

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x|}{\frac{3}{4}x} = \frac{-3x}{\frac{3}{4}x} = -4$$

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\wedge a - b = 0 \Rightarrow b = \wedge a \Rightarrow a = \frac{b}{\wedge}$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} - 2}{\frac{x}{\wedge} - 1} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt[3]{x}} + 2}{2 + 2} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{\frac{x}{\wedge} - 4} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 2^2}{4 + 4 + 4} = \lim_{x \rightarrow \wedge} \frac{x - \wedge}{6x - 48} = \frac{1}{6}$$

تذکر: سؤال با قاعده هوییتال نیز قابل حل است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{x} = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{x + 2} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2 - 4)}{4x^2 - x^2 - 12} \times \frac{1}{-4 - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x + 2)(x - 2)}{x + 2} \times \frac{1}{-8} = \frac{3}{2}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} p(x) = (x - 1)q(x) + 2 \\ p'(x) = (x^2 - 4)q'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -3q(-2) + 2 \\ P'(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{cases} \xrightarrow{P(-2) = 0} q(-2) = \frac{2}{3}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(-3) = 0 \Rightarrow (-3)^{2n-1} + 3(-3)^{2n-2} + \frac{1}{27}(-3)^6 - \frac{1}{9}(-3)^4 + a = 0 \Rightarrow a = -27 + 9 \Rightarrow a = -18$$

$$\begin{cases} p(1) = 1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = a + b \\ p(-1) = -1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = -a + b \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 2a \Rightarrow a = 1, b = -\frac{407}{27}; R(x) = x - \frac{407}{27}$$



۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = -\sqrt{x-27} \Rightarrow y^2 = x-27 \Rightarrow x = y^2 + 27 \Rightarrow f(x) = x^2 + 27$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{f(x)}}{|x^2 + x - 6|} = \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 27}}{|(x+3)(x-2)|} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 27}}{2x - \sqrt{x^2 + 27}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{3(x^2 - 9)}{(x+3)(x-2)} \times \frac{1}{-6-6} = -0/3$$

$$a \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

$$\text{مخرج کسر} = g(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x \Rightarrow \text{نزولی است} \quad x > \frac{\pi}{3} \Rightarrow g(x) < g\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

پس مخرج کسر منفی است.

$$\Rightarrow \text{صورت} > 0 : \sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b > 0 \Rightarrow b > \frac{-\pi}{\sqrt{3}} = -1/000$$

$$b = -1 \text{ حداقل صحیح}$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{\pi}{m}x + \pi \Rightarrow f(x) = -\frac{m}{\pi}x + m$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x + \pi}{-\frac{m}{\pi}x + m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x}{-\frac{m}{\pi}x} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi$$

$$\Rightarrow m^2 = \pi \xrightarrow{m < 0} m = -\sqrt{\pi}$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
راه اول:

$$g(x) = \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} = \frac{2x\sqrt{x} - 1}{2(x-1)} = \frac{2x\sqrt{x} - 2x^2 - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)} = \frac{-2x\sqrt{x}(\sqrt{x}-1) - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)}$$

$$= \frac{-2x\sqrt{x} \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} - (x-1)}{2(x-1)(2x^2 + x - 1)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{\frac{-2}{1+1} - 1}{2(2+1-1)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

راه دوم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{2(x-1)} \xrightarrow{\frac{0}{0}, \text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f'(x)}{2} = f'(1) \Rightarrow \frac{1/5(2) - 5(1)}{(2)^2} = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$x \rightarrow -1^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -1^+ \Rightarrow \left[\frac{1}{x} \right] = -1$$

$$-f(-1) = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(1) - 1 + 1} = -\frac{1}{2}$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها، خارج قسمت را باید درجه یک بگیریم. خارج قسمت را $\alpha x + \beta$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{cases} f(x) = (x^2 + 2x + 5)(\alpha x + \beta) + x + 2 \\ f(1) = 1 \cdot (\alpha + \beta) + 3 = 13 \Rightarrow \alpha + \beta = 10 \\ f(-1) = 2(-\alpha + \beta) + 1 = 11 \Rightarrow -\alpha + \beta = 5 \end{cases} \Rightarrow \beta = 3, \alpha = -2$$

خارج قسمت $-2x + 3$ است.



۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \times \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x-1} = 6 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = 2(x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x^2 + 4 + 2x)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = x^{n+1} + 2x^{2n} + x^6 + 3x^5 + 16a \xrightarrow{n=1} p(-2) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$p(x) = x^6 + 3x^5 + x^4 + 2x^3 + 32$$

$$p(x) = (x^2 + 2x - 3)Q(x) + R(x) \xrightarrow{x=1} p(1) = R(1) = 39$$

تنها گزینه‌ای که به ازای $x = 1$ برابر ۳۹ میشود:

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش اول: با روش هوییتال برای رفع ابهام $\frac{0}{0}$ فوق داریم:

$$\frac{\frac{2}{2\sqrt{2x+3}} - \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}}{\frac{1}{3\sqrt{x^2}}} = \frac{1 - \frac{3}{2}}{\frac{1}{3}} = -\frac{3}{2}$$

روش دوم:

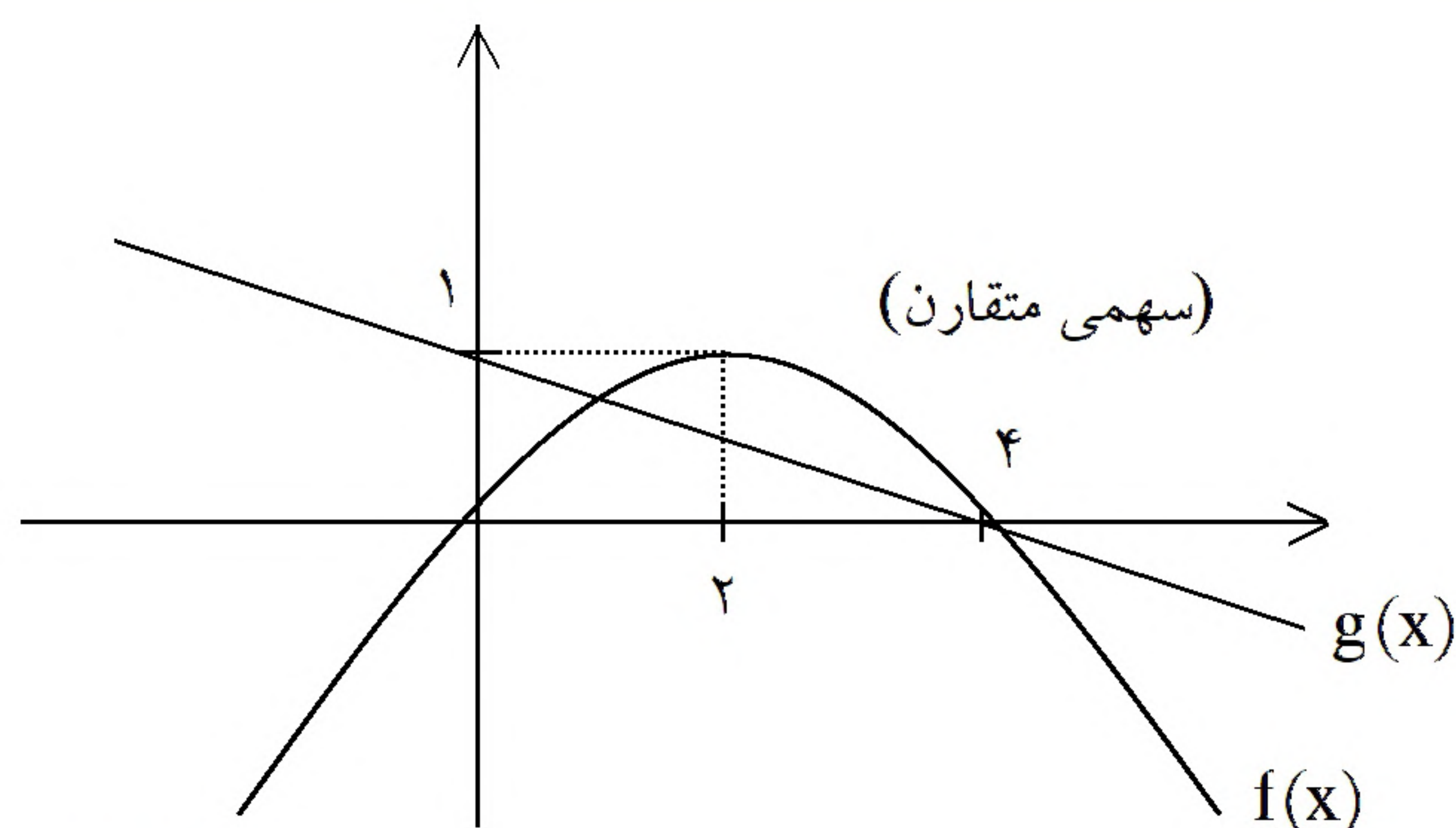
$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2x+3} - \sqrt{3x+4}}{1 + \sqrt[3]{x}} \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+4}} \times \frac{1 + (\sqrt[3]{x})^2 - (\sqrt[3]{x})}{1 + (\sqrt[3]{x})^2 - (\sqrt[3]{x})}$$

