (A \cup B)'$  و

$$n(A \cup B) + n((A \cup B)') = n(U) \\ \Rightarrow (4x + 4) + (x - 1) = 38$$

در نتیجه:

$$5x + 3 = 38 \Rightarrow 5x = 35 \Rightarrow x = 7 \\ n(A \cup B) = 4x + 4 = 4 \times 7 + 4 = 32 \\ n(A' \cap B) = n(B - A) = 2x - 1 = 13 \\ n(A) = n(A \cup B) - n(B - A) \Rightarrow n(A) = 32 - 13 \Rightarrow n(A) = 19$$



۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به محور:  
حاصل  $[-1, 8) - (-7, k]$  بازه  $(k, 8)$  است. اگر این بازه شامل سه عدد صحیح باشد، آن اعداد صحیح ۷، ۶، ۵ می‌باشند، پس عدد صحیح  $k$  برابر با ۴ خواهد بود.

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-13 < 2m + 1 < -5 \Rightarrow -14 < 2m < -6 \Rightarrow -7 < m < -3 \Rightarrow -6, -5, -4 \\ 5 \leq 2m + 1 \leq 17 \Rightarrow 4 \leq 2m \leq 16 \Rightarrow 2 \leq m \leq 8 \Rightarrow 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

مجموعاً ۱۰ عدد

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بین هر دو عدد حقیقی متمایز، بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد. لذا تعداد عضوهای مجموعه‌ی اعداد گنگ بین  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{6}$  بی‌شمار است و این مجموعه نامتناهی است.

مجموعه‌ی بیان شده در گزینه‌ی ۱ دارای ۱۰۰ عضو است. بنابراین متناهی است.

$$\{0, 1, 2, \dots, 99\}$$

مجموعه‌ی بیان شده در گزینه‌ی ۲ دارای ۱۴ عضو است. بنابراین متناهی است.

$$\{-6, -5, -4, \dots, 7\}$$

مجموعه‌ی بیان شده در گزینه‌ی ۴ دارای ۹ عضو است. بنابراین متناهی است.

$$\{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$





۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی عضوهای تیم فوتبال را با  $F$  و مجموعه‌ی عضوهای تیم بسکتبال را با  $B$  نمایش می‌دهیم. داریم:

$$n(F) = 23$$

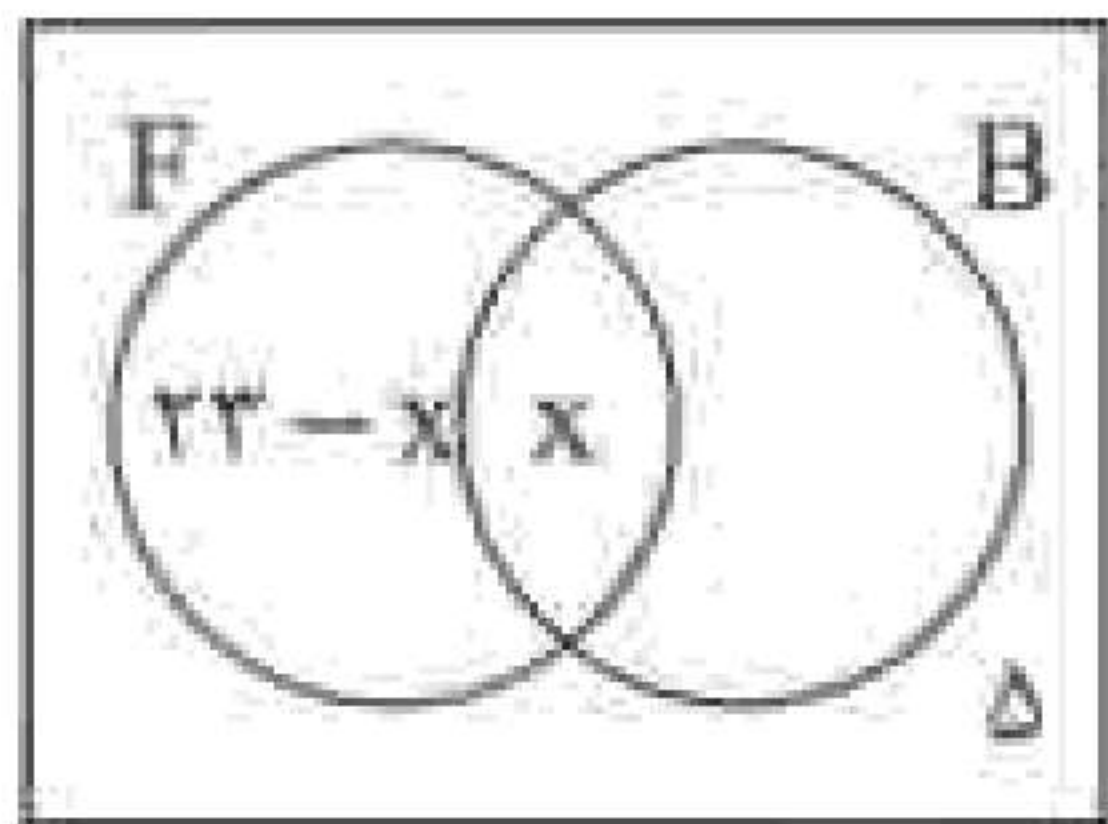
$$n(B') = 24 \Rightarrow n(U) - n(B) = 24 \Rightarrow 40 - n(B) = 24 \Rightarrow n(B) = 16$$

۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو تیم نیستند.  
در نتیجه:

$$n(F \cup B) = 40 - 5 \Rightarrow n(F \cup B) = 35$$

$$n(F \cup B) = n(F) + n(B) - n(F \cap B) \Rightarrow 35 = 23 + 16 - n(F \cap B)$$

$$\Rightarrow n(F \cap B) = 4$$



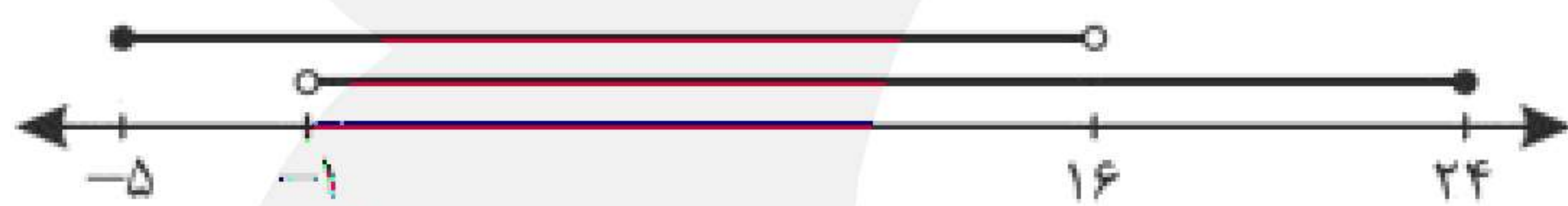
روش دوم: با توجه به نمودار، اگر  $x$  نفر عضو هر دو تیم باشند،  $x - 23$  نفر عضو تیم فوتبال هستند. چون ۲۴ نفر عضو بسکتبال نیستند ( $B'$ ) بنابراین:

$$(23 - x) + 5 = 24 \Rightarrow x = 4$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} U &= \{1, 2, 3, \dots, 29\} \\ P &= \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\} \\ O &= \{2, 4, 6, \dots, 28\} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow (O \cup P)' = \{1, 9, 15, 21, 25, 27\} \Rightarrow \text{عضو ۶}$$



$$(-1, 24] - [-5, 16) = [16, 24]$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به محور اعداد داریم:

اعداد صحیح این بازه عبارتند از:

$$16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$$

پس مجموعه‌ی حاصل شامل ۹ عضو صحیح است.

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{گزینه ۱: } (-\infty, 6] \cap (2, 9) = (2, 6]$$

عضوهای صحیح: ۳, ۴, ۵, ۶

$$\text{گزینه ۲: } (-3, 0) \cup (-2, 5] = (-3, 5]$$

عضوهای صحیح: -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵

$$\text{گزینه ۳: } [2, 4) - (3, +\infty) = [2, 3]$$

عضوهای صحیح: ۲, ۳

$$\text{گزینه ۴: } (3, +\infty) - [2, 4) = [4, +\infty)$$

عضوهای صحیح: ۴, ۵, ۶, ...





۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A_1 = \left[ \frac{1-10}{3}, 1 \right] = \left[ -\frac{9}{3}, 1 \right] = [-3, 1]$$

$$A_4 = \left[ \frac{4-10}{3}, 4 \right] = \left[ -\frac{6}{3}, 4 \right] = [-2, 4]$$

$$(A_1 \cap A_4) = [-3, 1] \cap [-2, 4] = [-2, 1]$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$M = \{1, 2, \dots, 120\}$$

$$A = \{1, 3, 5, \dots, 119\}$$

$$B = \{3, 9, 15, \dots, 117\} \Rightarrow B \text{ تعداد عضوهای } \frac{117-3}{6} + 1 = 19 + 1 = 20$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یادآوری می‌شود که  $A \cap B' = A - B$  و همچنین  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$  بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$87 = 48 + 61 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 22$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 48 - 22 = 26$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزاره «الف» صحیح است زیرا در مجموعه  $A$  اعداد صحیح  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  و در مجموعه  $B$  اعداد صحیح  $-2, -1, 0, 1, 2$  وجود دارند، پس در مجموعه  $(A - B)$  اعداد صحیح  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  وجود دارند که تعداد آنها برابر ۵ است.

گزاره «ب» نادرست است زیرا علی‌رغم این‌که تساوی  $N - Z = Q \cap Q'$  به دلیل تھی بودن طرفین تساوی برقرار است اما در تساوی  $Z \cup Q = R$  سمت چپ تساوی شامل اعداد گنگ نیست در حالی که مجموعه  $R$  اعداد گنگ را نیز شامل می‌شود، پس این تساوی برقرار نیست.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون شروع اشتراک عدد ۲- می‌باشد، پس  $3x - 4y$  باید ۲- باشد و چون پایان اشتراک عدد ۳ می‌باشد،  $3y - 7x$  باید ۳ باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 3y - 7x = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} 9x - 12y = -6 \\ 12y - 28x = 12 \end{cases} \Rightarrow -19x = 6 \Rightarrow x = -\frac{6}{19}$$

$$3y - 7x = 3 \Rightarrow 3y = 7x + 3 \Rightarrow 3y = -\frac{42}{19} + 3$$

$$\Rightarrow y = -\frac{14}{19} + 1 \Rightarrow y = \frac{5}{19} \Rightarrow x + y = -\frac{1}{19}$$





۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2m + 3n = 12n - m \Rightarrow 3m = 9n \Rightarrow m = 3n \quad (1)$$

$$2m + 3n = 4 - 3n \xrightarrow{(1)} 6n + 3n = 4 - 3n \Rightarrow 12n = 4 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{(1)} m = 1 \Rightarrow m - n = \frac{2}{3}$$

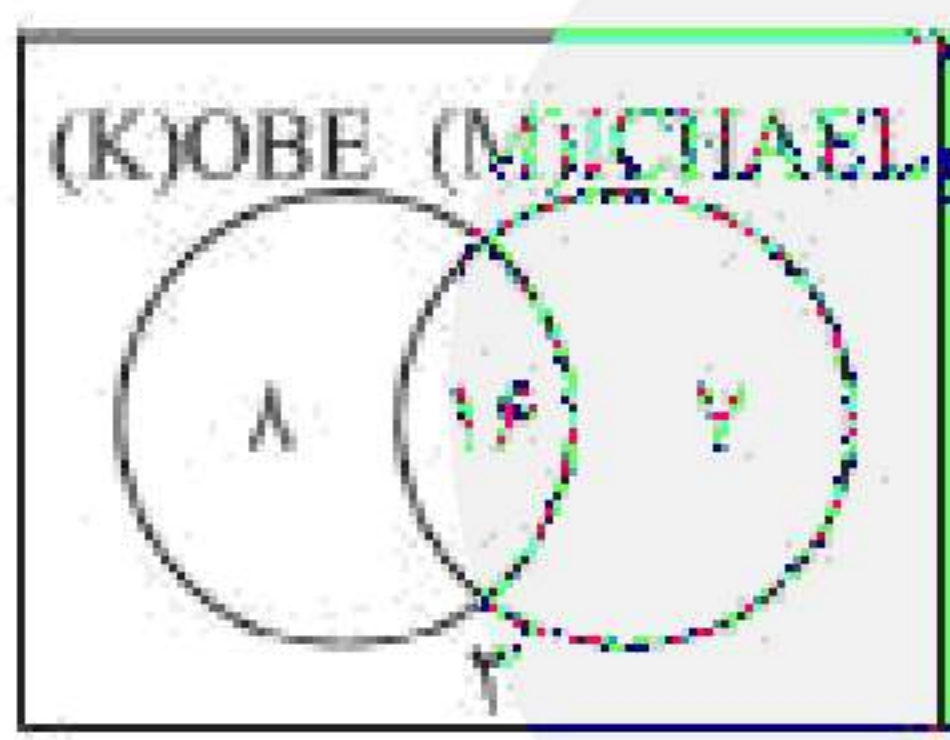
۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A_2 = \left( \frac{2-3}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

$$A_4 = \left( \frac{4-3}{4}, \frac{3}{4} \right) = \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right)$$

$$(A_2 \cup A_4) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \cup \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{array}{l} n(K) = 24 \\ n(K - M) = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow n(K \cap M) = 24 - 8 = 16$$

$$n(M - K) = 23 - 16 = 7 \Rightarrow 24 - (8 + 16 + 7) = 3$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \{14, 21, 28, 35, 42, 49, \dots, 98\}$$

$$B = \{14, 28, 42, 56, \dots\}$$

$$A - B = \{21, 35, 49, 63, 77, 91\} \rightarrow 4 \text{ گزینه}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

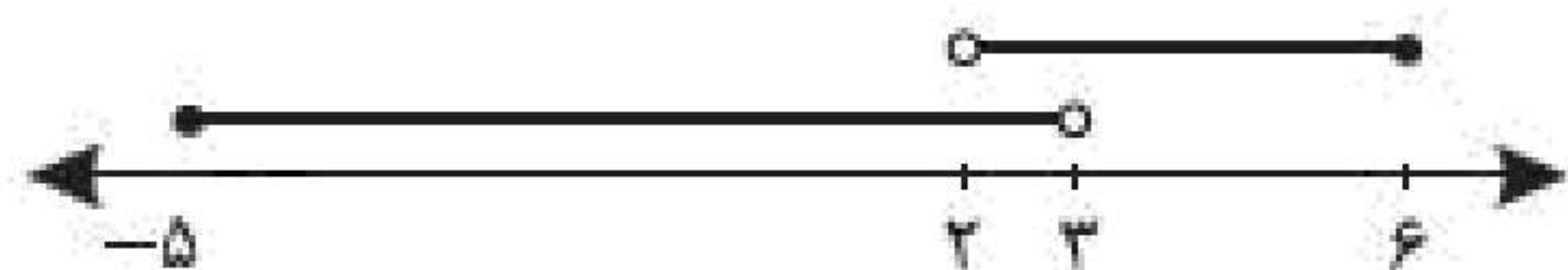
$$A' \cap B \subseteq A \cup B' \Rightarrow A' \cap B \subseteq (A' \cap B)'$$

رابطه‌ی بالا فقط وقتی برقرار است که  $A' \cap B \subseteq \emptyset$  باشد.

$$A' \cap B \subseteq \emptyset \Rightarrow B - A = \emptyset$$

بنابراین،  $B - A$  متناهی است.

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با توجه به محور، اگر عضوهای مشترک دو بازه یعنی  $(2, 3)$  را از  $[-5, 3]$  حذف کنیم،  $[-5, 2]$  باقی می‌ماند.

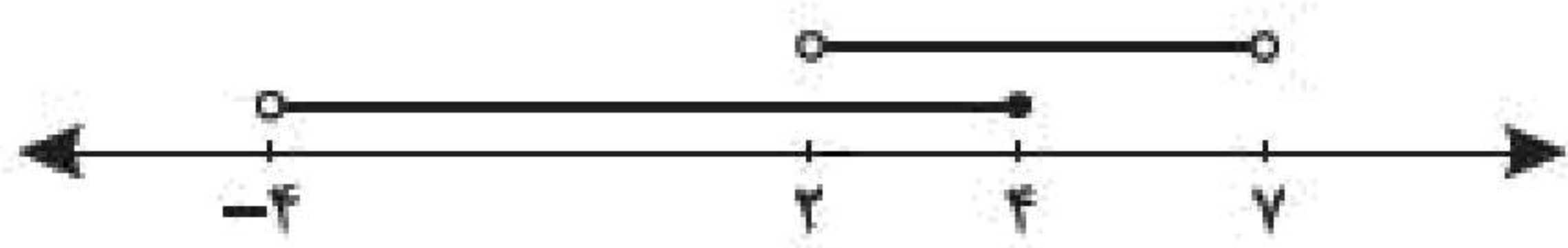
۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به قانون دمورگان داریم:  $(A' \cap B)' = A \cup B'$ ، بنابراین  $A \cup B'$  متمم  $A' \cap B$  است.





۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



با توجه به محور، اگر عضوهای مشترک دو بازه یعنی  $[2, 4]$  را از بازه  $[-4, 4]$  حذف کنیم،  $[-4, 2]$  باقی می ماند.

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

کافی است نامعادله زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} -20 < 3a + 2 \leq -10 &\Rightarrow -22 < 3a \leq -12 \\ \Rightarrow -\frac{22}{3} < a \leq -4 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = -7, -6, -5, -4 \end{aligned}$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: اگر مجموعه افرادی که والیبال بازی می کنند را  $A$  و مجموعه افرادی که بسکتبال بازی می کنند را  $B$  بنامیم، در این صورت با فرض  $n(A \cap B) = k$  خواهیم داشت:

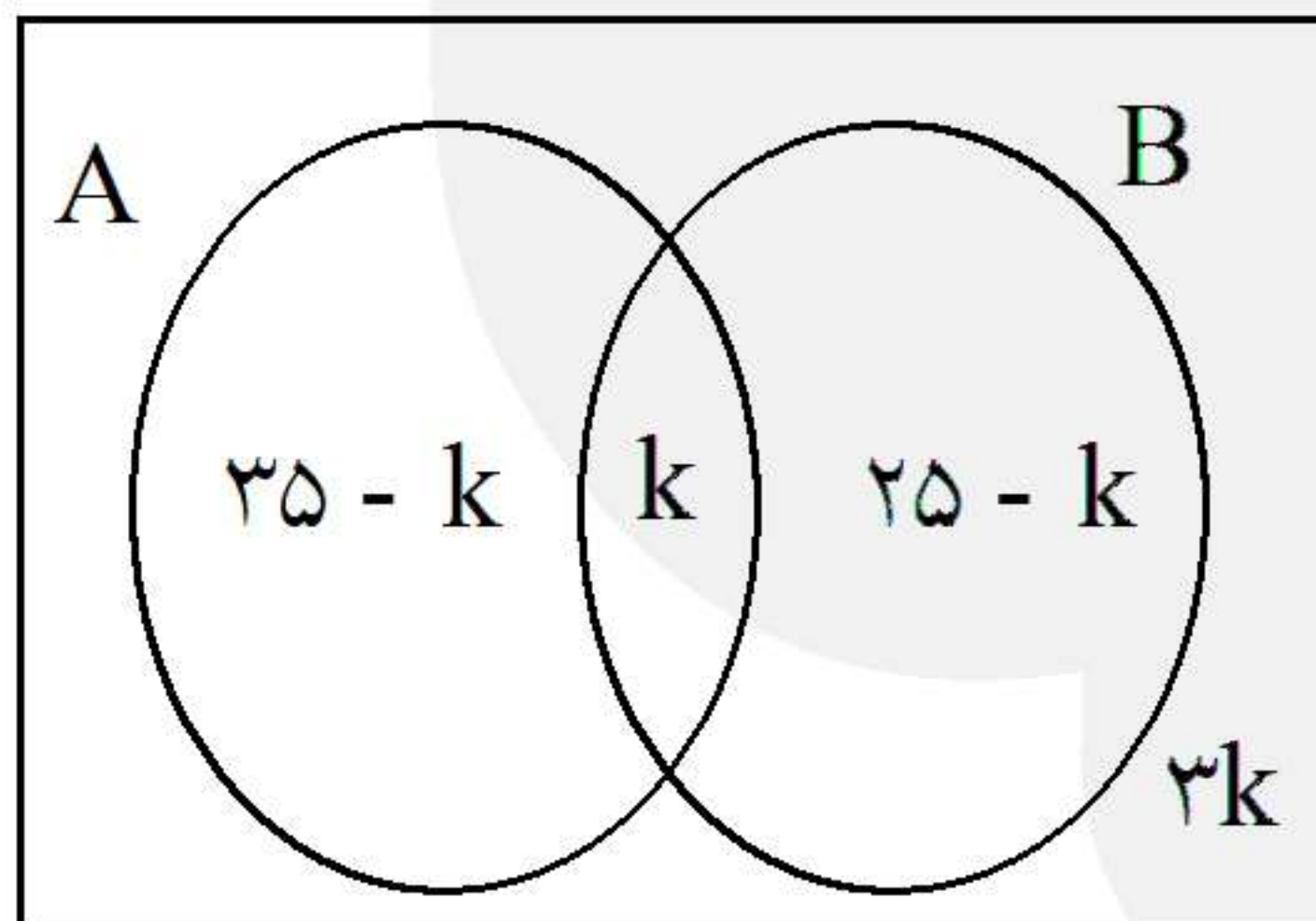
$$\begin{aligned} n(A) &= 35, n(B) = 25, n(A \cap B) = k \\ n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ \Rightarrow n(A \cup B) &= 35 + 25 - k = 60 - k \end{aligned}$$

تعداد افرادی که ورزش نمی کنند برابر  $3k$  خواهد بود (یعنی در هیچ یک از دو رشته فعالیت ندارند)، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} n((A \cup B)') + n(A \cup B) &= 80 \text{ پس خواهیم داشت:} \\ 3k + 60 - k &= 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n(A - B) &= \text{تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند} \\ &= n(A) - n(A \cap B) = 35 - 10 = 25 \end{aligned}$$

راه حل دوم:



$$\begin{aligned} (35 - k) + (k) + (25 - k) + 3k &= 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10 \\ 35 - k &= 35 - 10 = 25 \end{aligned}$$

$$= 35 - k = 35 - 10 = 25$$

تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند





۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزاره «الف» نادرست است، به عنوان نمونه اگر  $A = R$  و  $B = N$  باشد، مجموعه  $(A - B)$  یعنی  $R - N$  مجموعه‌ی نامتناهی است.

گزاره «ب» درست است، زیرا اگر  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی باشد و  $B \subset C$  باشد، پس قطعاً  $C$  نیز نامتناهی است و  $(A \cap C)$  نیز متناهی است (زیرا اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای متناهی است) و تفاضل یک مجموعه متناهی از مجموعه نامتناهی، قطعاً مجموعه‌ای نامتناهی است.

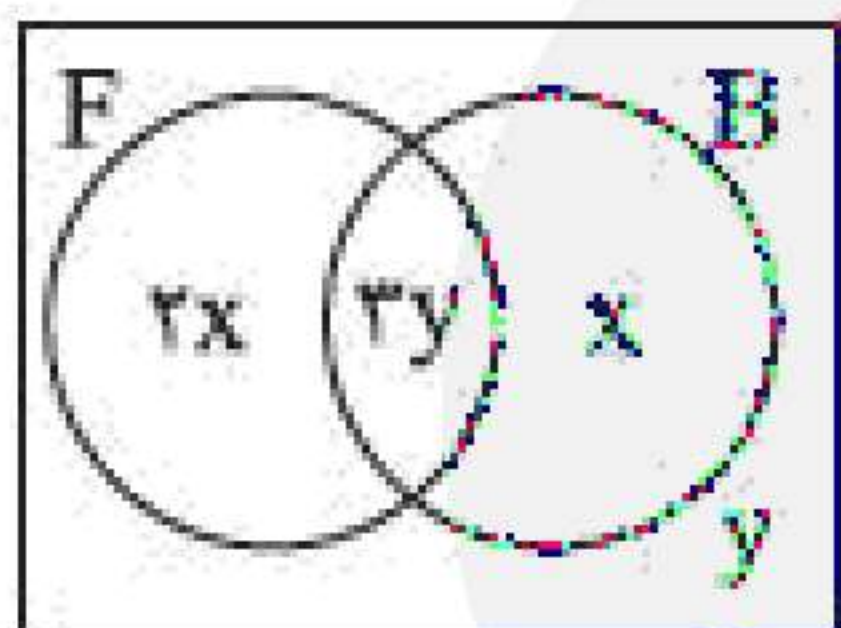
گزاره «ج» نادرست است، زیرا بین دو عدد حقیقی صفر و ۱، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

(به عنوان نمونه، تمام اعداد به شکل  $\frac{\sqrt{2}}{n}$  به ازای اعداد طبیعی  $n \geq 2$ ، اعدادی گنگ هستند که در بازه  $(0, 1)$  قرار دارند.)

