

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر واریانس داده‌های آماری برابر صفر باشد، به این معناست که تمامی داده‌های آماری با هم برابرند. در این صورت خواهیم داشت:

$$t^3 + 23 = 4x - 1 = 15 = 7y + 1 = 2z - 9$$

$$t^3 + 23 = 15 \Rightarrow t^3 = -8 \Rightarrow t = -2$$

$$4x - 1 = 15 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4$$

$$7y + 1 = 15 \Rightarrow 7y = 14 \Rightarrow y = 2$$

$$2z - 9 = 15 \Rightarrow 2z = 24 \Rightarrow z = 12$$

با مشخص شدن مقادیر x و y و z و t مقادیر داده‌های آماری مطلوب به صورت زیر خواهند بود:

$-8, 0, 3, 11, 16, 36, 11, 3, 5, 36, -8, 8$

مرتب کردن
داده‌ها $\rightarrow -8, 0, 3, 3, 5, 8, 11, 16, 36$

$$Q_1 = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2} \quad Q_3 = \frac{11+16}{2} = \frac{27}{2} \quad Q_3 - Q_1 = \frac{27}{2} - \frac{3}{2} = 12$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 20\}$ ، ۶ عدد مضرب ۳ و ۱۴ عدد داریم که مضرب ۳ نیستند.

$$P(A) = \frac{\overset{7}{\cancel{14}} \times 13 \times 6}{\underset{10}{\cancel{30}} \times 19 \times 18} = \frac{91}{570}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی} = \binom{7}{4}$$

$$= \binom{4}{1} = 4 \quad \text{تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی که ۳ و ۴ و ۵ عضو آن‌ها باشد}$$

$$\text{تعداد حالات مطلوب} = \binom{7}{4} - 4 = 35 - 4 = 31$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا کل حالات را محاسبه می‌کنیم. چون هر دانش‌آموز می‌تواند در ۴ مدرسه ثبت‌نام کند، پس تعداد کل حالات 4^6 می‌شود.

حال تعداد حالاتی را محاسبه می‌کنیم که مدرسه علی و حسین یکسان باشد. علی و حسین در ۴ مدرسه می‌توانند ثبت‌نام کنند و بقیه نفرات هم به 4^4 طریق می‌توانند ثبت‌نام کنند. پس به $4^5 = 4^4 \times 4$ روش می‌تواند مدرسه آنها یکسان باشد. پس طبق اصل متمم داریم:

$$4^6 - 4^5 = 3 \times 4^5$$



۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد مثلث‌ها برابر است با تعداد حالات انتخاب ۳ نقطه از بین این ۶ نقطه:

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times (6-3)!} = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1} = \binom{n+1}{r}$$

می‌دانیم

با توجه به این رابطه، فقط گزینه‌ی ۳ درست است.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در فضای نمونه جدید باید عدد ۵ و حداقل یک عدد زوج موجود باشد که تعداد اعضای آن برابر است با:

$$4 \times 7 = 28$$

بقیه اعداد به جز عدد زوج انتخاب شده و ۵ تعداد اعداد زوج

حالت مطلوب در فضای نمونه جدید این است که مجموع آنها فرد باشد، پس باید هر دو عدد انتخاب شده غیر از ۵، زوج باشند که تعداد اعضای پیشامد مطلوب عبارت است از: $4 \times 3 = 12$

$$P = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در دو حالت تساوی داده شده برقرار است:

$$1) \quad n^2 - 5n + 9 = 3 \Rightarrow n^2 - 5n + 6 = 0 \Rightarrow (n-2)(n-3) = 0$$

$$\Rightarrow n=2, n=3$$

$$2) \quad (n^2 - 5n + 9) + 3 = 8 \Rightarrow n^2 - 5n + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (n-1)(n-4) = 0$$

$$\Rightarrow n=1, n=4$$

مجموع مقادیر ممکن: $2+3+1+4=10$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد کلمات ۳ حرفی با حروف متمایز با استفاده از ۱۰ حرف متمایز انگلیسی برابر است با:

$$10 \times 9 \times 8 = 720$$

تعداد کلمات n حرفی با حروف متمایز با استفاده از n حرف متمایز انگلیسی برابر است با: $n!$

بنابراین:

$$n! = 720 \Rightarrow n! = 6! \Rightarrow n = 6$$



«بانک سوال یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

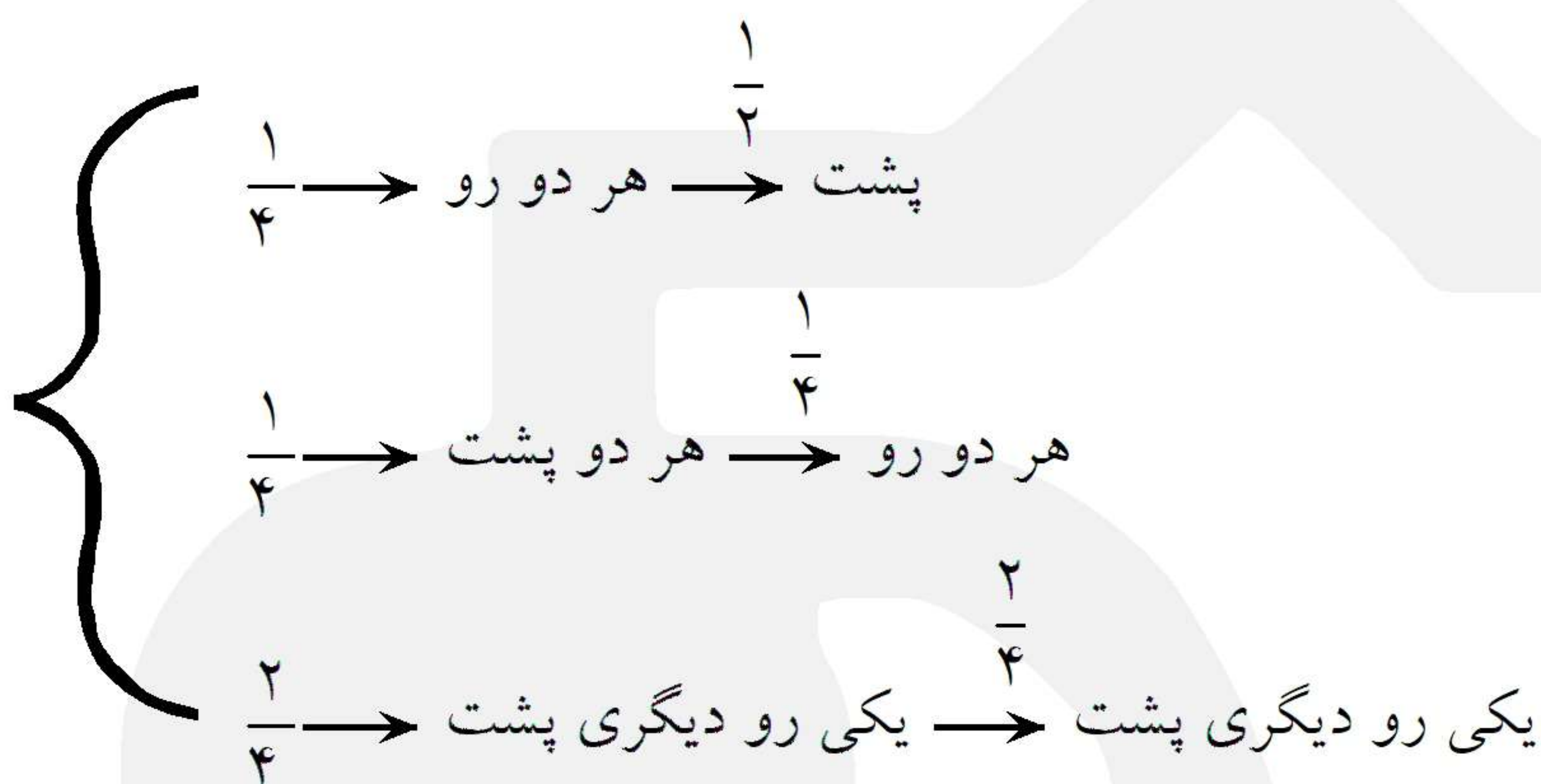
دو خانه برای قرار گرفتن این دو کتاب در نظر می‌گیریم. اگر تعداد کتاب‌ها n باشد، داریم:

$$n \times (n - 1) = 210$$

$$\Rightarrow n(n - 1) = 210 \Rightarrow n^2 - n - 210 = 0 \Rightarrow (n - 15)(n + 14) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n - 15 = 0 \Rightarrow n = 15 \\ n + 14 = n = -14 \end{cases} \text{ غیرقابل قبول}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$P = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \times \frac{3}{3} + \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2 + 1 + 4}{16} = \frac{7}{16}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا حروف e, e, i را کنار گذاشته و باقی حروف را می‌چینیم. بین و کنار آن‌ها ۶ جایگاه ایجاد می‌شود که آن‌ها را با مربع نشان داده‌ایم. اگر i, e, e را در ۳ خانه از این خانه‌ها قرار دهیم، آن‌گاه مطمئن هستیم که کنار هم قرار نمی‌گیرند.

$$\square z \square p \square p \square l \square n \square$$

$$\binom{6}{3} \times \frac{3!}{2!} \times \frac{5!}{2!} = 3600$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

حروف کلمه‌ی «سبز» را در یک دسته و حروف «ق» و «ر» را در یک دسته قرار می‌دهیم. توجه کنید که حروف کلمه‌ی «سبز» نمی‌توانند جابه‌جا شوند، ولی حروف «ق» و «ر» می‌توانند جابه‌جا شوند.

$$\underbrace{\square \text{سبز} \square \text{ق} \square \text{ر} \square \text{سبز}}_{6 \text{ تا}}$$

تعداد کلماتی که می‌توان ساخت: $6! \times 2!$



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(n, 2) = 72$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 72 \Rightarrow n(n-1) = 72 \Rightarrow n = 9$$

$$P(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$P(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷ جایگاه در نظر می گیرید. عدد ۳ در سمت راست هفت خانه قرار می گیرد. در سمت چپ یکی از ۴ عدد ۲, ۲, ۶, ۶ می نشیند و در ۵ خانه باقی مانده ۵! حالت باقی می ماند. ضمناً عدد به دست آمده را بر $(2!)^3$ به خاطر تکرار اعداد تقسیم می کنیم.

$$\text{حالت ۵!} \quad \textcircled{4} \text{ --- } \textcircled{1} \quad \frac{4 \times 5! \times 1}{2!2!2!} = 60$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{(n+1)!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)!} &= \frac{(n+1)n!}{n!} - \frac{n!}{(n+1)n!} = n+1 - \frac{1}{n+1} \\ &= \frac{(n+1)^2 - 1}{(n+1)} = \frac{(n+1+1)(n+1-1)}{n+1} = \frac{(n+2)n}{n+1} = \frac{1403 \times 1401}{1402} \end{aligned}$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا ۳ زوج از بین ۸ زوج انتخاب می کنیم. سپس از هر زوج یا زن یا مرد (۲ حالت) را انتخاب می کنیم، پس داریم:

$$\binom{8}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 448$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(s) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3! \times 6!} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

$$n(A) = \binom{4}{2} \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \binom{6}{1} + \binom{2}{2} \binom{7}{1} = 30 + 18 + 7 = 55$$

$$P(A) = \frac{55}{84}$$



۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید $2n + 1$ داده داریم:

$$\begin{aligned} x_1, \dots, x_n, 2/5, x'_1, \dots, x'_n \\ \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{x'_1 + \dots + x'_n}{n} - 5 \Rightarrow \frac{x_1 + \dots + x_n + x'_1 + \dots + x'_n}{n} = 5 \\ \Rightarrow x_1 + \dots + x_n + x'_1 + \dots + x'_n = 5n \\ \bar{x}_{\text{کل}} = \frac{5n + 2/5}{2n + 1} = \frac{2/5(2n + 1)}{2n + 1} = 2/5 \end{aligned}$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای هر ماشین ۲ مسافر انتخاب می‌کنیم $\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}$ اما چون ماشین‌ها یکسان است به $3!$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = \frac{15 \times 6}{3!} = 15$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

به هدف زدن این سه تیرانداز پیشامدهای مستقل هستند، بنابراین داریم:

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(B) = \frac{2}{7}, P(C) = \frac{4}{5} \Rightarrow P(C') = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

متمم اینکه از بین A و B حداکثر یک نفر به هدف بزند آن است که هر دو نفر A و B به هدف بزنند، پس داریم:

$$A \text{ و } B \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B)$$

$$= 1 - \frac{3}{14} = \frac{11}{14}$$

بنابراین خواسته‌ی سؤال برابر است با:

$$P(C' \cap ((A \cap B)')) = P(C') \cdot P((A \cap B)') = \frac{1}{5} \times \frac{11}{14} = \frac{11}{70}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(9, r) = 504 \Rightarrow \frac{9!}{(9-r)!} = 504$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{(9-r)!} = 9 \times 8 \times 7 \Rightarrow (9-r)! = 6! \Rightarrow 9-r = 3 \Rightarrow r = 3$$

$$P(6, r) = P(6, 3) = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5!}{6} = 5!$$



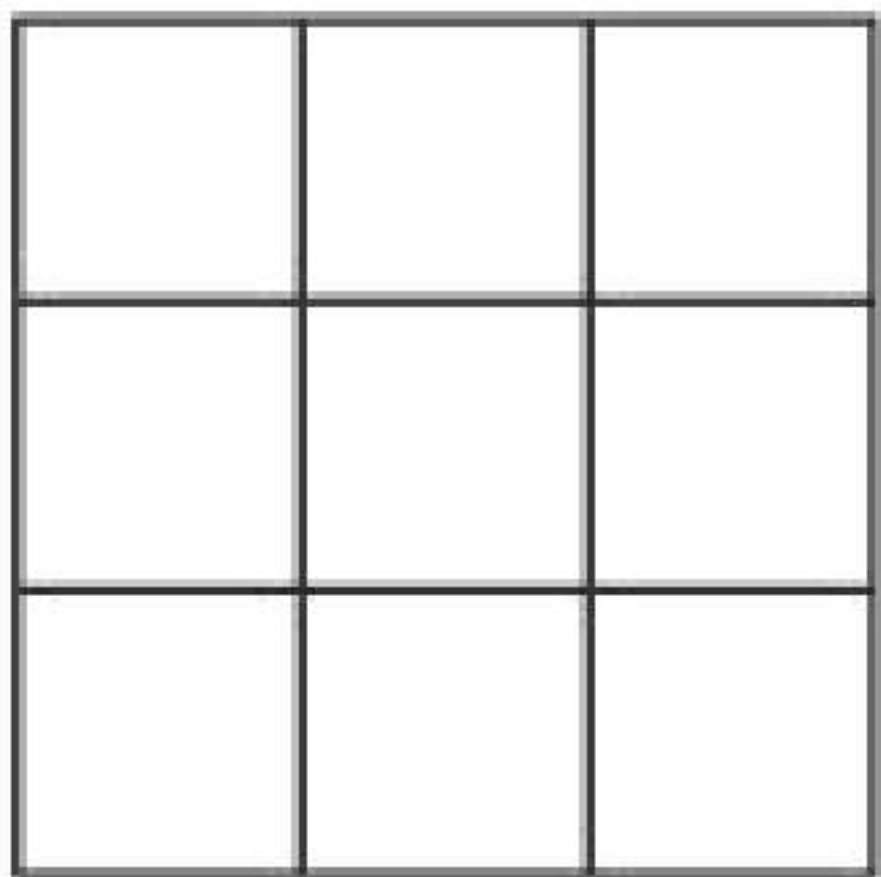
۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

باید از یک رشته دو نفر انتخاب شوند. داریم:

$$\binom{5}{2}\binom{4}{1}\binom{3}{1} + \binom{5}{1}\binom{4}{2}\binom{3}{1} + \binom{5}{1}\binom{4}{1}\binom{3}{2} \\ = 10 \times 4 \times 3 + 5 \times 6 \times 3 + 5 \times 4 \times 3 = 120 + 90 + 60 = 270$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با رنگ کردن خانه‌های شکل مقابل می‌توانیم یک مربع یا مستطیل بسازیم.
تعداد کل مربع‌های برابر است با:



$$1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$$

تعداد کل چهارضلعی‌ها (مستطیل‌ها) برابر است با:

$$\binom{4}{2}\binom{4}{2} = 6 \times 6 = 36$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{1 - P(A)} = \frac{P(A \cup B)'}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{7}{10}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B)' = \frac{7}{10} \times \frac{5}{6} = \frac{7}{12}$$

$$P(A \cup B)' = \frac{7}{12} \Rightarrow P(A \cup B) = 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

از طرفی $P(A) + P(B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ است، یعنی $P(A \cap B) = 0$ می‌باشد و دو پیشامد A و B ناسازگار هستند.

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض می‌کنیم تعداد داده‌ها برابر $2n+1$ باشد. در این صورت n داده قبل از میانه و n داده بعد از میانه قرار دارند و خواهیم داشت:

$$\text{مجموع داده‌های قبل از میانه} = \frac{10}{3}n$$

$$\text{مجموع داده‌های بعد از میانه} = \frac{26}{3}n$$

$$\text{مجموع کل داده‌ها} = \frac{10}{3}n + \frac{26}{3}n + 6 = \frac{36}{3}n + 6 = 12n + 6$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{12n + 6}{2n + 1} = \frac{6(2n + 1)}{2n + 1} = 6$$



۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پیشامد آنکه A و B رخ دهند: $A \cap B$

پیشامد آنکه A یا B رخ دهد: $A \cup B$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1, \boxed{2}, \boxed{3, 5}, 7, \boxed{8}, 8$$

$Q_1 \quad Q_2 \quad Q_3$

برای محاسبه‌ی ضریب تغییرات ۳ و ۵ و ۷ داریم:

$$\bar{x} = \frac{3+5+7}{3} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{(3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{\frac{8}{3}}}{5} = \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{15} \Rightarrow \frac{CV}{\frac{\sqrt{6}}{15}} = 2$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد کتاب‌های فیزیک را n در نظر می‌گیریم. داریم:

$$4! \times (n!) \times 2 = 288 \Rightarrow n! = \frac{288}{48} \Rightarrow n! = 6 \Rightarrow n = 3$$



۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون واریانس داده‌های آماری $(a+1)$ ، $(2b+1)$ ، $(c-3)$ ، $\frac{d}{2}$ ، ۱۰ برابر صفر است، پس تمام داده‌های آماری با هم مساوی هستند، یعنی داریم:

$$a+1=10 \Rightarrow a=9$$

$$2b+1=10 \Rightarrow b=\frac{9}{2}$$

$$c-3=10 \Rightarrow c=13$$

$$\frac{d}{2}=10 \Rightarrow d=20$$

بدیهی است که میانگین داده‌ها نیز برابر $\bar{X}=10$ است.
پس داده‌های جدید عبارت‌اند از:

$$a^2+1=81+1=82$$

$$12b+3=12\left(\frac{9}{2}\right)+3=57$$

$$14c-2=14(13)-2=180$$

$$5d=100$$

$$\sqrt{7X}-4=70-4=66$$

پس دامنه‌ی تغییرات داده‌های جدید برابر است با:

$$180-57=123$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$n(S)=9 \times 10 \times 10=900$$

برای محاسبه‌ی تعداد حالات پیشامد مطلوب، باید به صورت زیر دسته‌بندی کنیم (رقم یکان باید عددی فرد باشد)

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{8}{2} \times 1 = 28$$

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{6}{2} \times 1 = 15$$

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{4}{2} \times 1 = 6$$

$$\text{تعداد مطلوب} = \binom{2}{2} \times 1 = 2$$

$$\text{امکان پذیر نیست.} \Rightarrow \text{تعداد مطلوب} = \text{صفر}$$

$$n(A)=28+15+6+2=51$$

توجه شود که پس از انتخاب رقم یکان، باید دو رقم دیگر را از سایر ارقام که بزرگ‌تر از رقم یکان هستند انتخاب کنیم ولی فقط به یک صورت می‌توان آنها را مرتب کرد تا حالت مطلوب مسئله رخ دهد.

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{51}{900}=\frac{17}{300}$$



۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای: $n(S) = 8!$

تعداد حالت‌هایی که «س» و «م» در کنار هم باشند:

$$n(A) = 7! \times 2! \Rightarrow \underbrace{\text{د ن ت و ا خ س م}}_{7 \text{ تا}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7! \times 2!}{8!} = \frac{1}{4}$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

وقتی حاصل ضرب اعداد روشده فرد است که هر دو عدد فرد باشند.

$$f\{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

در چهار حالت مجموع ارقام خارج شده مضرب ۴ است که زیر آنها خط کشیده‌ایم.

$$P(A) = \frac{4}{9}$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای انتخاب مدیر ۷ راه داریم. بعد از انتخاب مدیر، برای انتخاب معاون ۶ راه و در ادامه

برای انتخاب منشی ۵ راه داریم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$7 \times 6 \times 5 = 210$$

