

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





۱- خط  $d$  موازی محور  $X$  ها، سهمی  $y = x^2 - 1$  را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. مجموع عرض های این دو نقطه کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

۲- اگر  $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x - |x|}}$  و  $g(x) = \frac{1}{x^3 - |x^3|}$  باشد، مقدار  $g'(-\sqrt[3]{2})f'(g(-\sqrt[3]{2}))$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) -۱

۳- خط  $d$  موازی محور  $X$  ها، قرینه سهمی  $y = x^2 + 1$  نسبت به محور  $X$  ها را در دو نقطه قطع می کند و مماس های رسم شده در این نقاط بر هم عمودند. فاصله خط  $d$  از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱)  $1/25$  (۲)  $3/25$  (۳)  $0/75$  (۴)  $2/75$

۴- آهنگ لحظه ای تغییر تابع  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x+1}}$  در نقطه  $x = 4$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{5}{9}$  (۳)  $\frac{4}{27}$  (۴)  $\frac{5}{27}$

۵- خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع  $y = \frac{1-5x}{1+2x}$  بر خط  $y = 7x - 2$  عمود است. فاصله بین این دو نقطه، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{13}$  (۲)  $7\sqrt{13}$  (۳)  $5\sqrt{2}$  (۴)  $7\sqrt{2}$

۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4x+1} & x \geq 2 \\ ax^2 + bx & x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است. مقدار  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲)  $\frac{7}{6}$  (۳)  $-\frac{5}{6}$  (۴)  $-\frac{5}{12}$

۷- تابع  $f$  مشتق پذیر و با دوره تناوب  $\frac{\pi}{8}$  است. اگر  $f'(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$  و  $h(x) = f(x - \frac{\pi}{3}) + f(2x - \frac{23\pi}{24})$

باشد، حاصل  $h'(\frac{\pi}{2})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  (۲)  $-\frac{2}{\sqrt{3}}$  (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $-\sqrt{3}$





۸- در نقطه تلاقی منحنی‌های  $f(x) = -\sqrt[3]{x}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2$  در ناحیه دوم دستگاه مختصات، خط مماسی بر  $g(x)$  رسم می‌شود. فاصله نقطه برخورد این خط با محور عرض‌ها تا مبدأ مختصات، کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

۹- خط  $d$  در نقطه  $(5, -1)$  بر نمودار تابع  $f$  مماس است. اگر شیب خط  $d$  برابر  $-\frac{1}{4}$  و  $g(x) = \sqrt[3]{x}f(x)$  باشد، مقدار  $g'(-1)$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{10}{3}$  (۳)  $\frac{7}{6}$  (۴)  $\frac{13}{6}$

۱۰- به ازای کدام مقدار  $a$ ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع  $f(x) = |4x - 3|\sqrt{ax}$  در نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر  $2\sqrt{6}$  می‌شود؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

۱۱- اگر  $y = 2x + b$  بر نمودار  $y = \frac{x + a}{ax + 1}$  در نقطه‌ای به طول واحد مماس باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴) ۱

۱۲- در بازه  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ ، آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sin x \cos^2 x$  چند برابر آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sin^4 x - \cos^4 x$  است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۳- در کدام نقطه از منحنی  $y = x^2 - 4x + 5$ ، خط مماس بر منحنی، بر خط  $6y - 3x = 1$  عمود است؟

(۱)  $(-2, 17)$  (۲)  $(-1, 10)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(2, 1)$

۱۴- معادله خط مماس بر نمودار  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + 3}$  در نقطه‌ای به طول واحد بر روی نمودار، به صورت  $4y - 3x = n$  است. مقدار  $m + n$  چقدر است؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳





۱۵- اگر  $f(x) = x \left( \sqrt{\frac{2x+1}{5x+9}} \right)^3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{27}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳)  $\frac{2}{7}$  (۴)  $\frac{3}{14}$

۱۶- اگر  $f(x) = (x-4)\sqrt[3]{x+3}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(5-h) - 3f(5-h) + 2}{h(5-h)}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{30}$  (۲)  $-\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $-\frac{13}{15}$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۷- تابع  $f$  مشتق‌پذیر و با دوره تناوب ۵ است. اگر  $f'(-1) = \frac{3}{2}$  و  $g(x) = f(x+1) + f(3x+10)$  باشد، حاصل  $g'(-2)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳) ۶ (۴)  $\frac{13}{2}$

۱۸- فرض کنید  $g(x) = ax^2 + 5x + b$ . اگر  $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \leq 2 \\ g'(x) & x > 2 \end{cases}$  مشتق‌پذیر باشد، مقدار  $a + b$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{15}{2}$  (۲)  $-\frac{5}{2}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{15}{2}$

۱۹- فرض کنید  $f(x) = (x[x])^3$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ . مقدار مشتق چپ تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$  چند برابر

$(-48\sqrt{5})$  است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۲۰- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}}$  را در نظر بگیرید. شیب خط مماس بر منحنی  $f^{-1}(x)$  در نقطه‌ای به طول ۲ واقع

بر آن، کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۸ (۳) ۸ (۴) ۱۲





- ۲۱- فرض کنید  $g(x) = ax^2 + bx + c$ ،  $(a \neq 0)$  و  $\begin{cases} x \geq k \\ x < k \end{cases}$   $f(x) = \begin{cases} g(x) \\ g'(x) \end{cases}$  باشد. اگر  $f$  یک تابع مشتق پذیر باشد، حداکثر مقدار  $k$  به شرط  $b + c = a$ ، کدام است؟
- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۴

