

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>







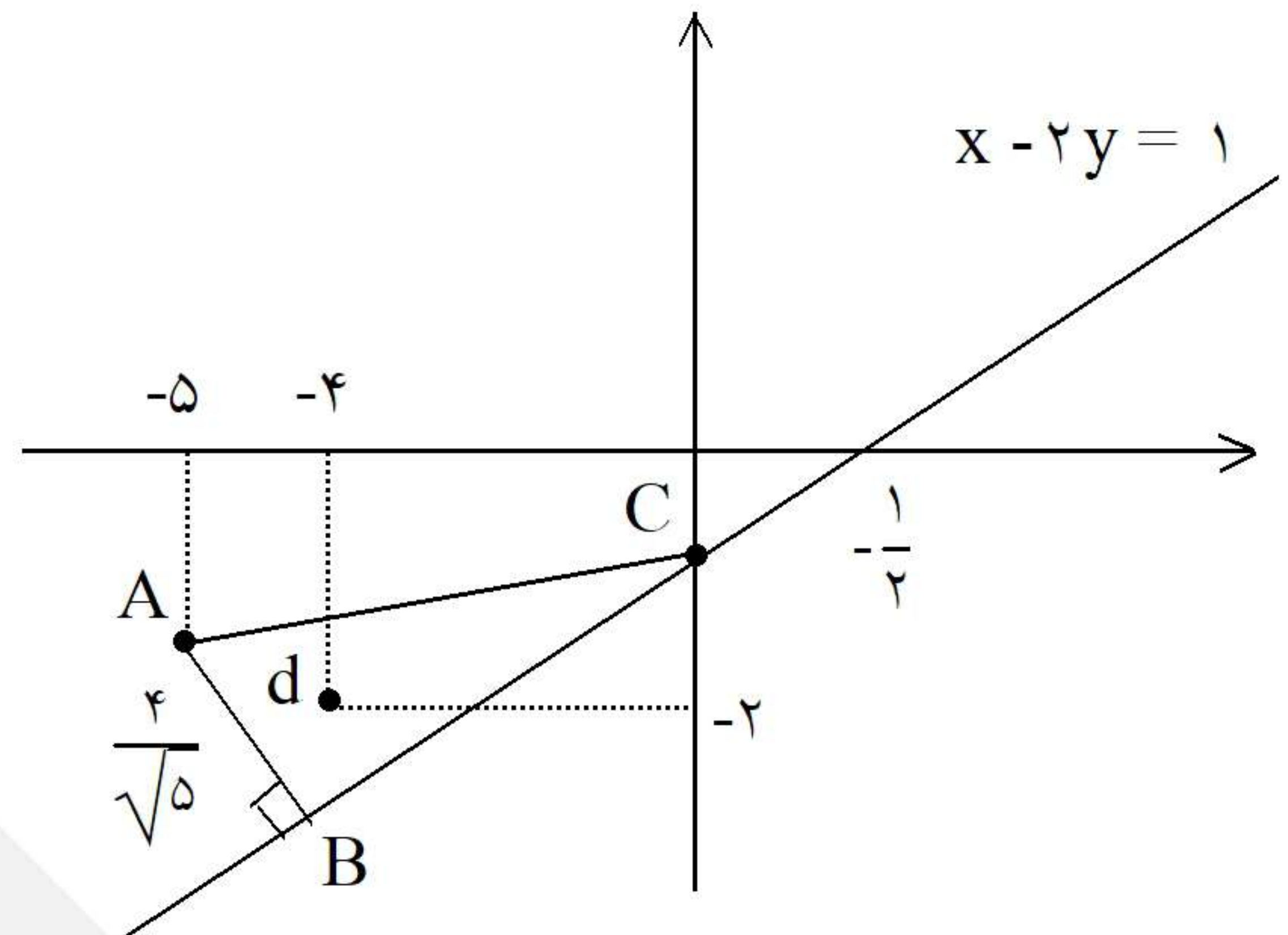
۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{خط } AB: y + 2x + 11 &= 0 \Rightarrow B(-4/2, -2/6) \\ \text{خط } L: x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

$$C(0, -\frac{1}{2})$$

$$\text{فاصله نقطه } C \text{ تا خط } AB \Rightarrow \frac{|-\frac{1}{2} + 0 + 11|}{\sqrt{5}} = \frac{21}{\sqrt{5}}$$

$$S = \frac{4}{\sqrt{5}} \times \frac{21}{2\sqrt{5}} \times \frac{1}{2} = \frac{21}{5} = 4/2 \text{ مساحت مثلث}$$

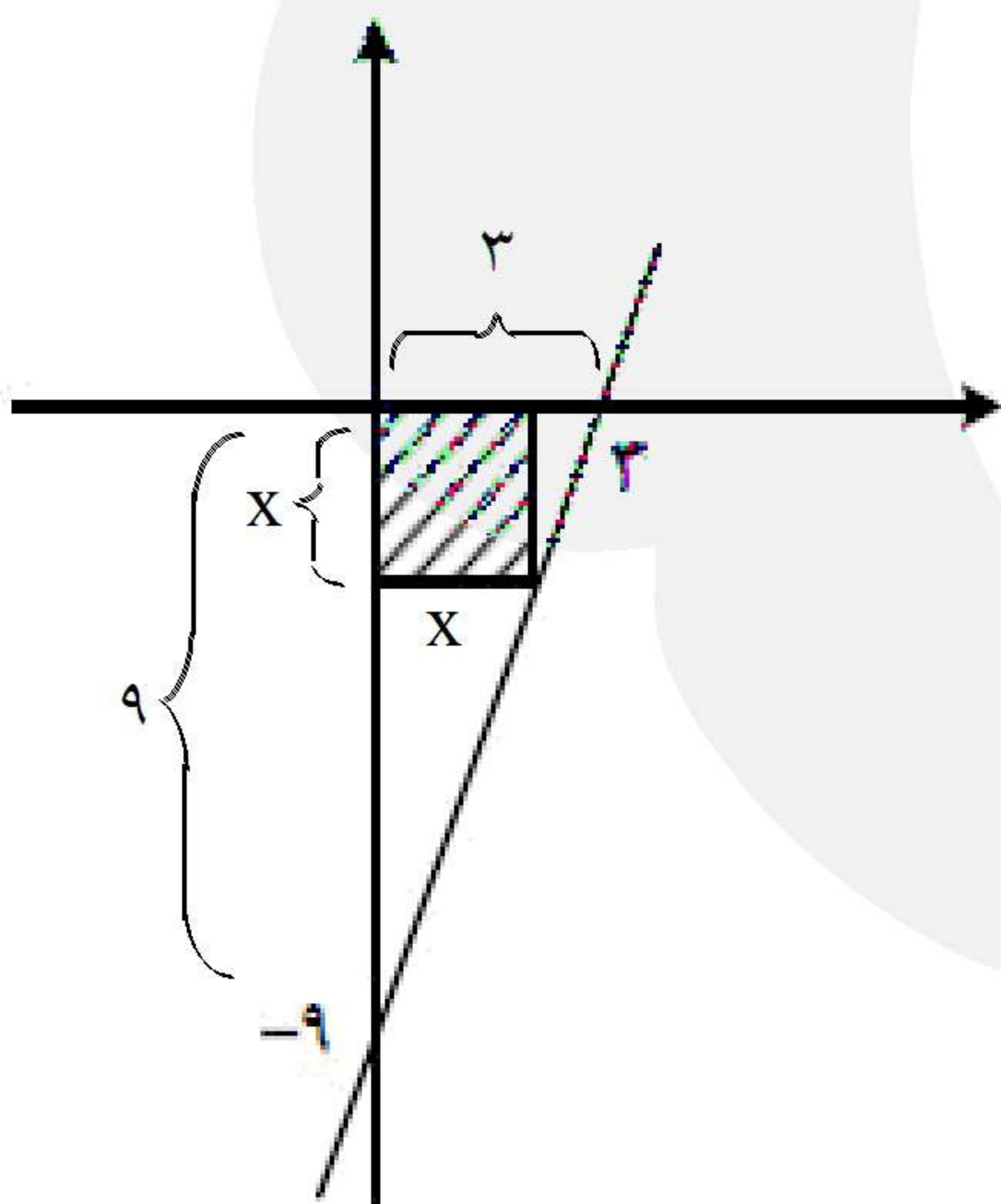


۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} BD = AC &\Rightarrow \sqrt{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2} = \sqrt{10} \\ x_B - 3y_B &= 3 \\ x_D - 3y_D &= 3 \Rightarrow x_B - x_D = 3(y_B - y_D) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} 9(y_B - y_D)^2 + (y_B - y_D)^2 &= 10 \Rightarrow (y_B - y_D)^2 = 1 \Rightarrow |y_B - y_D| = 1 \\ \Rightarrow |x_B - x_D| &= 3 \times 1 = 3 \end{aligned}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\text{تالس: } \frac{3}{x} = \frac{9}{9-x} \Rightarrow 27 - 3x = 9x \Rightarrow x = \frac{9}{4}$$

$$\text{قطر} = x\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$





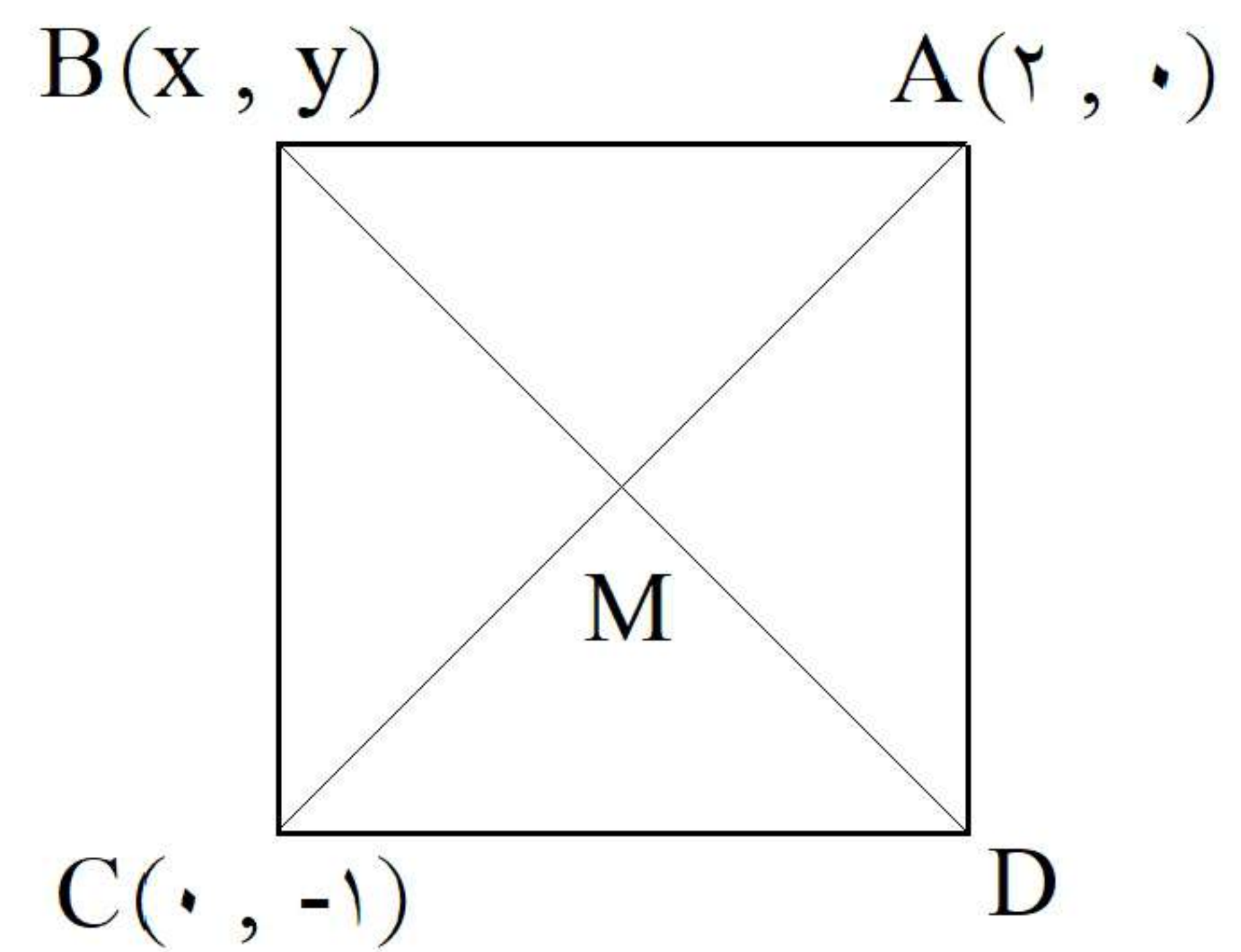
۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

AC وسط M  $(1, -\frac{1}{2})$

$$\text{شیب خط AC} = \frac{0 - (-1)}{2 - 0} = \frac{1}{2} \Rightarrow m_{BD} = -2$$

$$\text{معادله خط BD: } y - \left(-\frac{1}{2}\right) = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2x + \frac{3}{2}$$

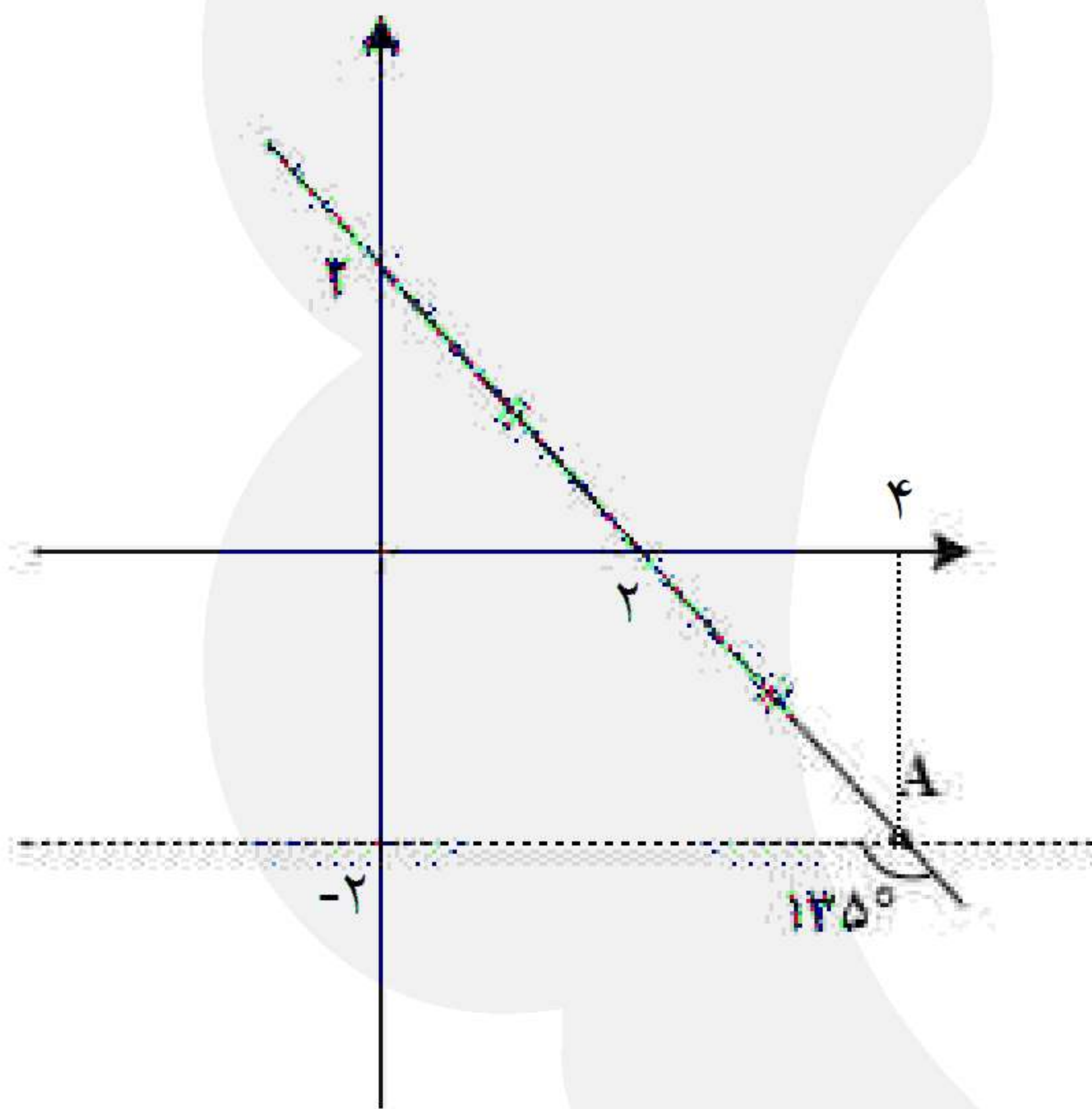
$$AC = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5} \Rightarrow MB = MD = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



$$MB = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + \left(-2x + \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{5(x-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |x-1| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = -\frac{3}{2} \Rightarrow B\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right) \\ x-1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

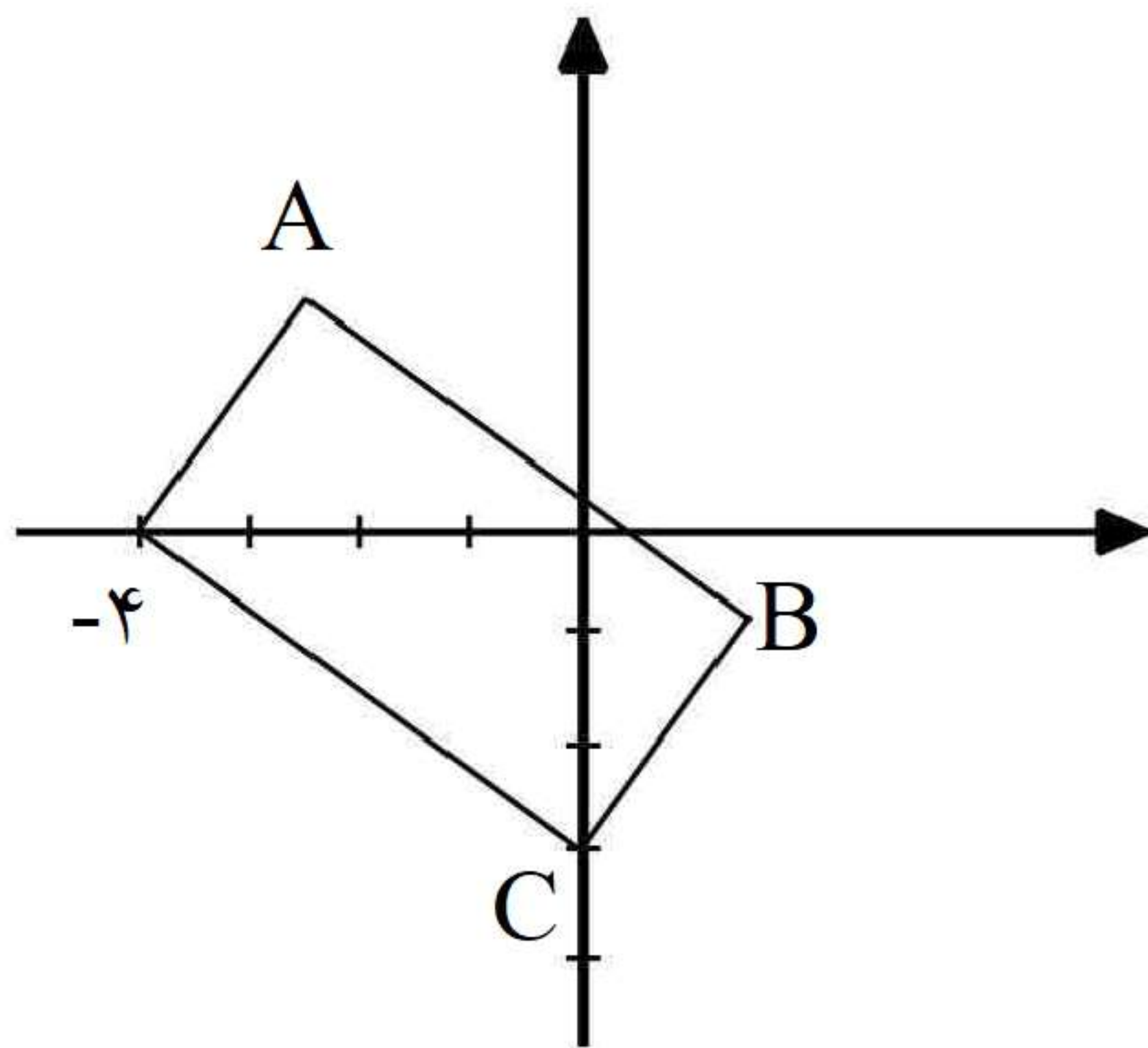


معادله خط داده شده  $y = 2 - x$  است؛ زیرا شیب آن برابر  $\tan 135^\circ = -1$  است. حال طبق شکل مقابل مختصات نقطه A به صورت  $A(4, -2)$  است و فاصله آن از مبدأ مختصات برابر  $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$  است.





۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y - y + 3}{x + 1 + x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 2x + 1 = -4$$

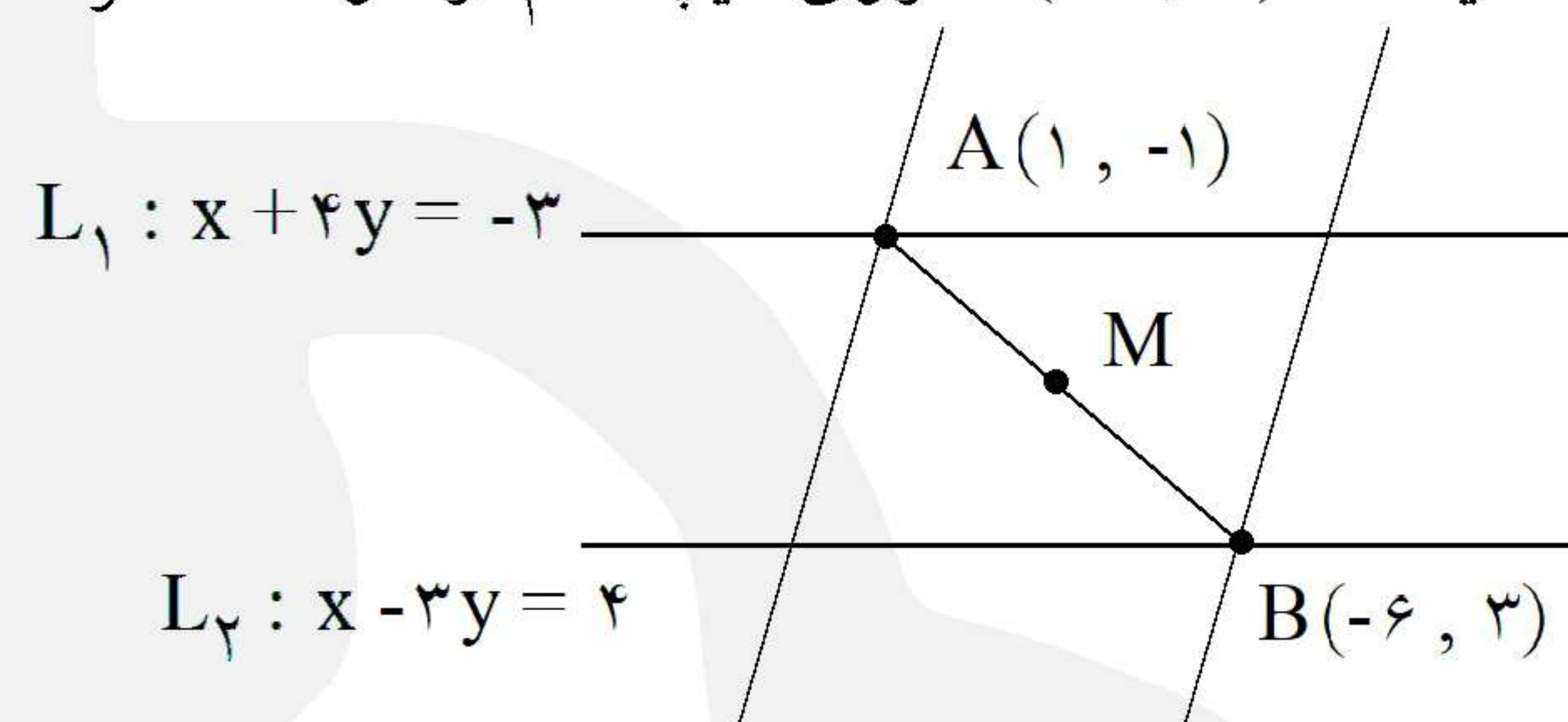
$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \cdot m_{CD} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{y}{-1 + \frac{5}{2}} \times -\frac{3}{4} = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow BC = \frac{5}{2}, AB = 5 \Rightarrow S = 5 \times \frac{5}{2} = 12/5$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که  $B(-6, 3)$  روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.



$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{3} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

$$A(1, -1)$$

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$





«بانک سوال یاوران دانش»

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-3}{4} \times \frac{y-1}{\frac{3}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{\frac{3}{2}} = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$

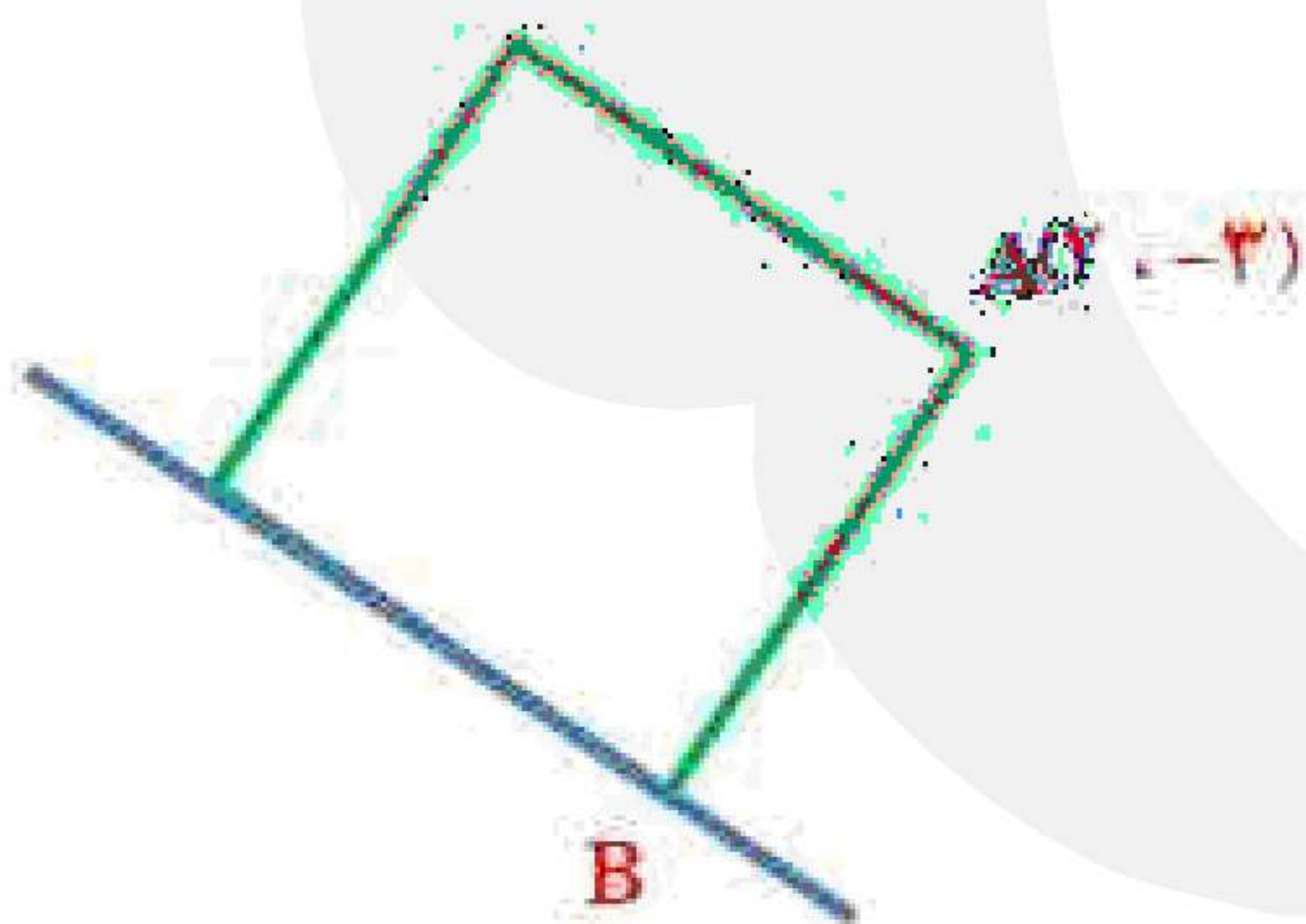
۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  بر هم عمودند و نقطه  $(\frac{4}{5}, 2)$  روی هیچ کدام از آنها نیست، پس فاصله این خط‌های داده شده اضلاع مستطیل را می‌دهد:

$$a = \frac{|4 \times (\frac{4}{5}) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

$$b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{8/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله وسط قطراز هر ضلع (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر  $\frac{\sqrt{17}}{2}$  است.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$4x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|4(2) + 3(-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

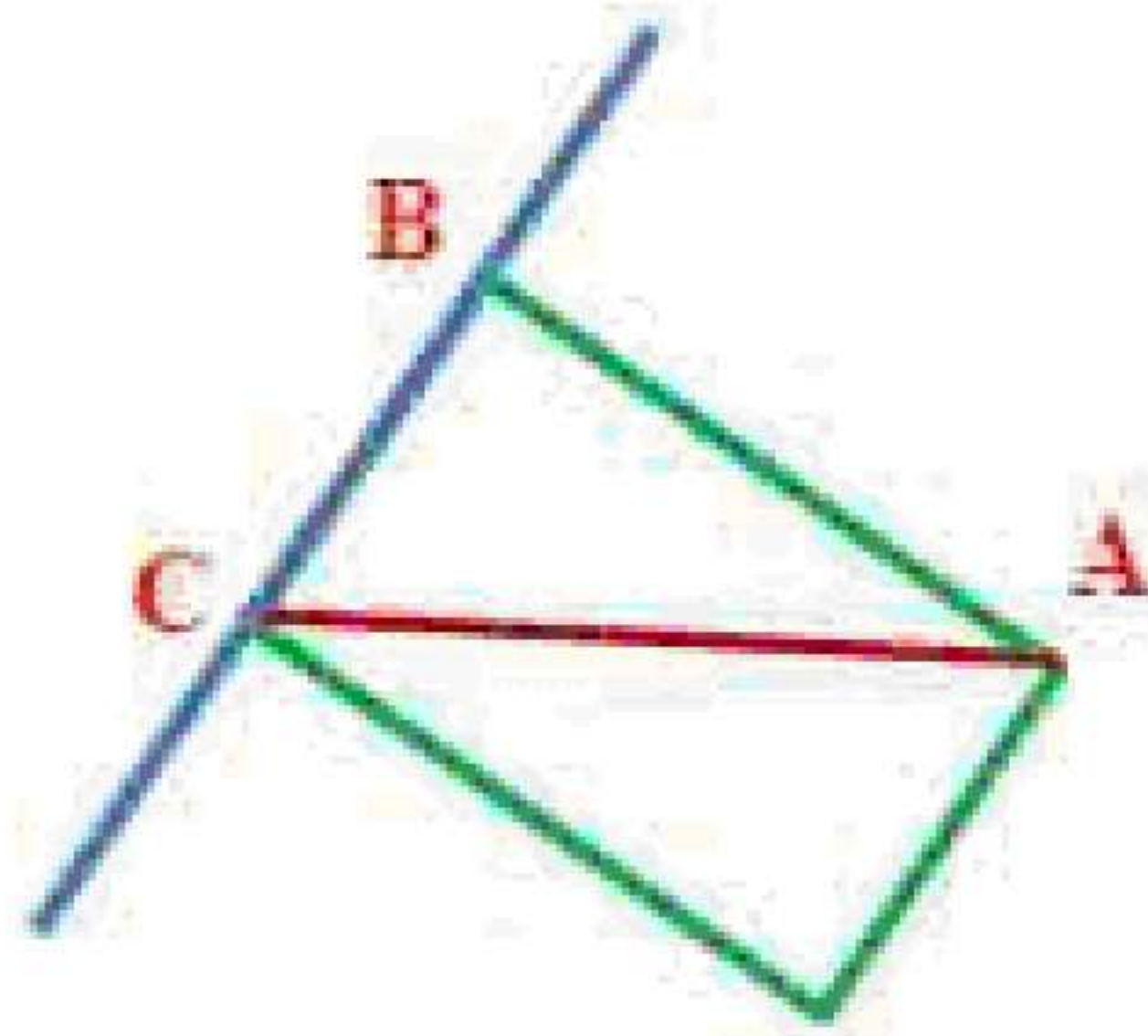
$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S = AB^2 = 2^2 \Rightarrow S = 4$$





۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|2 - 10 - 2|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}, BC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{60}$$

$$S = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \sqrt{60} \Rightarrow S = 20\sqrt{3}$$

موازی :  $a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a = 1 : y = x, y = x + 1 \quad \checkmark (1, 2) \\ a = -1 : y = -x + 2, y = -x + 1 \quad \times \end{cases}$$

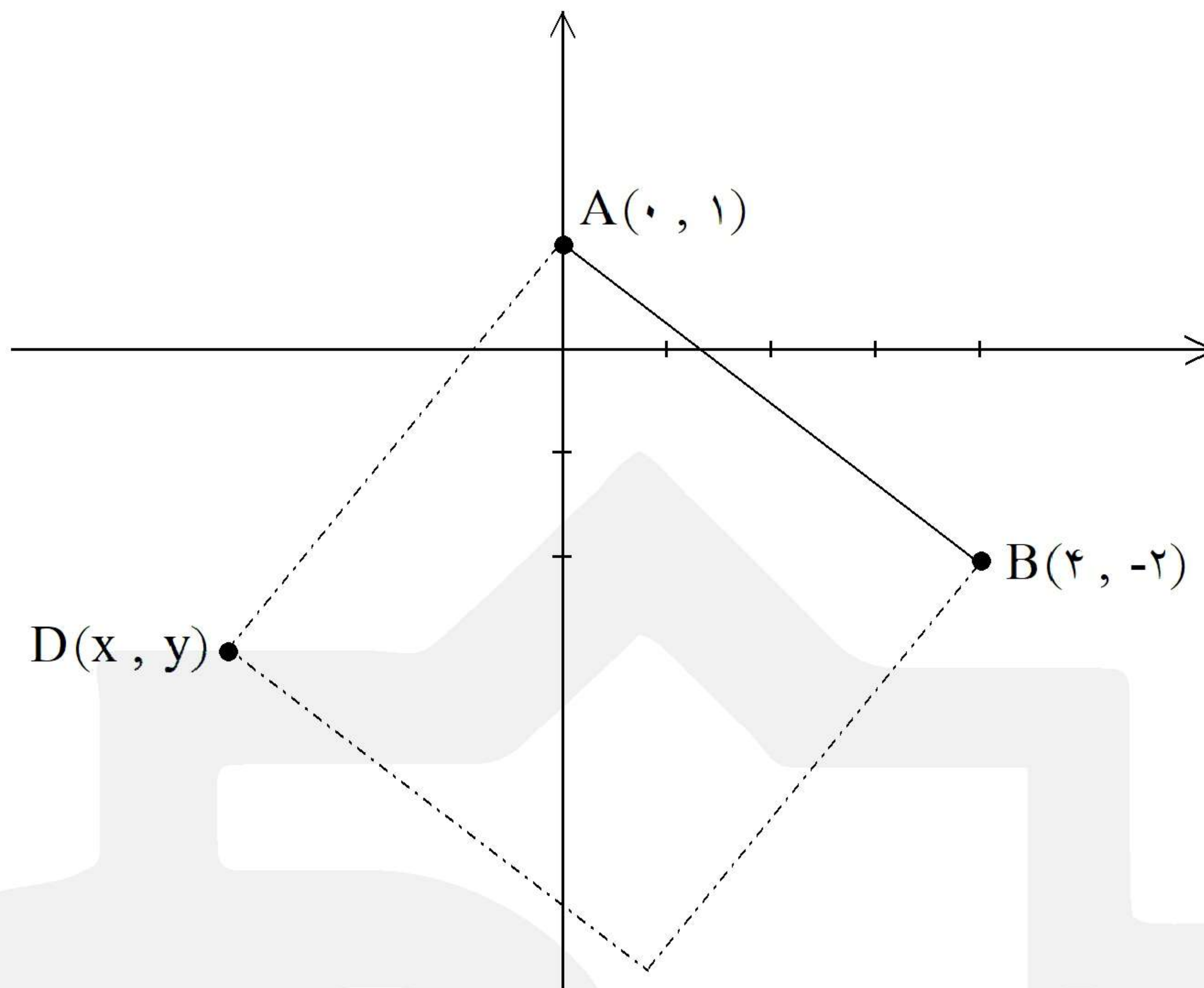
عرض = فاصله نقطه  $(1, 2)$  از خط  $y = x$   $= \frac{|2 - 1|}{\sqrt{1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{cases} \text{عرض} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \text{قطر} = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{طول} = \sqrt{25 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\frac{1}{2}$$





۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = \frac{1 - (-2)}{0 - 2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD : y = \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x$$

$$AB = AD \Rightarrow \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Rightarrow 13 = x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 \Rightarrow 13 = \frac{25x^2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$$

«بانک سوال یاوران دانش»

$$B \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 7 \\ 11 \end{vmatrix} \Rightarrow m_{BC} = \frac{11 - 3}{7 - 3} = 2$$

$$BC : y - 3 = 2(x - 3) \Rightarrow BC : 2x - y - 3 = 0, \quad A \begin{vmatrix} 1 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \quad \text{و} \quad AC : 4y - 3x - 17 = 0$$

$$BH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$





۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نقاطی که از  $B(-3, 2)$  به فاصله  $\sqrt{29}$  هستند، به صورت  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 29$  می‌باشد و نقاطی که

از نقطه  $(-1, 4)$  به فاصله ۵ می‌باشد، به صورت  $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$  است.

نقطه‌ی موردنظر روی هر دوی این‌ها قرار دارد. حال اگر این دو رابطه را از هم کم کنیم، داریم:

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 29$$

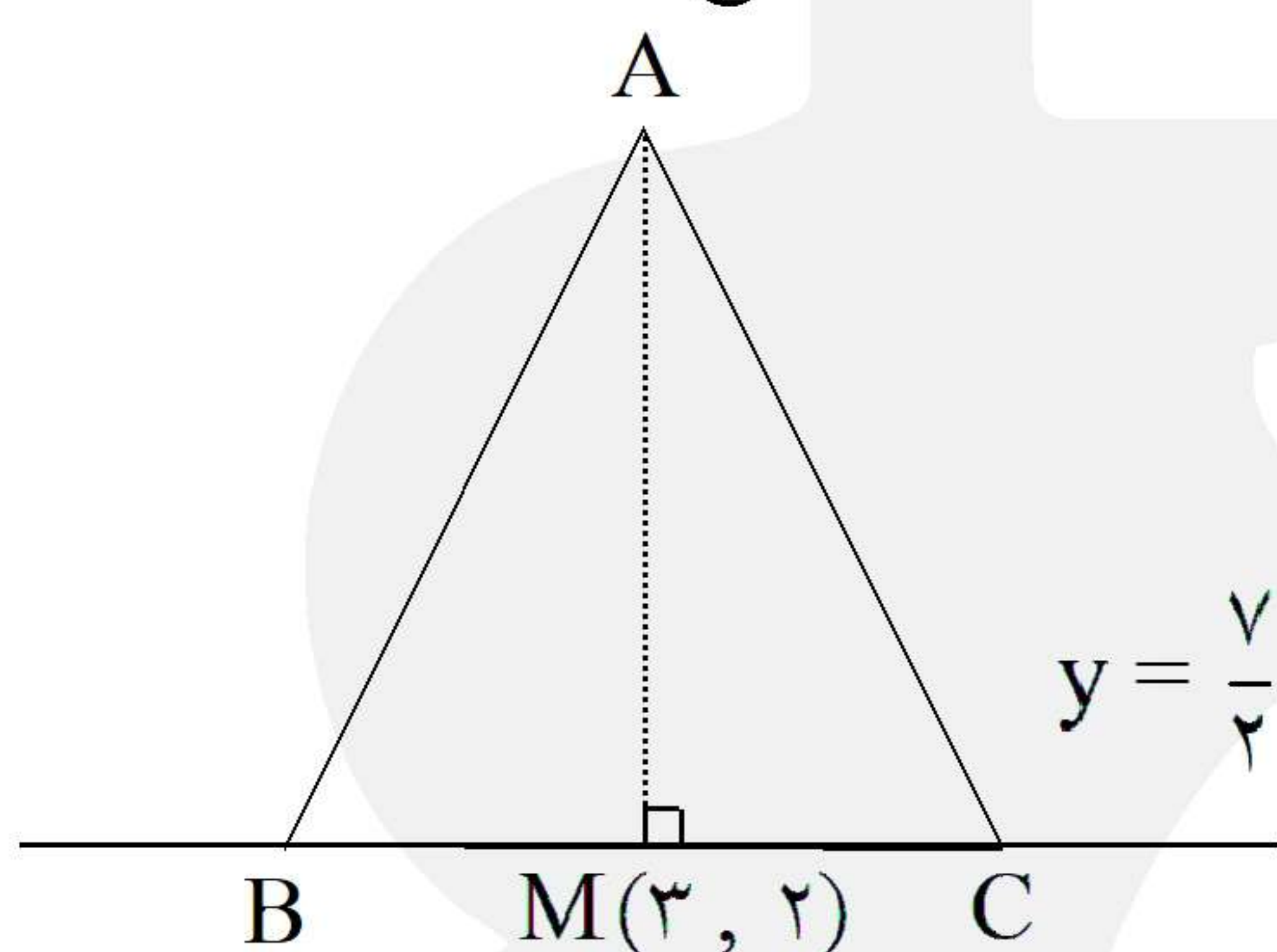
-

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 25$$

$$4x + 8 + 4y - 12 = 4$$

$$4x + 4y = 8 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow a = 2$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی‌الساقین میانه بر قاعده عمود است. (میانه = ارتفاع)



$$m_{AM} = \frac{-1}{m_{BC}} \Rightarrow m_{AM} = 2$$

$$AM: y - 2 = 2(x - 3)$$

$$AM: y = 2x - 4$$

$$y = \frac{5}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow A(x, 2x - 4) \Rightarrow AM = 5\sqrt{5} \Rightarrow (x - 3)^2 + (2x - 4 - 2)^2 = 125$$

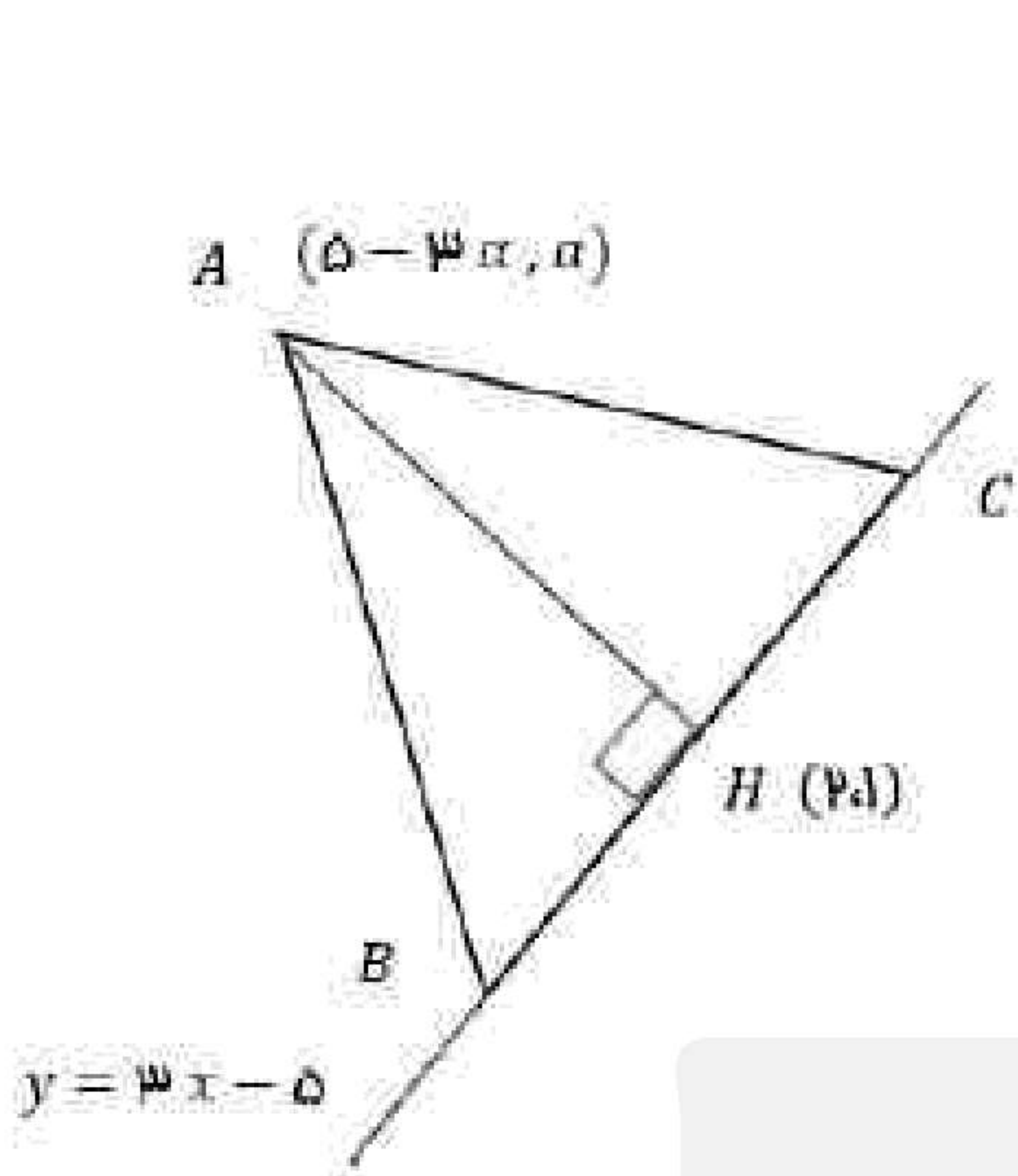
$$\Rightarrow (x - 3)^2 + 4(x - 3)^2 = 125$$

$$5(x - 3)^2 = 125 \Rightarrow (x - 3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8 \\ x - 3 = -5 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$





۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$AH: 3y + x - 5 = 0, AB = \frac{\sqrt{270}}{3} = \sqrt{30}$$

$$AH = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{|\alpha - 15 + 9\alpha + 5|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{2}\sqrt{10} \Rightarrow |\alpha - 1| = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2}, \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow A\left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل رسم شده، فاصله نقطه C تا نیم خط برابر عرض مستطیل و فاصله A تا C برابر قطر مستطیل است.

$$A \Rightarrow y - 4 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 2$$

فاصله نقطه C(-3, -1) تا خط  $y - 3x + 2 = 0$  برابر است با:

$$d = \frac{|-1 + 9 + 2|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow CB = \sqrt{10}$$

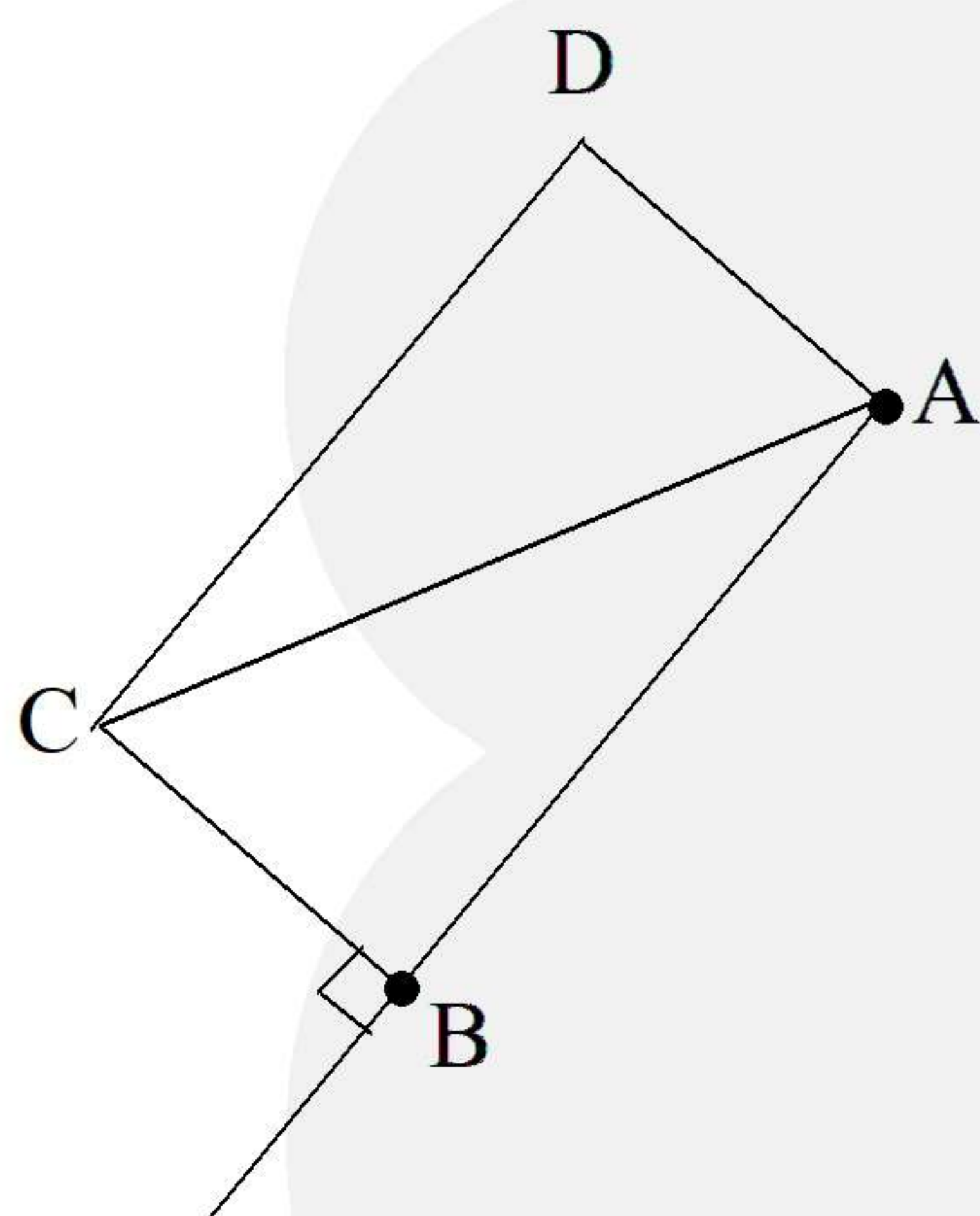
از طرفی AC برابر قطر مستطیل است.

$$AC = \sqrt{(2 + 3)^2 + (4 + 1)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورث، طول مستطیل را حساب می کنیم:

$$AB^2 = AC^2 - CB^2 \Rightarrow AB^2 = 50 - 10 = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

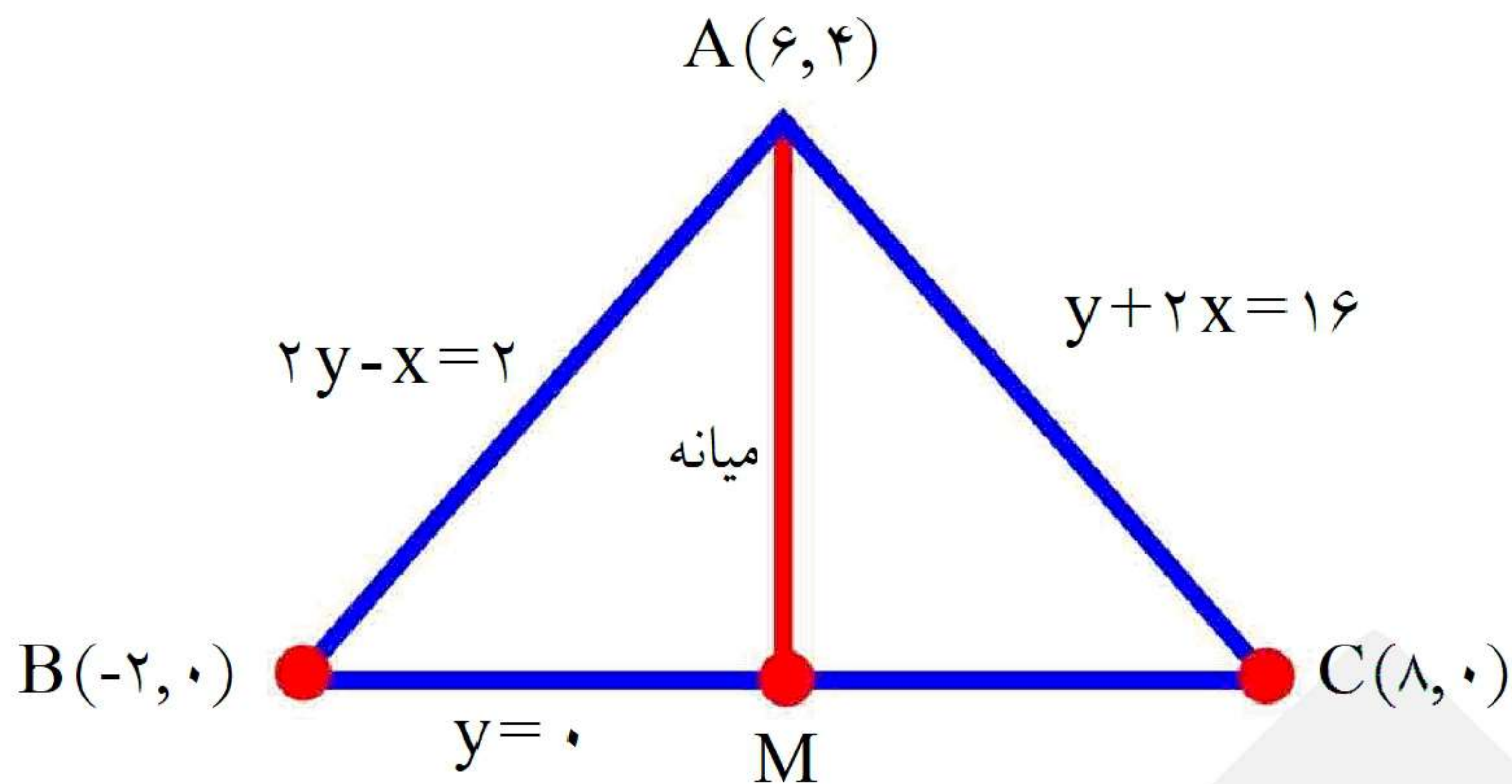
$$P = 2(AB + CB) = 2(2\sqrt{10} + \sqrt{10}) = 6\sqrt{10}$$







۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} y + 2x = 16 \\ 2y - x = 2 \end{cases}$$

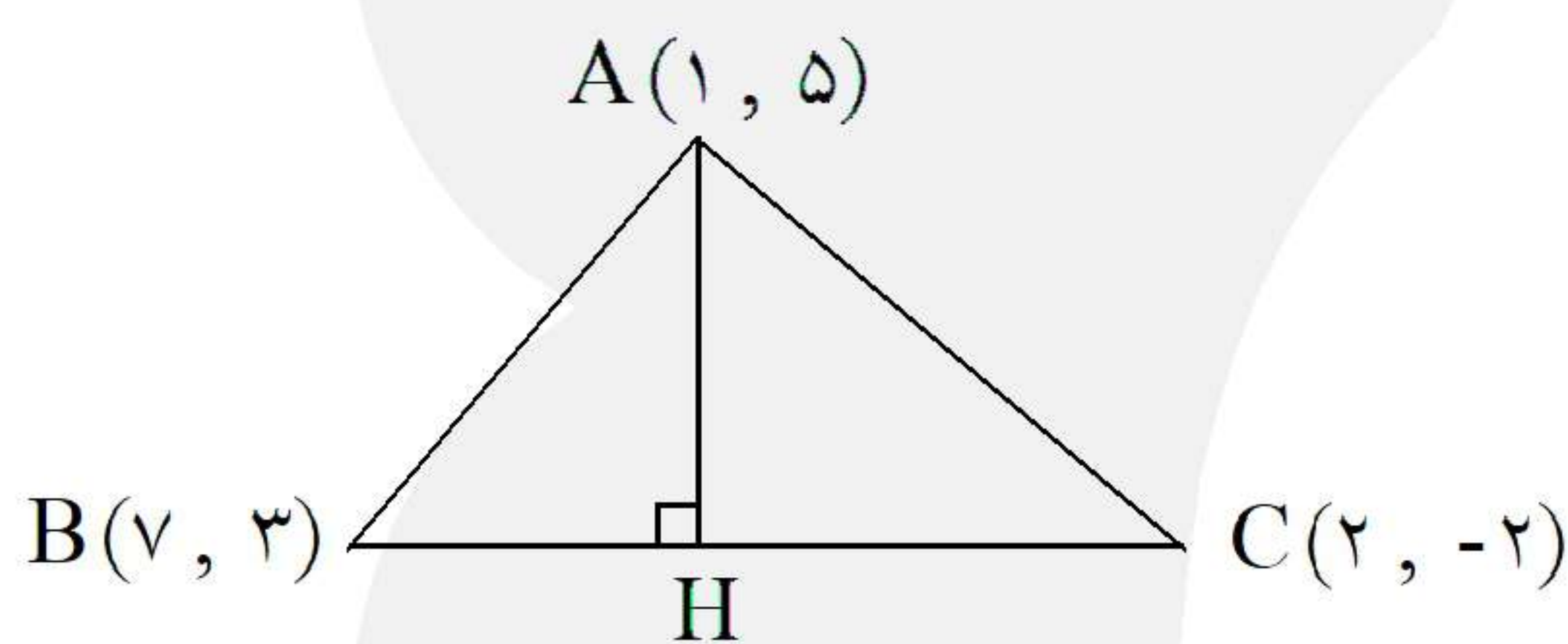
$$5y = 20 \Rightarrow y = 4, x = 6 \Rightarrow A(6, 4)$$

$$M\left(\frac{8+(-2)}{2}, 0\right) \Rightarrow M(3, 0)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(6-3)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$BC \text{ شیب} = m = \frac{5}{5} = 1$$

$$BC \text{ معادله} \Rightarrow y+2=1(x-2) \Rightarrow y=x-4 \Rightarrow y-x+4=0$$

$$AH = \frac{|y-x+4|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{5-1+4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$