$$x \rightarrow -1$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x+1)(1+1+1)}{(1+x)(1+1)} = \frac{-3}{2}$$



۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{f(x)}{4-x} + \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{g(x)}{4-x}$$

$$\xrightarrow{\text{HOP}} -f'(4) - g'(4)$$

$$(0, 1), (4, 0) \Rightarrow g(x): y - 0 = \frac{0-1}{4-0}(x-4) \Rightarrow y = \frac{-1}{4}(x-4) \Rightarrow g(x) = \frac{-1}{4}x + 1$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4 \Rightarrow f(x) = ax(x-4) \xrightarrow{(2,1)} f(x) = \frac{-1}{4}x(x-4) \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{4}x^2 + x$$

$$g'(x) = \frac{-1}{4}, f'(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$-f'(4) - g'(4) = -(-1) - \left(\frac{-1}{4}\right) = \frac{5}{4}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + |x| - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x} = -1$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر x از راست به $-\frac{1}{4}$ نزدیک شود، x^2 از چپ به $\frac{1}{4}$ و در نتیجه $\frac{1}{x}$ از راست به ۴

نزدیک می شود. بنابراین $-\frac{2}{x}$ از چپ به -8 و $\frac{3}{x}$ از راست به ۱۲ نزدیک می شود پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x}\right]} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - (-9)}{24x + 12} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x + 9}{12(2x + 1)} = \frac{1}{+} = +\infty$$



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید \sqrt{x} را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$

$x \rightarrow +\infty$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \Rightarrow \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor = 11 \\ \frac{-2}{x^2} > -8 \Rightarrow \left\lfloor \frac{-2}{x^2} \right\rfloor = -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + \left\lfloor \frac{3}{x^2} \right\rfloor}{16x - \left\lfloor \frac{-2}{x^2} \right\rfloor} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{-8} = -\frac{1}{8}$$

$x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن حد در بی‌نهایت و رفع ابهام حد $\frac{\infty}{\infty}$ می‌توان از حد پرتوان استفاده نمود:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $p(x)$ را به صورت روبه‌رو در نظر گرفته و شروع به حل می‌کنیم:

$$p(x) = (2x - 1)Q(x)$$

$$\Rightarrow p\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{16}\right) + a\left(\frac{1}{8}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{a}{8} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{a}{8} = \frac{7}{8} \Rightarrow a = 7$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$



۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2 \Rightarrow n = 3, a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3 - 6}{\frac{3}{2} + 7} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17}$$

$$p(4) = 3$$

$$p(-2) = 1$$

$$\xrightarrow{x=2} p(2^2) + 4p(-2) = p(4) + 4p(-2) = 3 + 4 = 7$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 7\sqrt{x} + 5}{2x - \sqrt{3x+1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} = \frac{2 - \frac{7}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{-6}{\frac{5}{4}} = -1\frac{1}{2}$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n} \times 2 - \frac{2}{2^{2n}}}{2 \times 2^{2n} + 3 \times \frac{2}{2^{2n}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2^{2n})^2 \times 2 - 2}{(2^{2n})^2 \times 2 + 6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(2^{4n})}{2(2^{4n})} = 1$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12} = \frac{1}{6} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{a - \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{\frac{1}{6}}{4} = \frac{1}{24}$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-3 + 3}{0^-} = \frac{\text{صفر مطلق}}{0^-} = 0$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم:

$$P(1) = 0, P(-1) = 0$$

$$\xrightarrow{x=2} q(2) = P(2-1) + P(1-2) = P(1) + P(-1) = 0 + 0 = 0$$

پس:

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sin^2 \pi x}{[x] + \cos(\pi x)} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 - \cos^2(\pi x)}{1 + \cos(\pi x)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(1 - \cos \pi x)(1 + \cos \pi x)}{1 + \cos(\pi x)} \\ &= 1 - \cos \pi = 1 - (-1) = 2 \end{aligned}$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - (-2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3 \end{aligned}$$

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^+} \frac{\sin x}{1 + 2 \cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = -\infty$$



۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 - \sqrt{3x+2}}{5x^2 - 18x + 16} \times \frac{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2}}{4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{-3(x-2)}{(1-3x-2)}}{(x-2)(5x-8)(4 + 2\sqrt{3x+2} + \sqrt[3]{(3x+2)^2})} = \frac{-3}{2(12)} = -\frac{1}{8}$$

روش دوم: در این روش از هوییتال استفاده می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{3}{3\sqrt[3]{(3x+2)^2}}}{10x - 18} = \frac{\frac{-3}{3 \times 4}}{2} = -\frac{1}{8}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x)^2 - 4x^2 - x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \frac{-x}{2x - \sqrt{4x^2}} = \frac{-x}{2x - (-2x)} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم (با هم‌ارزی بی‌نهایت):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2x + \sqrt{4 \left| x + \frac{1}{4} \right|} \right) = 2x - 2x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{2x} & x > 0 \\ \text{تعریف نشده} & x \leq 0 \end{cases}$$

تابع به ازای $x \leq 0$ تعریف نمی‌شود بنابراین گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست می‌باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$



۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 10x + 16}{12 + 6\sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+2)(x+8)}{6(2+\sqrt[3]{x})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+2)((\sqrt[3]{x})^3 + 2^3)}{6(2+\sqrt[3]{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+2)(\cancel{\sqrt[3]{x}+2})(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 4)}{6(\cancel{2+\sqrt[3]{x}})} = \frac{-6(12)}{6} = -12$$

روش دوم: هوییتال

$$\xrightarrow{\text{HOP}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 10}{6\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)} = \frac{-6}{6\left(\frac{1}{12}\right)} = \frac{-6}{\frac{1}{2}} = -12$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3 \in (x+1, 2x-2) \Rightarrow \begin{cases} x+1 < 3 \Rightarrow x < 2 \\ \text{و} \\ 2x-2 > 3 \Rightarrow 2x > 5 \Rightarrow x > 2.5 \end{cases}$$

اشتراک دو بازه تهی است.

۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید $x = 2$ ریشه‌ی مضاعف مخرج باشد پس:

$$x^2 + ax + b = (x-2)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 4x + 4$$

$$\left. \begin{matrix} a = -4 \\ b = 4 \end{matrix} \right\} a+b = 0$$