بنابراین فقط یکی از گزاره‌های داده شده صحیح است.

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تعداد عضوهای  $F \cup B$  برابر ۳۹ است، پس با توجه به نمودار:



$$y = 44 - 39 = 5$$

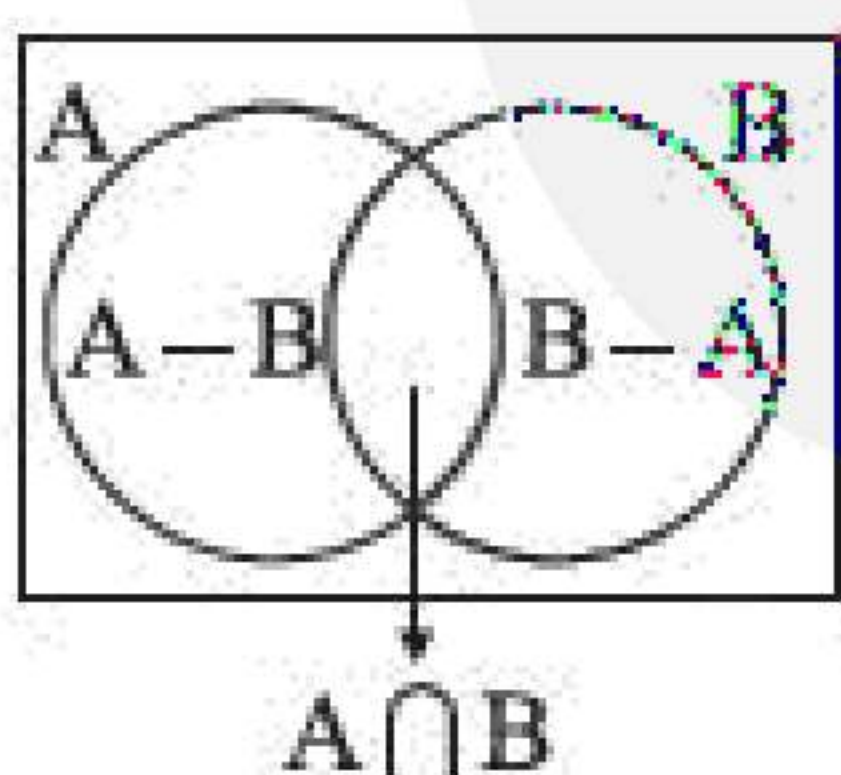
در نتیجه:

$$n(F \cup B) = 39 \Rightarrow 2x + 3y + x = 39 \Rightarrow 3x + 15 = 39 \Rightarrow 3x = 24 \Rightarrow x = 8$$

تعداد کسانی که فقط بسکتبال بازی می‌کنند ۸

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل داریم:



$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) \\ \Rightarrow 13 = 6 + 4 + n(B - A) \Rightarrow n(B - A) = 3$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مجموعه مرجع و  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{3, 4, 5\}$  باشد در این صورت  $A' = \{3, 4, 5\}$  و  $B' = \{1, 2\}$  خواهد بود و  $A' \cap B' = \emptyset$  پس گزینه (۱) نادرست است.

از مثال ذکر شده می‌توان نتیجه گرفت که گزینه (۲) هم نادرست است. می‌دانیم اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند،  $B \subseteq A'$  است، بنابراین:  $A' \cup B' = U$  (مجموعه مرجع است).





۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
اگر به طور مثال  $A = N$  و  $B = Z$  مجموعه مرجع باشد، گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست خواهند بود. اگر  $A = N$  و  $B = W$  مجموعه مرجع باشد، آن‌گاه  $(A \cap B)' = \{0\}$  متناهی خواهد بود، پس گزینه (۳) هم نادرست است.  
در گزینه (۴) داریم:  $(A' \cap B)' = A \cup B'$  چون  $A$  نامتناهی است، اجتماع آن با هر مجموعه دلخواه نامتناهی خواهد بود.

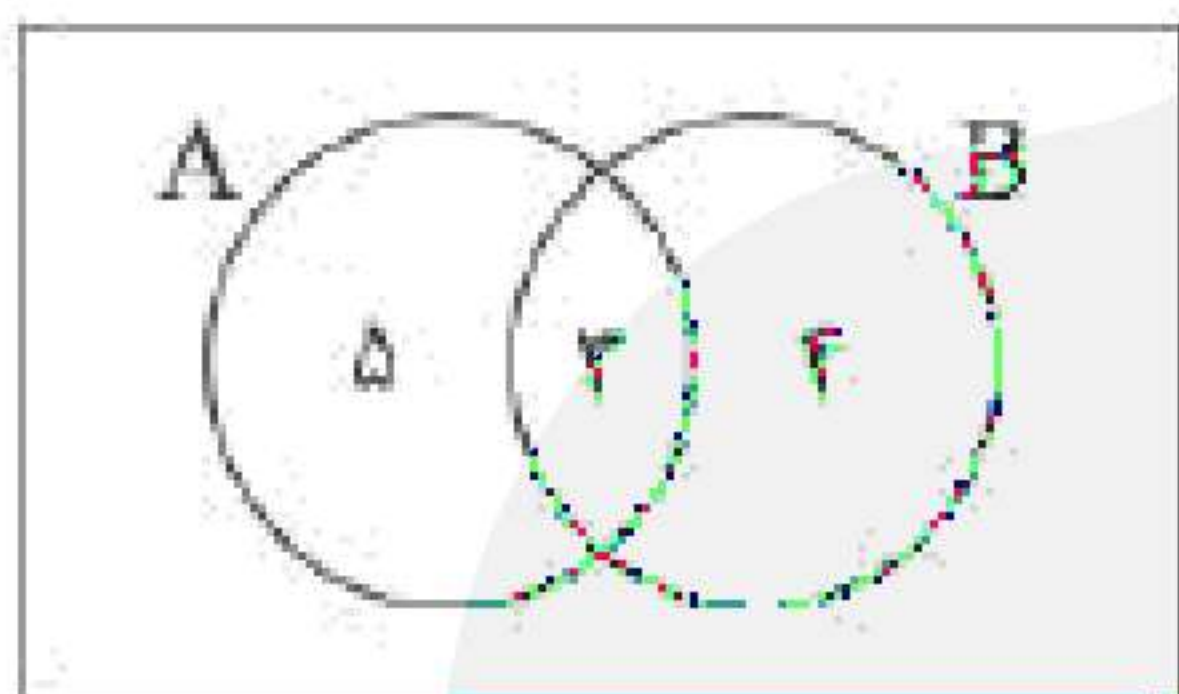
۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A: 2 \leq 3x - 1 < 11 \xrightarrow{+1} 3 \leq 3x < 12 \xrightarrow{\div 3} 1 \leq x < 4 \Rightarrow A = [1, 4)$$

$$B: 2x + 3 \leq 7 \Rightarrow 2x \leq 4 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow B = (-\infty, 2]$$

$$A - B = [1, 4) - (-\infty, 2] = (2, 4)$$

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 12 = 8 + 7 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

می‌دانیم  $B' - A' = B' \cap A = A - B$  است، مطابق شکل  $A - B$ ، ۵ عضو دارد.

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
اگر بخواهیم این دو مجموعه جدا از هم باشند، دو حالت داریم:

$$1) 3n < 0 \Rightarrow n < 0$$

$$2) n - 4 > 2 \Rightarrow n > 6$$

پس اگر این دو مجموعه جدا از هم نباشند باید متهم حالت فوق را در نظر بگیریم:  $n \in [0, 6]$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

