

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۶ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۹ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۰ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۲ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۴ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۷ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۸ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۰ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۱ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۲ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۳ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۴ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۶ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۷ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۸ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۹ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۰ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۱ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۲ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۳ - | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۴ - | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ۳۵ - | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |





۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{f(x)}{\sin x} = \frac{f(x)}{+} = -\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \text{عدد منفی}$$

گزینه ۱) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[\frac{2x}{\pi} \right] - 1 = 0$

گزینه ۲) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 3 \left[\frac{x}{\pi} \right] + 1 = 1$

گزینه ۳) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} 2 \left[\frac{x}{\pi} \right] + 3 = 3$

گزینه ۴) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[\frac{3x}{\pi} \right] - 3 = 2 - 3 = -1$ ✓

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\left. \begin{array}{l} \text{حاصل حد} = 2 \\ \text{حد منخرج} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{حد صورت} = 0 \Rightarrow a + \sqrt{1} = 0 \Rightarrow a = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} - 1}{x} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{bcx^2 + (b+c)x + \cancel{1} - \cancel{1}}{x \left(\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} + 1 \right)} = 2$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(bcx + b + c)}{\cancel{x} \left(\sqrt{bcx^2 + (b+c)x + 1} + 1 \right)} = 2$$

$$\frac{b+c}{2} = 2 \Rightarrow b+c = 4$$

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = \frac{b+c}{a} = \frac{4}{-1} = -4$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a + 3[-x]}{1 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{a - 3}{1 - 2x} = -\infty \Rightarrow a - 3 > 0 \Rightarrow a > 3 \Rightarrow 0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{3} \Rightarrow -1 < \frac{1}{a} - 1 < -\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - 1 \right) < -\frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{a} - x = \left(\frac{1}{a} - 1 \right) x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} (-1) = -1$$

فرض $a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{a} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[\frac{x}{4} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \left[-\frac{3x}{4} \right] = \left[-\frac{3}{8} \right] = -1$



$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-2}{x^2 - 3} = ,$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - [x^2]} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}$$

پس مجموع حدها برابر $\frac{1}{4}$ است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\text{شیب خط } g}{|\text{شیب خط } f|} = \frac{2}{-\frac{2}{3}} = -3$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حد صورت صفر است پس حد مخرج نیز باید صفر باشد.

$$a + b = , \Rightarrow a = -b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{2 - \sqrt[3]{x}} - 1)}{-bx + b} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2 - \sqrt[3]{x}} - 1}{1 - x} \xrightarrow{\sqrt[3]{x} = t}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-t}-1}{1-t^3} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{1-t}{(1-t)(1+t)(\sqrt{2-t}+1)} = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x|}{\frac{3}{4}x} = \frac{-3x}{\frac{3}{4}x} = -4$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\wedge a - b = , \Rightarrow b = \wedge a \Rightarrow a = \frac{b}{\wedge}$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2}{\frac{x}{\wedge} - 1} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\frac{x}{2} - 4} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 2^2}{4 + 4 + 4} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{x - \wedge}{6x - 48} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با قاعده هوییتال نیز قابل حل است.



۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{x} = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{x+2} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2 - 4)}{4x^2 - x^2 - 12} \times \frac{1}{-4 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x+2)(x-2)}{x+2} \times \frac{1}{-8} = \frac{3}{2}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} p(x) = (x-1)q(x) + 2 \\ p'(x) = (x^2 - 4)q'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -3q(-2) + 2 \\ P'(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{cases} \xrightarrow{P(-2)=0} q(-2) = \frac{2}{3}$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(-3) = 0 \Rightarrow (-3)^{2n-1} + 3(-3)^{2n-2} + \frac{1}{27}(-3)^6 - \frac{1}{9}(-3)^4 + a = 0 \Rightarrow a = -27 + 9 \Rightarrow a = -18$$

$$\begin{cases} p(1) = 1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = a + b \\ p(-1) = -1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = -a + b \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 2a \Rightarrow a = 1, b = -\frac{407}{27}; R(x) = x - \frac{407}{27}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -\sqrt{x-27} \Rightarrow y^2 = x-27 \Rightarrow x = y^2 + 27 \Rightarrow f(x) = x^2 + 27$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 27}}{|(x+3)(x-2)|} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 27}}{2x - \sqrt{x^2 + 27}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{3(x^2 - 9)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{-6-6} = -1/3$$



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

پس مخرج کسر منفی است.

$$g(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x \Rightarrow \frac{\pi}{3} \text{ نزولی است} : x > \frac{\pi}{3} \Rightarrow g(x) < g\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b > 0 : \Rightarrow b > \frac{-\pi}{\sqrt{3}} = -1/000$$

۱- حداقل صحیح b

«بانک سوال یاوران دانش»