- ۲۲- فرض کنید  $f(x) = \left(x \left[x^2 + \frac{1}{2}\right]\right)^2 + 1$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2 - 1}}$ . مقدار مشتق تابع  $f \circ g$  در  $x = \frac{3}{\sqrt{8}}$ ، چند برابر  $(-128\sqrt{2})$  است؟
- (۱) -۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

- ۲۳- تابع چندجمله‌ای درجه‌ی دوم با ضرایب طبیعی  $P(x)$  مفروض است. اگر باقیمانده و خارج قسمت تقسیم  $P(x)$  بر  $P'(x)$  (مشتق تابع  $P(x)$ ) به ترتیب ۲- و  $\frac{1}{4}x + 1$  باشند، کمترین مقدار مجموع ضرایب  $P(x)$ ، کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

- ۲۴- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 6x} & ; 0 \leq x < 4 \\ \left[\frac{x}{4}\right](x^2 - 9x) & ; 4 \leq x < 8 \end{cases}$  مقدار  $f'(5) - f'(2)$ ، کدام است؟
- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

- ۲۵- فرض کنید نمودارهای دو تابع  $y = x\sqrt{x}$  و  $y = x^2 + ax + b$  در یک نقطه‌ی مشترک، بر یک خط مماس باشند. اگر طول نقطه‌ی مشترک ۴ باشد، مقدار  $b$  کدام است؟
- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

- ۲۶- مقدار مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt[3]{\left(\frac{2x - x^2}{3x + 5}\right)^2}$  در نقطه‌ی  $x = -2$ ، کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

- ۲۷- خط مماس بر نمودارهای دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$  و  $g(x) = ax^2 + bx$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، مشترک‌اند. مقدار  $b$ ، کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷





۲۸- خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$  در نقطه‌ی  $x = 4$  واقع بر آن، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۹- آهنگ متوسط تغییر تابع  $y = \sqrt{21 - x^2} + 4x$  در بازه‌ی  $[5, 6]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع، با کدام مقدار  $x$  است؟

- (۱)  $4 + \sqrt{2}$  (۲)  $3 + 2\sqrt{2}$  (۳)  $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$  (۴)  $2 + \frac{5}{2}\sqrt{2}$

۳۰- مشتق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \left( \frac{\sqrt[3]{x^2 + 2x}}{x^2 - x} \right)^3$  در نقطه‌ی  $x = 2$ ، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲)  $-\frac{5}{4}$  (۳)  $-\frac{5}{2}$  (۴)  $-\frac{15}{4}$

۳۱- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{5-2x} & ; x \leq -2 \\ -\frac{1}{2}x^2 + bx + c & ; x > -2 \end{cases}$  در  $x = -2$ ، مشتق‌پذیر است. مقدار  $c$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۳۲- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه‌ی  $[0, 4]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای

آن در  $x = \frac{3}{2}$ ، چه قدر کم‌تر است؟

- (۱) ۰/۰۳ (۲) ۰/۰۴ (۳) ۰/۰۵ (۴) ۰/۰۶

۳۳- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{|x^3 - 2x|}{x}$ ، در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۴- خط به معادله‌ی  $y = 3x - 5$  در نقطه‌ی  $x = 2$  بر نمودار تابع  $y = g(x)$  مماس است.

اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{2x - 2} = \frac{2}{3}$  باشد،  $(fog)'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





۳۵- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{4x-5}{x+1}$  و دامنه‌ی  $[0, 8]$ ، خط مماس بر نمودار آن موازی پاره‌خطی است که ابتدا و

انتهای منحنی را به هم وصل کند، این خط مماس، محور  $y$  ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟  
 (۱) -۲ (۲)  $-1/5$  (۳) -۱ (۴)  $-0/5$

۳۶- مشتق تابع  $f(x) = x \sqrt[3]{\frac{3x+1}{x+2}}$  در نقطه‌ی  $x = -3$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۷- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{ax+b} & ; x > 2 \\ -x^3 + 6x & ; x \leq 2 \end{cases}$ ، اگر  $f'(2)$  موجود باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۸- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{-x-1}{\sqrt{x}}$ ، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{1}{4}+h) - f(\frac{1}{4})}{h}$ ، کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۹- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x}$ ، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در  $x = 2$ ، از آهنگ تغییر متوسط در بازه‌ی

$[1, 4]$ ، کدام است؟

(۱)  $0/25$  (۲)  $0/5$  (۳)  $0/45$  (۴)  $0/75$

۴۰- اگر  $g(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  و  $(fog)'(2) = 6$  باشد،  $f'(5)$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۱- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & ; x \geq 2 \\ -x^2 + ax + b & ; x < 2 \end{cases}$ ، روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است.  $b$  کدام

است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲





۴۲- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{1 + \sqrt{x}}{5 - 2x}$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ ، کدام است؟

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

$$\frac{7}{12} \quad (3)$$

$$\frac{5}{12} \quad (2)$$

$$\frac{4}{9} \quad (1)$$

۴۳- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = (x+2)\sqrt{4x+1}$ ، آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه  $[0, 2]$  از آهنگ تغییر لحظه‌ای آن در  $x = \frac{3}{4}$  چه قدر بیش تر است؟

$$0/25 \quad (4)$$

$$0/20 \quad (3)$$

$$0/15 \quad (2)$$

$$0/10 \quad (1)$$

۴۴- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| & ; x < 2 \\ \frac{1}{2}x^2 + ax + b & ; x \geq 2 \end{cases}$ ، در نقطه‌ی  $x = 2$  مشتق پذیر است.  $a + b$  کدام است؟

$$5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۴۵- اگر  $g(x) = x + \sqrt{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{4}{3}$  باشد،  $(fog)'(1)$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$