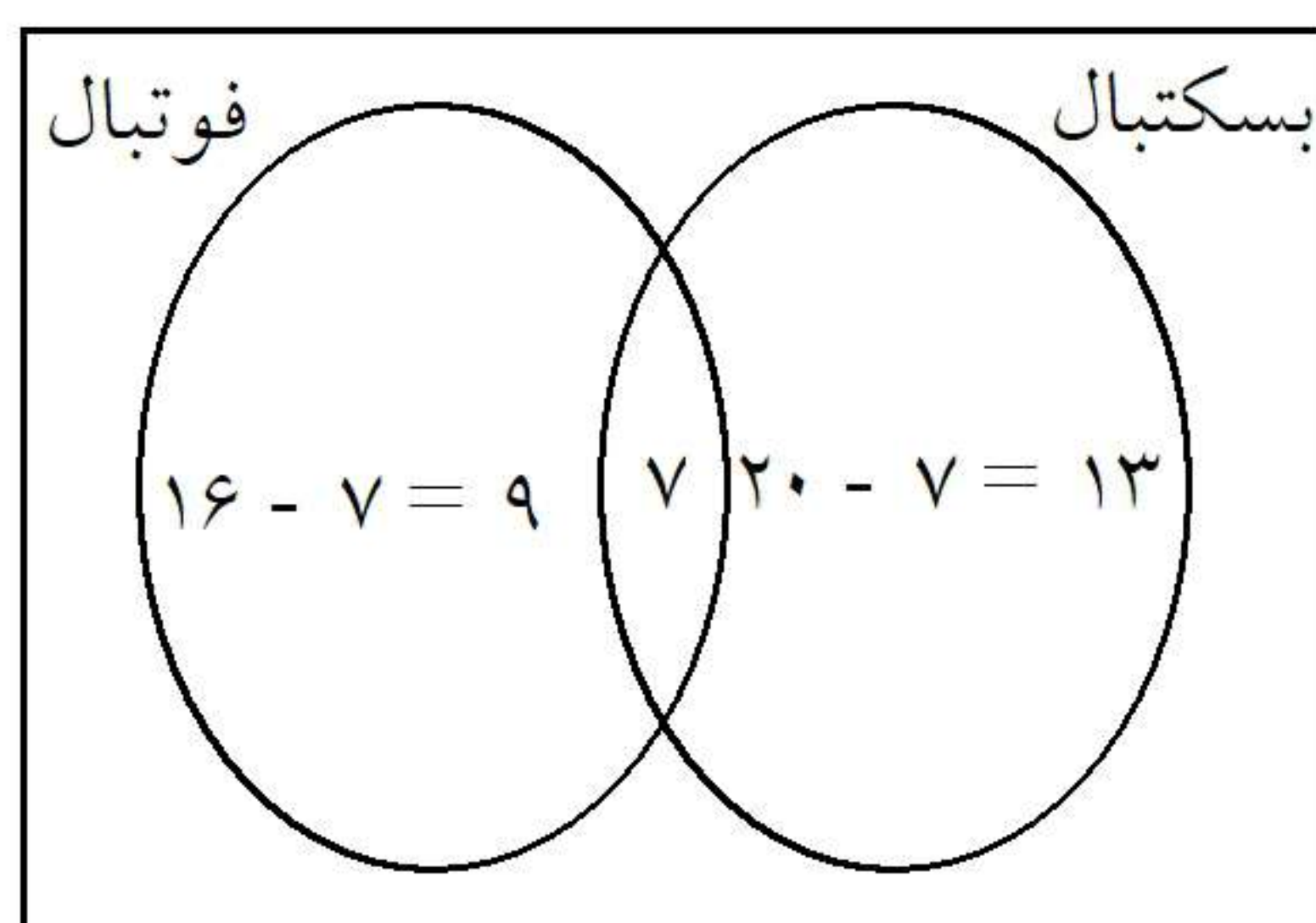
$$(A \cup B)' = A' \cap B$$

وقتی  $A' \cap B$  نامتناهی است یعنی  $A'$  و  $B$  هر دو نامتناهی هستند. حالا گزینه (۴) را بررسی می‌کنیم:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

چون  $A'$  نامتناهی است پس  $A' \cup B'$  هم حتماً نامتناهی است.

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$35 - (9 + 7 + 13) = 6$$

تعداد افرادی که عضو هیچ تیمی نیستند





۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ \Rightarrow 3x - 4 &= 2x + x - (x - 1) \Rightarrow 3x - 4 = 2x - x + 1 \Rightarrow x = 5 \\ \Rightarrow n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow n(A - B) = 10 - 4 = 6 \end{aligned}$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): نادرست، مثلاً  $R - Z$  نامتناهی است.

گزینه (۲): نادرست، مثلاً  $R \cup \{1, 2\}$  نامتناهی است، ولی مجموعه  $\{1, 2\}$  متناهی است.

گزینه (۳): نادرست، مثلاً  $R \cap \{1, 2\}$  متناهی است، ولی  $R$  نامتناهی است.

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-15 < \frac{3x - 1}{2} \leq 6 \Rightarrow -30 < 3x - 1 \leq 12 \Rightarrow -29 < 3x \leq 13 \Rightarrow -\frac{29}{3} < x \leq \frac{13}{3}$$

$$x = -9, -8, -7, \dots, 3, 4 \Rightarrow 14 \text{ عدد}$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = 2n(B), n(A \cap B) = \frac{1}{4}n(B) \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 44 = 2n(B) + n(B) - \frac{n(B)}{4} \Rightarrow n(B) = 16 \Rightarrow n(A) = 32, n(A \cap B) = 4$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16 - 4 = 12$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

$$U = B \cup B' = [-1, 7) \cup ([-2, -1) \cup [7, 9)) = [-2, 9)$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

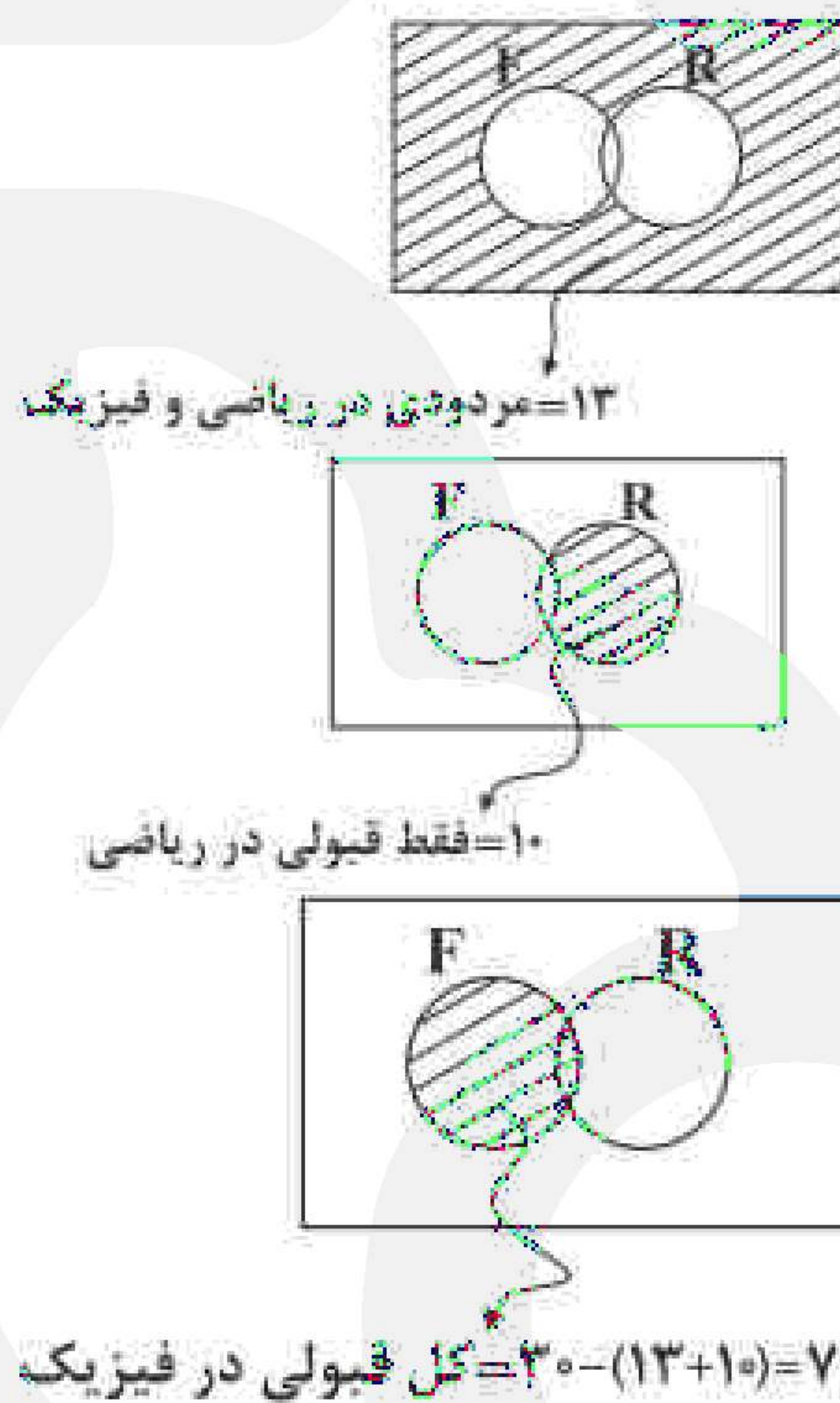




۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
روش اول:

تعداد افرادی که در درس ریاضی قبول شده‌اند  $n(R) = ۱۰$   
تعداد افرادی که در درس فیزیک قبول شده‌اند  $n(F) = ۷$   
 $n(R' \cap F') = ۱۳$  = تعداد افراد مردودی در هر دو درس  
کل دانش‌آموزان  $n(M) = ۳۰$   
 $n(R - F) = n(R) - n(R \cap F) = ۱۰$  = افرادی که فقط در ریاضی قبول شده‌اند.  
 $n(R' \cap F;) = n((R \cup F)') = n(M) - n(R \cup F)$   
 $\Rightarrow ۱۳ = ۳۰ - n(R \cup F) \Rightarrow n(R \cup F) = ۱۷$   
 $n(R \cup F) = n(R) + n(F) - n(R \cap F) \Rightarrow ۱۷ = ۱۰ + n(F)$   
 $\Rightarrow n(F) = ۷$

روش دوم:



۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

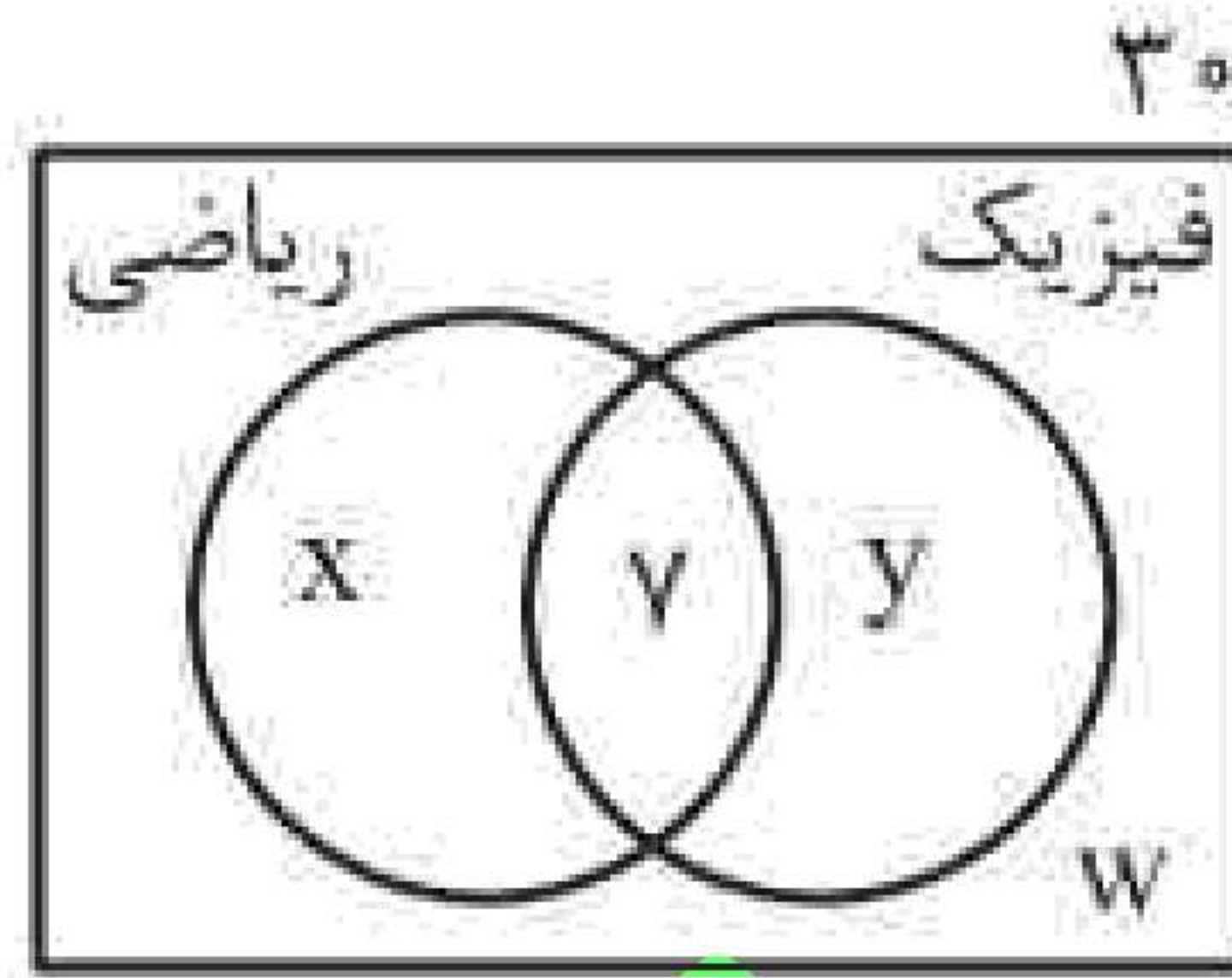
$(B - A) \cap C = ((-\infty, ۲) - [-۳, ۸]) \cap (-۱۰, a) = (-\infty, -۳) \cap (-۱۰, a) = (-۱۰, -۳)$   
برای اینکه حاصل اشتراک بازه  $(-۱۰, -۳)$  شود، باید  $a \geq -۳$  باشد. با توجه به گزینه‌ها،  $a$  فقط می‌تواند ۲ باشد.





۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار ون برای مسأله خواهیم داشت:

$$x + y + v = 25 \Rightarrow x + y = 18$$



تعداد کسانی که فقط در یک درس قبول شده‌اند برابر ۱۸ نفر است.

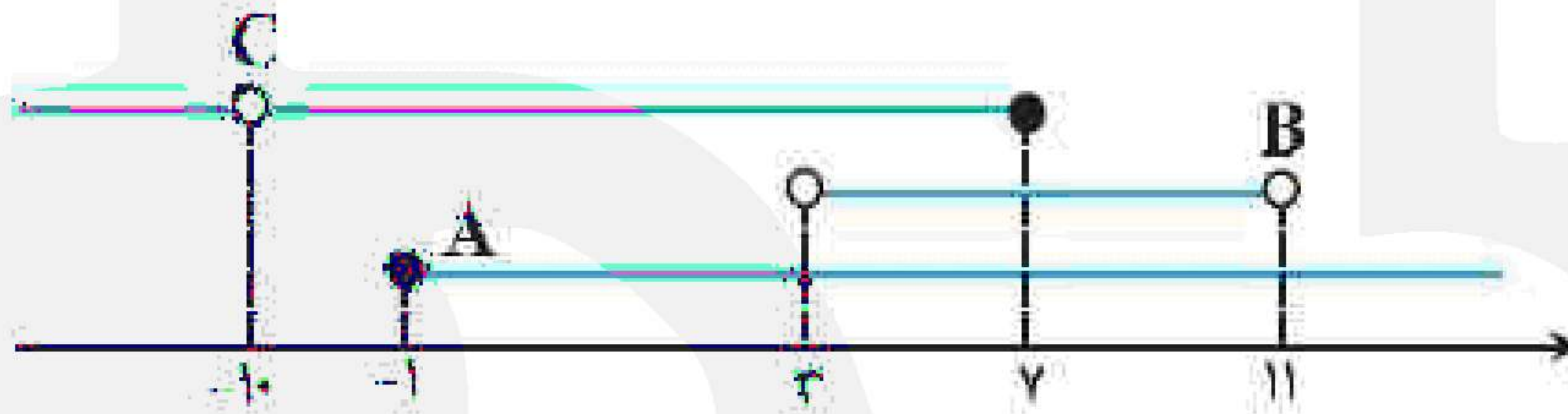
آنگاه داریم:

در نتیجه:

$$25 + w = 30 \Rightarrow w = 5 \text{ نفر}$$

$$x + y + w = 18 + 5 = 23$$

۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا سه بازه مذکور را روی محور اعداد حقیقی مشخص می‌کنیم:



مجموعه هاشور زده شده، بخشی از بازه C است که با بازه‌های A و B اشتراکی نداشته باشد، یعنی:

$$= C - (A \cup B) = (-10, -1)$$

$$n(A) = 32, n(B) = 28, n(A \cap B) = 15$$

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که:

مجموعه جدید A را  $A_1$  می‌نامیم. حال اگر k عضو از مجموعه A و ۷ عضو از  $A \cap B$  حذف شود داریم:

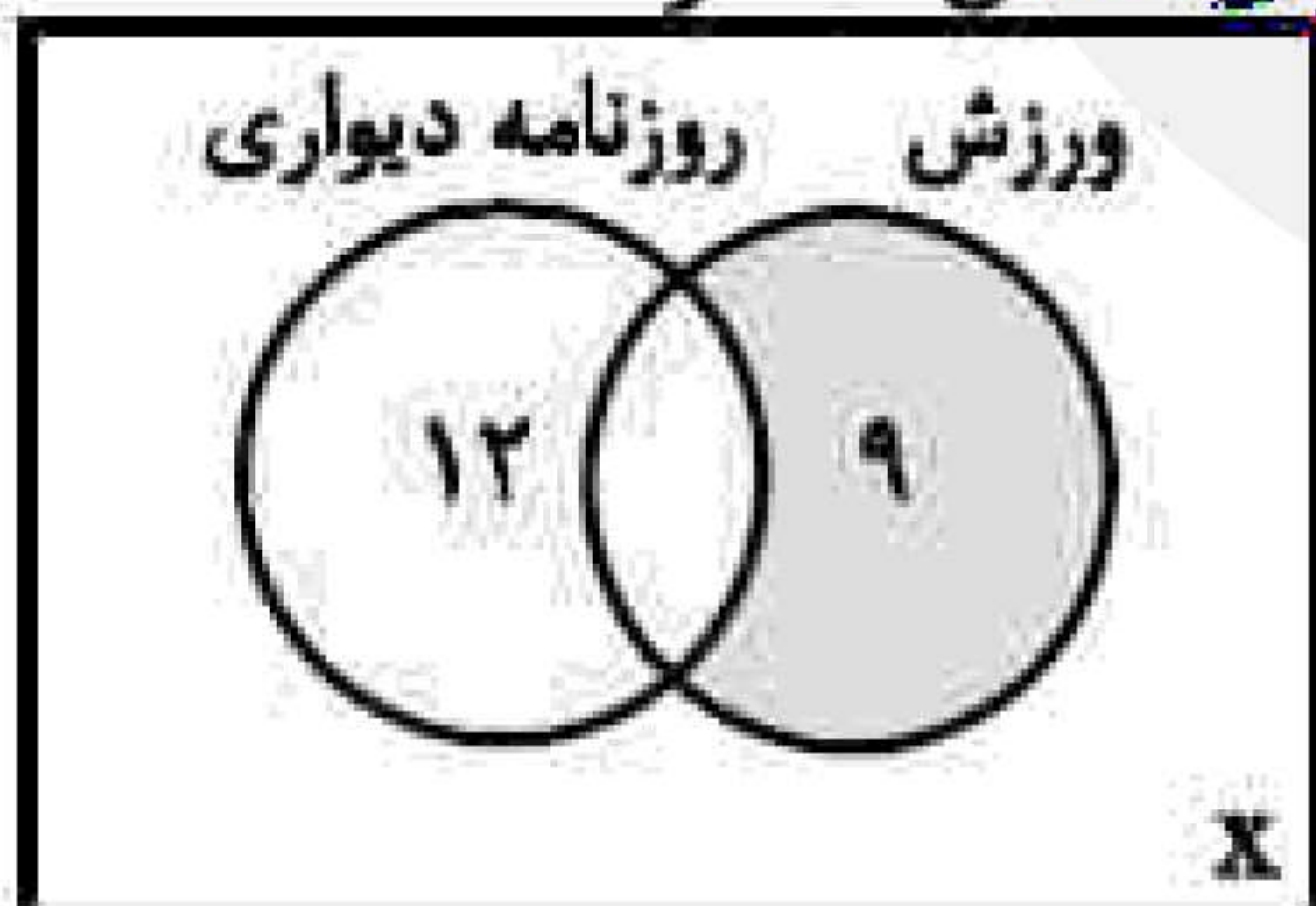
$$\Rightarrow n(A_1) = 32 - k, n(B) = 28$$

اجتماع مجموعه جدید  $A_1$  با B

$$n(A_1 \cap B) = 15 - 7 = 8 \xrightarrow{\quad\quad\quad} n(A_1 \cup B)$$

$$= n(A_1) + n(B) - n(A_1 \cap B) \Rightarrow 40 = 32 - k + 28 - 8 \Rightarrow k = 12$$

کل کلاس ۳۹ نفر



۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به اطلاعات مسئله نمودار ون زیر را داریم که در آن X تعداد نفراتی است که در هیچ‌یک از دو گروه عضو نیستند. از آنجا که تعداد کل نفرات ۳۹ نفر است، داریم:

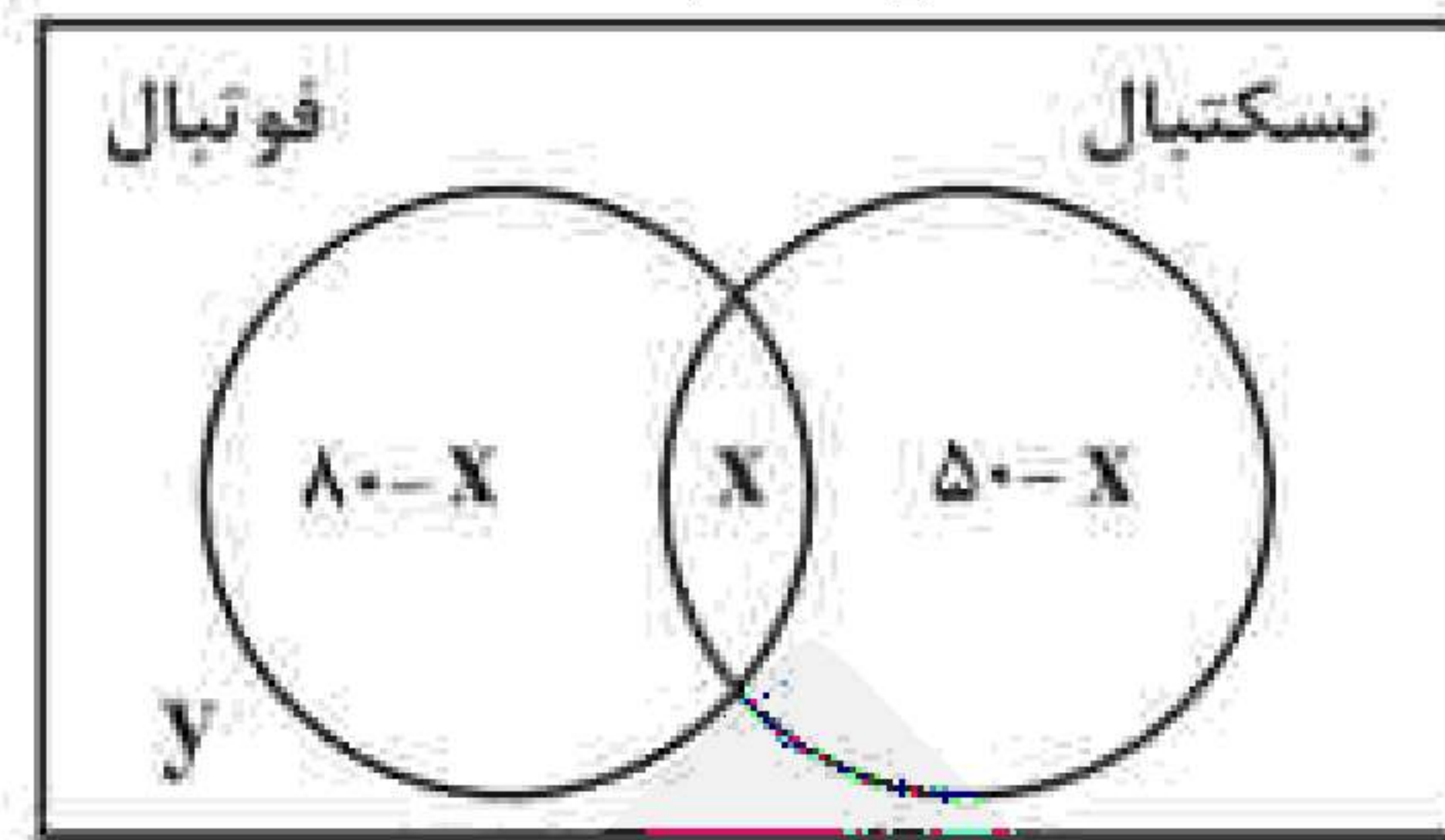
$$12 + 9 + x = 39 \Rightarrow x = 18$$





«بانک سوال یاوران دانش»

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از نمودار ون زیر استفاده می‌کنیم که در آن  $X$  تعداد افرادی است که هم فوتبال و هم بسکتبال بازی می‌کنند.  $Y$  هم تعداد افرادی است که هیچ کدام را بازی نمی‌کنند.



