

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش

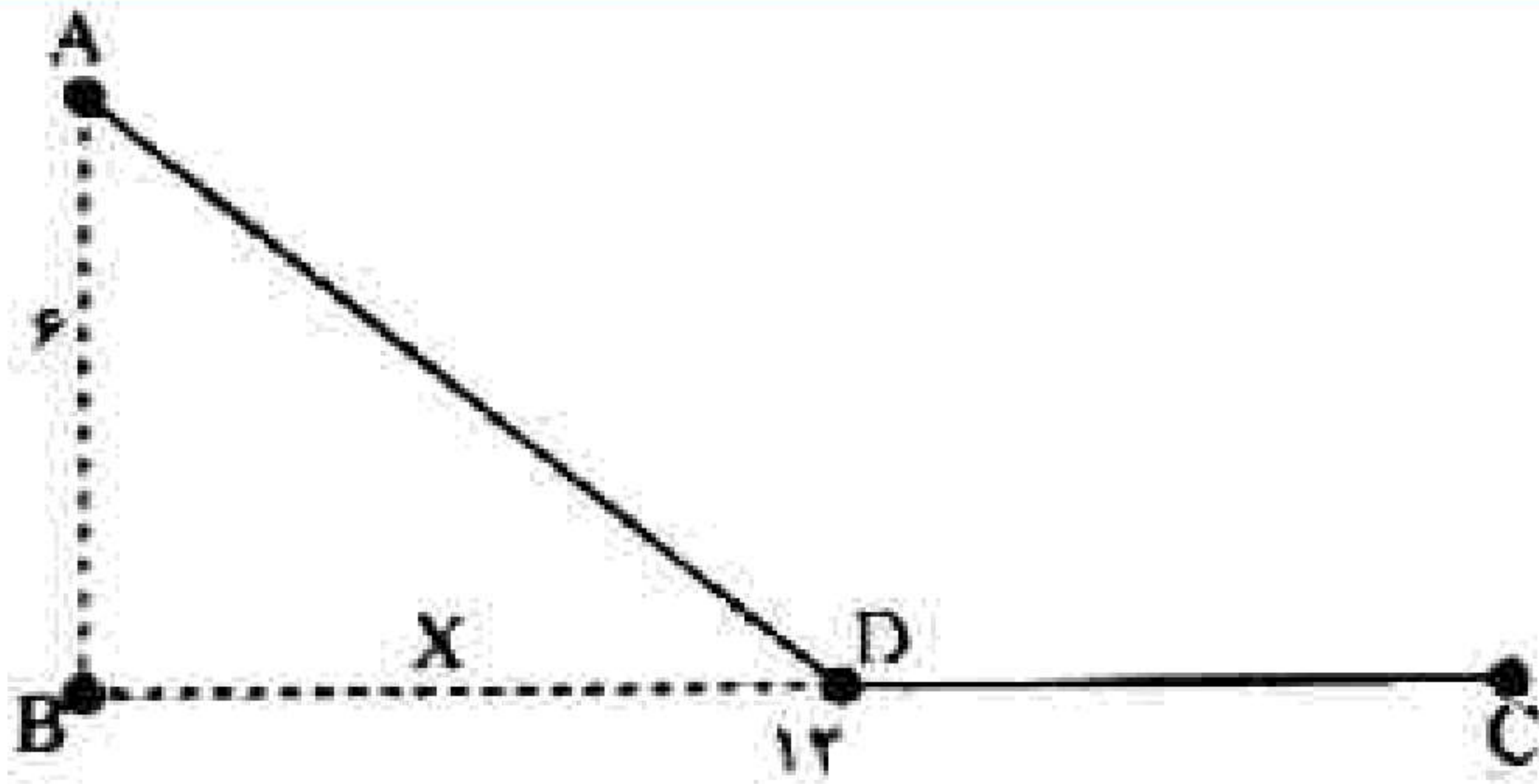


راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



- ۱- یک مرغ دریایی در نقطه A قرار دارد. از A تا D پرواز کرده و در هر متر ۷۰ واحد انرژی مصرف می‌کند. سپس از D تا C در سطح آب شنا می‌کند و در هر متر ۵۰ واحد انرژی مصرف می‌شود. به ازای کدام مقدار x انرژی مصرف شده در کل مسیر از A به C مینیمم است؟

(۱) $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ (۲) $5\sqrt{2}$ (۳) $5\sqrt{3}$ (۴) $5\frac{\sqrt{2}}{2}$

- ۲- درون سهمی $f(x) = 2x - x^2$ مستطیل‌هایی چنان محاط کرده‌ایم که دو رأس آن روی نمودار سهمی و دو رأس دیگر آن روی محور طول‌ها قرار دارد. اگر $0 \leq x \leq 2$ آنگاه بزرگ‌ترین مساحت مستطیل‌ها کدام است؟