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

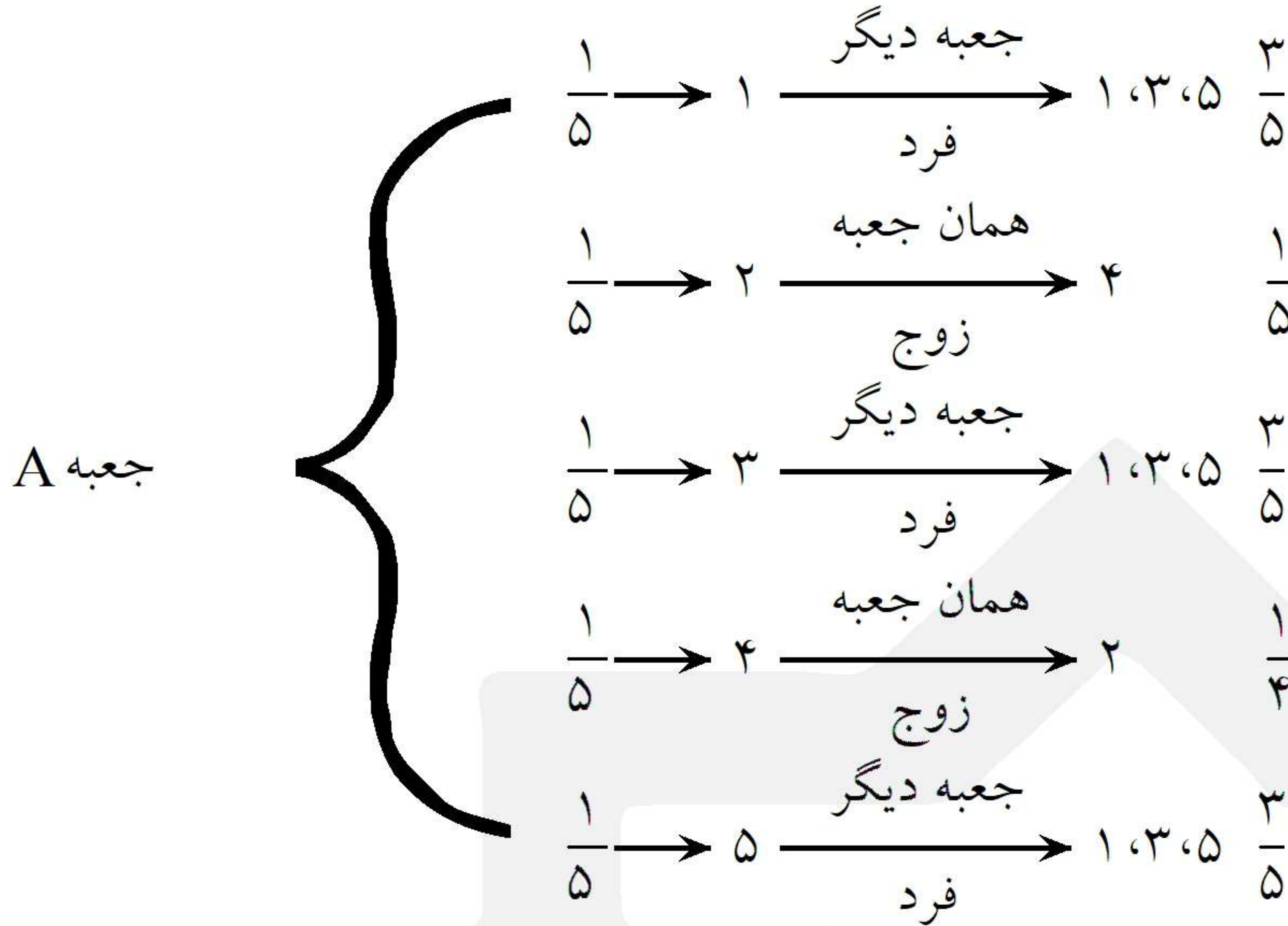
۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با ضرب کردن داده‌ها در k ، اگر CV تغییر کند، $k < 0$ است و CV قرینه می‌شود:

$$CV - (-CV) = 6 \Rightarrow 2CV = 6 \Rightarrow CV = 3$$



۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون جعبه‌ها یکسان هستند احتمال آنها با هم برابر است.



$$P = \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{9}{5} + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{18+5}{10} \right) = \frac{23}{50} = 0.46$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ متغیر کیفی ترتیبی هستند.
گزینه‌ی ۴ متغیر کیفی اسمی.

