

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



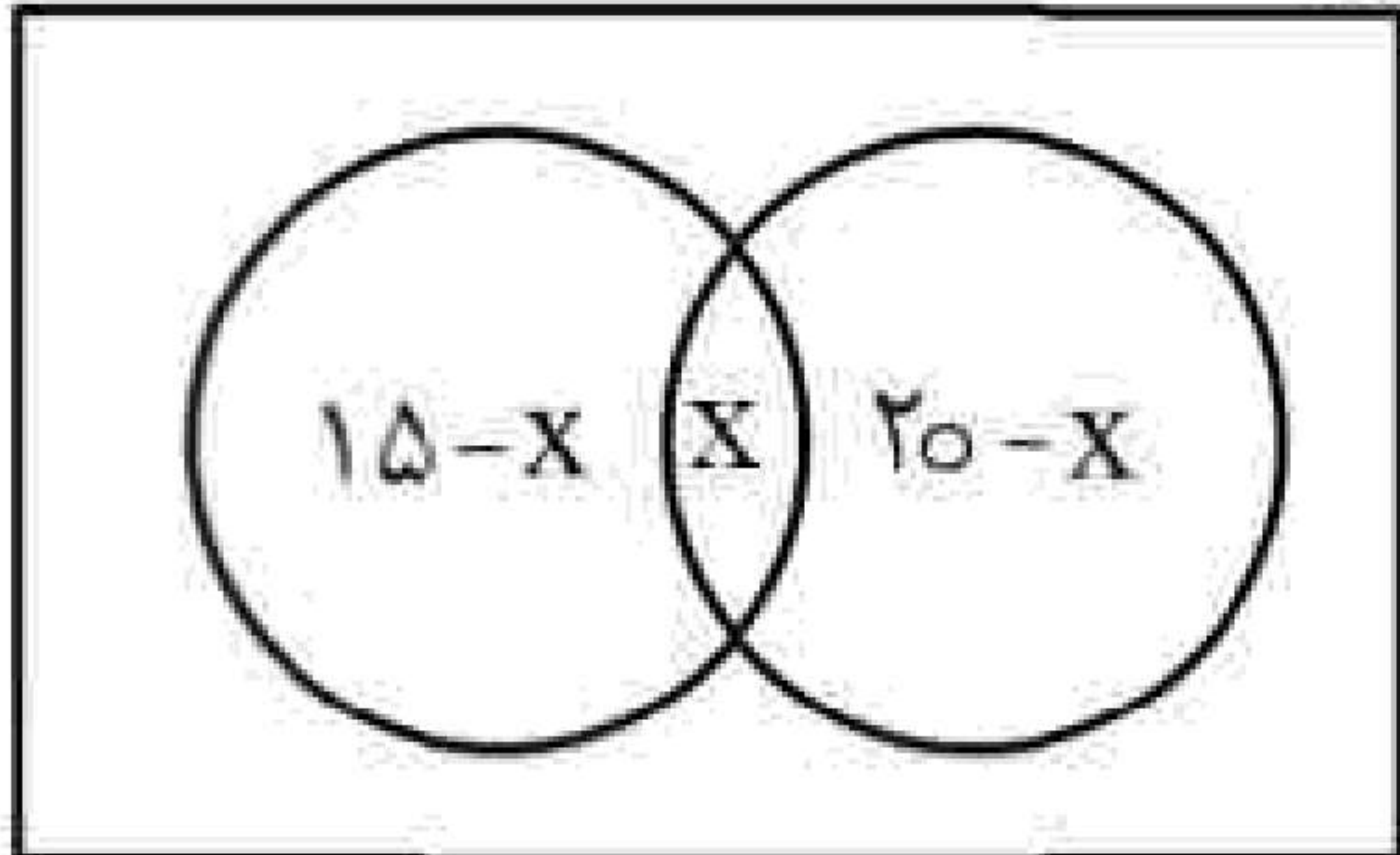
	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. A و B هر دو نامتناهی هستند، پس اجتماع آنها نامتناهی است، ولی اشتراک، تفاضل و متمم آنها ممکن است متناهی باشند یا نامتناهی؛ بنابراین فقط مورد پ درست است.

۳۰



۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای که عضو هر دو تیم هستند را x در نظر گرفته و نمودار ون را رسم می‌کنیم:
واضح است که:

$$(15 - x) + x + (20 - x) \leq 30 \Rightarrow 35 - x \leq 30 \Rightarrow 5 \leq x$$

پس حداقل ۵ نفر از این کلاس، عضو هر دو گروه هستند.

حالا باید تعداد افرادی که عضو هیچ تیمی نیستند را به دست آوریم:

$$30 - ((15 - x) + x + (20 - x)) = 30 - (35 - x) = x - 5$$

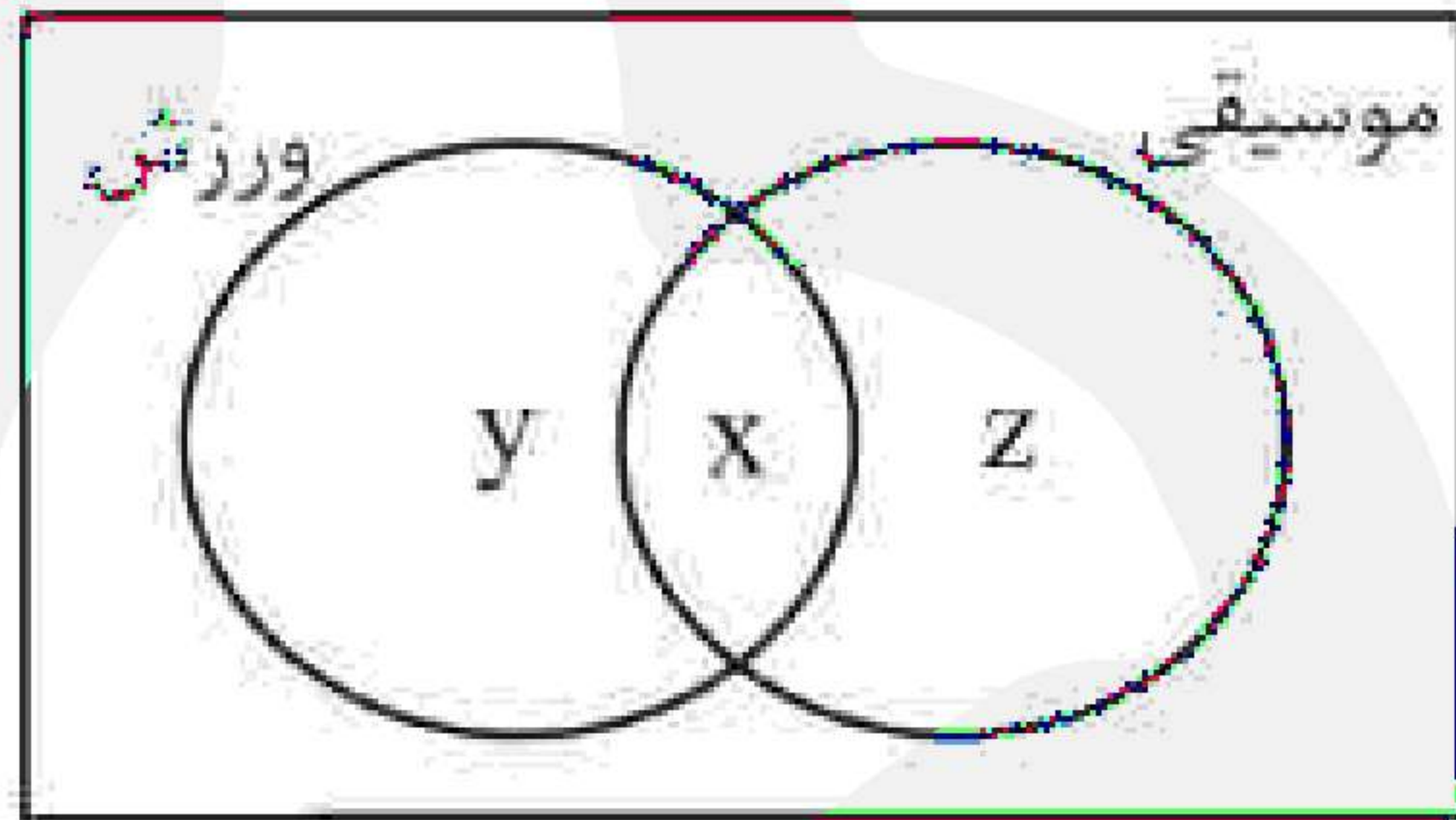
$$\xrightarrow{5 \leq x} 0 \leq x - 5$$

پس تعداد این افراد، بزرگ‌تر یا مساوی صفر است و هر کدام از گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ می‌تواند باشد.

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۴۵ درصد از دانش‌آموزان مدرسه عضو هیچ گروهی نیستند. تعداد آنها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{45}{100} \times 80 = 36 \text{ نفر}$$

پس $80 - 36 = 44$ نفر، عضو گروه‌های ورزش یا موسیقی هستند. نمودار ون را رسم می‌کنیم:



$$x + y + z = 44$$

می‌دانیم ۷۵ درصد از افراد گروه ورزش ($x + y$) عضو گروه موسیقی هم هستند، یعنی هم عضو گروه ورزش هستند و هم عضو گروه موسیقی، یعنی قسمت مشترک آنها (x)، پس:

$$\frac{75}{100}(x + y) = x \Rightarrow \frac{3}{4}(x + y) = x \Rightarrow \frac{3}{4}y = \frac{1}{4}x \Rightarrow y = \frac{1}{3}x$$

$$\frac{30}{100}(x + z) = x \Rightarrow \frac{3}{10}(x + z) = x \Rightarrow \frac{3}{10}z = \frac{7}{10}x \Rightarrow z = \frac{7}{3}x$$

به طریق مشابه:

حالا با جایگذاری $y = \frac{1}{3}x$ و $z = \frac{7}{3}x$ در رابطه $x + y + z + 44$ داریم:

$$x + \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}x = 44 \Rightarrow \frac{11}{3}x = 44 \Rightarrow x = 12 \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{3}x = 4 \\ z = \frac{7}{3}x = 28 \end{cases}$$

$$y + z = 4 + 28 = 32$$

پس تعداد افرادی که فقط عضو یکی از این گروه‌ها هستند، برابر است با:



۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(A - B) \cup [(B' \cup C') \cap ((B' \cup A) \cap B')] = (A - B) \cup [(B' \cup C') \cap B'] = (A \cap B') \cup B'$$

$\underbrace{(B' \cup C') \cap ((B' \cup A) \cap B')}_{\text{قانون جذب} = B'} \quad \underbrace{(B' \cup C') \cap B'}_{\text{قانون جذب} = B'}$

$$= B' \xrightarrow{\text{متمم}} B$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$

$A - B = \{2\}$ = متناهی
عدد ۲ تنها عدد اول زوج است و بقیه اعداد اول فرد هستند. بنابراین:

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B) = 2K - 3 + 5 - (K - 1) \Rightarrow n(A \cup B) = K + 3$$

$$(A \cap B) \subseteq A \Rightarrow 0 \leq n(A \cap B) \leq n(A) \Rightarrow 0 \leq K - 1 \leq 2K - 3 \Rightarrow K \geq 2 \quad (1)$$

$$(A \cap B) \subseteq B \Rightarrow 0 \leq n(A \cap B) \leq n(B) \Rightarrow 0 \leq K - 1 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq K \leq 6 \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow 2 \leq K \leq 6 \Rightarrow 5 \leq K + 3 \leq 9 \Rightarrow 5 \leq n(A \cup B) \leq 9$$

$n(A \cup B)$ حاصل ضرب بیشترین و کمترین مقدار $= 9 \times 5 = 45$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \text{فوتبال} \quad B = \text{والیبال}$$

$$n(A \cup B) = 25$$

$$n(A \cap B)' = 21 \Rightarrow n(A \cap B) = n(U) - n(A \cap B)' = 38 - 21 = 17$$

$n(A - B) \cup n(B - A)$ = تعداد اعضای که فقط در یکی از دو مجموعه A و B باشند

$$= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 25 - 17 = 8$$

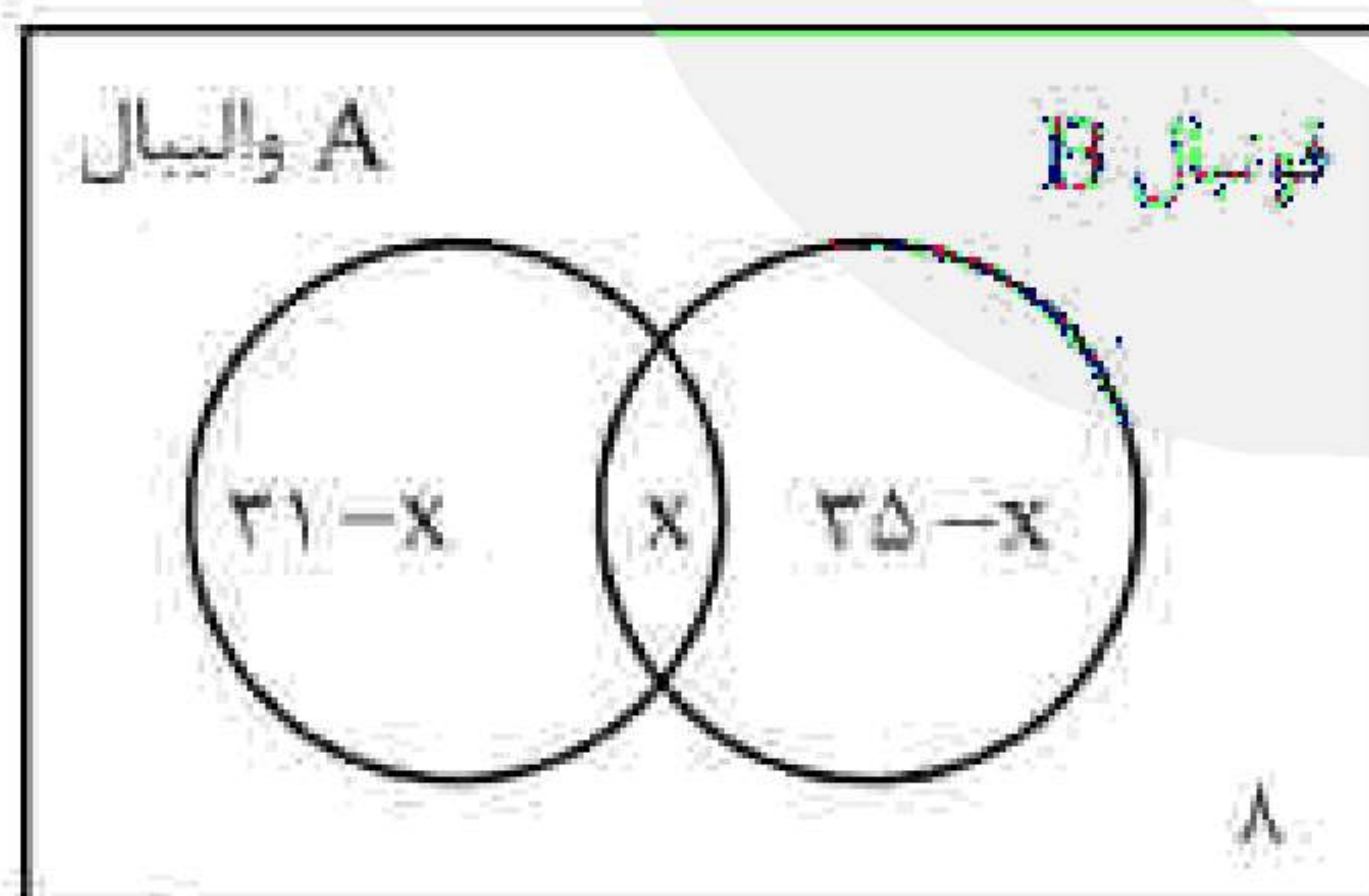
۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A \subset B, A \text{ نامتناهی} \Rightarrow B \text{ نامتناهی}$$

$$A \cap B' = A - B = \phi, M' = \phi \Rightarrow (A - B) - M' = \phi \text{ متناهی}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از نمودار ون و با فرض آن که تعداد دانش آموزان علاقمند به هر دو ورزش فوتبال و والیبال X نفر باشد:

$$n(U) = 57$$



$$(31 - x) + x + (35 - x) + 8 = 57$$

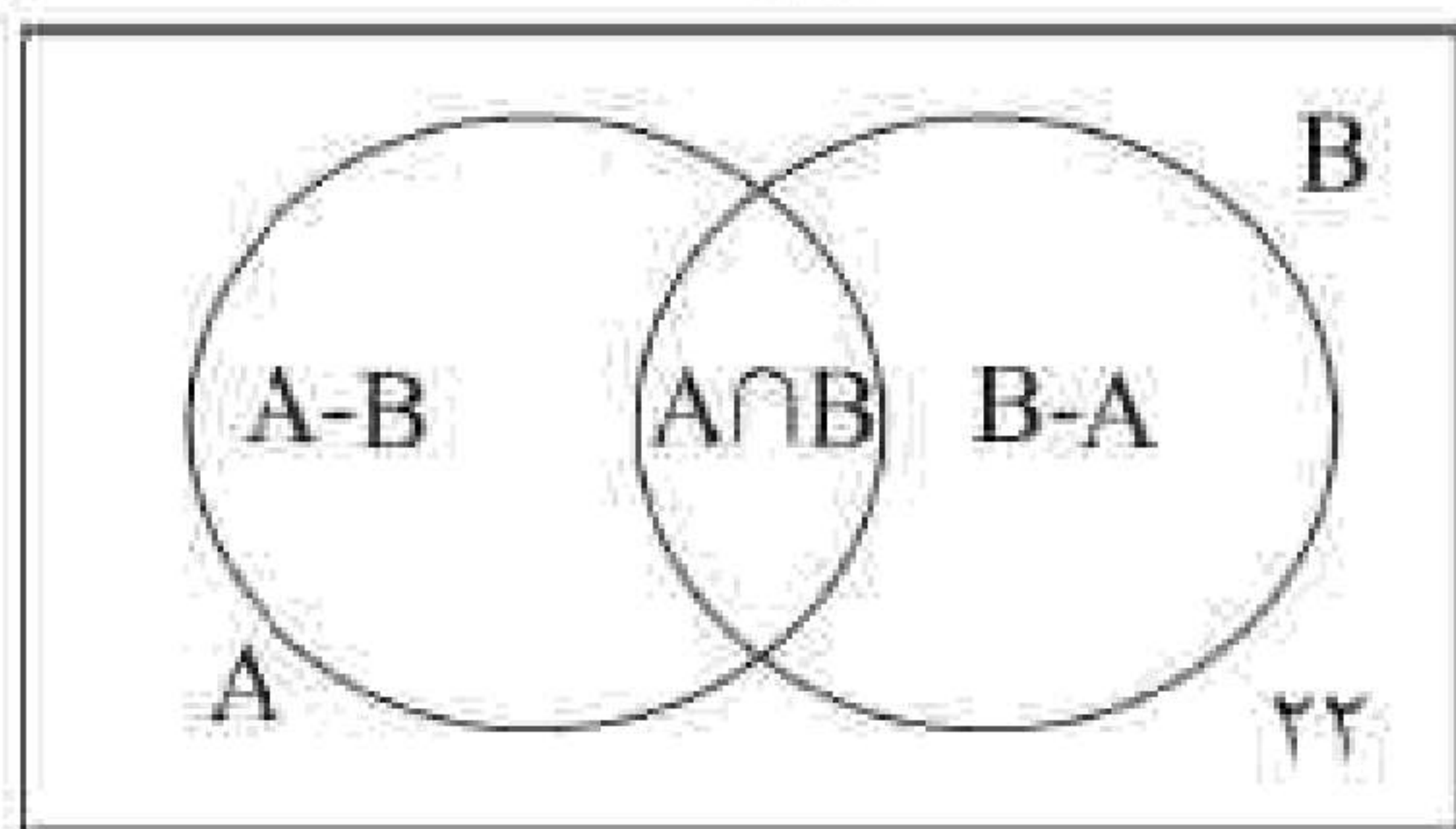
$$x = 17$$

$$\text{تعداد علاقمندان فقط به والیبال} = 31 - x = 31 - 17 = 14$$



۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۲ نفر باشگاه



A = تکواندو

B = کشتی

$$n(A \cup B) = 42 - 22 = 20$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$20 = 15 + 12 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