حال داریم:

$$۸۰ - X + X + ۵۰ - X + y = ۲۶۰ \Rightarrow y - X = ۱۳۰ \quad (۱)$$

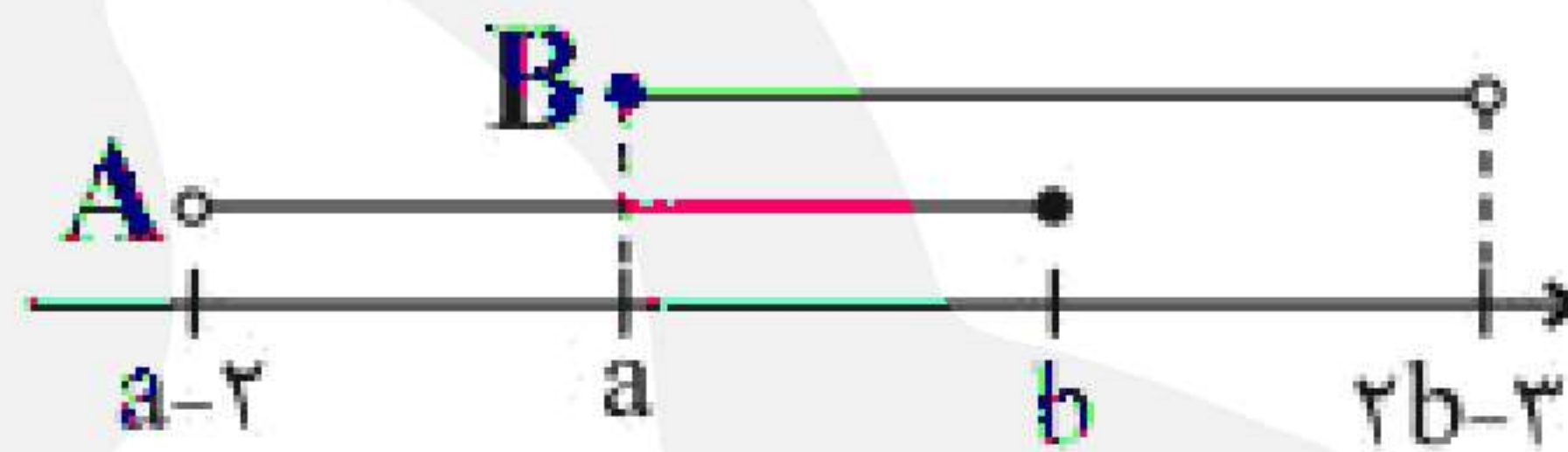
$$y = ۲(۸۰ - X) \Rightarrow y + ۲X = ۱۶۰ \quad (۲)$$

هم چنین:

از (۱) و (۲) به دست می‌آید:

$X = ۱۰$ ,  $Y = ۱۴۰$ . پس تعداد دانش‌آموزانی که فقط بسکتبال بازی می‌کنند، برابر ۴۰ است.

۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای اینکه اجتماع دو بازه‌ی  $A$  و  $B$  به صورت بازه‌ی  $(c, d)$  باشد، خواهیم داشت:



بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که:

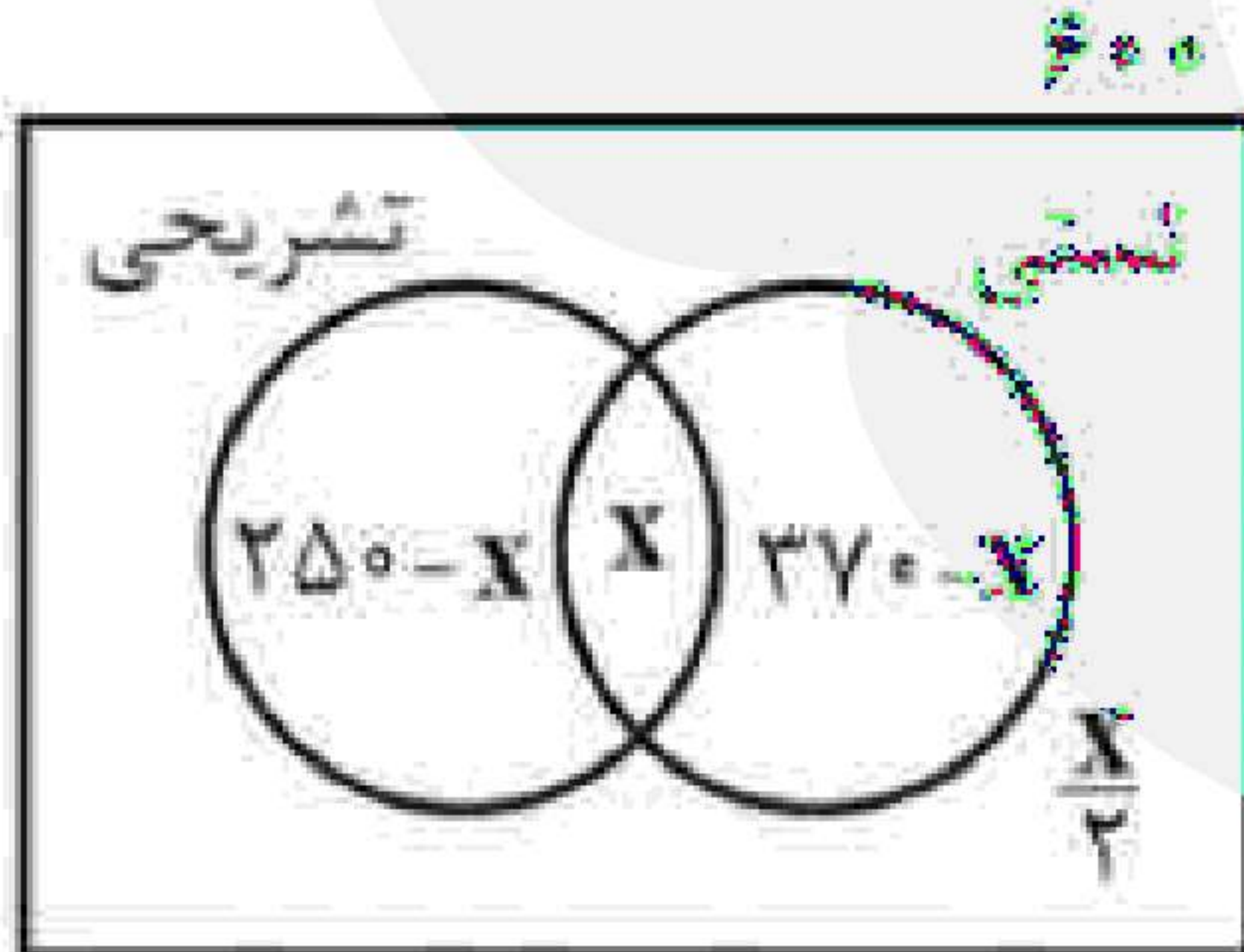
$$\begin{cases} a \leq b \Rightarrow a - b \leq ۰ & (۱) \end{cases}$$

$$\begin{cases} ۲b - ۳ > b \Rightarrow b > ۳ \Rightarrow -۲b < -۶ & (۲) \end{cases}$$

(۱), (۲)

$$\longrightarrow a - b - ۲b < -۶ \Rightarrow a - ۳b < -۶$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار ون به سوال پاسخ می‌دهیم.



$$(۲۵۰ - X) + (X) + (۳۷۰ - X) + \left(\frac{X}{۲}\right) = ۶۰۰$$

$$\Rightarrow \frac{X}{۲} = ۲۰ \Rightarrow X = ۴۰$$

$$= (۲۵۰ - X) + (۳۷۰ - X) = ۵۴۰$$





توجه:  $A \subseteq B \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = B \\ A \cap B = A \end{cases}$

۵۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اگر  $\begin{cases} A \subseteq B \\ A \text{ نامتناهی} \end{cases} \Rightarrow B \text{ نامتناهی}$

الف)  $B - A = B - (A \cap B)$  متناهی یا نامتناهی

ب)  $A \cap B = A$  نامتناهی

پ)  $B' - A' = B' \cap A = A - B = \emptyset$  متناهی

ت)  $(A \cup B)' = B'$  متناهی یا نامتناهی

پس فقط یکی از مجموعه‌های داده شده، قطعاً متناهی است.