(۱) $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{1}{6\sqrt{3}}$

- ۳- اگر $f(x) = \begin{cases} 5 & ; x \geq 2 \\ x & ; |x| < 2 \\ -3 & ; x \leq -2 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{x}{|x+1|}$ مقدار ماکزیمم مطلق fog کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۳

- ۴- مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x|x^2 - 2x|$ روی بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{32}{27}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{27}{23}$

- ۵- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^3|x^2 - 4|}{x - 1}$ چند نقطه اکسترمم دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۲

- ۶- به ازای کدام مقادیر m تابع $f(x) = \frac{x^2 + mx + 2}{x - 1}$ فاقد اکسترمم نسبی است، در کدام گزینه آمده است؟

(۱) $m < -3$ (۲) $m \leq 1$ (۳) $m \leq -3$ (۴) $m < 1$

- ۷- مجموع طول نقاط اکسترمم نسبی تابع $y = \frac{x|x - a|}{x - 2a}$ برابر ۱۰ است. مقدار $\left[\frac{4a}{3}\right]$ کدام است؟ ($a > 0$)

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴



«بانک سوال یاوران دانش»

۸- اگر $A(5, 7)$ یک نقطه اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x + a\sqrt{b-x}$ باشد، حاصل ab کدام است؟

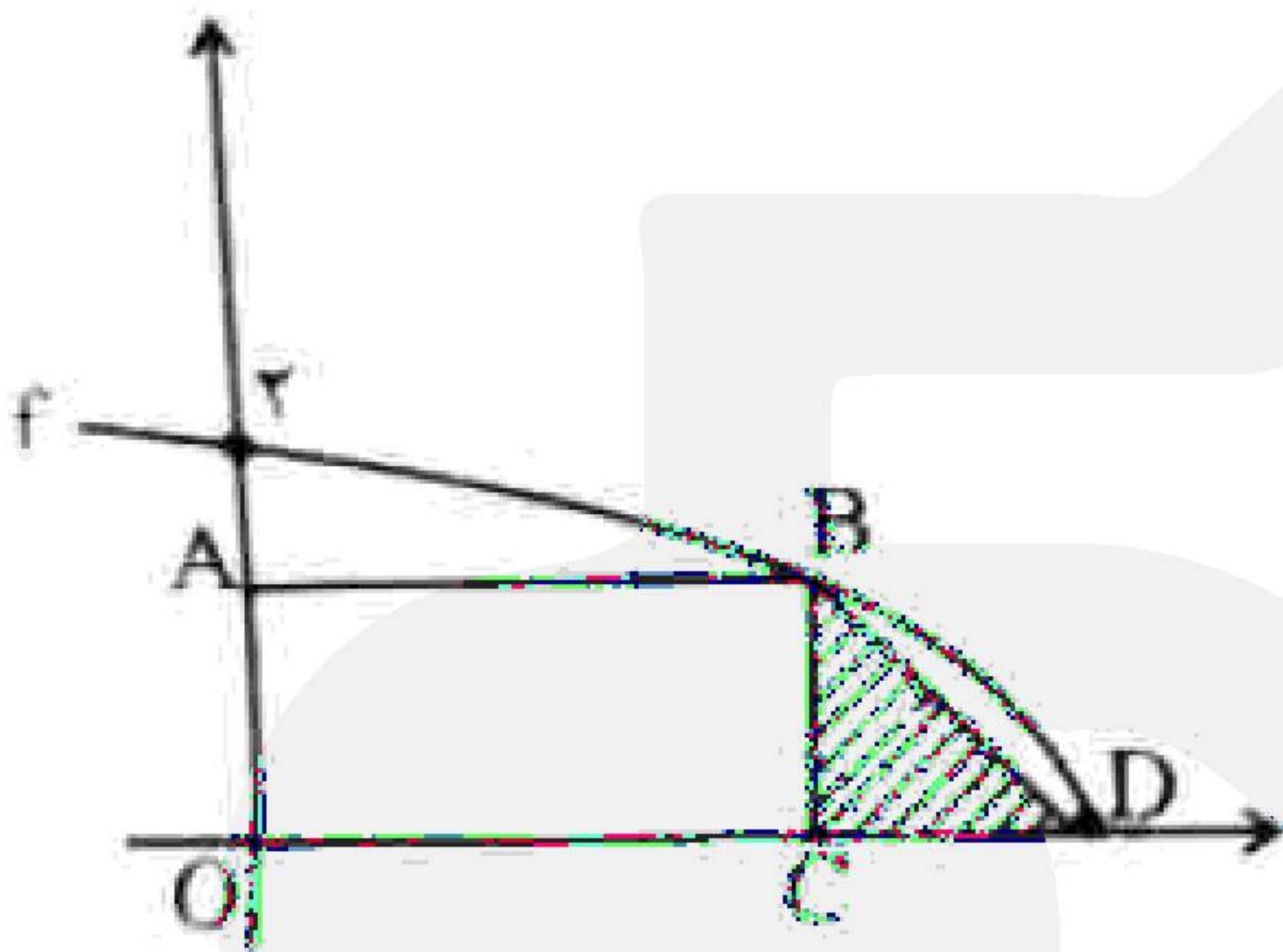
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۱۴ (۴) ۱۸

۹- نمودار تابع $f(x) = (x+7)(x-2)^2$ را چند واحد در راستای عمودی به سمت پایین انتقال دهیم تا مجموع مقادیر اکسترمم نسبی تابع جدید با مجموع طول نقاط بحرانی تابع f برابر شود؟

- (۱) ۵۳ (۲) ۵۴ (۳) ۵۵ (۴) ۵۶

۱۰- در شکل مقابل نمودار تابع f فقط از قرینه‌یابی و انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ به دست آمده است. اگر مساحت مستطیل

$OABC$ ماکزیمم باشد، مساحت مثلث BCD چقدر است؟



- (۱) $\frac{16}{5\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{8}{5\sqrt{3}}$
(۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{4}{3\sqrt{3}}$

۱۱- دور یک قطاع دایره‌ای را می‌خواهیم با ۲ متر روبان تزئین کنیم. شعاع دایره چند سانتی‌متر باشد تا مساحت این قطاع ماکسیمم شود؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۸۰

۱۲- کدام یک از توابع زیر در بازه $[-2, 2]$ ، ماکزیمم مطلق ندارد ولی مینیمم مطلق دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $|x| - [x]$ (۲) $x - [x]$ (۳) $x [x]$ (۴) $|x| [x]$

۱۳- تابع $y = 2 + x\sqrt{3k-x}$ در بازه $(0, 12)$ اکیداً صعودی است. حداکثر مقدار صحیح k کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۹

۱۴- برای هر x از بازه $(0, 2)$ نامعادله $\frac{9}{x-2} - \frac{1}{x} \leq k$ برقرار است. حداقل مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۸ (۳) -۶ (۴) -۴

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+4} & x > -4 \\ m+1 & x = -4 \\ x & x < -4 \end{cases}$ فاقد اکسترمم نسبی است. مجموع مقادیر صحیح قابل قبول برای m کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۱۴ (۳) -۹ (۴) -۱۵



۱۶- تابع $y = |x - 1| + \sqrt{x}$ در بازه $|a, b|$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۷- تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ در بازه $(b, -3)$ دارای سه نقطه بحرانی است. بیشترین مقدار b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۱۸- نقطه $A(-1, 1)$ ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = -x^3 + 3ax^2 + b$ است. حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) صفر (۴) نشدنی

۱۹- تابع $f(x) = \begin{cases} |x+1|+2 & x < 0 \\ (x+k)(x-k) & x \geq 0 \end{cases}$ چند مینیمم نسبی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بستگی به مقدار k دارد.

۲۰- بیشترین مساحت یک دوزنقه متساوی الساقین به طول ساق ۳ و قاعده کوچک ۳ چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

- (۱) ۲۷ (۲) $13/5$ (۳) ۱۲ (۴) $6/75$

۲۱- بیشترین مساحت مستطیلی که بین نمودار تابع $f(x) = 4x - x^2$ و محور x ها، محصور است، چند برابر $\frac{\sqrt{3}}{9}$ است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۱۶

۲۲- تابع $f(x) = (x-1)|x^2 + ax + b|$ فقط در $x = -1$ مشتق ندارد. این تابع روی بازه $[1, k]$ اکیداً صعودی است. حداقل k کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

۲۳- در ساخت قوطی‌های مکعب مستطیل در باز فلزی با قاعده‌ی مربع و حجم ۴ مترمکعب، حداقل ورقه فلزی استفاده شده، چند متر مربع است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶



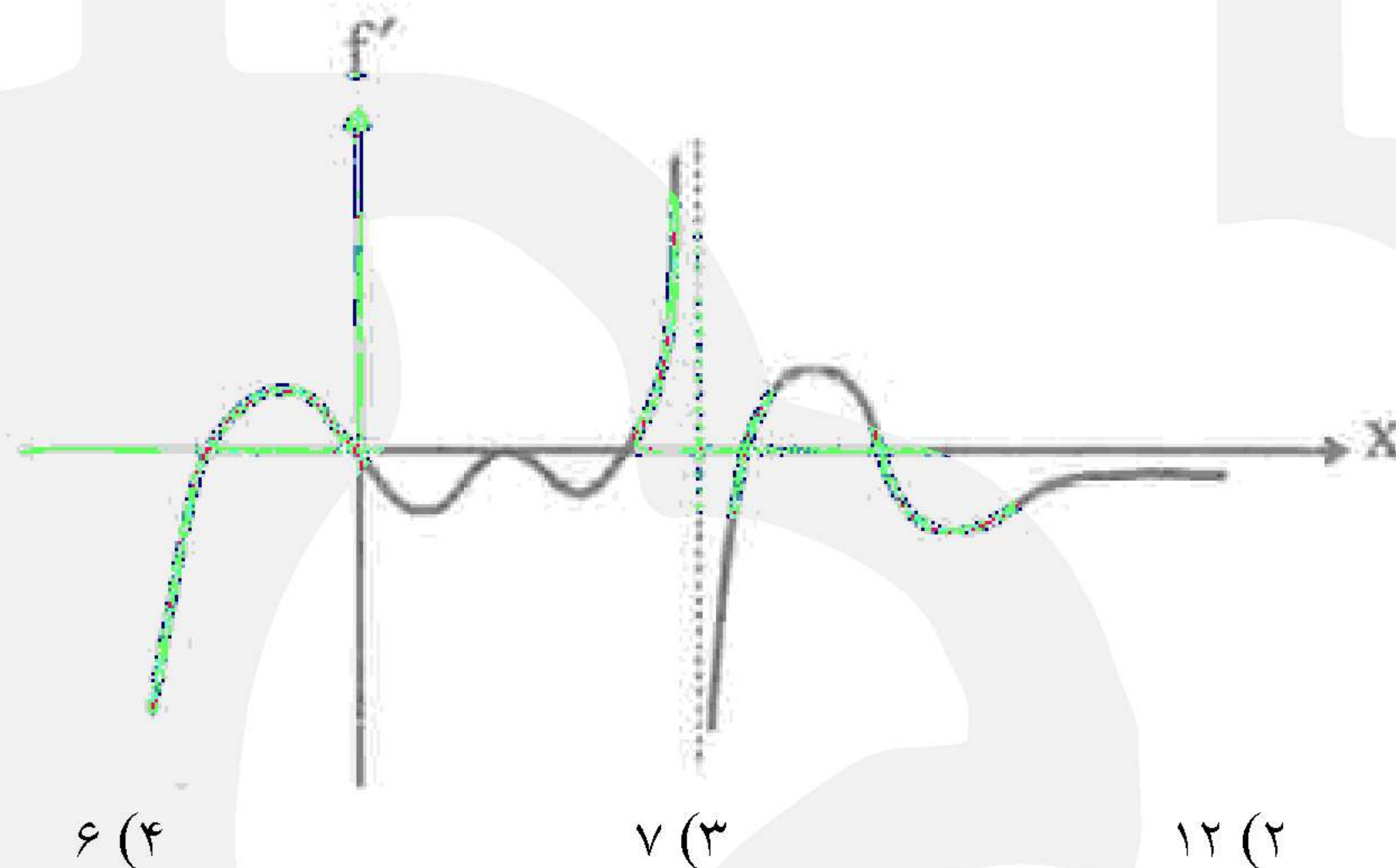
۲۴- رفتار تابع $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ روی بزرگ‌ترین دامنه‌اش مطابق کدام گزینه است؟

- (۱) تابع در فاصله‌ی $(0, +\infty)$ اکیداً صعودی است.
- (۲) تابع در فاصله‌ی $(0, +\infty)$ اکیداً نزولی است.
- (۳) تابع در فاصله‌ی $(0, 1)$ اکیداً صعودی و در فاصله‌ی $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.
- (۴) تابع در فاصله‌ی $(0, 1)$ اکیداً نزولی و در فاصله‌ی $(1, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

۲۵- تابع $f(x) = (x - [x])x^2$ در بازه‌ی $[-3, 3]$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟ ([] نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۷
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

۲۶- اگر تابع f در \mathbb{R} (مجموعه اعداد حقیقی) پیوسته و نمودار f' (تابع مشتق) به صورت زیر باشد، آنگاه تابع f چند اکسترمم نسبی دارد؟



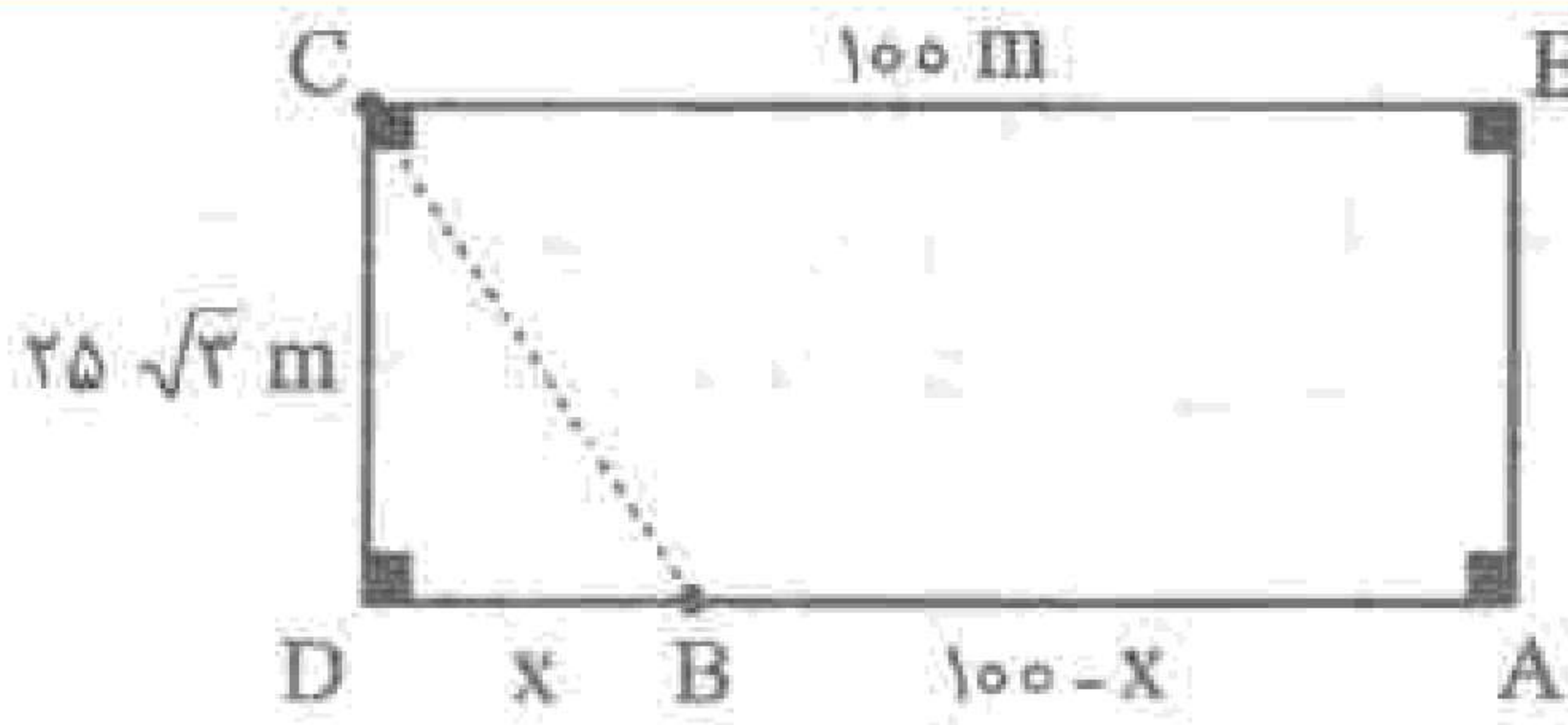
- (۱) ۵
- (۲) ۱۲
- (۳) ۷
- (۴) ۶

۲۷- کمترین مقدار حاصل ضرب اکسترمم‌های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + k$ در بازه‌ی $[-1, 2]$ کدام است؟

- (۱) $-20/5$
- (۲) $-20/25$
- (۳) $-22/5$
- (۴) $-22/25$

۲۸- اگر $A(2, 1)$ نقطه‌ی مینیمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، آنگاه مجموع مقادیر ماکزیمم مطلق و نسبی تابع در بازه‌ی $[-4, 4]$ کدام است؟

- (۱) ۲۶
- (۲) ۲۲
- (۳) ۱۰۶
- (۴) ۱۰۲



۲۹- آروین در موقعیت A قرار دارد. او می‌خواهد به موقعیت C که در ۱۰۰ متری غرب و $25\sqrt{3}$ متری شمال موقعیت فعلی او قرار دارد برود. اگر مسیر AB را با سرعت ثابت $\frac{m}{s}$ و مسیر BC را با سرعت ثابت $2\frac{m}{s}$ طی کند، آنگاه کمترین زمان ممکن برای رسیدن

آروین از موقعیت A تا موقعیت C چند ثانیه است؟

- (۱) $18/75$ (۲) $31/25$ (۳) $43/75$ (۴) $56/25$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۰- تابع $f(x) = |x^2 - 4x| + 1$ در بازه $[-4, 4]$ دارای m نقطه بحرانی، n ماکزیمم مطلق، p ماکزیمم نسبی، q

مینیمم مطلق، r مینیمم نسبی و s نقطه گوشه‌ای است. حاصل $m^2 + n^2 + p^2 + q^2 + r^2 + s^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۱۹ (۲) ۱۳۴ (۳) ۱۴۲ (۴) ۱۵۱

۳۱- مستطیل محاط در دایره‌ای به محیط 6π را حول طول آن دوران می‌دهیم تا استوانه‌ای قائم ایجاد شود. وقتی حجم این استوانه بیشترین مقدار خود را دارد، مساحت مستطیل اولیه کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{3}$ (۲) $6\sqrt{2}$ (۳) $12\sqrt{3}$ (۴) $12\sqrt{2}$

۳۲- تابع $f(x) = (-1)^{[x]}([x] - x)$ در بازه $[-2, 2]$ به ترتیب، چند اکسترمم نسبی و چند اکسترمم مطلق دارد؟ (کروشه در ضابطه تابع، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۴ - ۳ (۲) ۳ - ۴ (۳) ۳ - صفر (۴) صفر - صفر

۳۳- اگر $[a, b]$ بزرگترین بازه‌ای باشد که تابع با ضابطه $f(x) = 2x + \sqrt{36 - x^2}$ در آن بازه صعودی اکید است، حاصل $b\sqrt{5} - a$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۳۴- نقطه $(2, 16)$ ماکزیمم نسبی تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2a^2x$ است. حاصل $a \times b$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) -۱۶

۳۵- در کره‌ای به شعاع $3\sqrt{3}$ یک استوانه محاط کرده‌ایم. بیشترین حجم استوانه کدام است؟

- (۱) 118π (۲) 108π (۳) 98π (۴) 96π



۳۶- اگر تعداد نقاط بحرانی، تعداد نقاط ماکزیمم مطلق، تعداد نقاط مینیمم مطلق، تعداد نقاط ماکزیمم نسبی، تعداد نقاط مینیمم نسبی در تابع $f(x) = |x^2 - x - 6|$ را در بازه $[-4, 4]$ به ترتیب با a و b و c و d نمایش دهیم، حاصل $a + 2b + 3c + 4d + 5e$ کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۲۹

۳۷- تابع $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4}$ چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۳

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۸- تفاوت مقادیر مینیمم و ماکزیمم مطلق، تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x + 7$ در بازه $[-4, 3]$ چقدر است؟

- (۱) ۴۷ (۲) ۴۹ (۳) ۷۰ (۴) ۷۲

۳۹- تابع $f(x) = |(m-1)x^2 + (m-1)x + 1|$ فقط دارای یک نقطه مینیمم نسبی است. چند مقدار صحیح برای m وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۰- تابع $f(x) = |(m+3)x^2 + (m+3)x + 1|$ فقط دارای یک نقطه بحرانی است. چند مقدار صحیح برای m وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۱- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - |2x - 6| + x$ باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن نامساوی $f'(x) \geq 0$ برقرار باشد کدام است؟

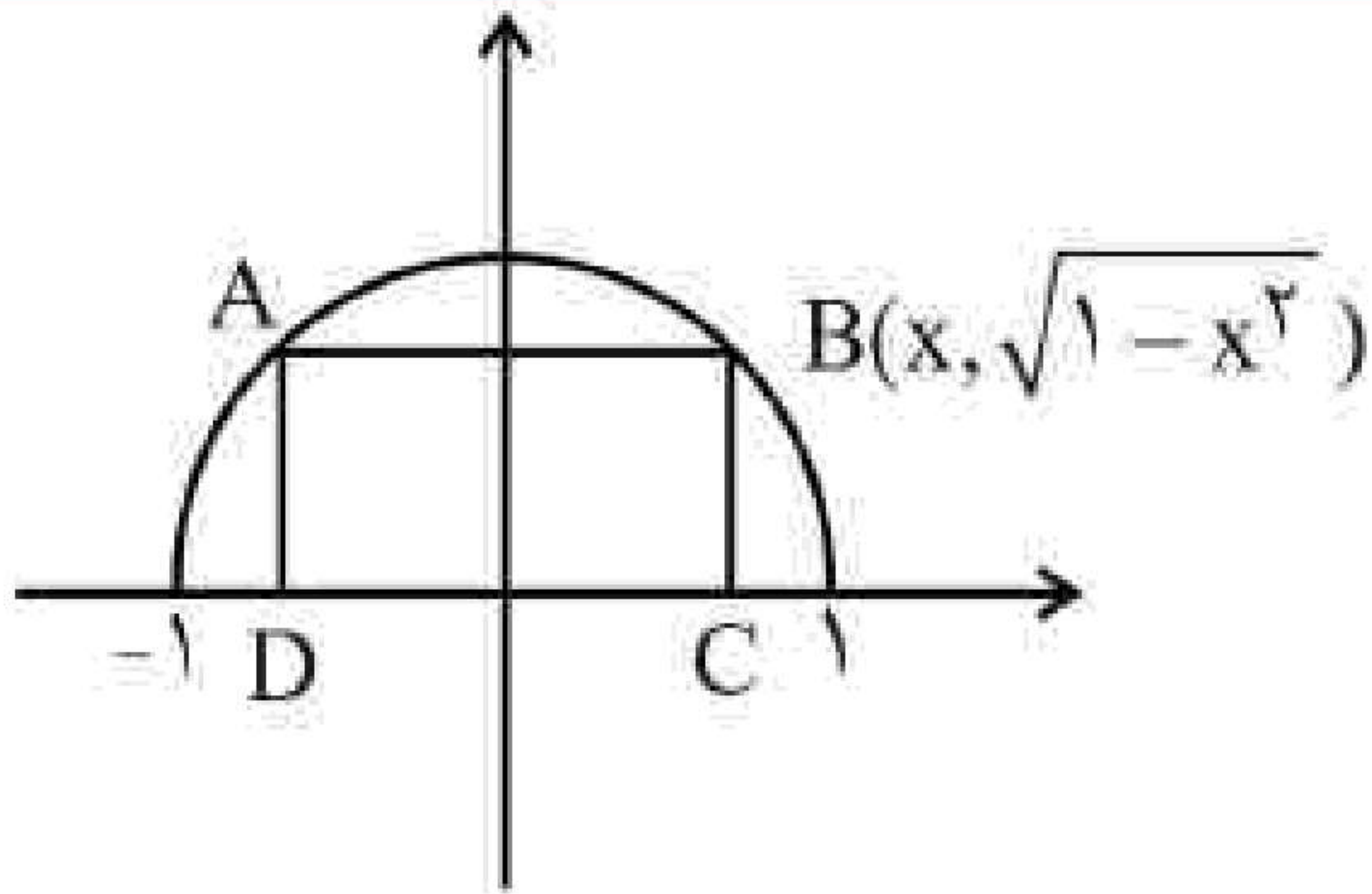
- (۱) $(-\infty, -2)$ (۲) $(-\infty, 3)$ (۳) $(3, +\infty)$ (۴) $(-\infty, +\infty)$

۴۲- کدام عبارت درباره‌ی اکسترمم نسبی تابع و آزمون مشتق اول عبارتی، درست است؟

- (۱) اگر $f'(x_0) = 0$ آن‌گاه $f(x_0)$ اکسترمم نسبی تابع f است.
(۲) در نقاط اکسترمم نسبی تابع f ، f' موجود و برابر صفر است.
(۳) در اکسترمم نسبی تابع f ، اگر f' وجود داشته باشد آن‌گاه $f' = 0$.
(۴) اگر $f'(x_0)$ موجود و برابر صفر باشد، آن‌گاه f در x_0 دارای ماکزیمم یا مینیمم نسبی است.

۴۳- در بازه $[1, 3]$ بیشترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 12x + K$ دو برابر کمترین مقدار آن است. فاصله نقطه عطف تابع تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴



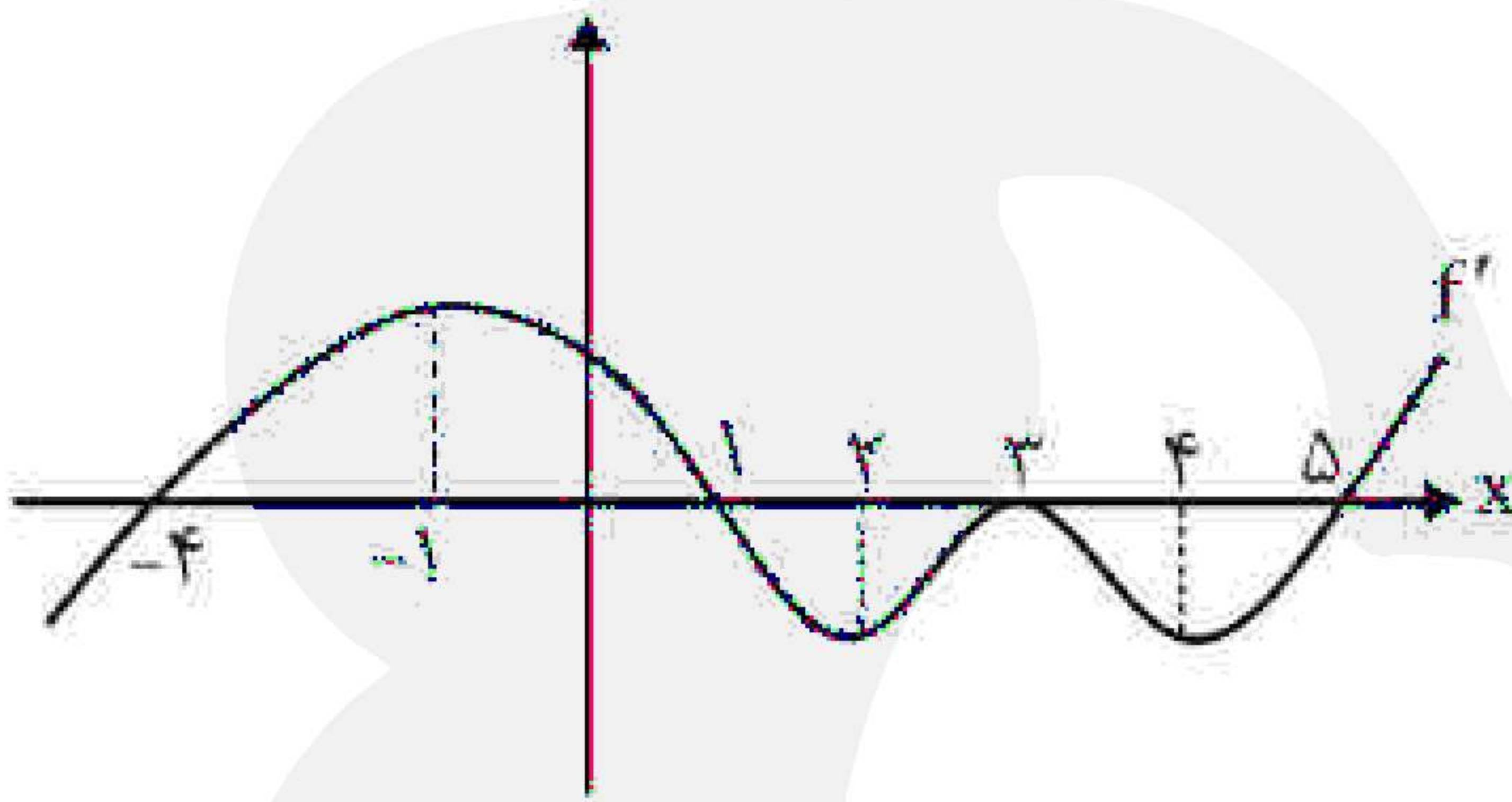
۴۴- در شکل مقابل، مستطیل ABCD، داخل نیم‌دایره‌ای به معادله

$y = \sqrt{1-x^2}$ و به شعاع ۱ واحد محاط شده است. بیشترین مقدار مساحت ممکن، برای این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴۵- اگر تابع $f(x) = \frac{ax-3}{a+2-x}$ در بازه‌ی $(1, +\infty)$ اکیداً نزولی باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $(a < -3) \cup (a > 1)$
(۲) $-1 < a < 3$
(۳) $(a < -1) \cup (a > 0)$
(۴) $-3 < a < 1$



۴۶- شکل مقابل، نمودار مشتق تابع f یعنی f' است. نمودار تابع f در کدام بازه‌ها صعودی و در کدام بازه‌ها نزولی است؟

- (۱) در بازه‌های $(-4, -1)$ و $(4, +\infty)$ صعودی و در بازه‌های $(1, 3)$ و $(3, 4)$ نزولی
(۲) در بازه‌های $(-4, -1)$ و $(2, 3)$ و $(4, 5)$ صعودی و در بازه‌های $(-1, 2)$ و $(3, 4)$ نزولی
(۳) در بازه‌های $(-\infty, -1)$ و $(2, 3)$ و $(4, +\infty)$ صعودی و در بازه‌های $(-1, 2)$ و $(3, 4)$ نزولی
(۴) در بازه‌های $(-4, 1)$ و $(5, +\infty)$ صعودی و در بازه‌های $(1, 5)$ و $(-\infty, -4)$ نزولی

۴۷- نقاط بحرانی تابع $f(x) = x^2 - 6|x| + 8$ رئوس مثلث ABC هستند. مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۱۸
(۳) ۲۴
(۴) ۲۷

۴۸- اگر $x = -3$ طول یکی از کستریم‌های نسبی تابع $f(x) = x^3 + mx^2 - 9x - 19$ باشد، مقدار اکستریم نسبی دیگر تابع کدام است؟

- (۱) ۸
(۲) -۲۴
(۳) -۱۷
(۴) ۱۷

۴۹- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع $f(x) = x + 4 + \sqrt{4x - x^2}$ از نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات چقدر است؟

- (۱) $2\sqrt{2} - 1$
(۲) $2\sqrt{2} + 1$
(۳) $2 + \sqrt{2}$
(۴) $2 - \sqrt{2}$



«بانک سوال یاوران دانش»

- ۵۰- طول قطر مستطیلی که مساحت آن ۲۵۶ متر مربع و محیط آن کمترین مقدار باشد، کدام است؟
- (۱) $۳۲\sqrt{۲}$ (۲) $۲۴\sqrt{۲}$ (۳) $۱۶\sqrt{۲}$ (۴) $۱۲\sqrt{۲}$