$$= n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 7 = 8$$

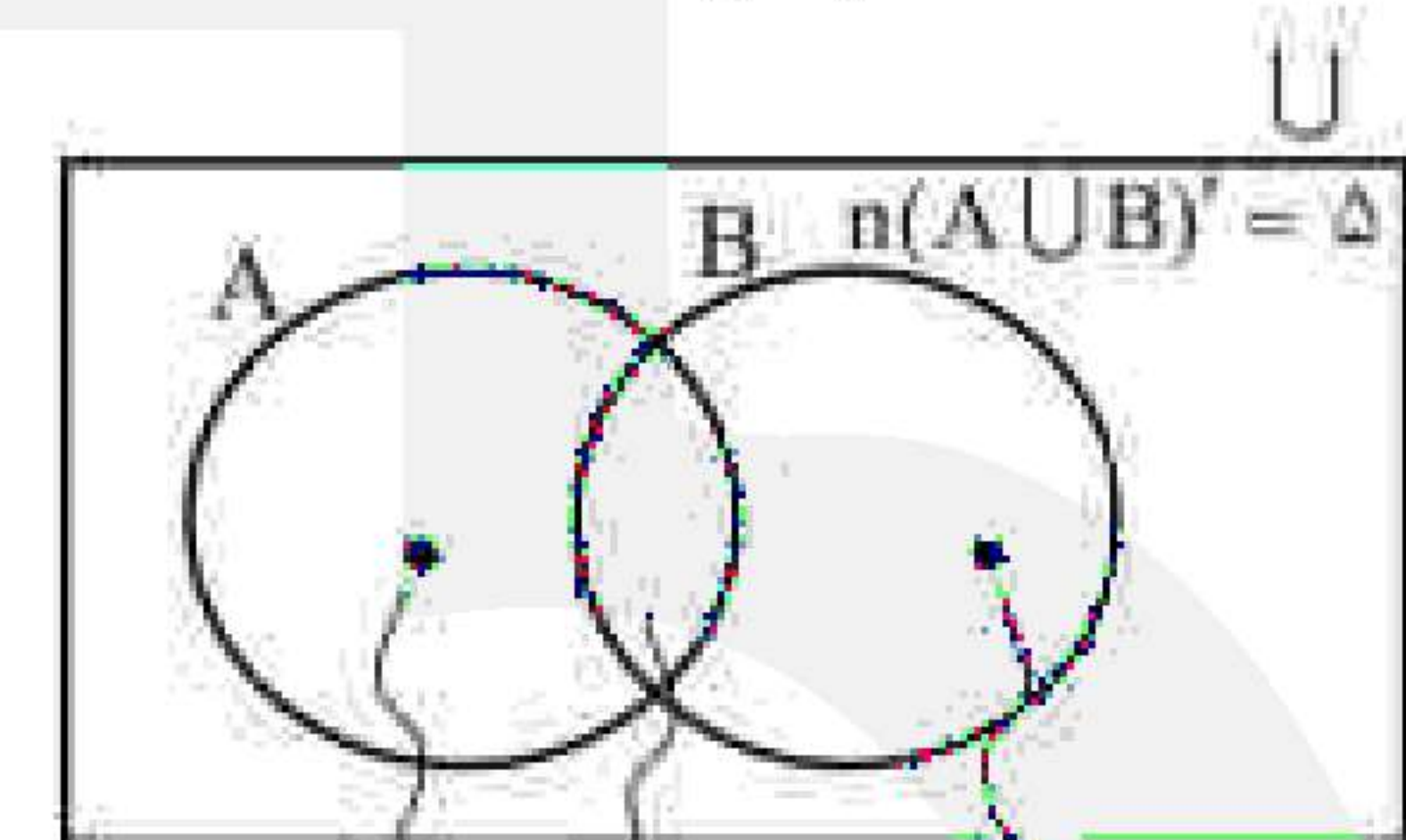
A: پژوهش

B: ورزش

$$n(U) = n(A \cup B) + n(A \cup B)'$$

$$35 = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A) + 5$$

$$35 = (15 - x) + x + (20 - x) + 5 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$



$$= n(A - B) = 15 - x = 15 - 5 = 10$$

نامتناهی $A \Rightarrow C \Rightarrow A - C$ متناهی و A نامتناهی

نامتناهی $B \Rightarrow (A - C) \cup B$ متناهی

$A \cap B$ و $A - B$ ممکن است متناهی یا نامتناهی باشند. اشتراک هر مجموعه با مجموعه‌ای متناهی همواره متناهی است.

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به باز یا بسته بودن بازه‌ها:

$$(a - b, b + 2a] \cup [b, a + 2b) = (a^2 - b, 3a + b)$$

$$a - b = a^2 - b \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a + 2b = 3a + b \Rightarrow 2a - b = 0$$

$$a = 0 \Rightarrow b = 0 \quad \text{غ ق ق}$$

$$a = 1 \Rightarrow 2 - b = 0 \Rightarrow b = 2 \quad \text{ق ق ق}$$

شامل ۳ عدد صحیح ۲، ۳، ۴ است. $(-1, 4] \cap [2, 5) = [2, 4]$



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

متمم مجموعه‌ی $(A' \cap B') \cup C$ برابر است با:

$$[(A' \cap B') \cup C]' = [(A \cup B)' \cup C]' = (A \cup B) \cap C' = [-4, 10] \cap [6, +\infty) = [6, 10]$$

بازه‌ی $[6, 10]$ شامل ۵ عدد صحیح است.

«بانک سوال یاوران دانش»

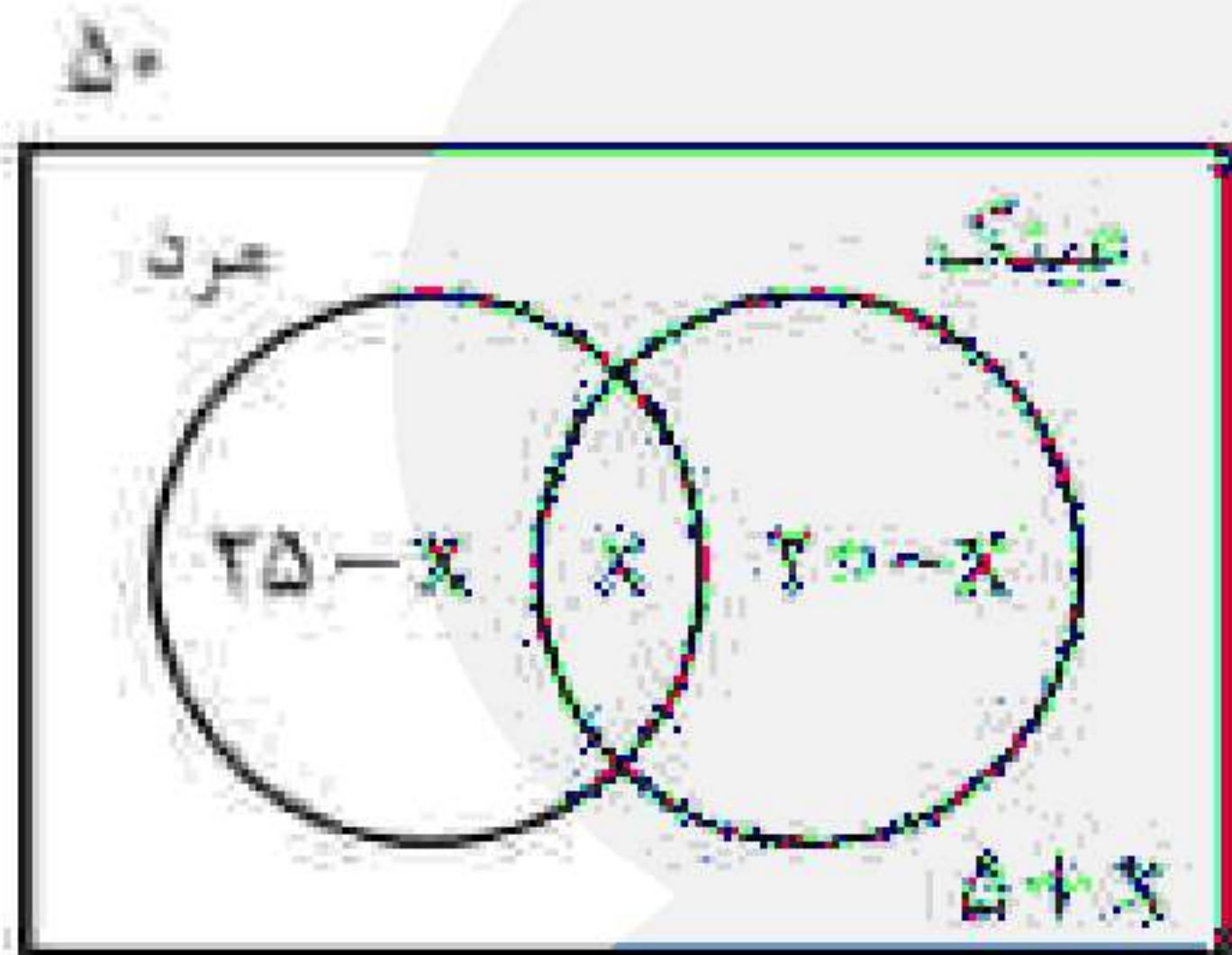
۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B افرادی که به ترتیب در فوتبال و شنا ثبت نام کرده‌اند باشد، داریم:

$$\begin{aligned} n(M) = 28, n(A - B) = 15, n(A \cap B) = 5, n(A' \cap B') = 6 &\Rightarrow n(A \cup B) = 28 - 6 = 22 \\ = 5 + 15 + n(B \cap A') &\Rightarrow n(B \cap A') = 2 \Rightarrow n(A \cup B') = 28 - 2 = 26 \end{aligned}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - (A - B) = B = A \cap B \Rightarrow B \subset A \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = A \\ B - A = \phi \\ A - B \subset A \end{cases} \Rightarrow \text{حاصل} = A - B$$

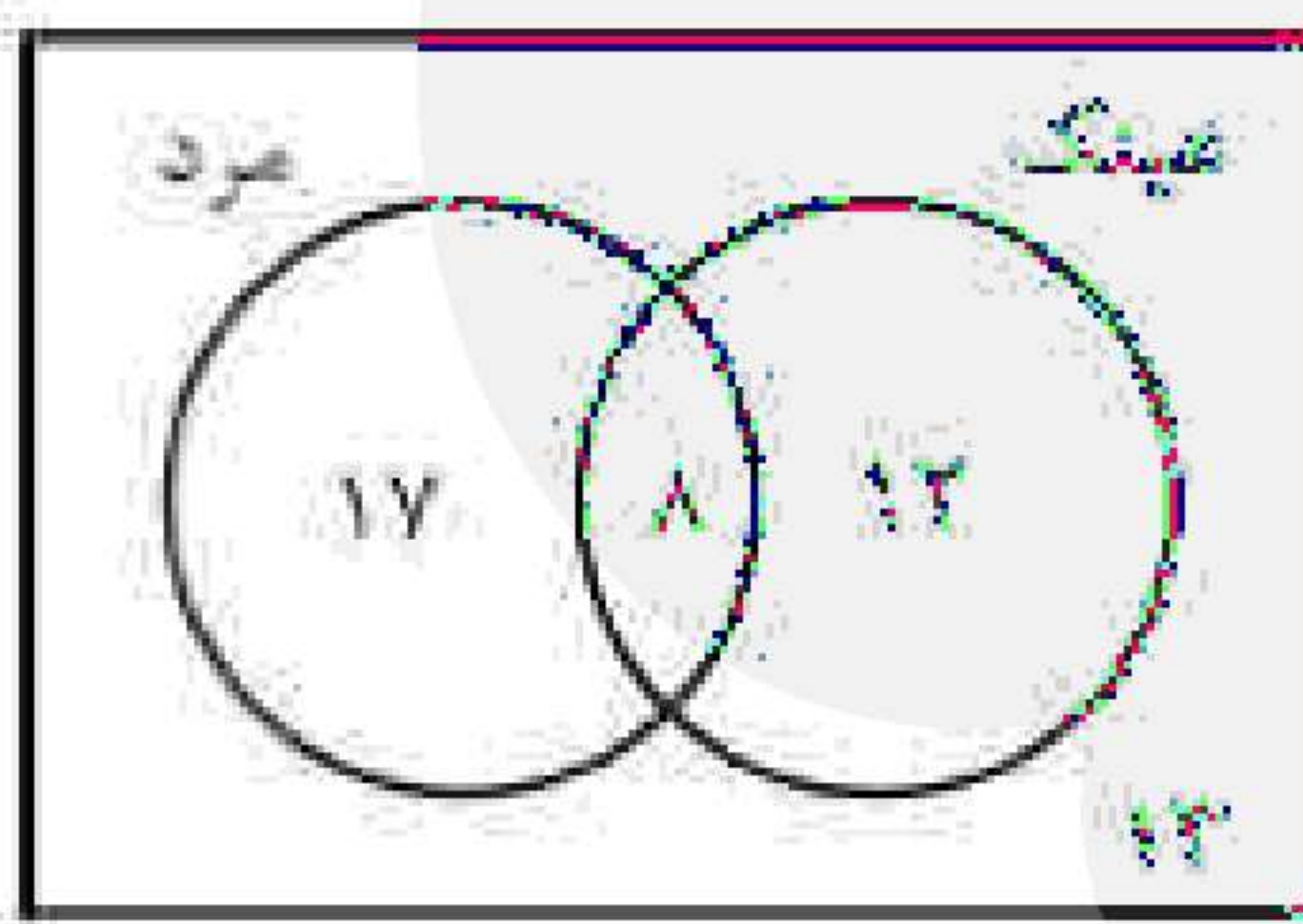
۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم x نفر از مردان، عینک دارند، پس نمودار و ن به صورت زیر است:



$$20 - x + 5 + x + x = 33 \Rightarrow 25 + x = 33 \Rightarrow x = 8$$

چون ۳۳ نفر زن هستند یا عینک دارند، پس:

بنابراین نمودار و ن به صورت زیر است و داریم:



\Rightarrow ۱۷ نفر مرد هستند ولی عینک ندارند.

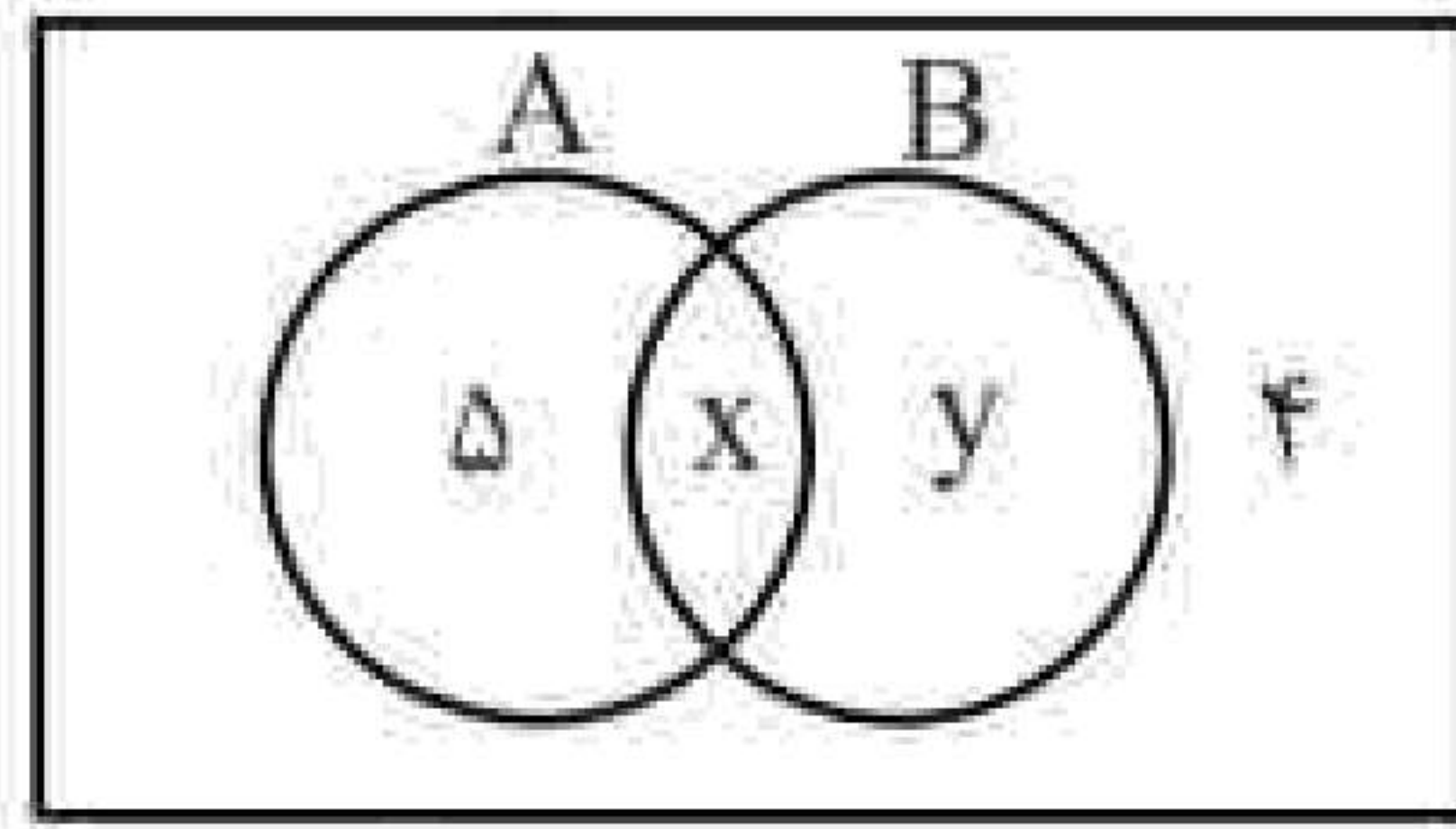
۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $A \cap (B - C) = A \cup (B \cap C)$ است. پس:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) = [-2, 10) \cap (3, 14] = (3, 10) \Rightarrow$$

شامل ۶ عدد صحیح است.

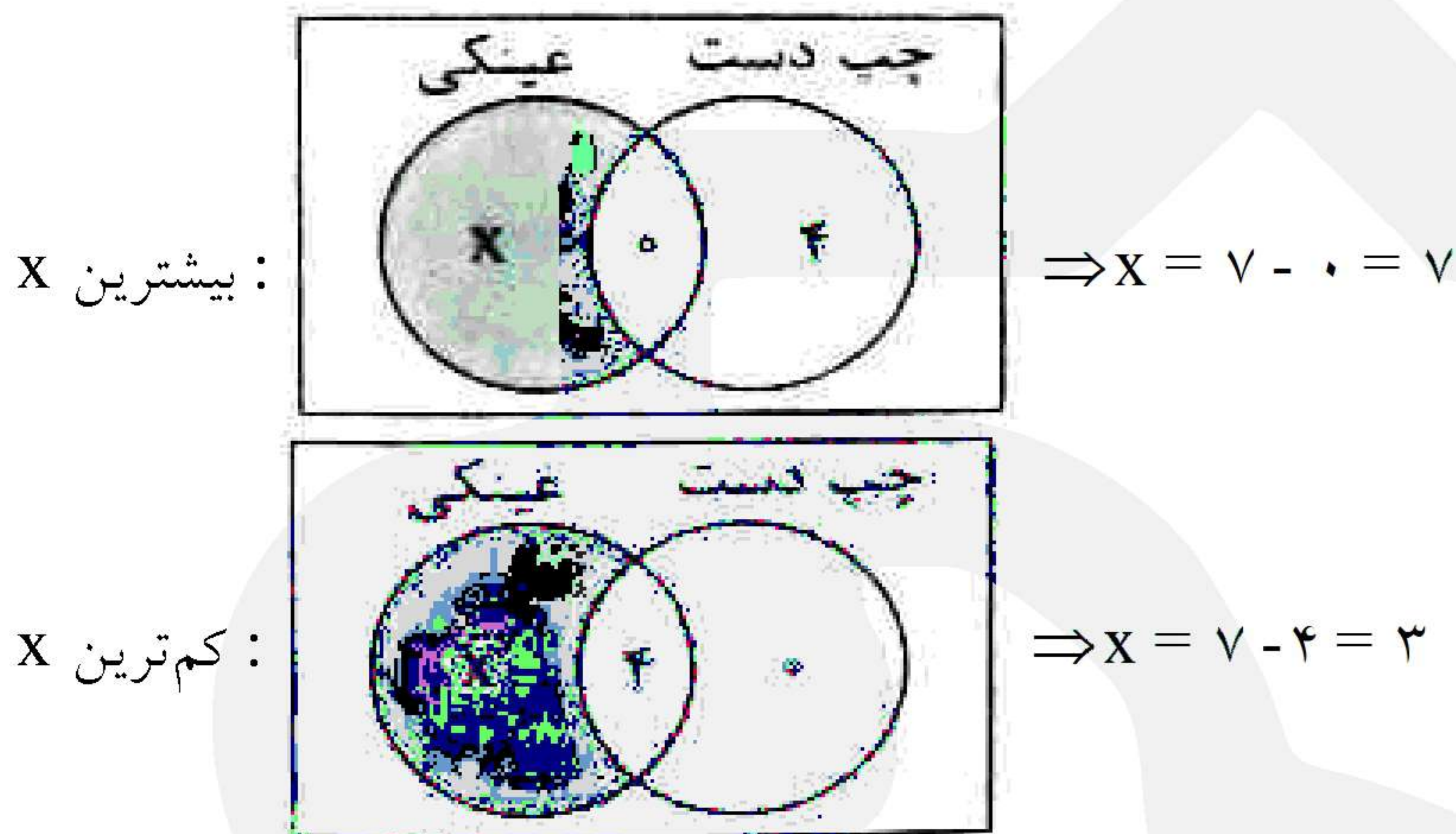


۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نمودار ون داریم:



$$\Rightarrow n(A' \cup B') = 18 \Rightarrow 5 + y + 4 = 18 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow n(B - A) = 9$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

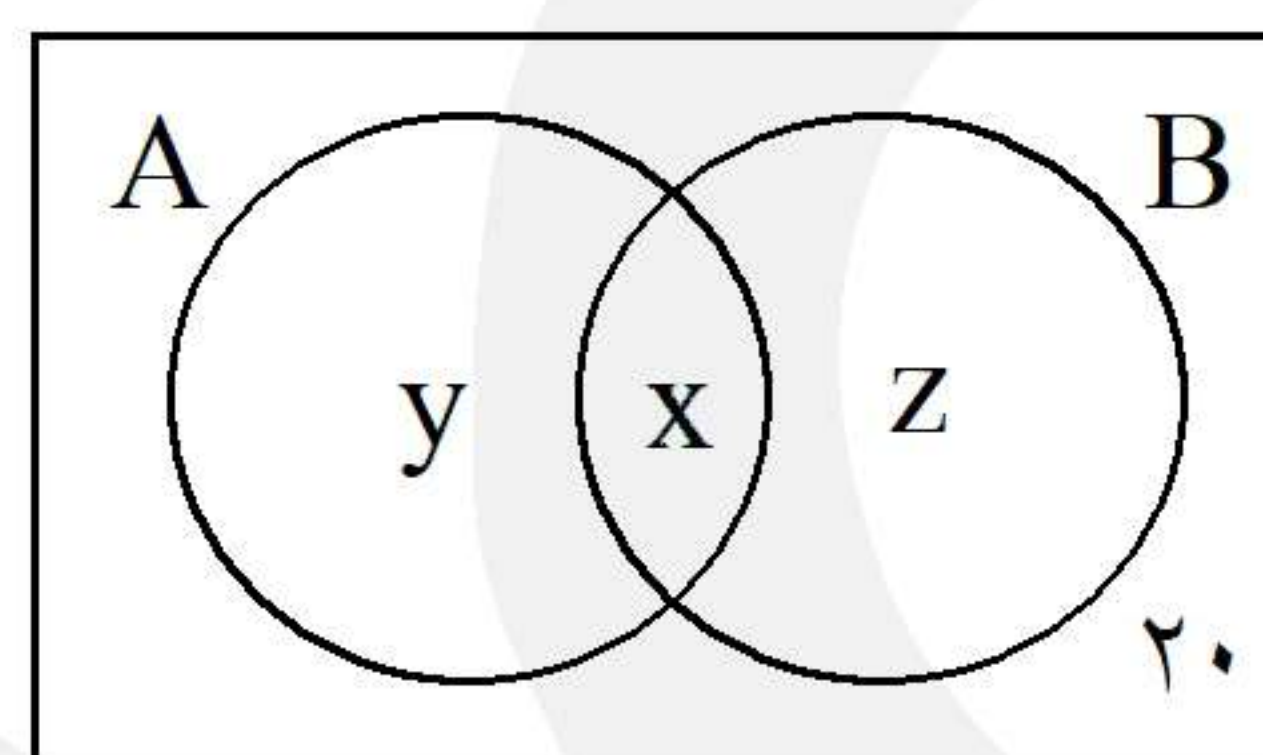


پس حداکثر تعداد افراد راست دست عینکی X برابر با ۷ و حداقل آنها ۳ است.

$$\begin{cases} n(A \cap B) = x \Rightarrow n(A') = 6x \\ n(A \cup B) = 40 \Rightarrow n(A \cup B)' = 20 \\ n(U) = 60 \end{cases}$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار ون زیر داریم:



$$n(B') = y + 20 = 31 \Rightarrow y = 11 \Rightarrow n(A - B) = 11 \quad (1)$$

$$n(A') = z + 20 = 6x \Rightarrow z = 6x - 20 \quad (2)$$

$$n(A \cup B) = y + x + z = 40 \xrightarrow{1, 2} 11 + x + 6x - 20 = 40 \Rightarrow 7x = 40 + 20 - 11$$

$$= 40 + 9 = 49 \Rightarrow 7x = 49 \Rightarrow x = 7 \xrightarrow{2} n(B - A) = z = 6x - 20 = 6(7) - 20 = 42 - 20 = 22$$



۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A_5 = \{5, 6, \dots, n\} \\ A_{10} = \{10, 11, \dots, n\} \Rightarrow A'_{10} = \{1, \dots, 9\} \\ A'_{10} - A_5 = \{1, \dots, 9\} - \{5, 6, \dots, n\} = \{1, \dots, 4\} \end{cases}$$

بنابراین مجموعه $\{A'_{10} - A_5\}$ شامل ۴ عضو است.

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$((A - B) \cup (A \cap B)) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap \underbrace{(B' \cup B)}_U = A$$

$$A \cap (A \cup B) \xrightarrow{A \subseteq (A \cup B)} A \Rightarrow (A \cap (A \cup B))' = A'$$

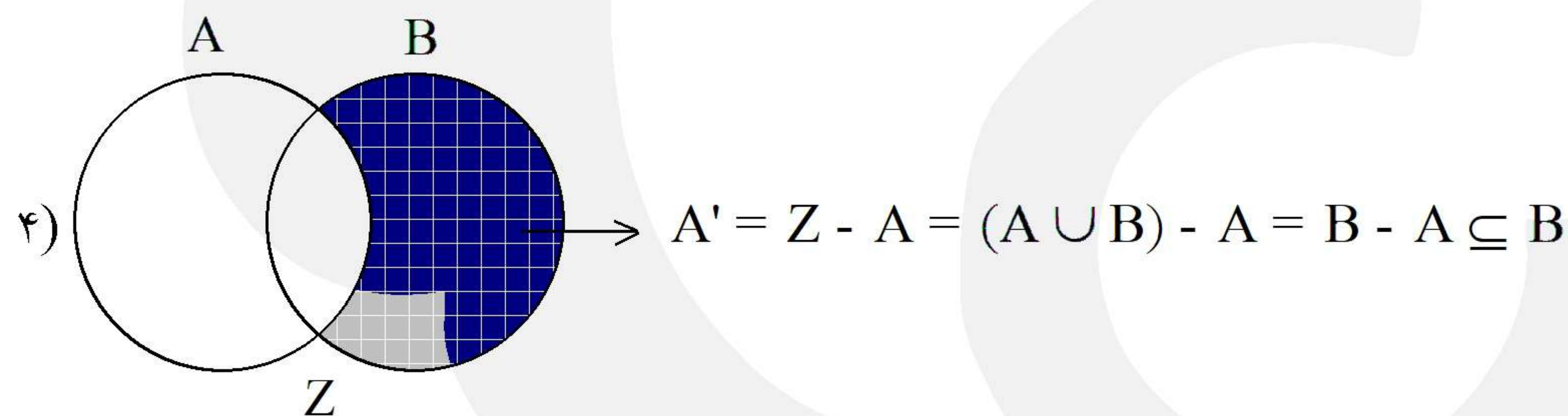
$$\Rightarrow \text{حاصل} = A \cap A' = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \begin{cases} A = \{0, -1, -2, \dots\} \\ B = \{0, 1, 2, \dots\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B \neq \emptyset \quad \times$$

$$۲) \begin{cases} A = \mathbb{Z} - \{1, 2, 3, 4\} \\ B = \mathbb{Z} - \{-1, -2, -3, -4\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \cup B = \mathbb{Z} \\ A \cap B = \mathbb{Z} - \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4\} \end{cases} \Rightarrow \text{نامتناهی} \quad \times$$

$$۳) \begin{cases} A = \mathbb{Z} - \{0\} \\ B = \mathbb{Z} - \{1\} \end{cases} \Rightarrow \mathbb{Z} - B = \{1\} \Rightarrow A \neq \mathbb{Z} - B \quad \times$$



در واقع وقتی $x \in A \cup B$ و $x \notin A$ پس حتماً عضو B بوده است.

$$A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

$$A \cap B = A$$

در ضمن از این که $A \subseteq B$ باشد می‌توان نتیجه گرفت اگر B متناهی، A متناهی و اگر A نامتناهی، B نامتناهی است.

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

پس A می‌تواند \emptyset نباشد اما همواره:

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[-1, 1 - m) \cup [2n + 1, 3) = [-3, 6) \Rightarrow \begin{cases} 1 - m = 6 \Rightarrow m = -5 \\ 2n + 1 = -3 \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow m - n = -5 + 2 = -3$$

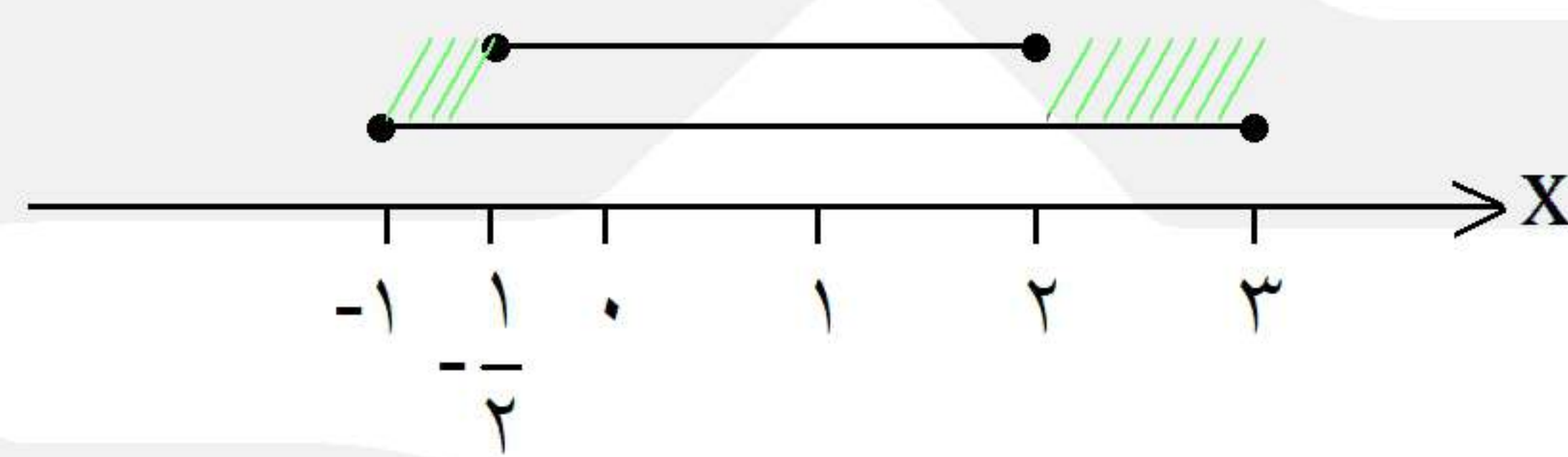


۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \left[\frac{1-1}{2}, 1 \right] = [0, 1] \\ A_2 &= \left[\frac{1-2}{2}, 2 \right] = \left[-\frac{1}{2}, 2 \right] \\ A_3 &= \left[\frac{1-3}{2}, 3 \right] = [-1, 3] \\ A_4 &= \left[\frac{1-4}{2}, 4 \right] = \left[-\frac{3}{2}, 4 \right] \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_1 \cup A_3 = [-1, 3]$$

$$\Rightarrow A_2 \cap A_4 = \left[-\frac{1}{2}, 2 \right]$$

$$(A_1 \cup A_3) - (A_2 \cap A_4) = [-1, 3] - \left[-\frac{1}{2}, 2 \right] = \left[-1, -\frac{1}{2} \right) \cup (2, 3]$$



شامل اعداد صحیح -۱ و ۳ است.

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 2^2\} = (2, 4]$$

$$A_4 = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x \leq 2^4\} = (4, 16]$$

$$\Rightarrow A_2 \cap A_4 = \emptyset$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید یکی از دو حالت ۱ یا ۲ رخ دهد تا اجتماع دو بازه برابر با \mathbb{R} گردد:

$$\Rightarrow 2m+1 \leq \frac{m+1}{2}$$

$$\Rightarrow 4m+2 \leq m+1 \Rightarrow 4m-m \leq 1-2 \Rightarrow 3m \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{1}{3}$$

تنها عددی در بین گزینه‌ها که کوچک‌تر یا مساوی $\left(-\frac{1}{3}\right)$ است، برابر با $\left(-\frac{1}{2}\right)$ می‌باشد.



«بانک سوال یاوران دانش»

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) $A - B \subseteq A$, $A \Rightarrow$ متناهی $A - B \times$

۲) $\begin{cases} A = \{-10, -9, \dots, 0, 9, 10\} \\ B = \{2k | k \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\} \end{cases}$

$\Rightarrow A - B = \{-9, -7, \dots, -1, 1, \dots, 7, 9\} \neq \emptyset \times$

۳) $B - A \Rightarrow$ نامتناهی ✓

↓
نامتناهی متناهی

(از تعداد نامتناهی عضو، متناهی عضو برداریم باز هم نامتناهی عضو باقی می‌ماند.)

$A = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

$B = \{-99, -98, \dots, 0, \dots, 98, 99\}$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

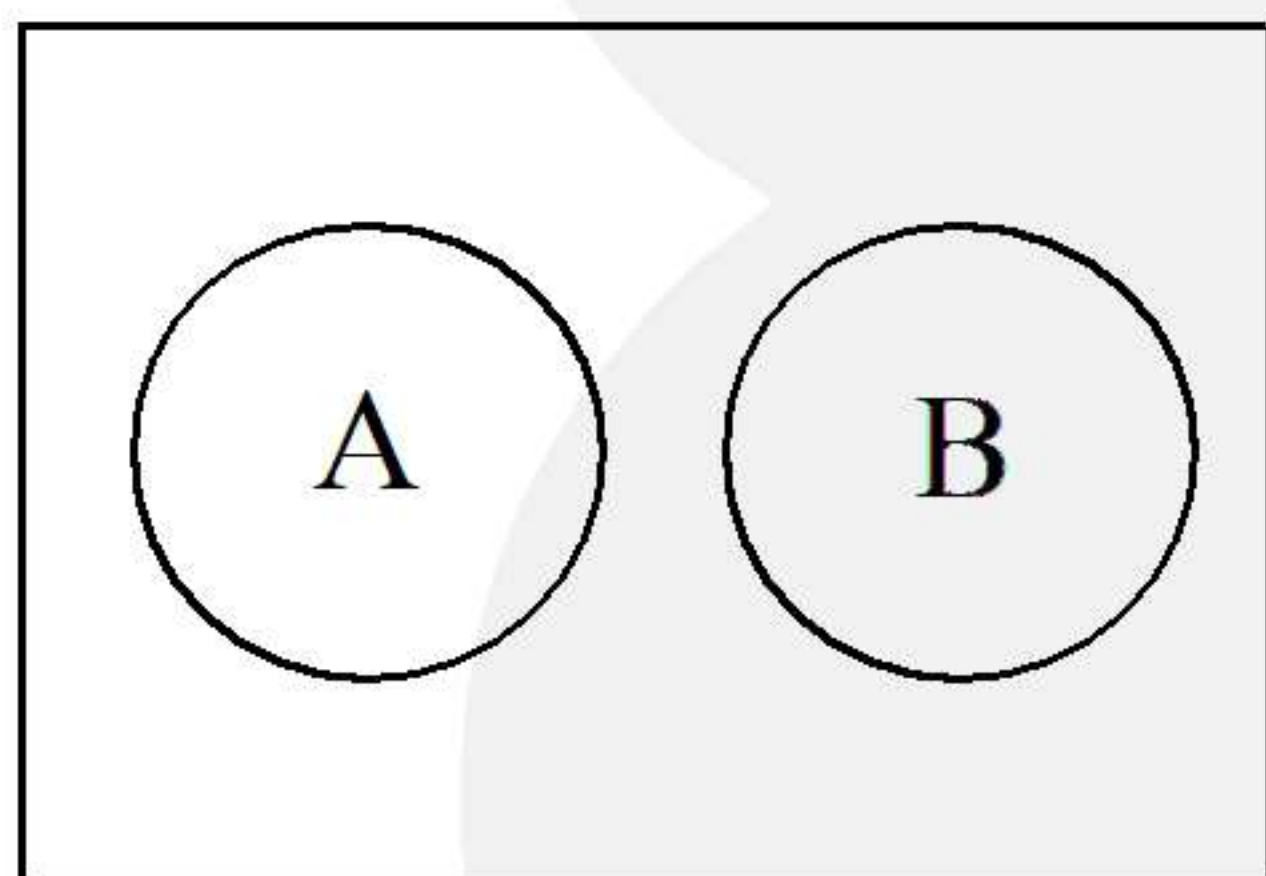
۱) $A - B = \{102, 105, 108, \dots\} \Rightarrow$ نامتناهی

۲) $\mathbb{Z} - A = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5, \dots\} \Rightarrow$ نامتناهی

۳) $A \cap B = \{3, 6, 9, 12, \dots, 99\} \subseteq B \Rightarrow$ متناهی

۴) $A \cup B = \{-99, -98, \dots, 99, 102, 105, 108, \dots\} \Rightarrow$ نامتناهی

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حداکثر مقدار $n(A \cup B)$:

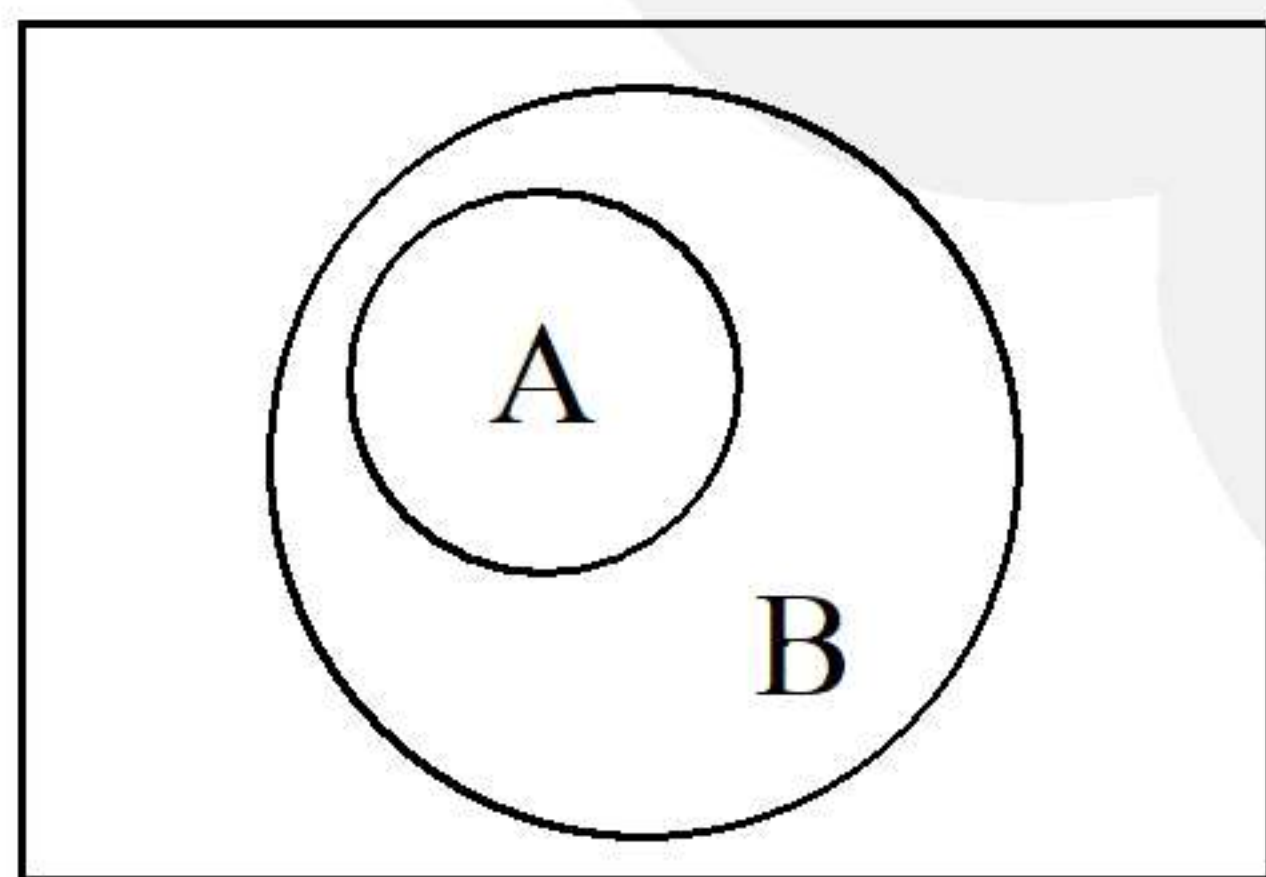


(A و B مجزا هستند.)

$$n(A) = \frac{1}{2}n(B) = 6 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 6 \\ n(B) = 12 \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 6 + 12 = 18$$

حداقل مقدار $n(A \cup B)$:



$A \subseteq B$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 6 + 12 - 6 = 12$$

$$\text{اختلاف} = 18 - 12 = 6$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار ون می‌توان گفت:

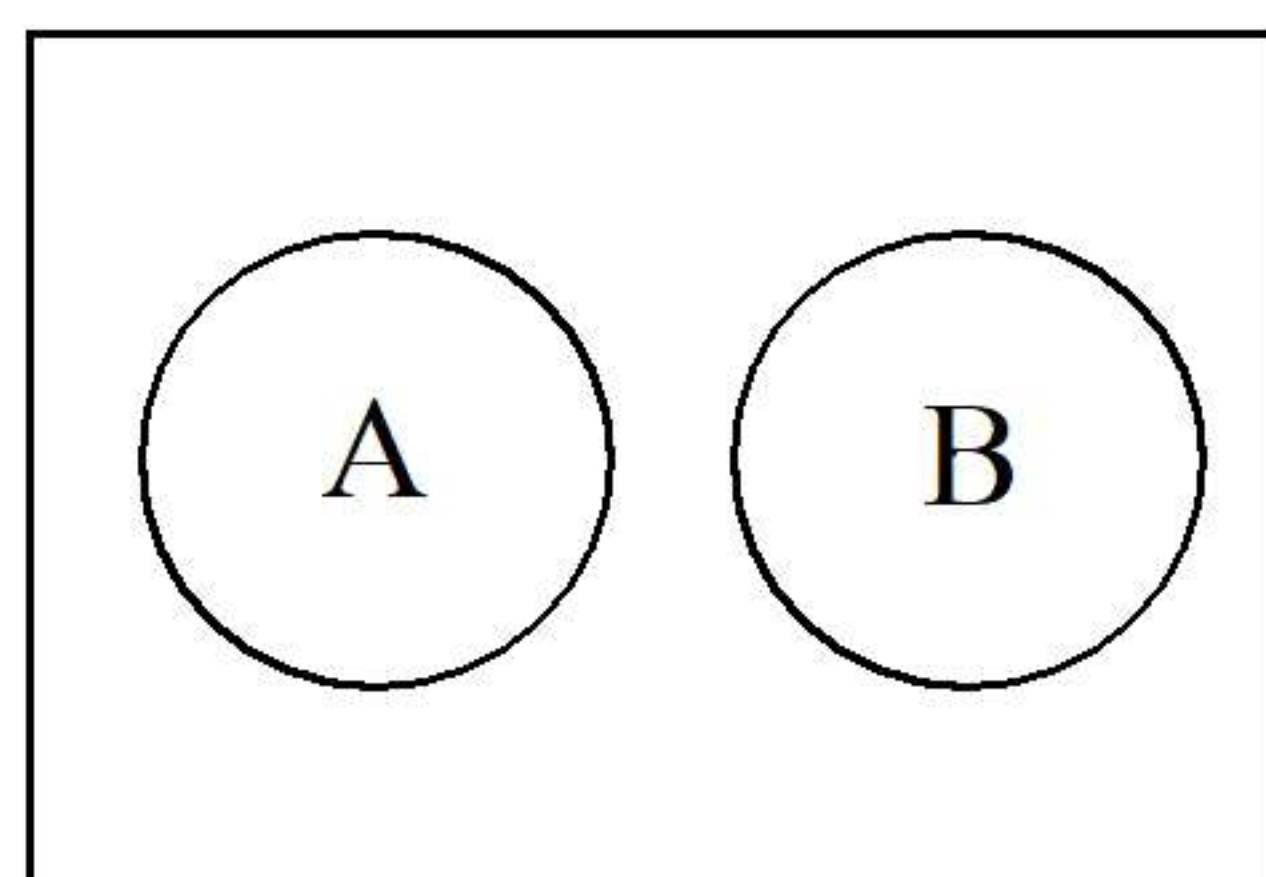
$B \subseteq A' \Rightarrow A \cap B = \emptyset$ (A و B مجزا هستند)

به عبارت دیگر:

$B \subseteq A' \Rightarrow B - A' = \emptyset \Rightarrow B \cap (A')' = B \cap A = \emptyset$

حال که A و B مجزا هستند، داریم:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 6 + 3 = 9$





۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 30 + 20 - 10 = 40 \\ n(U) = 50 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 50 - 40 = 10 \\ n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 10 = 20 \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{n(A \cap B')}{n(A' \cap B')} = \frac{20}{10} = 2 \end{aligned}$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) A = \left\{ \left(1 + \frac{1}{2}\right), \left(2 + \frac{3}{4}\right), \left(3 + \frac{5}{6}\right), \dots \right\} \Rightarrow n + \frac{(2n-1)}{2n} \in A$$

$$a = 10/95 = 10 + \frac{95}{100} = 10 + \frac{19}{20} \in A \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} &+0/3 + 0/3 + 0/3 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \end{aligned}$$

$$۲) A = \{0/9, 1/2, 1/5, 1/8, \dots\}$$

$$a = \frac{9}{5} = \frac{18}{10} = 1/8 \Rightarrow a \in A \quad \checkmark$$

$$۳) A = \{\pi, 2\pi, 3\pi, \dots\} \subseteq Q' \quad (\text{همه اعضای } A \text{ اعداد گنگ اند})$$

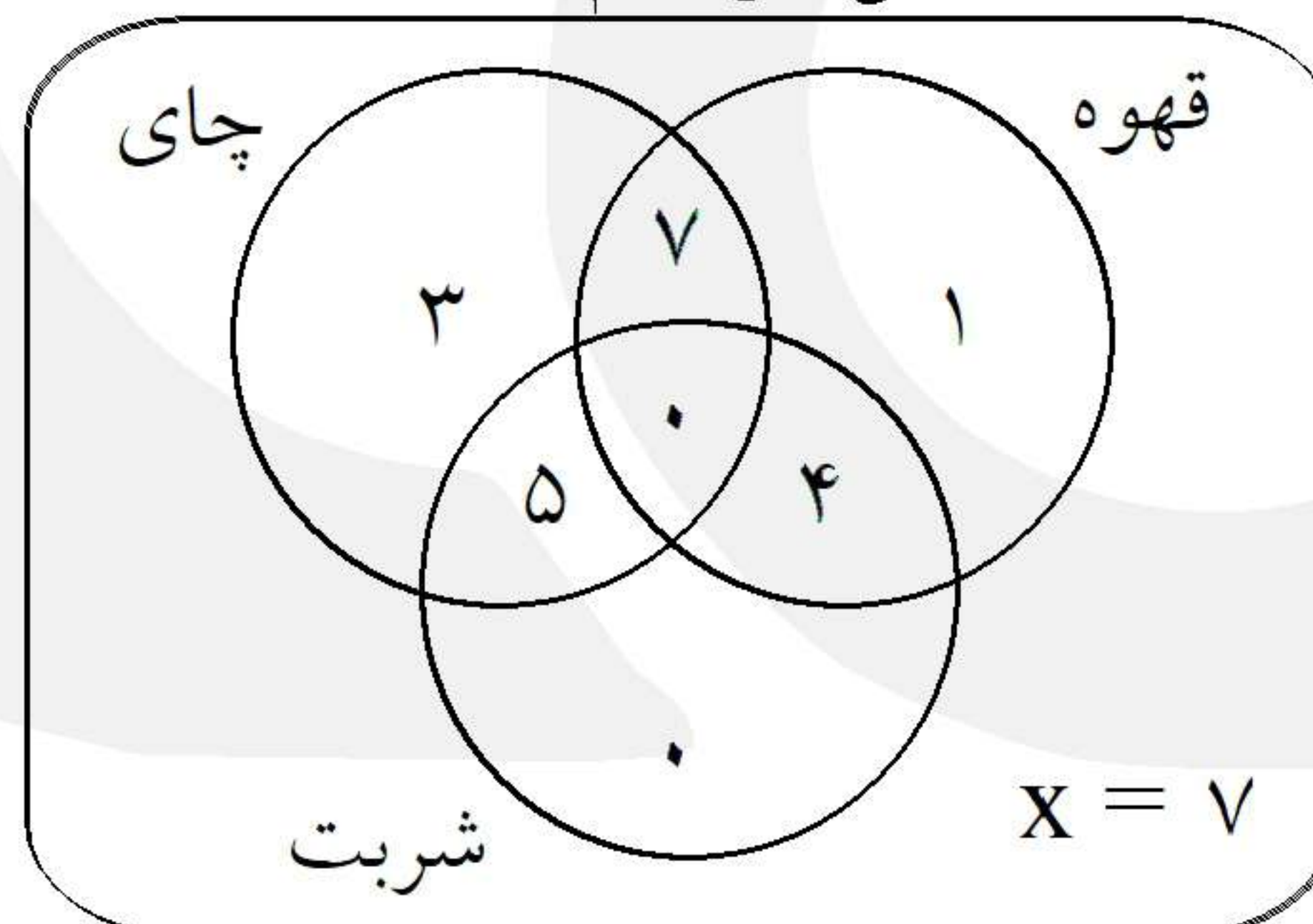
$$a = 31/4 = \frac{314}{10} \in Q \Rightarrow a \notin Q' \Rightarrow a \notin A$$

