

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

	۱	۲	۳	۴
۴۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} \xrightarrow{\times 2\sqrt{3}} 3\sin x - \sqrt{3} \cos x = 2$$

از طرفی:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{3} \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{3} \Rightarrow 3\sin x - \sqrt{3} \cos x + m \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{m}{3} = 1 \Rightarrow m = 3$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2}{a} - \frac{b}{1 + \tan^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{2}{a} - b \cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right)$$

برای اینکه تابع بیشترین مقدار ممکن شود باید  $\cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 0$  شود پس:

برای اینکه تابع کمترین مقدار ممکن شود باید  $\cos^2\left(cx - \frac{3\pi}{4}\right) = 1$  شود پس:

از طرفی:

$$T = \frac{\pi}{|c|} = 9\pi \xrightarrow{c > 0} c = \frac{1}{9}$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2}{a} - \frac{b}{2} = \frac{2}{a} - \frac{b}{2} = \frac{2}{a} - \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

$$S = \frac{5 \times 12 \times \sin \alpha}{2} = 15 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.





$$\sin\left(\frac{\pi + 4x}{2}\right) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = \cos 2x$$

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{\pi + 8x}{2}\right) \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) = -\sin 4x$$

$$\Rightarrow \sin 4x = \cos 2x \Rightarrow 2 \sin 2x \cdot \cos 2x = \cos 2x \xrightarrow{\cos 2x \neq 0} \sin 2x = \frac{1}{2}$$

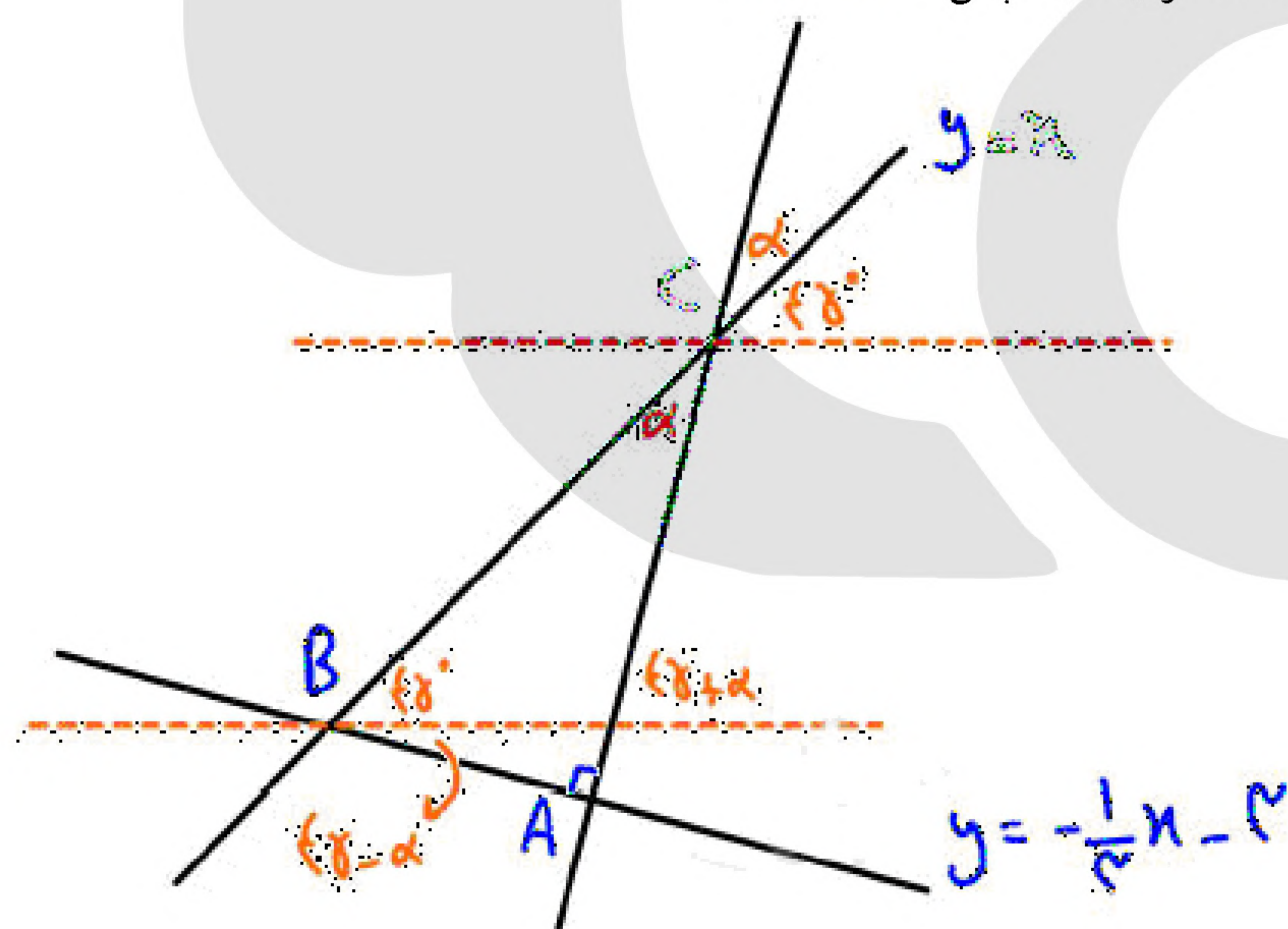
$$\xrightarrow{[0, \pi]} 2x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan 2\alpha = -\sqrt{3}$$

