

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

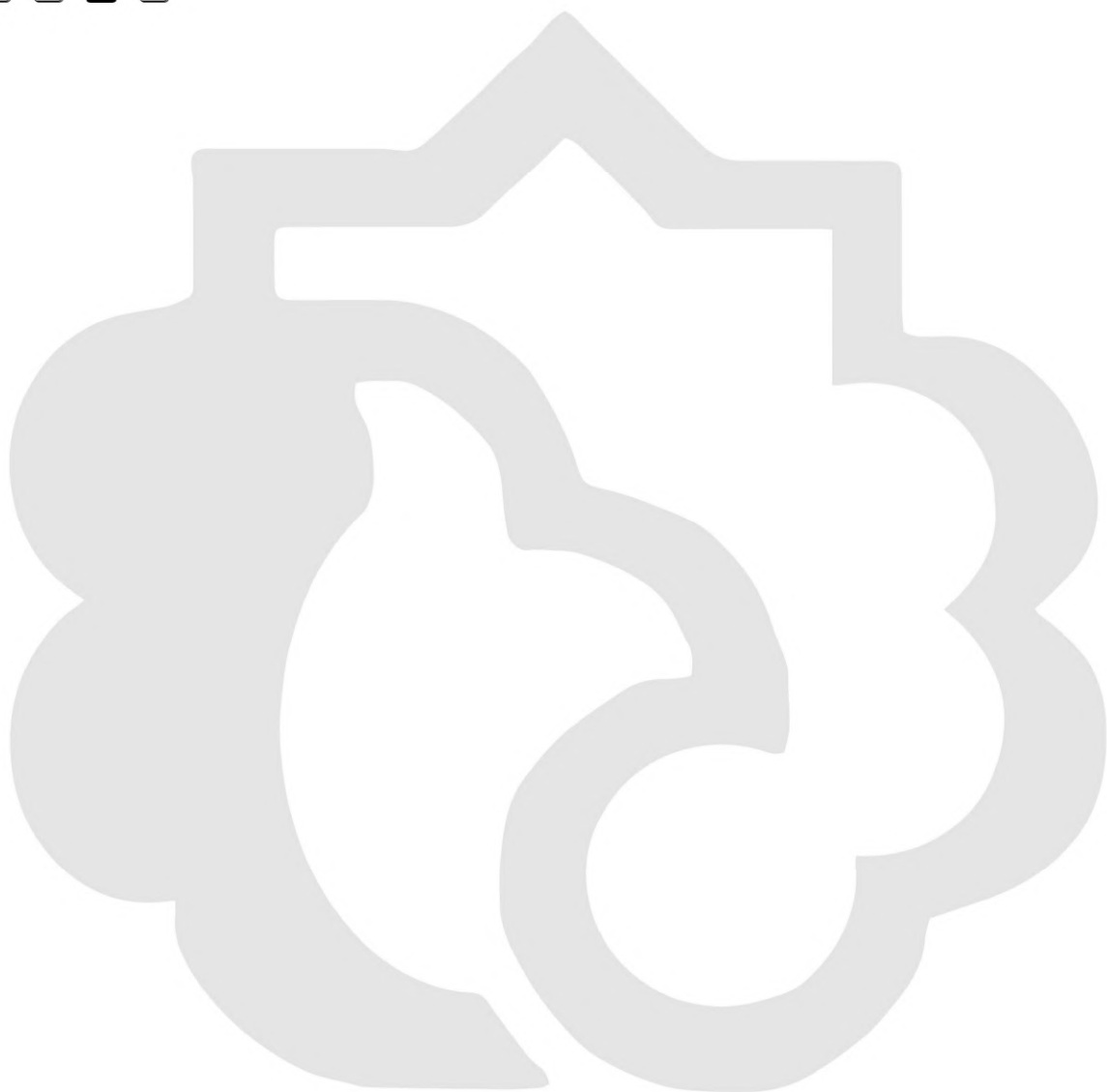
www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	☐	☐	☐	☒
۲ -	☐	☐	☐	☒
۳ -	☐	☐	☒	☐
۴ -	☒	☐	☐	☐
۵ -	☐	☐	☒	☐
۶ -	☐	☒	☐	☐
۷ -	☐	☐	☒	☐





۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مختصات سه نقطه A و B و C در معادله ضمنی دایره به صورت
 $x^2 + y^2 + ax + by + C = 0$ صدق می‌کند، بنابراین:

$$A(0, 2) \Rightarrow (0)^2 + (2)^2 + a(0) + b(2) + C = 0 \Rightarrow 2b + C = -4 \quad (1)$$

$$B(3, 1) \Rightarrow 3^2 + 1^2 + a(3) + b(1) + C = 0 \Rightarrow 3a + b + C = -10 \quad (2)$$

$$C(-1, 4) \Rightarrow (-1)^2 + 4^2 + a(-1) + b(4) + C = 0 \Rightarrow -a + 4b + C = -17 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} 2, 3 &\Rightarrow \begin{cases} 4a - 3b = 7 \\ 3a - b = -6 \end{cases} \Rightarrow a = -5, b = -9, c = 14 \\ 1, 2 &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها} \quad x = 0 \quad \xrightarrow{\text{محل برخورد با محور } y \text{ ها}} y^2 - 9y + 14 = 0$$

$$(y - 7)(y - 2) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$y = 7$ $y = 2$ فاصله بین این دو نقطه روی محور y ها برابر ۵ واحد است.

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شرط لازم و کافی برای آنکه نقطه $M(x_0, y_0)$ روی محیط یا درون دایره
 $x^2 + y^2 + ax + by + C = 0$ باشد، این است که $x_0^2 + y_0^2 + ax_0 + by_0 + C \leq 0$ باشد:

$$4 + K^2 + 2 + 5K - 12 \leq 0 \Rightarrow K^2 + 5K - 6 \leq 0$$

$$(K + 6)(K - 1) \leq 0 \Rightarrow -6 \leq K \leq 1 \Rightarrow K \text{ شامل ۸ عدد صحیح است.}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرکز دایره محل برخورد دو قطر آن است:

$$\begin{cases} 3x + 4y = -1 \\ 5x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = -1 \Rightarrow O(1, -1)$$

فاصله $O(1, -1)$ تا خط مماس $-3x + 4y - 3 = 0$ برابر شعاع دایره است:

$$r = \frac{|-3(1) + 4(-1) - 3|}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2 = 0 \quad \text{معادله دایره}$$



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آن که دو دایره دارای ۴ مماس مشترک باشند باید متخارج باشند یعنی:

$$d > R + R'$$

$$x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow O(0, 0), R = 3$$

$$x^2 + (y - 5)^2 = 8 - a \Rightarrow O'(0, 5), R' = \sqrt{8 - a}$$

$$\begin{cases} d = OO' = 5 \\ R + R' = 3 + \sqrt{8 - a} \end{cases}$$

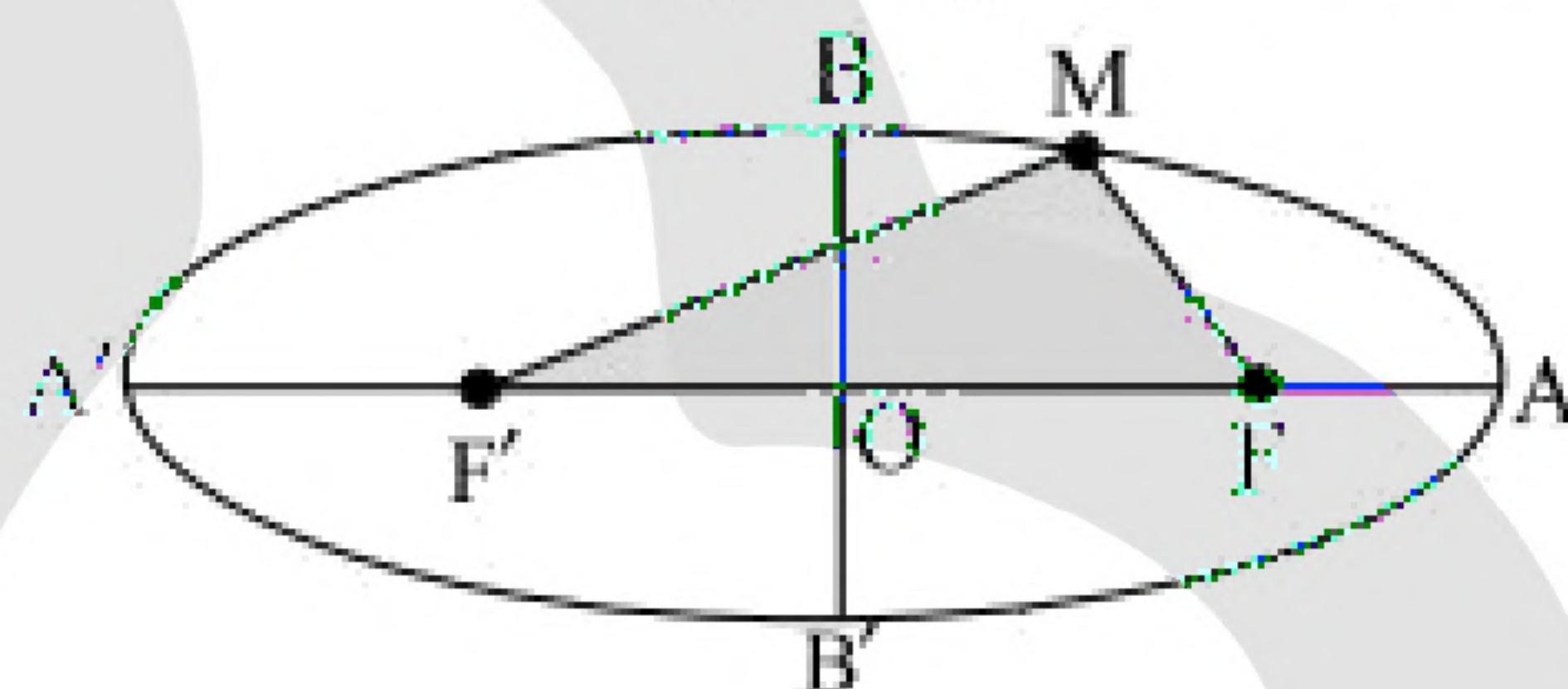
$$5 > 3 + \sqrt{8 - a} \Rightarrow 2 > \sqrt{8 - a} \Rightarrow 4 > 8 - a \Rightarrow a > 4$$

$$a \leq 8$$

$$4 < a \leq 8$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق تعریف مکان بیضی:



$$MF + MF' = 2a \text{ و } e = \frac{c}{a} \text{ (خروج از مرکز) و } FF' = 2c \text{ (فاصله کانونی)}$$

$$AA' = 2a \text{ (قطر بزرگ) و } BB' = 2b \text{ (قطر کوچک) بنابراین محیط } MFF' \text{ برابر است با } 2a + 2c:$$

$$\begin{cases} 2a + 2c = 32 \\ e = \frac{c}{a} = 0.6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 16 \\ c = 0.6a \end{cases} \Rightarrow a = 10, c = 6$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 10^2 = b^2 + 6^2 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow 2b = 16 \Rightarrow \text{اندازه قطر کوچک} = 16$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. محیط مثلث MFF' برابر $2a + 2c$ و مجموع فواصل F از دو نقطه انتهایی قطر کوچک $2a$ است، بنابراین:

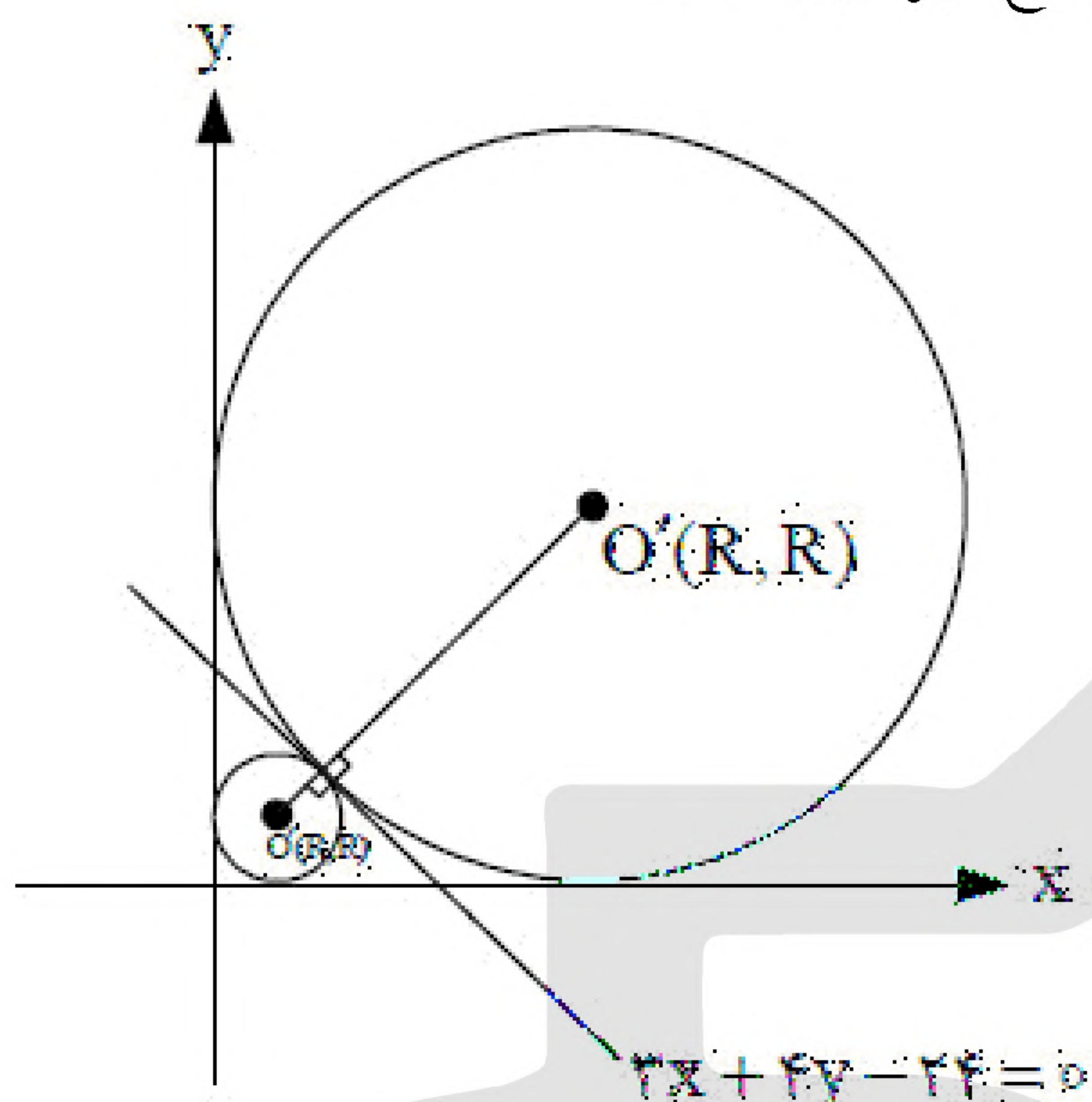
$$\begin{cases} 2a + 2c = 32 \\ 2a = 20 \end{cases} \Rightarrow a = 10, c = 6 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = 0.6 \text{ خروج از مرکز بیضی}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 100 = b^2 + 36 \Rightarrow b^2 = 64 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow 2b = 16 \Rightarrow \text{اندازه قطر کوچک بیضی}$$

$$\text{اختلاف مورد نظر} = 16 - 0.6 = 15.4$$



۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مختصات مرکز دایره‌ای که بر محورهای مختصات در ناحیه اول مماس است، به صورت $O(R, R)$ بوده و فاصله O تا خط $3x + 4y - 24 = 0$ همان شعاع دایره (R) است:



$$OH = \frac{|3R + 4R - 24|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = R \Rightarrow |7R - 24| = 5R$$

$$\begin{cases} 7R - 24 = 5R \Rightarrow R = 12 \\ 7R - 24 = -5R \Rightarrow R = 2 \end{cases}$$

$$\Delta S = \pi(12)^2 - \pi(2)^2 = 140\pi \xrightarrow{\pi = 3} \Delta S = 420$$