$a = 31/4$ عددی گویا است، پس نمی‌تواند عضو A باشد.

$$۴) A = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{150}\}$$

$$a = 12 = \sqrt{144} \in A \quad \checkmark$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مسئله را با نمودار ون حل می‌کنیم:



$$3 + 7 + 1 + 5 + 4 + X = 27 \Rightarrow 20 + X = 27 \Rightarrow X = 7$$

$$\Rightarrow \text{افرادى كه قهوه نوشيده اند} = 3 + 5 + 7 = 15$$



$$n(U) = 16$$

$$A : \text{چشم رنگی} \Rightarrow n(A) = 7$$

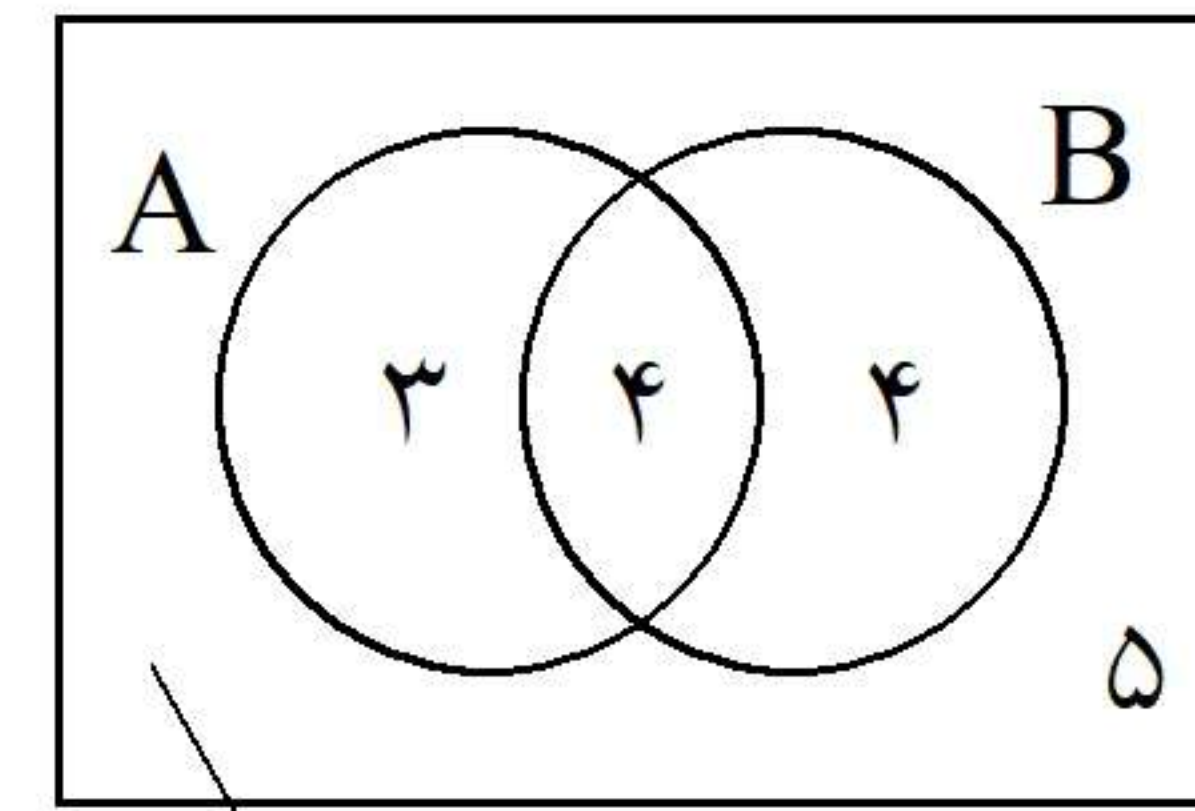
$$B : \text{عینکی} \Rightarrow n(B) = 8$$

$$n(A - B) = 3 \Rightarrow n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$$

$$n(B - A) = 8 - 4 = 4$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 3 + 4 + 4 = 11$$

$$\Rightarrow n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 16 - 11 = 5$$



غیرعینکی
فاقد چشم رنگی

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \left\{ \frac{2x^2 + 2}{x^2 + 1} \mid x \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ \frac{2(x^2 + 1)}{x^2 + 1} \mid x \in \mathbb{R} \right\} = \{2 \mid x \in \mathbb{R}\} = \{2\} \text{ متناهی}$$

$$۲) \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 7 \right\} = \left\{ \frac{1}{x} \mid x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \right\} = \left\{ 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\} \text{ متناهی}$$

$$۳) \{2x + 1 \mid -1 < x < 1, x \in \mathbb{Z}\} = \{2x + 1 \mid x = 0\} = \{1\} \text{ متناهی}$$

حاصلضرب دو عدد متوالی

$$۴) x^2 - x \in \mathbb{N} \Rightarrow \overbrace{x(x-1)} \in \mathbb{N} \Rightarrow x \in \{-1, -2, \dots\} \cup \{2, 3, \dots\} = \mathbb{Z} - \{0, 1\}$$

$$\Rightarrow \{x \mid x^2 - x \in \mathbb{N}\} = \mathbb{Z} - \{0, 1\} \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

$$n(A) = 14$$

$$n(B') + 4 = 14 \Rightarrow n(B') = 10 \Rightarrow n(B) = 30$$

$$n(A \cup B) - 16 = 14 \Rightarrow n(A \cup B) = 30$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 30 = 14 + 30 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 14$$

$$n(A' \cap B) = n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 16$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$[-1, 1] \cap \left[\frac{9}{10}, \frac{11}{10}\right) = \left[\frac{9}{10}, 1\right]$$

عضوهای مجموعه $\left[\frac{9}{10}, 1\right]$ قابل شمارش نیستند.

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزاره‌ها:

$$\text{الف) } W - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\} - \{1, 2, \dots\} = \{0\} \Rightarrow \text{متناهی}$$

$$\text{ب) } \mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, -3, \dots\} \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

$$\text{پ) } \mathbb{R} - \mathbb{Q} = \mathbb{Q}' \text{ (اعداد گنگ)} \Rightarrow \text{نامتناهی}$$

$$\text{ت) } Q \cap Q' = \emptyset \Rightarrow \text{متناهی}$$

بنابراین ۲ تا از مجموعه‌ها متناهی است.



«بانک سوال یاوران دانش»

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-n \in W = \{0, 1, 2, 3, \dots\} \Rightarrow n \in \{0, -1, -2, -3, \dots\}$$

$$X = \{n \mid -n \in W\} = \{0, -1, -2, -3, \dots\} = Z - \{1, 2, 3, \dots\} = Z - N$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3-m}{2} \in [-2, 0) \Rightarrow -2 \leq \frac{3-m}{2} < 0 \xrightarrow{\times 2} -4 \leq 3-m < 0$$

$$\xrightarrow{+(-3)} -7 \leq -m < -3 \xrightarrow{\times (-1)} 7 \geq m > 3 \Rightarrow m \in (3, 7]$$

کمترین مقدار صحیح برای m ، برابر با ۴ است.

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \sqrt{2} \in Q' = R - Q \Rightarrow \sqrt{2} \notin R - Q' - Q \quad \times$$

$$۲) \underbrace{\frac{\pi}{3/14}}_{\text{گنگ}} \Rightarrow \text{گنگ} \Rightarrow \frac{\pi}{3/14} \notin Q \quad \times$$

$$۳) 2/301 \in Q, 2/301 \notin Z \Rightarrow 2/301 \in Q - Z \quad \checkmark$$

$$۴) W - N = \{0\} \Rightarrow 0 \in W - N \Rightarrow \{0\} \notin W - N \quad \times$$

۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
روش اول:

X = تعداد کل دانش‌آموزان



$$\frac{X}{3} = 8 + 35 \Rightarrow X = 3 \times (43) = 129$$

روش دوم:

$$\frac{X}{3} + \left(\frac{X}{3} + 8\right) + 35 = X \Rightarrow \frac{2X}{3} + 43 = X$$

$$\Rightarrow X - \frac{2}{3}X = 43 \Rightarrow \frac{1}{3}X = 43 \Rightarrow X = 43 \times 3 = 129$$



۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد افرادی که حداکثر در یک المپیاد شرکت کرده‌اند، برابر است با همه‌ی افراد، به جز افرادی که در هر دو المپیاد شرکت کرده‌اند. یعنی:

$$n(U) - n(F \cap R) = 38 - 2 = 36$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \begin{cases} (A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B = B \cup A' \\ B - A = B \cap A' \end{cases} \quad \times$$

$$۲) A \cap A' = \emptyset \Rightarrow A - A' = A \quad \checkmark$$

$$۳) A - (A \cap B) = A - B = A \cap B' \quad \checkmark$$

$$۴) (A')' = U - (U - A) = A \quad \checkmark$$

۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \quad (*)$$

با توجه به این که $n(A') = 14$ و $n(U) = 20$ پس $n(A) = 6$ می‌باشد. داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 9 = 6 + 5 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$\xrightarrow{(*)} n(A \cap B') = 6 - 2 = 4$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تنها $A - B$ لزوماً نامتناهی می‌باشد، زیرا B نامتناهی می‌باشد و اگر حداکثر تعداد متناهی عضو A از آن کم شود باز هم نامتناهی خواهد بود. اما در بقیه‌ی گزینه‌ها داریم:

متناهی
↑

$$۱) A - B \subset A \Rightarrow A - B \text{ متناهی}$$

$$۲) A \cap B \subset A \Rightarrow A \cap B \text{ متناهی}$$

$$۴) B' = U - B \Rightarrow \text{می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.}$$

نامتناهی
↓
نامتناهی