$$\frac{\pi}{b} = \frac{9\pi}{20} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow b = 5$$

$$\begin{cases} a + c = 1 \\ 1 + c = -2 \\ ab = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز روی BC قرار دارد، پس  $\hat{A} = 90^\circ$ .



$$\tan(45 + \alpha) = 3 \Rightarrow \tan(90 + 2\alpha)$$

$$\frac{2 \times 3}{1 - 3^2} = -\frac{3}{4} \Rightarrow -\cot 2\alpha = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cot 2\alpha = \frac{3}{4}$$

$$\hat{B} - \hat{C} = 90 - \alpha - \alpha = 90 - 2\alpha$$

$$\Rightarrow \tan(\hat{B} - \hat{C}) = \cot 2\alpha = \frac{3}{4}$$





۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\cos x}{\sqrt{2}} - \frac{\sin x}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x - \cos x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin x - \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

طرفین تساوی بالا را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow 1 - \sin 2x = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{3}$$

حال در معادله داده شده جای‌گذاری می‌کنیم:

$$m\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) - 3\sqrt{6}\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{6} \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}m = 2\sqrt{6} \Rightarrow m = -6$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2}\sin\left(2cx - \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$f(x) = a + \frac{b}{2}\cos(2cx)$$

$$\left. \begin{aligned} y_{\max} &= a + \frac{|b|}{2} = 3 \\ y_{\min} &= a - \frac{|b|}{2} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1, |b| = 4$$

در  $x = 0$  مینیمم تابع رخ داده است. پس  $b < 0$  و  $b = -4$  است. دوره تناوب هم برابر  $\pi$  است.

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{2|c|} = \pi \Rightarrow |c| = 1$$

پس  $f(x) = 1 - 2\cos 2x$  است. باید معادله  $f(x) = 0$  را حل کنیم:

$$1 - 2\cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \\ 2x = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

اختلاف این جواب‌ها در بازه  $[0, \pi]$  برابر  $\frac{2\pi}{3}$  است.

$$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} 2x = \operatorname{Cotg} x \Rightarrow \operatorname{tg} 2x = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{-\pi \leq x \leq \pi} k = \underbrace{-3, -2, -1, 0, 1, 2}_6$$





۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{\pi}{2}; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c = 1 \\ y_{\min} = -|a| + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{3}{4}; bc = 4 \times \frac{3}{4} \Rightarrow bc = 3$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{-\cos 2\alpha}{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cotg} 2\alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{3}{2}$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sin x \cos x + \frac{1}{2} \sin^2 x = \frac{1}{2} \cos^2 x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} (\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow k = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{معادله ۴ جواب دارد} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + 2x \otimes \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} \sin 2x = \cos 2x &\Rightarrow \tan(2x) = 1 \\ -\pi \leq x \leq \pi &\Rightarrow -2\pi \leq 2x \leq 2\pi \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{تعداد جواب} = 2 \times 2 = 4 \\ \text{دور ۲} \end{array}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$\frac{T}{2} = \frac{13}{8} - \frac{5}{8} \Rightarrow T = 2; T = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow 2 = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \pi$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} y_{\max} = |a| + c' = 0/5 \\ y_{\min} = -|a| + c' = -0/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c' = 0 \\ a = 0/5 \end{cases}; \left(\frac{5}{8}, \frac{1}{2}\right) \in f(x) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{5\pi}{8} - c\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5\pi}{8} - c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{8}$$

$$\frac{ab}{c} = \frac{0/5 \times \pi}{\frac{\pi}{8}} \Rightarrow \frac{ab}{c} = 4$$





۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x} \Rightarrow \cos^2 x = (1 + \sin x)^2 \Rightarrow (1 - \sin^2 x) = (1 + \sin x)^2$$

$$\Rightarrow (1 - \sin x)(1 + \sin x) = (1 + \sin x)(1 + \sin x) \Rightarrow 1 - \sin x = 1 + \sin x \Rightarrow 2 \sin x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \text{اختلاف} = \pi - 0 = \pi$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{8} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \Rightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{24} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_1 = -\frac{\pi}{24} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{7\pi}{24} \xrightarrow{x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} x_2 = \frac{7\pi}{24} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{6\pi}{24} = \frac{\pi}{4}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای رسم نمودار داده شده، نمودار  $y = \cos x$  را  $\frac{\pi}{3}$  واحد به راست می‌بریم، سپس طول

نقاط را بر  $c$  تقسیم می‌کنیم، عرض نقاط را در  $b$  ضرب و با  $a$  جمع می‌کنیم.  
با توجه به نمودار  $b$  و  $c$  هر دو مثبت هستند و داریم:

$$(0, 0) \in \text{نمودار} \Rightarrow a + b \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 2a + b = 0 \quad (1)$$

$$y_{\max} = a + |b| \xrightarrow{b > 0} a + b = 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a = -1, b = 2$$

دوره تناوب هم برابر  $2\pi = \frac{4\pi}{3} - \left(-\frac{2\pi}{3}\right)$  است.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{c} = 2\pi \Rightarrow c = 1 \Rightarrow b(c - a) = 2 \times 2 = 4$$





۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}_{\alpha} \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)}_{\beta} = 1$$

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1 \Rightarrow \cos^2\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \pm 1 \Rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$x - \frac{\pi}{3} = k\pi \Rightarrow \left. \begin{matrix} x = k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 0 \leq x \leq 2\pi \end{matrix} \right\} x = \frac{\pi}{3}, x = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{این معادله در این فاصله ۲ جواب دارد.}$$

$$\left. \begin{matrix} |a| + c = 2/5 \\ -|a| + c = -1/5 \end{matrix} \right\} c = 1, |a| = 1/5 \quad (a < 0 \text{ پس } a = -1/5)$$

$$ac = -1/5$$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (نمودار در صفر می‌نیمد پس  $a < 0$ )

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin x + \cos x = \frac{6\sqrt{5}}{10} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1 + \sin 2x = 1/8 \Rightarrow \sin 2x = -7/8$$

$$\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} \Rightarrow \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{-7}{8} \Rightarrow 8 \tan x = -7 + 7 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 7 \tan^2 x - 8 \tan x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 7 \\ \tan x = 1/7 \end{cases}$$

فقط  $\frac{1}{7}$  در گزینه‌ها موجود است.

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}; k \in \mathbb{Z}$$

جواب‌های بازه  $[0, 2\pi]$  عبارت‌اند از  $\frac{\pi}{4}$  و  $\frac{5\pi}{4}$  که مجموع آن‌ها برابر  $\frac{3\pi}{2}$  است.





۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + b = 3 \\ \min = -|a| + b = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2, |a| = 5$$

اما تابع در  $x = 0$  ماکزیمم دارد، پس  $a > 0$  است.

$$\Rightarrow f(x) = 5 \cos x - 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5 \cos \frac{\pi}{3} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \Rightarrow 1 - \sin x = 4 + 4 \sin x \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{5} \xrightarrow{\text{ربع سوم}} \cos x = -\frac{4}{5}$$

$$\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = -3$$

$$\pi < x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} < \frac{x}{2} < \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} < -1$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$8 \cos x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow 8 \cos x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 8 \cos^3 x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} \\ \text{یا} \\ x = 2\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$c = \frac{\max + \min}{2} = \frac{5 + 1}{2} = 3$$

$$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} - x < \frac{\pi}{2}$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

پس کمان موردنظر در ربع اول است در این بازه تانژانت مثبت است.

$$\frac{1 - m}{2 + m} > 0 \Rightarrow -2 < m < 1$$

پس:





۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{T}{4} = \frac{5}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \xrightarrow{b > 0} b = \pi$$

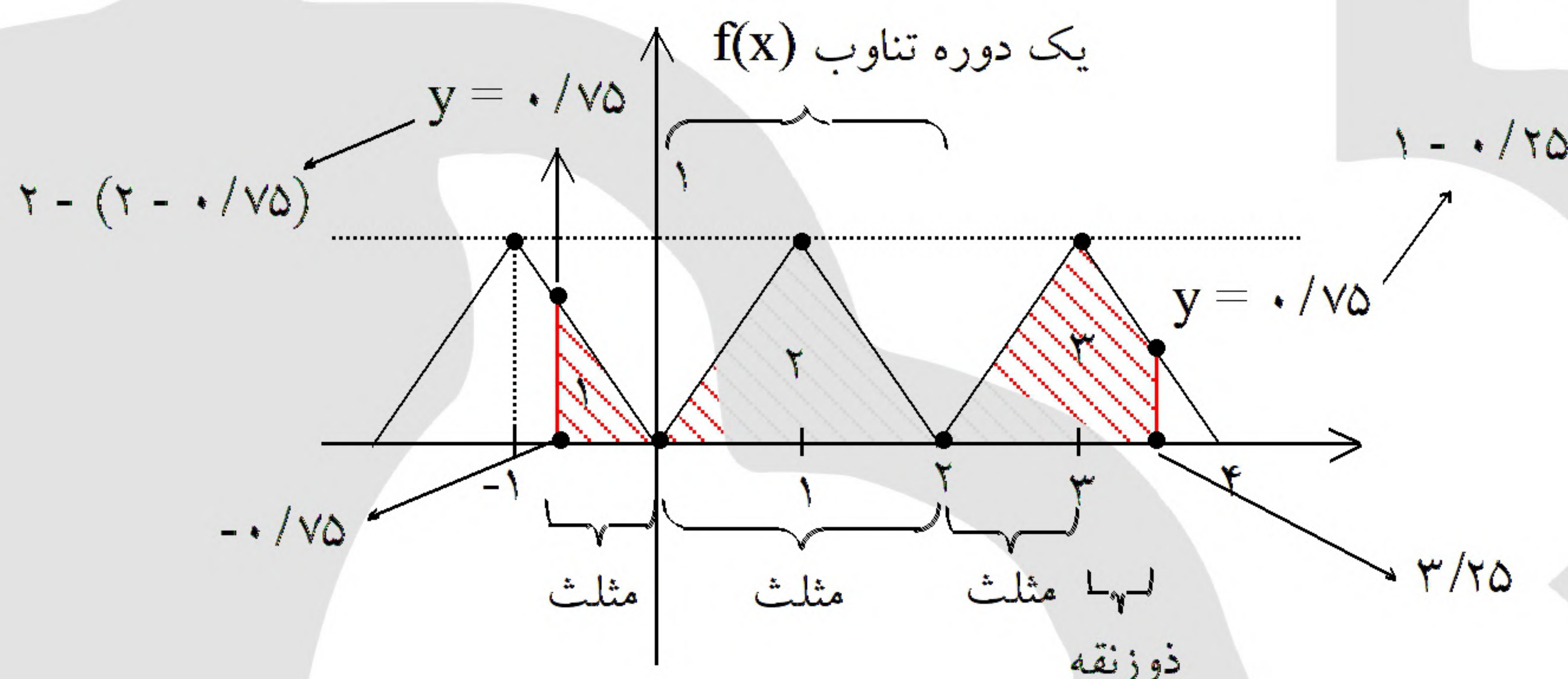
$$\max = \frac{1}{4} \Rightarrow |a| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{5}{4}, 0\right) \Rightarrow \frac{1}{4} \cos\left(\frac{5\pi}{4} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{5\pi}{4} + c = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{ac}{b} = \frac{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}}{\pi} = \frac{1}{16}$$

پس:

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$S = \underbrace{\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right)}_{S_1} \times \frac{1}{2} + \underbrace{\frac{1 \times 2}{2}}_{S_2} + \underbrace{\frac{1 \times 1}{2}}_{S_3} + \underbrace{\left(1 + \frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{4}}_{S_4} = \frac{9}{32} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{32} = 2$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$5\sin^2 x + 2\cos^3 x = -2 \Rightarrow 5\sin^2 x + 2\cos^3 x + 2 = 0$$

$5\sin^2 x$  و  $2\cos^3 x + 2$  توابعی نامنفی‌اند پس باید هم زمان صفر باشند تا مجموع صفر گردد لذا

$$5\sin^2 x = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow x = -\pi, 0, \pi$$

از این سه مقدار فقط دو مقدار  $-\pi, \pi$  عبارت  $2\cos^3 x + 2$  را صفر می‌کند پس معادله ۲ جواب دارد





۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - (-\sin(\pi - \alpha))}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\cos \alpha + \sin(\pi - \alpha)}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|} = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{|\operatorname{tg}^2 \alpha - 1|}$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{9}\right) \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \quad (\text{ربع ۴م})$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{-\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{-\sqrt{5}}{2} = \frac{\frac{-\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{3}}{\left|+\frac{5}{4} - 1\right|} = \frac{\frac{2-\sqrt{5}}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{4(2-\sqrt{5})}{3}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = f(15^\circ) = 32 \times \cos^2(15^\circ) \cos^2(30^\circ) \cos^2(60^\circ) \cos^2(120^\circ) \cos^2(240^\circ)$$

$$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ$$

$$= 32 \times \cos^2(15^\circ) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} \cos^2(15^\circ)$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos 30^\circ = 2\cos^2 15^\circ - 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\cos^2 15^\circ - 1$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}+2}{4} \Rightarrow \frac{3}{8} \times \frac{\sqrt{3}+2}{4} = \frac{6+3\sqrt{3}}{32} = \frac{6+\sqrt{27}}{32}$$





۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

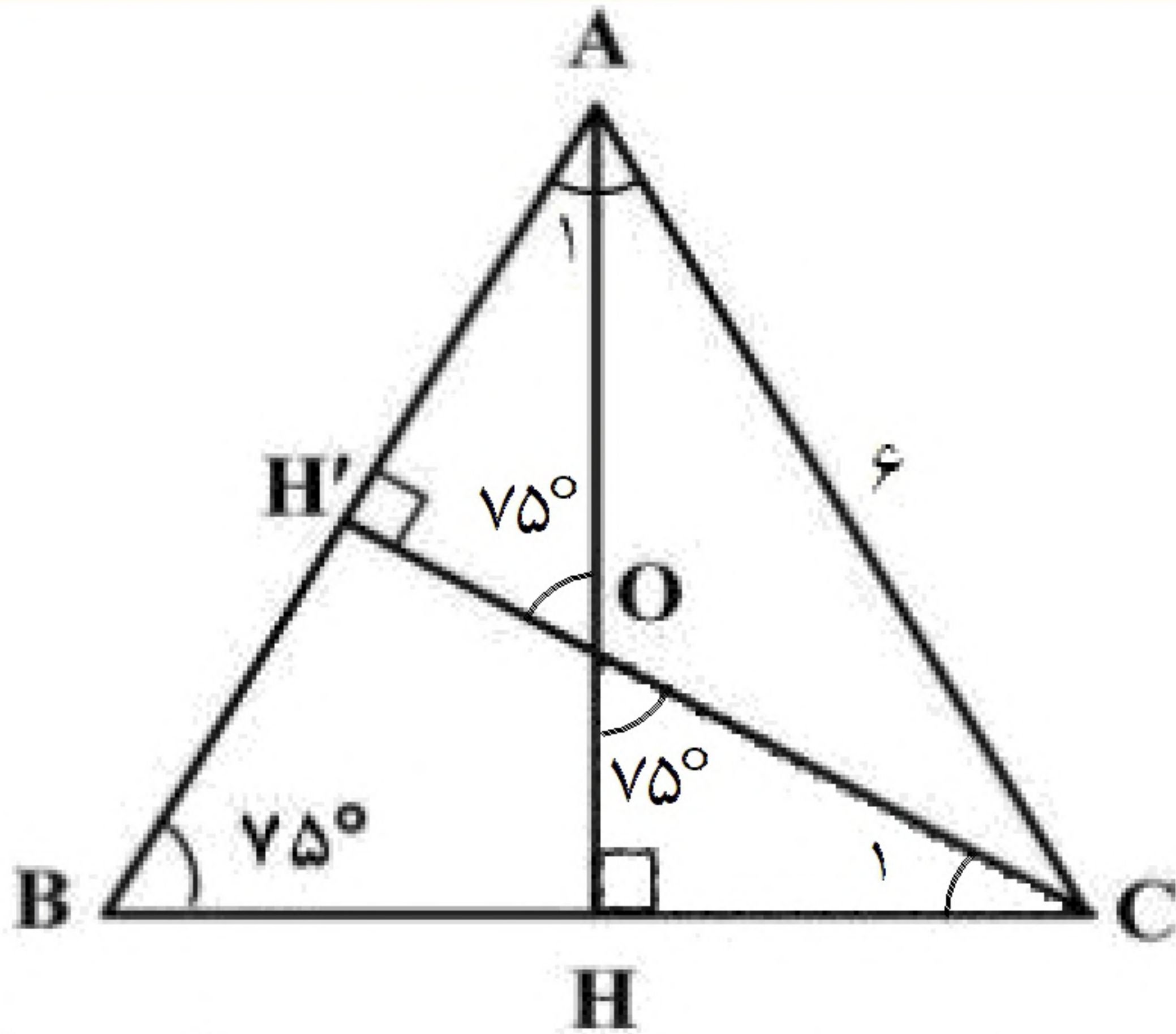
$$\begin{aligned}\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} &= \frac{\sin^2 \theta + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} = \frac{2 \sin^2 \theta}{\sin \theta (1 - \cos \theta)} \\ &= \frac{2 \sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)} = 2 \cot \frac{\theta}{2}\end{aligned}$$

راه حل دوم:

$$\frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)} + \frac{2 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right)}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}} = \cot \frac{\theta}{2} + \cot \frac{\theta}{2} = 2 \cot \frac{\theta}{2}$$



۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



در صورت سؤال مطرح شده رأس مثلث متساوی الساقین کدام است.

فرض کنیم در این جا  $AB = AC = ۶$  باشد. در این صورت ارتفاع  $AH$  میانه هم هست پس  $BH = CH$ .

در مثلث‌های قائم‌الزاویه  $ABH$  و  $BCH'$  چون  $\hat{B} = 75^\circ$  پس  
 $\hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ$  بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 15^\circ \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{(jj)} A\overset{\Delta}{B}H \sim O\overset{\Delta}{C}H \Rightarrow \frac{OH}{BH} = \frac{OC}{AB} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha &= \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2} \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}\end{aligned}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\text{OHC} : \text{tg} \hat{C}_1 = \frac{\text{OH}}{\text{CH}} \xrightarrow{\hat{C}_1 = 15^\circ} \text{tg } 15^\circ = \frac{\text{OH}}{\text{CH}} \xrightarrow{\text{CH} = \text{BH}} \text{tg } 15^\circ = \frac{\text{OH}}{\text{BH}} \quad (2)$$

$$۱, ۲ \text{ از } \Rightarrow \frac{OC}{AB} = \operatorname{tg} ۱۵ \xrightarrow{AB = \epsilon} OC = \epsilon \operatorname{tg} ۱۵ \Rightarrow OC = \epsilon (۲ - \sqrt{۳})$$

در مثلث قائم الزاویه OHC چون یک زاویه ی حاده  $15^\circ$  است پس ارتفاع وارد بر OC مساوی  $\frac{1}{4}$  آن است.

$$S_{\text{OHC}} = \frac{1}{r} \left( \frac{1}{r} \text{OC} \right) (\text{OC}) = \frac{1}{\lambda} \text{OC}^2 = \frac{1}{\lambda} \left( r^2 (v - \sqrt{r})^2 \right) = \frac{q}{r} (v - r\sqrt{r})$$

$$= \frac{q(v - r\sqrt{r})(v + r\sqrt{r})}{r(v + r\sqrt{r})} = \frac{q}{r(v + r\sqrt{r})}$$





۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x + \sin^2 x = -\sin^2 x \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\Rightarrow -\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Rightarrow -\sin^2 x (\cos^2 x + 1) = 0$$

$$\sin^2 x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	۰	$\pi$	$2\pi$

$$\cos^2 x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

k	۰	۱	۲
x	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{5\pi}{2}$

در مجموع ۵ ریشه در بازه  $[0, 2\pi]$  وجود دارد.

$$\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(\alpha + \pi)}{\cotg(2\alpha)} = \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{25}{16}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{1}{\cotg 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{3}{2}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = \frac{24}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{-1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{\cotg 2\alpha} = \frac{\frac{24}{25} - \left(-\frac{4}{5}\right)}{\frac{7}{24}} = \frac{\frac{24 + 20}{25}}{\frac{7}{24}} = \frac{1056}{175}$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.





۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \Rightarrow \sin^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2 48x}{\frac{1}{16} \sin^2 24x} = \frac{\frac{1}{8} \sin^2 24x}{\frac{1}{4} \sin^2 12x} = \frac{\frac{1}{2} \sin^2 6x}{\sin^2 3x} = \frac{16 (\sin^2 3x \cos^2 3x \cos^2 6x \cos^2 12x \cos^2 24x)}{\sin^2 3x}$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{16} \sin^2 (48x)}{\sin^2 (3x)} = \frac{1}{16} \frac{\sin^2 \left( \frac{4\pi}{3} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{12} \right)} = \frac{1}{16} \frac{\left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2}{\frac{2 - \sqrt{3}}{4}} = \frac{3}{16} (2 + \sqrt{3}) = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{16}$$

$$4 \sin(3x) \cos(3x) = 1$$

$$2 \sin(6x) = 1 \Rightarrow \sin(6x) = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 6x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\div 6} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{13\pi}{36} \end{cases} \\ 6x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \xrightarrow{\div 6} x = \frac{k\pi}{3} + \frac{5\pi}{36} \Rightarrow \begin{cases} k=0 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{36} \\ k=1 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{36} \end{cases} \end{array} \right.$$

این معادله در بازه  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  دارای ۴ جواب است.





۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 3 \Rightarrow b = \pm 3 \Rightarrow \text{گزینه ۳ و ۴ غلط}$$

$$\begin{cases} \max : |a| + c = 1 \\ \min : -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \quad \text{گزینه ۲ غلط}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow (1) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \quad 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} + x$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \pi = (2k+1)\pi$$

$$(1) \cup (2) = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{9\pi}{2} - \left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 6\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} \min = -3 &\Rightarrow -|a| + c = -3 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 2 \\ \max = 1 &\Rightarrow |a| + c = 1 \end{aligned}$$

چون نمودار تابع سینوس باضرب منفی است. (نمودار رو به پایین است). بنابراین  $a = -2$  و  $b = \frac{1}{3}$  می‌باشد.

$$b = \frac{1}{3}, a = -2 \Rightarrow \frac{a}{b} = -6$$

البته می‌توان  $a = 2$ ,  $b = -\frac{1}{3}$  در نظر گرفت که جواب نهایی باز هم -۶ می‌شود.





۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2\left(\frac{1}{2}\sin^2 x\right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}\sin^2 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 2x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \text{یا} \\ \sin 2x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ \text{یا} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_2 = k\pi - \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
$x_1$	$\frac{\pi}{4}$	$\pi + \frac{\pi}{4}$	×
$x_2$	×	$\pi - \frac{\pi}{4}$	$2\pi - \frac{\pi}{4}$

جواب‌های بین  $[0, 2\pi]$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} + \pi - \frac{\pi}{4} + 2\pi - \frac{\pi}{4} = 4\pi$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \operatorname{tg}(\pi x) - \operatorname{Cotg}(\pi x) = \frac{\sin(\pi x)}{\cos(\pi x)} - \frac{\cos(\pi x)}{\sin(\pi x)} = \frac{\sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x)}{\sin(\pi x)\cos(\pi x)}$$

$$= \frac{-\cos(2\pi x)}{\frac{1}{2}\sin(2\pi x)} = -2\operatorname{Cotg}(2\pi x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$$

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos 3x + \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = -\cos x \Rightarrow \cos(3x) = \cos(\pi - x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \pi - x \Rightarrow 4x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad \checkmark \\ \text{یا} \\ 3x = 2k\pi - \pi + x \Rightarrow 2x = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\cos\left(k\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad \text{چون}$$





۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{8\pi + \pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos\alpha$$

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{6\pi - \pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(3\pi - \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin\alpha$$

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\operatorname{Cotg}\alpha$$

$$\cos\alpha(-\sin\alpha) + \operatorname{Cotg}\alpha = -\frac{1}{2}\sin 2\alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha} = -\frac{1}{2} \times \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}^2\alpha} + \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{2 \times \frac{4}{3}}{1 + \frac{16}{9}} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2\sin x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 1 \Rightarrow 2\sin x(-\cos x) = 1 \Rightarrow -2(2\sin x \cos x) = 1$$

$$\Rightarrow -2\sin 2x = 1 \Rightarrow \sin 2x = \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = k\pi - \frac{\pi}{12} \\ x_2 = k\pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

k	۰	۱	۲
$x_1$	$\times$	$\pi - \frac{\pi}{12}$	$2\pi - \frac{\pi}{12}$
$x_2$	$\frac{5\pi}{12}$	$\pi + \frac{5\pi}{12}$	$\times$

$$\text{مجموع} = \pi - \frac{\pi}{12} + 2\pi - \frac{\pi}{12} + \frac{5\pi}{12} + \pi + \frac{5\pi}{12} = 4\pi + \pi = 5\pi$$





۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شروع صعودی به ازای  $x > 0$  پس  $b > 0$  بنابراین برای آنکه تابع ماکزیمم شود باید  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  باشد، در نتیجه  $x = \frac{\pi}{6}$  است یعنی تابع از نقطه  $\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right)$  می‌گذرد.

$$\left(\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}\right) \Rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} \Rightarrow a + b = \sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{3} - b$$

$$f(\pi) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a + b \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2} \Rightarrow a - \frac{\sqrt{3}}{2}b = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow b + \frac{\sqrt{3}}{2}b = \sqrt{3} + \frac{3}{2} \Rightarrow b \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow b = \sqrt{3}$$

۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sin^3 x + \cos^3 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 x \Rightarrow (\sin x + \cos x)(\sin^2 x + \cos^2 x - \sin x \cos x)$$

$$= 1 - \frac{1}{2}(\sin x \cos x) \Rightarrow (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) = (1 - \sin x \cos x)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x \cos x = 1 \Rightarrow 2 \sin x \cos x = 2 \Rightarrow \sin^2 x = 1 \\ \text{یا} \\ \sin x + \cos x = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \text{یا} \\ \cos x = 1 \Rightarrow x = 0, x = 2\pi \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{مجموع} = \frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5\pi}{2}$$

۴۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = 1 + a \left(\frac{1}{2} \sin(2bx)\right) \Rightarrow y = 1 + \frac{a}{2} \sin(2bx) \Rightarrow 1 + \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{3}{2} \Rightarrow \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow |a| = 1$$

$$T = \frac{3\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{2\pi}{|2b|} = \pi \Rightarrow |b| = 1 \xrightarrow{a \cdot b > 0} \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = 2$$

تذکر: توجه داشته باشید تابع سینوس برای  $x > 0$  صعودی شروع می‌شود پس  $a$  و  $b$  هم‌علامتند که حالت  $a = -1$  و  $b = -1$  یعنی  $a + b = -2$  در گزینه‌ها نیست.