

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{سالم}) = P(A) \times P(\text{سالم}|A) + P(B) \times P(\text{سالم}|B) + P(C) \times P(\text{سالم}|C) \\ = \frac{30}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{45}{100} \times \frac{98}{100} + \frac{25}{100} \times \frac{96}{100} = 0.978 \Rightarrow 97.8\%$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

A: مهره اول سفید باشد:

B: مهره دوم سفید باشد:

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{\frac{3}{7} \times \frac{6}{8}}{\left(\frac{3}{7} \times \frac{6}{8}\right) + \left(\frac{4}{7} \times \frac{5}{8}\right)} = \frac{18}{18+20} = \frac{18}{38} = \frac{9}{19}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حالات مطلوب A: سیاه و سفید و سیاه یا سفید و سیاه و سفید

$$P(A) = \frac{6}{10} \times \frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 6 \times 5}{10 \times 9 \times 8} = \frac{4}{15}$$



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

<div>□ □ □ ○</div> <div>۴ ۳ ۲ ۱</div>	$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
<div>□ □ □ ۴۶۲</div> <div>۳ ۳ ۲ ۲</div>	$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$
$n(s) = 24 + 36 = 60$	
<div>۳ □ □ ○</div> <div>۱ ۱ ۴ ۱</div>	$1 \times 1 \times 2 \times 1 = 2$
<div>۴۶۱ □ □ ○</div> <div>۲ ۳ ۲ ۲</div>	$2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$
<div>۳ ○ □ ۴۶۲</div> <div>۱ ۱ ۲ ۲</div>	$1 \times 1 \times 2 \times 2 = 4$
<div>۳ ۱ □ ۴۶۲</div> <div>۱ ۱ ۲ ۲</div>	$1 \times 1 \times 2 \times 2 = 4$
<div>۱ □ □ ۲</div> <div>۱ ۳ ۲ ۱</div>	$1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$
<div>۴۶۱ □ □ ۴</div> <div>۲ ۳ ۲ ۱</div>	$2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$

$$\begin{cases} n(A) = 2 + 12 + 4 + 4 + 6 + 12 = 40 \\ P(A) = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \text{مجموع دو تاس } 7 = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$B = \text{اولین تاس مضرب } 5 = \{(5, 2)\} \Rightarrow P(B|A) = \frac{1}{6} = P(A) \quad \text{دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ مستقل اند.}$$



۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

تعداد مهره‌های داخل جعبه $n - 2 + n = 2n - 2$

$$n(S) = C(2n - 2, 2) = \frac{(2n - 2)!}{(2n - 4)! 2!} = \frac{(2n - 4)! (2n - 3)(2n - 2)}{2(2n - 4)!} = (n - 1)(2n - 3)$$

$$P = \frac{C(n, 2) + C(n - 2, 2)}{C(2n - 2, 2)} \quad (\text{احتمال هم‌رنگ بودن دو مهره})$$

$$C(n, 2) = \frac{n!}{(n - 2)! 2!} = \frac{(n - 2)! (n - 1)n}{(n - 2)! 2!} = \frac{n(n - 1)}{2}$$

$$C(n - 2, 2) = \frac{(n - 2)!}{(n - 4)! 2!} = \frac{(n - 4)! (n - 3)(n - 2)}{(n - 4)! \times 2} = \frac{(n - 2)(n - 3)}{2}$$

$$P = \frac{C(n, 2) + C(n - 2, 2)}{C(2n - 2, 2)} = \frac{\frac{n(n - 1)}{2} + \frac{(n - 2)(n - 3)}{2}}{(n - 1)(2n - 3)}$$

$$= \frac{n^2 - n + n^2 - 5n + 6}{2(n - 1)(2n - 3)} = \frac{n^2 - 3n + 3}{(n - 1)(2n - 3)} = \frac{1}{2}$$

$$\cancel{n^2} - 6n + 6 = \cancel{n^2} - 5n + 3 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow 2n - 2 = 4 \quad \text{تعداد مهره‌های داخل جعبه}$$

A هر سه مهره‌ی اول سبز باشند: پیشامد

B مهره‌ی چهارم زرد باشد: پیشامد

$$P(A) = \frac{C(6, 1)}{C(10, 1)} \times \frac{C(5, 1)}{C(9, 1)} \times \frac{C(4, 1)}{C(8, 1)} = \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{10}_2} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{9}_3} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$$

$$P(B|A) = \frac{C(4, 1)}{C(7, 1)} = \frac{4}{7}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{6} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{21}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

دو پیشامد A و B مستقل‌اند. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B)$$

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B) = P(A|B) + P(B|A)$$



$$\frac{\binom{5}{3}}{\binom{n}{3}} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{10}{\binom{n}{3}} = \frac{1}{12} \Rightarrow \binom{n}{3} = 120$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n!}{(n-3)!3!} = 120 \Rightarrow \frac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{6(n-3)!} = 120$$

$$n(n-1)(n-2) = 720 \Rightarrow 8 \times 9 \times 10 = 720 \Rightarrow n = 10$$

$$10 - 5 = 5$$

$$n(s) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

مجموع سه عدد روآمده حداکثر برابر ۱۶ باشد $A =$

مجموع سه عدد روآمده حداقل ۱۷ باشد $A' =$

$$A' = \{(6, 6, 6), (6, 6, 5), (6, 5, 6), (5, 6, 6)\}$$

$$n(A') = 4$$

$$n(A) = 216 - 4 = 212$$

$$P(A) = \frac{212}{216} = \frac{53}{54}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(S) - n(B') = n(B)$$

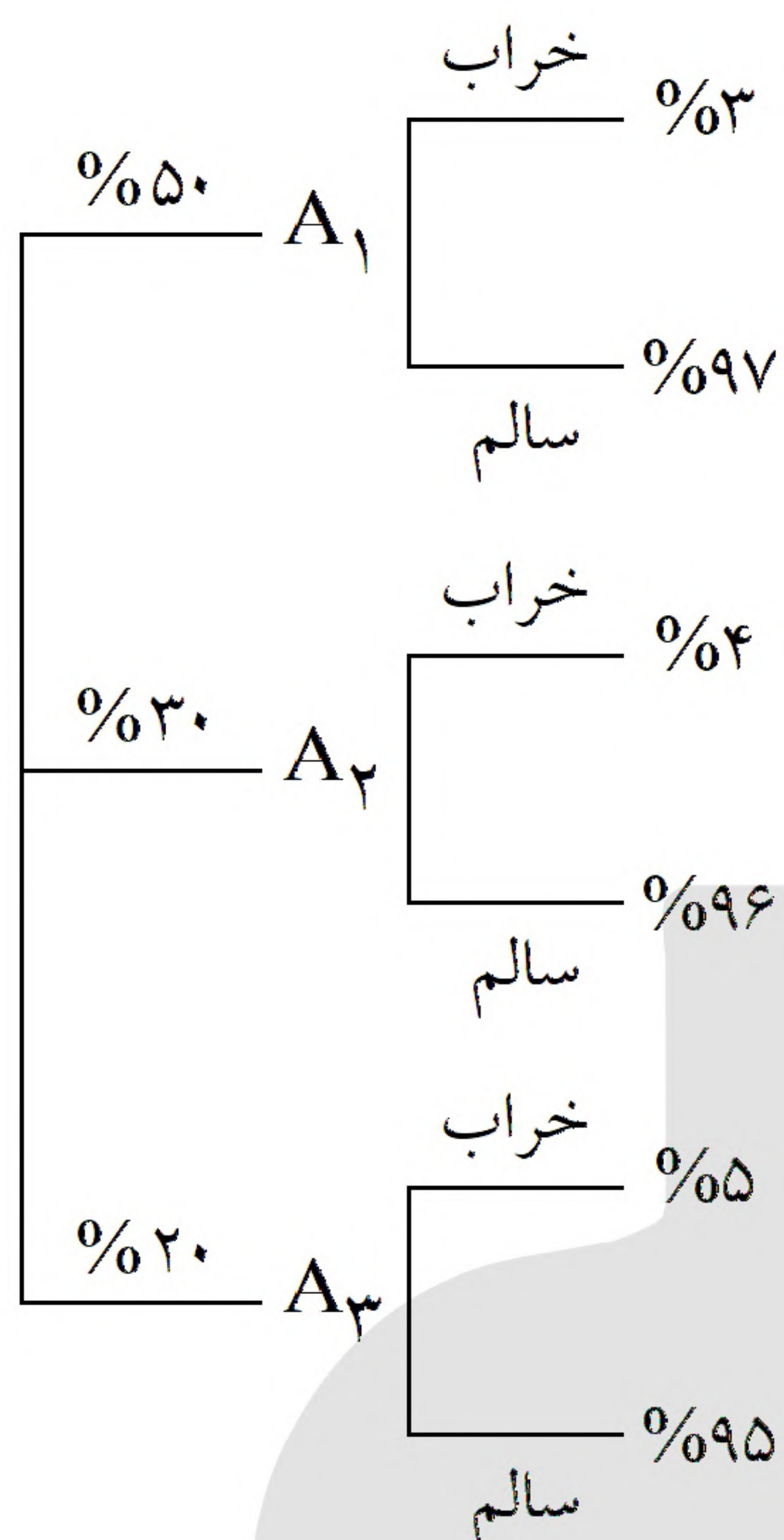
$$n(S) - n(B') - n(A \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = n(B - A) = n(A' \cap B)$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

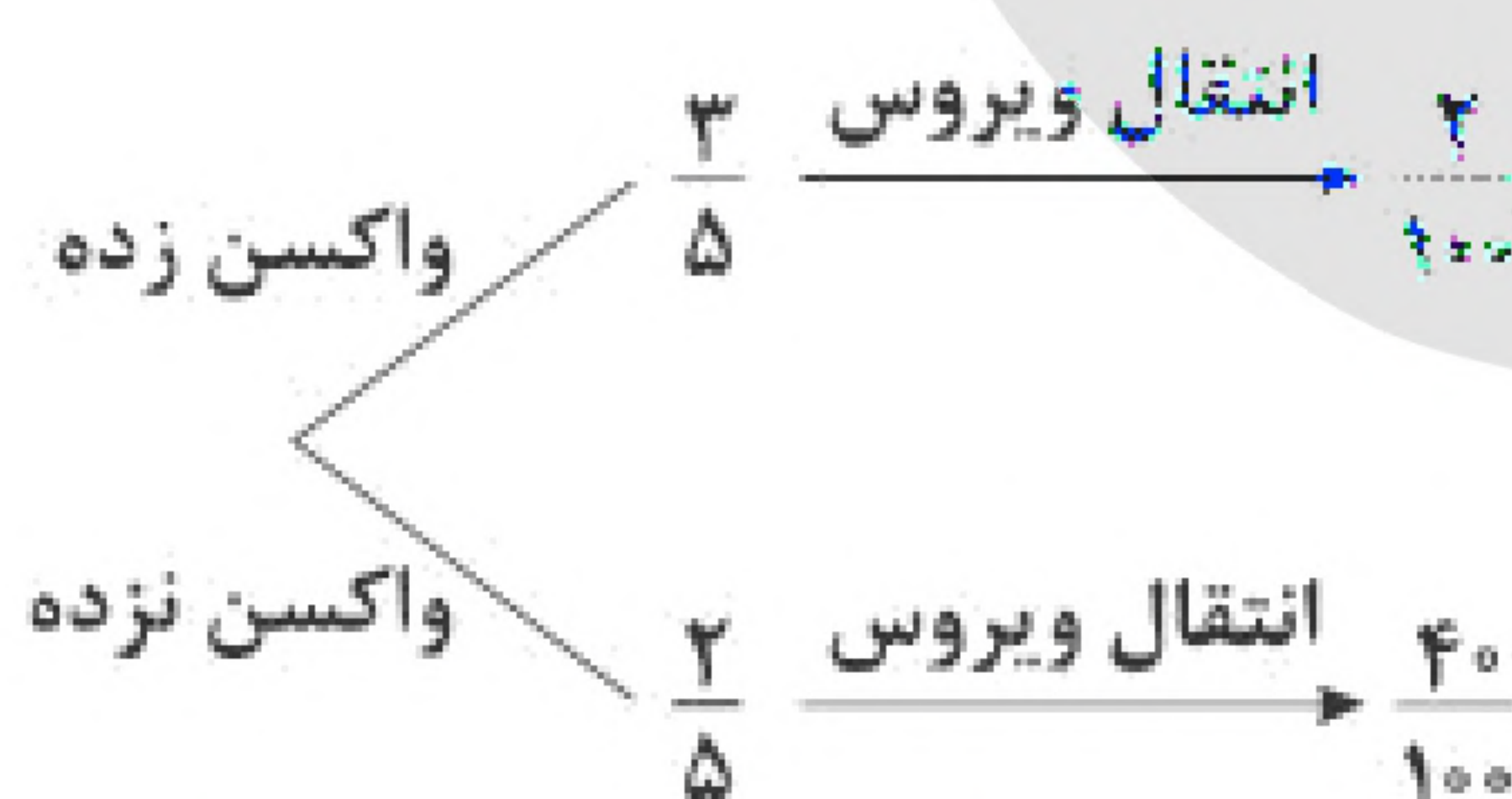
۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار درختی این مسئله را حل می‌کنیم:



$$\text{احتمال قطعه خراب} = \frac{50}{100} \times \frac{3}{100} + \frac{30}{100} \times \frac{4}{100} + \frac{20}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{37}{1000}$$

$$P(A_2 | \text{خراب بودن قطعه}) = \frac{P(A_2 \cap \text{خراب بودن قطعه})}{P(\text{خراب بودن قطعه})} = \frac{\frac{30}{100} \times \frac{4}{100}}{\frac{37}{1000}} = \frac{12}{37}$$

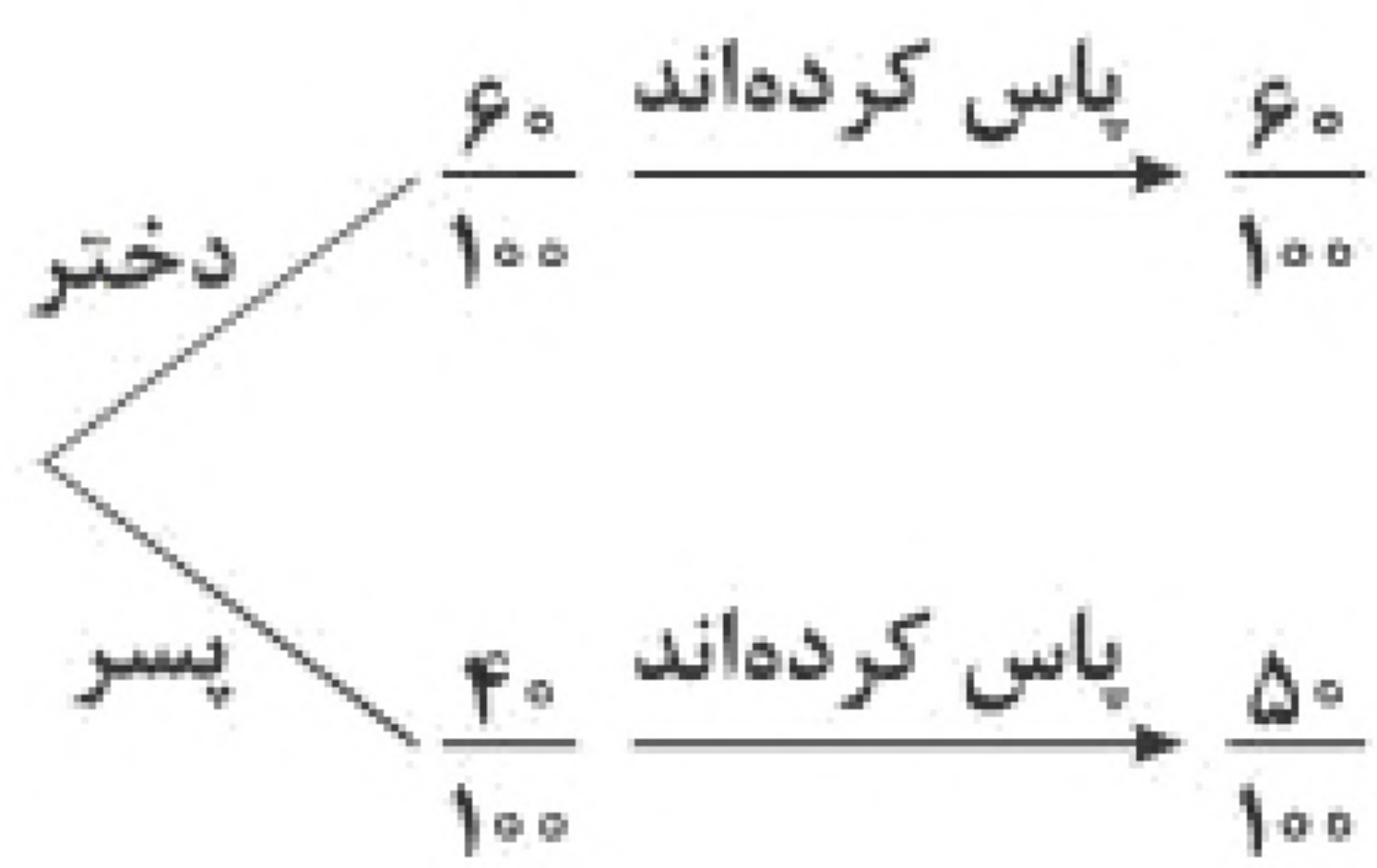
۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$P = \frac{3}{5} \times \frac{2}{100} + \frac{2}{5} \times \frac{40}{100} = \frac{6 + 80}{5 \times 100} = \frac{43}{250} = 0.172$$



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$P = \frac{60}{100} \times \frac{60}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{36}{100} + \frac{20}{100} = \frac{56}{100}$$

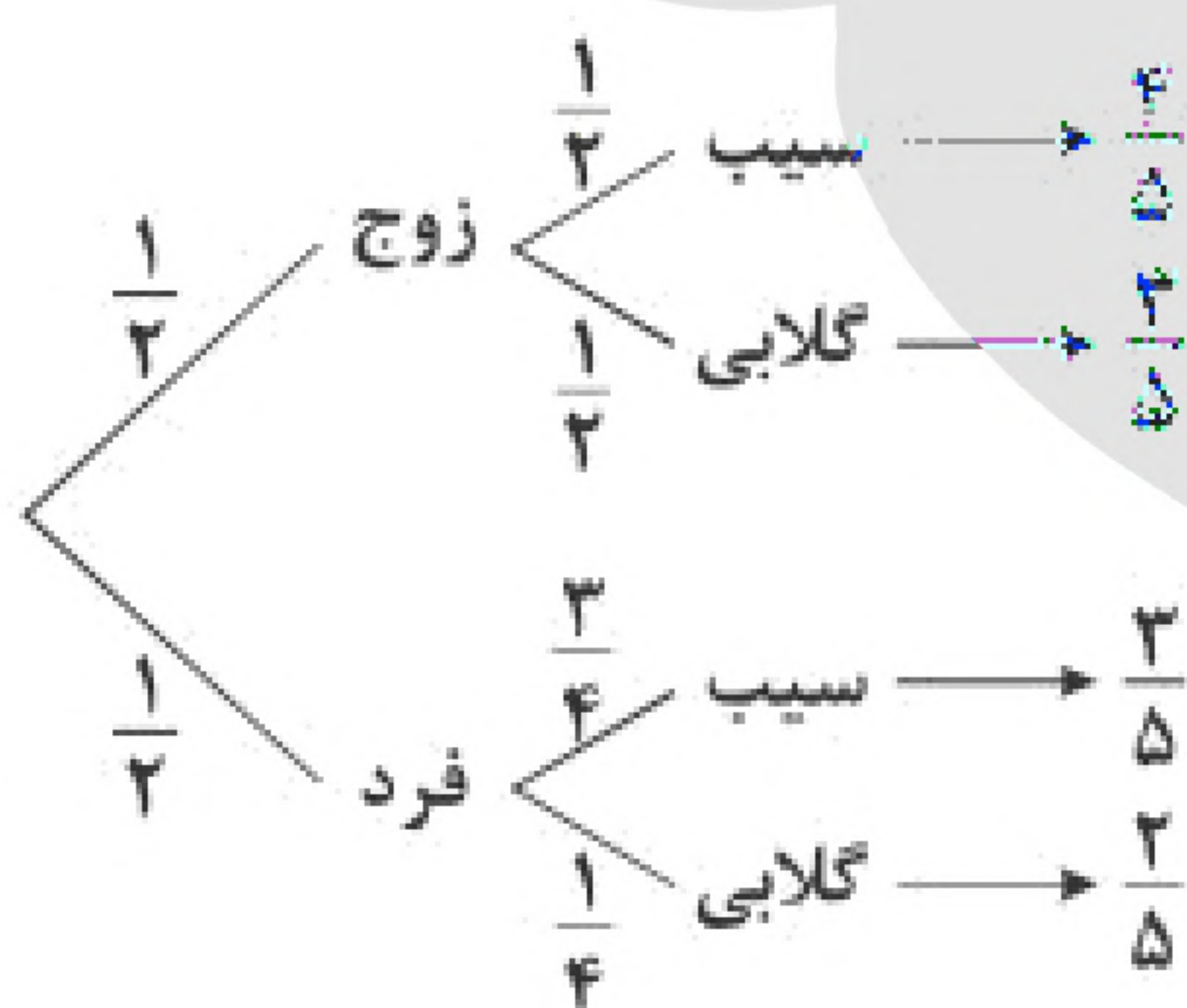
پس ۵۶ درصد دانشجویان تمام واحدهای درسی خود را پاس کرده‌اند.

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار درختی به صورت زیر تنظیم می‌کنیم.



$$P(A) = \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{6 \times 2}{20} = \frac{1}{5}$$

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{20} + \frac{3}{20} + \frac{9}{40} + \frac{2}{40} = \frac{7}{20} + \frac{11}{40} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$



۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد حالاتی که در پرتاب دو تاس، مجموع اعداد رو شده ۸ باشد برابر ۵ تاست.

$$\begin{aligned}
 &\text{مجموع دو تاس ۸ باشد} \rightarrow \begin{cases} \text{دو مهره انتخابی} & \frac{5}{36} \\ \text{هم رنگ باشد} & \frac{\binom{2}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \end{cases} \\
 &\text{در غیر این صورت} \rightarrow \begin{cases} \text{سه مهره انتخابی} & \frac{31}{36} \\ \text{قرمز باشد} & \frac{\binom{3}{3}}{\binom{5}{3}} = \frac{1}{10} \end{cases} \\
 P &= \frac{5}{36} \times \frac{2}{5} + \frac{31}{36} \times \frac{1}{10} = \frac{20 + 31}{360} = \frac{51}{360} = \frac{17}{120}
 \end{aligned}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر مهره انتخابی اول قرمز باشد:

$$P_1 = \frac{5}{9} \times \frac{6}{10} = \frac{1}{3}$$

$$P_2 = \frac{4}{9} \times \frac{5}{10} = \frac{2}{9}$$

$$P = P_1 + P_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$$

در صورتی که مهره انتخابی اول آبی باشد:

احتمال کل برابر است با:

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

روش اول:

$$\begin{aligned}
 P(\text{دومی قرمز}) &= P(\text{اولی قرمز}) \times P(\text{دومی قرمز} | \text{اولی قرمز}) + P(\text{اولی سفید}) \times P(\text{دومی قرمز} | \text{اولی سفید}) \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{n-1}{2n-1} + \frac{1}{2} \times \frac{n}{2n-1} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$P(\text{دومی قرمز}) = \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$$

روش دوم: مهره اول را در نظر نمی‌گیریم:

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(A) + P(B) = 1 \xrightarrow{2P(A) = 2P(B)} P(A) + \frac{2}{3}P(A) = 1 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$$

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

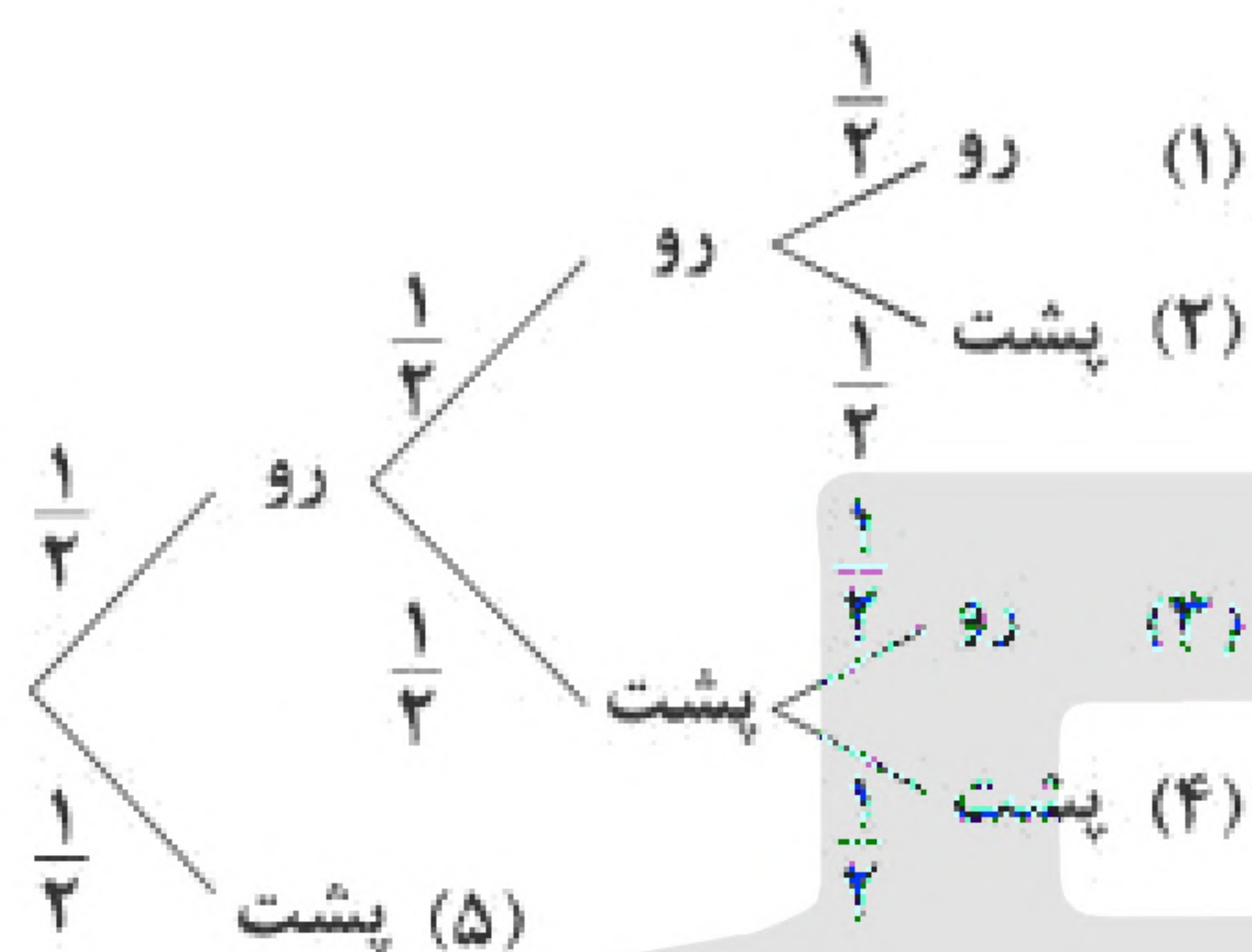
$$\begin{aligned}
 P(\text{سفید بودن}) &= P(A) \times P(\text{سفید بودن} | A) + P(B) \times P(\text{سفید بودن} | B) \\
 &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{9}{25} + \frac{1}{5} = \frac{14}{25}
 \end{aligned}$$



۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. احتمال انتخاب از مدرسه A، چهار برابر احتمال انتخاب از مدرسه B است. پس $P(A) = \frac{4}{5}$ و $P(B) = \frac{1}{5}$ است. پیشامد آن که دانش آموز انتخابی تجربی نباشد را T در نظر می گیریم.

$$P(T) = P(A) \times P(T|A) + P(B) \times P(T|B) = \frac{4}{5} \times \frac{75}{100} + \frac{1}{5} \times \frac{20}{100} = \frac{3}{5} + \frac{1}{25} = \frac{16}{25}$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال مطلوب شاخه‌ای (۲)، (۳) و (۵) است.

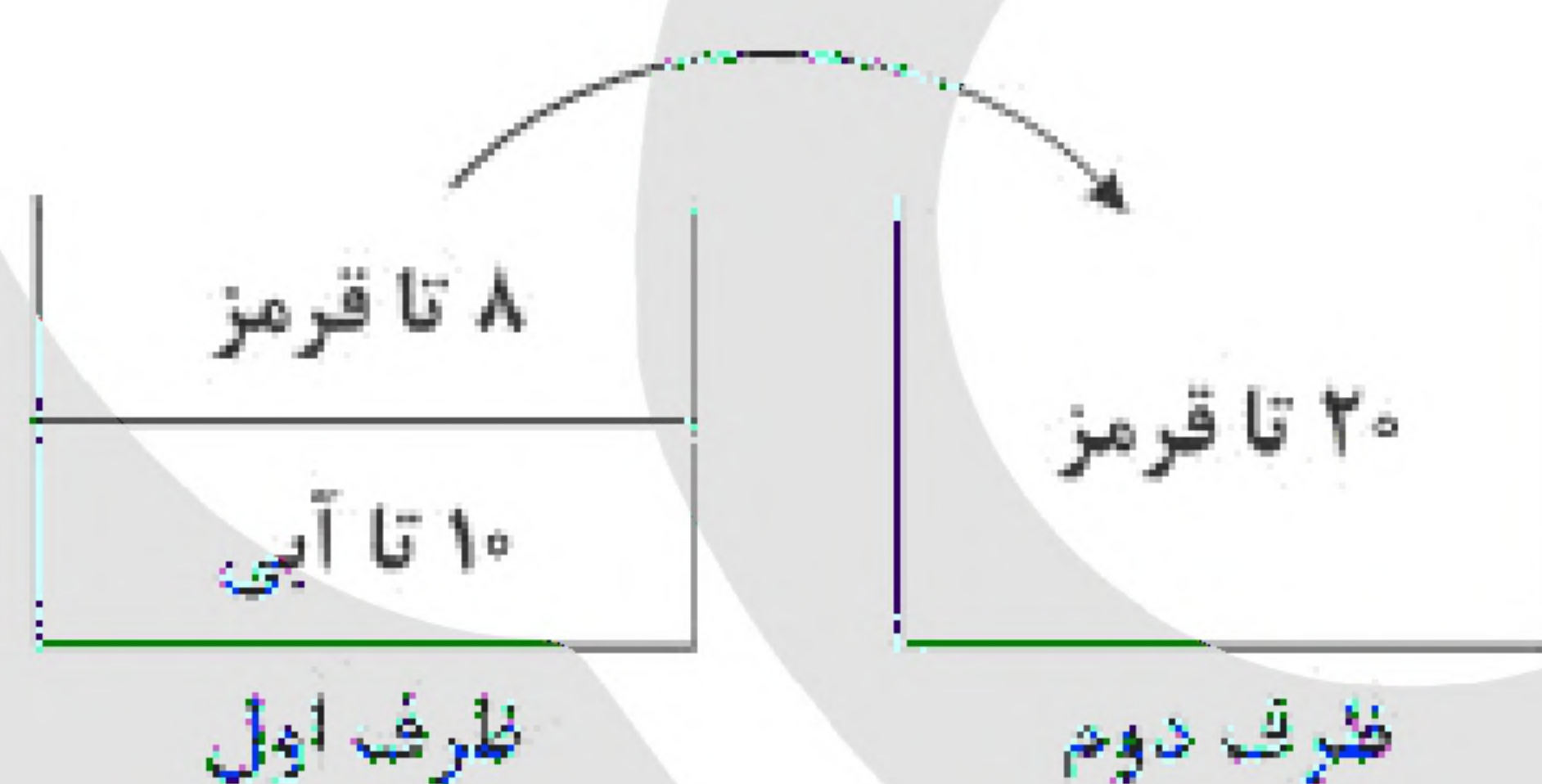


$$P = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. احتمال رو شدن عدد کمتر از ۳ برابر $\frac{2}{6}$ و احتمال رو شدن عدد بیشتر از ۲ برابر $\frac{4}{6}$ است.

$$P(\text{لامپ معیوب}) = \frac{2}{6} \times \frac{4}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{2 \times 4 + 4 \times 3}{6 \times 6} = \frac{4 \times 5}{6 \times 6} = \frac{5}{9}$$

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مهره انتخاب شده از ظرف اول یا قرمز است یا آبی. پیشامد قرمز بودن را با G نمایش می دهیم.



$$P(G) = \frac{8}{18} \times 1 + \frac{20}{21} = \frac{8 \times 21 + 10 \times 20}{18 \times 21} = \frac{4 \times 21 + 5 \times 20}{9 \times 21} = \frac{184}{189}$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر انتخاب ریاضی، فیزیک و زیست‌شناسی به ترتیب A_1 ، A_2 و A_3 باشد در این صورت:

$$\begin{aligned} P(\text{برنده شدن}) &= P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + P(A_3)P(B|A_3) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{60}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{70}{100} + \frac{1}{4} \times \frac{80}{100} = \frac{1}{4} \left(\frac{120 + 70 + 80}{100} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{270}{100} = \frac{1}{4} \times \frac{27}{10} = \frac{27}{40} \end{aligned}$$



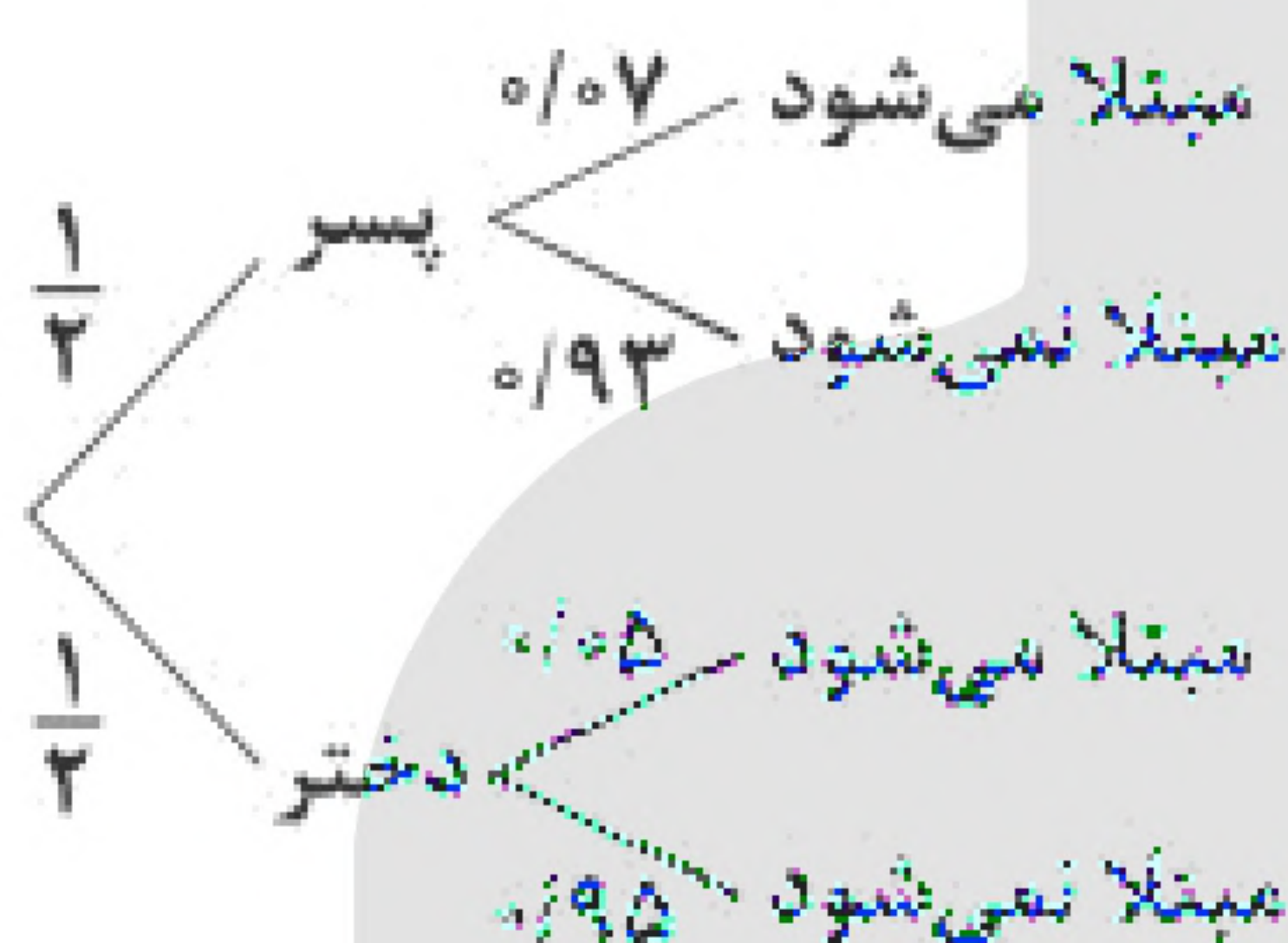
۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$P(\text{قرمز}) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{14} + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{5}{42} + \frac{14}{42} + \frac{4}{42} = \frac{23}{42}$$

$$P(\text{قرمز نبودن}) = 1 - \frac{23}{42} = \frac{19}{42}$$

$$\frac{P(\text{قرمز بودن})}{P(\text{قرمز نبودن})} = \frac{\frac{23}{42}}{\frac{19}{42}} = \frac{23}{19}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$P(\text{بیمار نمی شود}) = \frac{1}{2} \times \frac{93}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{95}{100} = \frac{1}{2} \times \frac{188}{100} = 0.94$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2} \binom{4}{0}}{\binom{7}{2}} = \frac{3 \times 1}{7 \times 6 / 2} = \frac{1}{7}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در این مسئله، با مدل احتمالی شرطی روبه‌رو هستیم و شرط مسئله این است که مجموع برآمد ۳ تاس، ۶ باشد، یعنی:

$$B = \{(1, 1, 4), (1, 4, 1), (4, 1, 1), (2, 2, 2), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$$

اما پیشامد خواسته‌شده در تست این است که برآمد حداقل یکی از تاس‌ها عدد ۱ باشد، لذا:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{9}{10}$$



۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم که:

$$\begin{cases} P(A) = 1 - P(A') = \frac{4}{7} \\ P(B) = \frac{2}{7} \\ P(A \cup B) = \frac{3}{14} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} - \frac{3}{14} = \frac{9}{14}$$

از طرفی:

$$\frac{P(A' \cup B')}{P(A' \cap B')} = \frac{P(A \cap B)'}{P(A \cup B)'} = \frac{1 - P(A \cap B)}{1 - P(A \cup B)} = \frac{1 - \frac{3}{14}}{1 - \frac{9}{14}} = \frac{11}{5}$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید سربازان را در یک دسته و افسران را در دسته‌ی دیگر قرار دهیم، تعداد جایگشت‌های دو دسته برابر ۲! است که باید در جایگشت‌های داخلی هر دسته ضرب شود.

S = سرباز

a = افسر

(S, S, S, a, a)

$$n(A) = 3! \times 2! \times 2! = 24$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{24}{120} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$