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به ۳ حالت می‌توان دو دانش‌آموز در رشته‌های المپیاد مختلف انتخاب کرد:
(۱) ریاضی، کامپیوتر

$$\frac{6}{\text{ریاضی}} \times \frac{9}{\text{کامپیوتر}} = 54$$

(۲) ریاضی، فیزیک

$$\frac{6}{\text{ریاضی}} \times \frac{5}{\text{فیزیک}} = 30$$

(۳) کامپیوتر، فیزیک

$$\frac{9}{\text{کامپیوتر}} \times \frac{5}{\text{فیزیک}} = 45$$

تعداد کل حالت‌ها:

$$54 + 30 + 45 = 129$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

دامنه تغییرات: یکی از شاخص‌های پراکندگی است که بیانگر اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده است.



«بانک سوال یاوران دانش»

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{1}{10} \quad P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A \cap B)}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{3} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{1}{15}$$

۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\binom{1}{1} \binom{5}{3}}_{\text{علی انتخاب شود}} + \underbrace{\binom{6}{4}}_{\text{علی انتخاب نشود}} = 10 + 15 = 25$$

۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
دو حالت را در نظر می‌گیریم:

$$\Rightarrow 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60 \quad \text{یکان صفر باشد}$$

$$\Rightarrow 4 \times 4 \times 3 \times \frac{3}{2} = 144 \quad \text{یکان ۲، ۴ یا ۶ باشد}$$

$$\Rightarrow 60 + 144 = 204$$

۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در بین ۵ نفر انتخاب شده روی تعداد نفراتی که زوج نمی‌باشند، بحث می‌کنیم. دقت کنید ۴ نفر زوج نمی‌باشند و ۶ نفر زن و شوهر می‌باشند.

$$4 = \binom{4}{4} \binom{6}{1} = 6 \quad \text{۴ نفر از نفرات انتخاب شده زوج نمی‌باشند}$$

$$3 = \binom{4}{3} \binom{3}{2} \times 2 \times 2 = 48$$

\swarrow انتخاب ۲ زوج \downarrow
 از هر زوج زن بماند یا مرد

$$2 = \binom{4}{2} \binom{3}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

\swarrow انتخاب ۳ زوج \downarrow
 از هر زوج زن بماند یا مرد

پس جواب $102 = 6 + 48 + 48$ می‌باشد.



۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا ۳ ضلع از ۵ ضلع را انتخاب کنیم، سپس از ۳ نقطه روی هر ضلع، یک نقطه انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{5}{3} \binom{3}{1} \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 270$$

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$ و $P(2n, 2) = \frac{(2n)!}{(2n-2)!}$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{n(n-1)}{2} + 162 = \frac{(2n)!}{(2n-2)!} = 2n(2n-1) \Rightarrow 2n^2 - 2n + 162 = 2n^2 - 2n$$

$$\Rightarrow 2n^2 = 162 \Rightarrow n^2 = 81 \Rightarrow n = 9$$

$$\binom{n+1}{2} = \binom{10}{2} = 45$$

«بانک سوال یاوران دانش»

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در بدترین حالت باید همه‌ی اعداد زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰ را امتحان کنیم. لذا تعداد این اعداد را به دست می‌آوریم.

$$\frac{5}{10} \times \frac{10}{7} = 350$$

زوج بزرگ‌تر با مساوی ۳

اما در این ۳۵۰ عدد، خود ۳۰۰ نیز وجود دارد پس چون بزرگ‌تر از ۳۰۰ مدنظر می‌باشد، ۳۴۹ عدد را قبول می‌کنیم. چون امتحان کردن هر رمز ۱۰ ثانیه زمان می‌برد، این گاوصندوق حداکثر در مدت $349 \times 10 = 3490$ ثانیه باز می‌شود.

۴۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا ۷ جای خالی در نظر گرفته و ۲ مکان را برای حرف صدادار و ۲ مکان دیگر را برای c و f انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{7}{2} \binom{5}{2} \times 3! = 21 \times 10 \times 6 = 1260$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در پرتاب دو سکه احتمال آنکه هر دو سکه رو یا پشت بیایند، برابر $\frac{1}{4}$ است.

$$P(\text{در دو پرتاب به نتیجه نرسیم}) = 1 - P(\text{حداکثر در دو پرتاب به نتیجه برسیم})$$

$$= 1 - \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$