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}(x) = -\frac{\pi}{m}x + \pi \Rightarrow f(x) = -\frac{m}{\pi}x + m$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x + \pi}{-\frac{m}{\pi}x + m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x}{-\frac{m}{\pi}x} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi$$

$$\Rightarrow m^2 = \pi \xrightarrow{m < 0} m = -\sqrt{\pi}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
راه اول:

$$g(x) = \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} = \frac{2x\sqrt{x} - 1}{2(x-1)} = \frac{2x\sqrt{x} - 2x^2 - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)} = \frac{-2x\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)}$$

$$= \frac{-2x\sqrt{x} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{\frac{-2}{1+1} - 1}{2(2+1-1)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} \xrightarrow{\frac{0}{0}, \text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)}{2} = f'(1) \Rightarrow \frac{1/5(2) - 5(1)}{(2)^2} = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow -1^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -1^+ \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = -1$$

$$-f(-1) = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(1) - 1 + 1} = -\frac{1}{2}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها، خارج قسمت را باید درجه یک بگیریم. خارج قسمت را $\alpha x + \beta$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 4x + 5)(\alpha x + \beta) + x + 2 \\ f(1) &= 1 \cdot (\alpha + \beta) + 3 = 13 \Rightarrow \alpha + \beta = 10 \\ f(-1) &= 2(-\alpha + \beta) + 1 = 11 \Rightarrow -\alpha + \beta = 5 \end{aligned} \Rightarrow \beta = 3, \alpha = -2$$

خارج قسمت $3 - 2x$ است.

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (4 - 1) \times \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x - 1} = 6 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = 2(x - 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2(x - 1)}{x - 1} = 2$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x^2 + 4 + 2x)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^6 + 3x^5 + 16a \xrightarrow{n=1} p(-2) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$p(x) = x^6 + 3x^5 + x^4 + 2x^3 + 32$$

$$p(x) = (x^2 + 2x - 3)Q(x) + R(x) \xrightarrow{x=1} p(1) = R(1) = 39$$

$$-5x + 44$$

تنها گزینه‌ای که به ازای $x = 1$ برابر ۳۹ میشود:



«بانک سوال یاوران دانش»

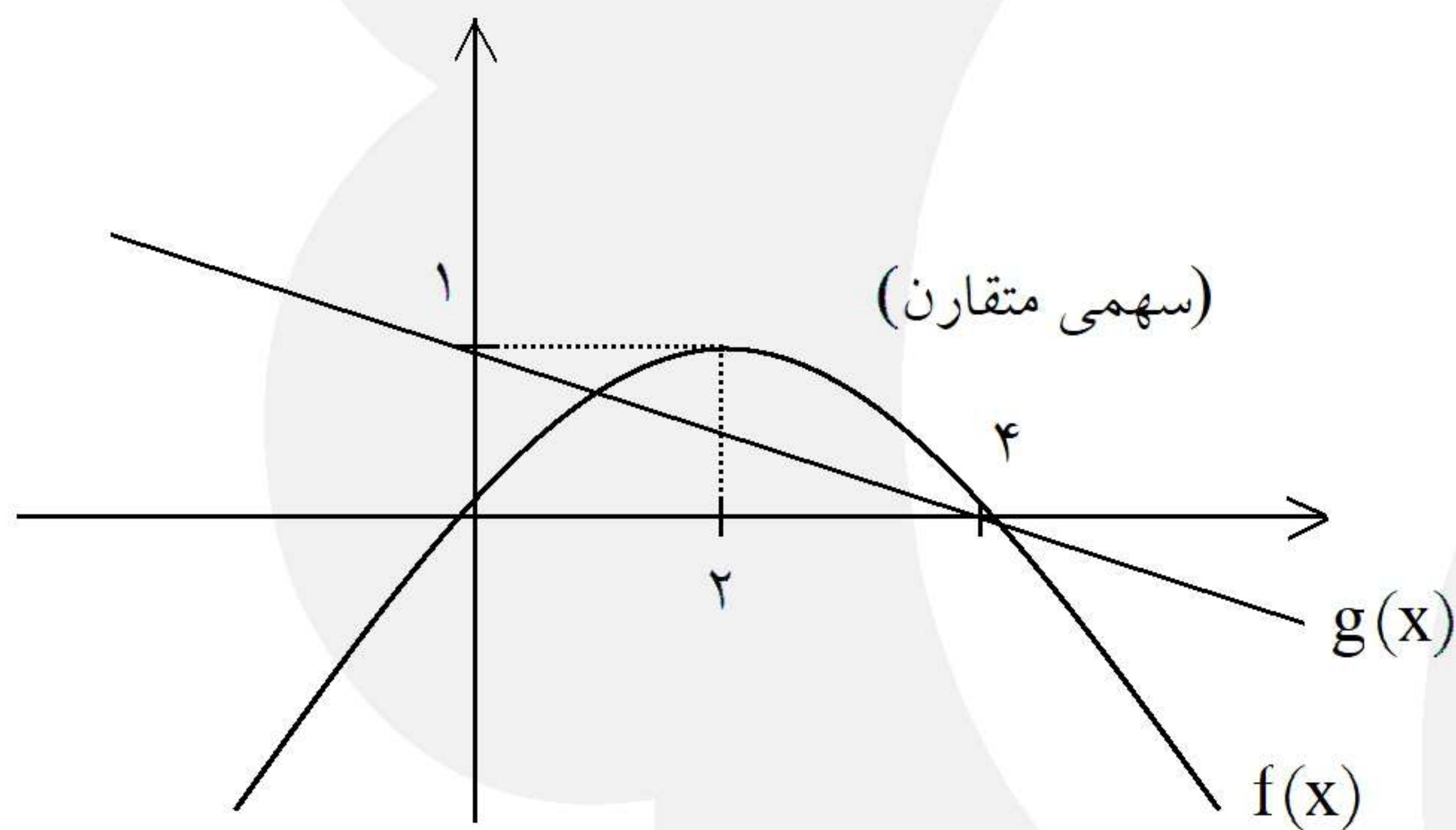
۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش اول: با روش هوییتال برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ فوق داریم:

$$\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}} = \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} &\times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{1 + (\sqrt[3]{x})^2 - (\sqrt[3]{x})}{1 + (\sqrt[3]{x})^2 - (\sqrt[3]{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(1+1+1)}{(1+x)(1+1)} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} \underbrace{\frac{f(x)}{4-x}}_{\div} + \lim_{x \rightarrow 4^-} \underbrace{\frac{g(x)}{4-x}}_{\div}$$

HOP $\rightarrow -f'(4) - g'(4)$

$$(0, 1), (4, 0) \Rightarrow g(x): y - 0 = \frac{0-1}{4-0}(x-4) \Rightarrow y = \frac{-1}{4}(x-4) \Rightarrow g(x) = \frac{-1}{4}x + 1$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4 \Rightarrow f(x) = ax(x-4) \xrightarrow{(2,1)} f(x) = \frac{-1}{4}x(x-4) \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + x$$

$$g'(x) = \frac{-1}{4}, f'(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$-f'(4) - g'(4) = -(-1) - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{5}{4}$$



۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + |x| - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x} = -1$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر x از راست به $-\frac{1}{4}$ نزدیک شود، x^2 از چپ به $\frac{1}{4}$ و در نتیجه $\frac{1}{x}$ از راست به ۴

نزدیک می‌شود. بنابراین $-\frac{2}{x}$ از چپ به -8 و $\frac{3}{x}$ از راست به ۱۲ نزدیک می‌شود پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x}\right]} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - (-9)}{24x + 12} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x + 9}{12(2x + 1)} = \frac{1}{+} = +\infty$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید \sqrt{x} را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2 + 1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x < -\frac{1}{4} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \Rightarrow \left[\frac{3}{x^2}\right] = 11 \\ \frac{-2}{x^2} > -8 \Rightarrow \left[\frac{-2}{x^2}\right] = -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^-} \frac{10x - 5 + \left[\frac{3}{x^2}\right]}{16x - \left[\frac{-2}{x^2}\right]} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{-} = -\infty$$



۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن حد در بی نهایت و رفع ابهام حد $\frac{\infty}{\infty}$ می توان از حد پرتوان استفاده نمود:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $p(x)$ را به صورت روبه رو در نظر گرفته و شروع به حل می کنیم:

$$\begin{aligned} p(x) &= (2x - 1)Q(x) \\ \Rightarrow p\left(\frac{1}{2}\right) &= 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{2}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} &= 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \\ x + 2 &= 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10 \end{aligned}$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} &= 2 \Rightarrow n = 3, a = 2 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} &= \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3 - 6}{\frac{3}{2} + 7} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(4) &= 3 \\ p(-2) &= 1 \\ \xrightarrow{x=2} p(2^2) + 4p(-2) &= p(4) + 4p(-2) = 3 + 4 = 7 \end{aligned}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} &= \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} = \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{4}} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



«بانک سوال یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n} \times 2 - \frac{2}{2^{2n}}}{2 \times 2^{2n} + 3 \times \frac{2}{2^{2n}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2^{2n})^2 \times 2 - 2}{(2^{2n})^2 \times 2 + 6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(2^{4n})}{2(2^{4n})} = 1$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12} = \frac{1}{6} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{a - \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{\frac{1}{6}}{4} = \frac{1}{24}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-3 + 3}{0^-} = \frac{\text{صفر مطلق}}{0^-} = 0$$

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

$$P(1) = 0, P(-1) = 0 \\ \xrightarrow{x=2} q(2) = P(2-1) + P(1-2) = P(1) + P(-1) = 0 + 0 = 0$$

پس: