

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
زاویه  $2\alpha$  تقریباً برابر  $36^\circ$  است پس در ناحیه اول است:

$$\sin 2\alpha = \sqrt{1 - \cos^2 2\alpha} = \sqrt{1 - 0.64} = 0.6$$

$$\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = 2 \times 0.6 \times 0.8 = 0.96$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos \frac{7\pi}{12} = \cos \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{12} \right) = -\sin \frac{\pi}{12}$$

$$\cos \frac{11\pi}{12} = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{12} \right) = -\cos \frac{\pi}{12}$$

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin \left( \pi + \frac{\pi}{6} \right) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$P = \left( -\sin \frac{\pi}{12} \right) \left( -\cos \frac{\pi}{12} \right) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin 2ax$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{|2a|} = \frac{\pi}{|a|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow |a| = 3$$

$$y = \operatorname{tg} \frac{\pi}{a} x \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{\left| \frac{\pi}{a} \right|} = |a| = 3$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
با توجه به اتحاد  $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  داریم:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 8 \sin^2 x \Rightarrow 8 \sin^2 x \cos^2 x = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{8} \Rightarrow 2x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

نکته:  $\sin^2 \alpha = \sin^2 \beta \Rightarrow \alpha = k\pi \pm \beta$





۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
ابتدا معادله را حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \cos 2x &= 2\cos^2 x - 1 \\ \Rightarrow 2 + 2\cos^2 x - 3\cos x - 1 &= 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases} \\ \cos \alpha &= \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} T = 2a &= \frac{\pi}{|b|} \xrightarrow{b > 0} ab = \frac{\pi}{2} \\ f\left(\frac{a}{2}\right) &= a \Rightarrow a = \operatorname{tg} \frac{ab}{2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} = 1 \\ \Rightarrow a = 1 &\Rightarrow b = \frac{\pi}{2} \\ f(x) &= \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} x \Rightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} \end{aligned}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} T &= \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2 \\ f_{\max} &= 2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow |ab| = 4 \end{aligned}$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

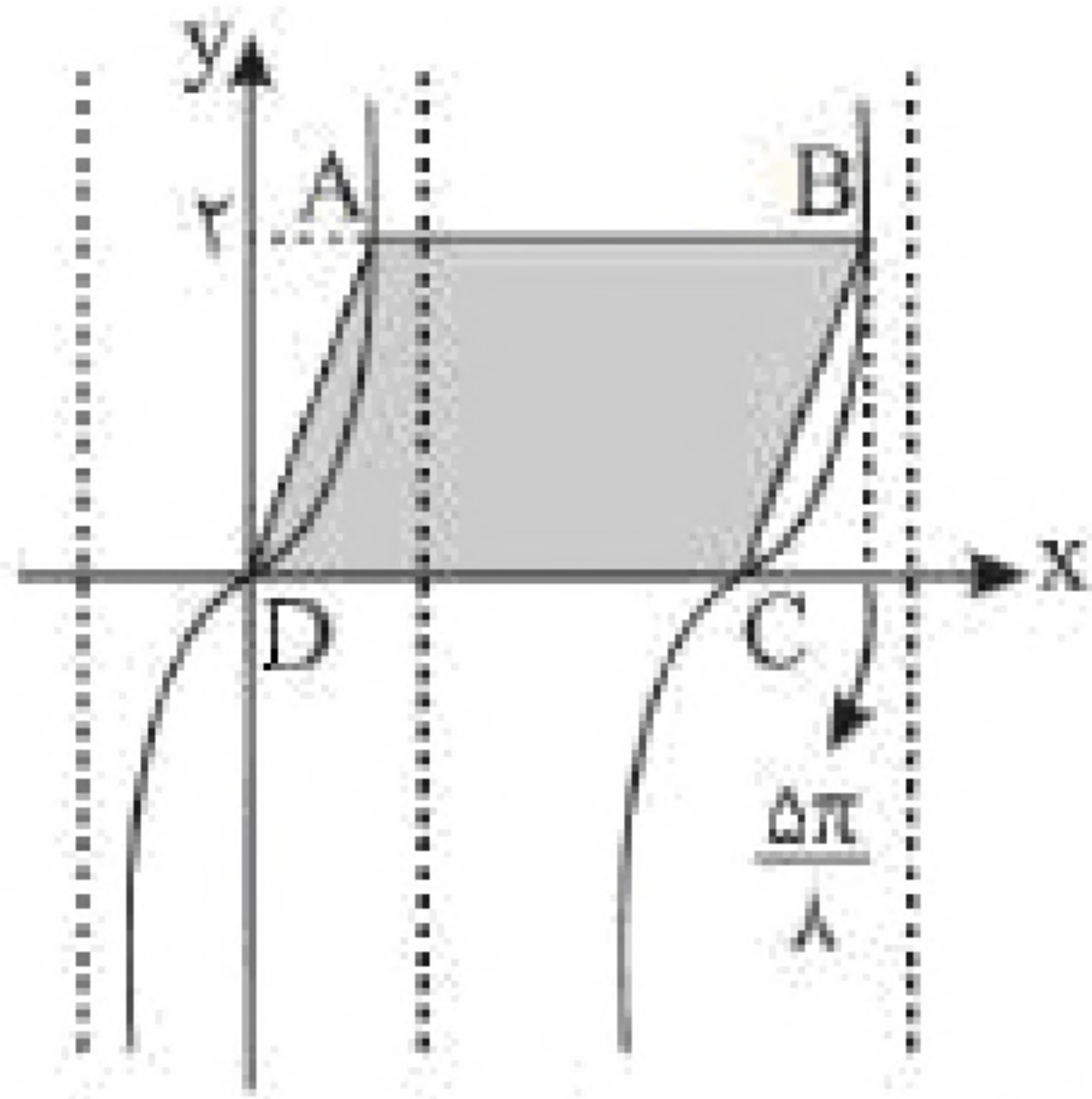
طرفین فرض را بر  $\cos^2 \alpha \neq 0$  تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}^2 \alpha + 6 &= \frac{2}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 6 = 2(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = 4 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \pm 2 \\ \operatorname{tg} 2\alpha &= \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\pm 4}{1 - 4} = \pm \frac{4}{3} \end{aligned}$$





۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = 2 \operatorname{tg} 2x \xrightarrow{x = \frac{5\pi}{4}} 2 \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2}\right) = 2 \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$$

دوره تناوب تابع  $y = \operatorname{tg} 2x$  برابر  $\frac{\pi}{2}$  است.

$$\begin{cases} CD = T = \frac{\pi}{2} \\ \text{ارتفاع} = 2 \end{cases} \Rightarrow S = \frac{\pi}{2} \times 2 = \pi$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} f_{\max} = b + |a| = 9 \\ f_{\min} = b - |a| = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ |a| = 6 \end{cases} \Rightarrow |ab| = 18$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{ba}\right|} = 2|ab| = 36$$

نکته:

$$y = a + b \operatorname{Cos} kx \Rightarrow \begin{cases} y_{\max} = a + |b| \\ y_{\min} = a - |b| \\ T = \frac{2\pi}{|k|} \end{cases}$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (\sin x + \cos x)^2 &= 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x \\ \Rightarrow \sin 2x &= (\sin x + \cos x)^2 - 1 \end{aligned}$$

پس با فرض  $\sin x + \cos x = t$  داریم:

$$f(t) = t^2 - 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - 1$$

اگر  $f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = s$  بنامیم:

$$f^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = s \Rightarrow f(s) = \frac{1}{3} \Rightarrow s^2 - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow s^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow s = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$$





۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

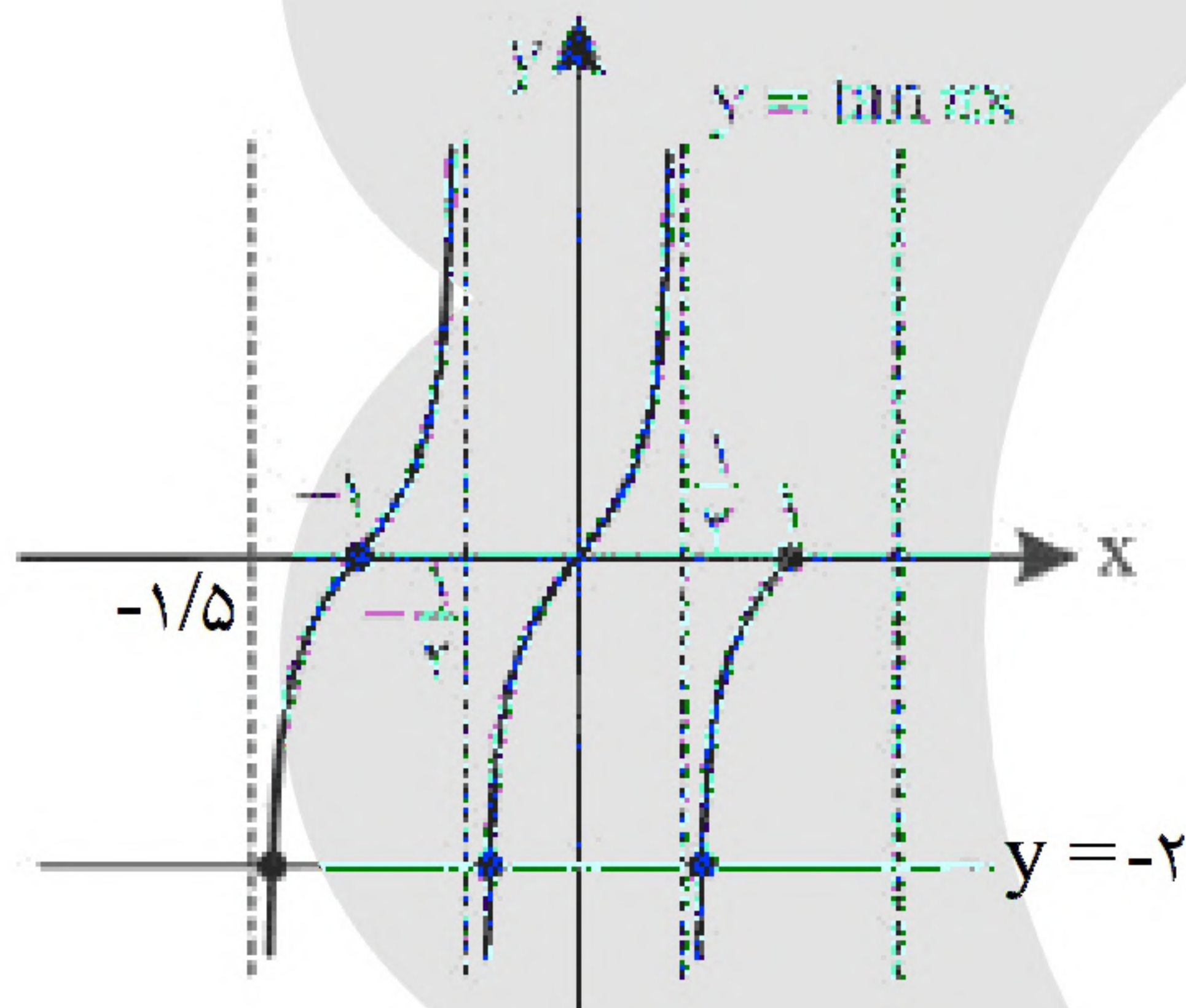
$$\begin{aligned} 2\sin^3 x + \sin^2 x - 2\sin x - 1 &= 0 \\ \Rightarrow (2\sin^3 x - 2\sin x) + (\sin^2 x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow 2\sin x(\sin^2 x - 1) + (\sin^2 x - 1) &= 0 \\ \Rightarrow (\sin^2 x - 1)(2\sin x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x_3 = -\frac{\pi}{6}, x_4 = -\frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

مجموع جواب :  $\frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = -\pi$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل در فاصله‌ی داده شده تابع ۳ بار خط  $y = -2$  را قطع می‌کند.



۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(0) = -2 \Rightarrow a - \tan \frac{\pi}{4} = -2 \Rightarrow a = -1$$

از طرفی  $x = \frac{\pi}{6}$  اولین مجانب قائم تابع با طول مثبت است. از آنجایی که تابع صعودی اکید است پس  $b < 0$

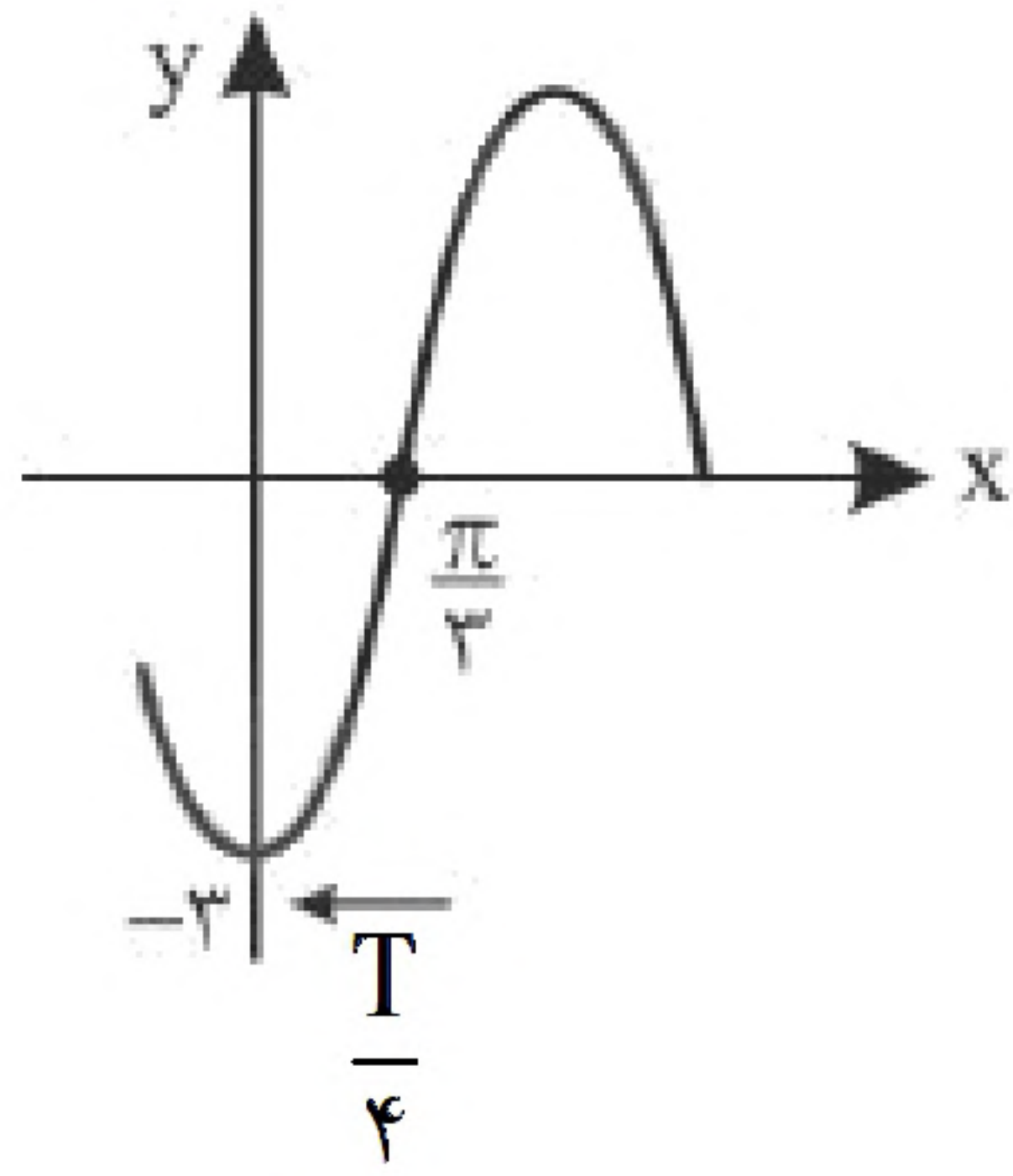
$$\Rightarrow b\left(\frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{b}{6} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b}{6} = -\frac{3}{4} \Rightarrow b = -\frac{9}{2}$$

$$b - a = -\frac{9}{2} + 1 = -\frac{7}{2}$$





۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$y = a \cos bx \Rightarrow a = -3$$

$$\frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow T = \frac{4\pi}{3}$$

$$T = \frac{4\pi}{3} = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2}$$

$$a + b = -3 \pm \frac{3}{2} = \begin{cases} -4/5 \\ -1/5 \end{cases}$$

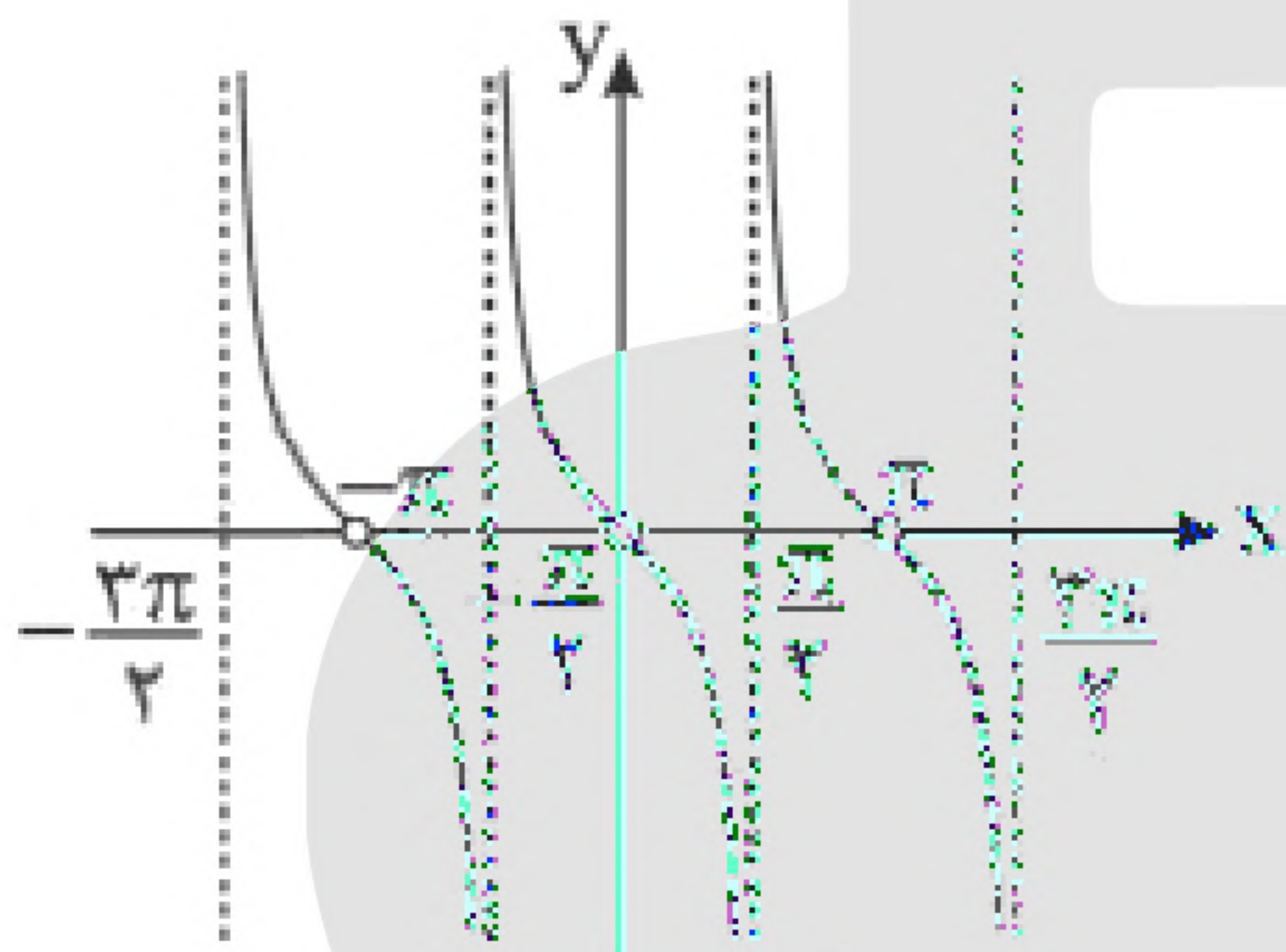
۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می دانیم  $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$  است.

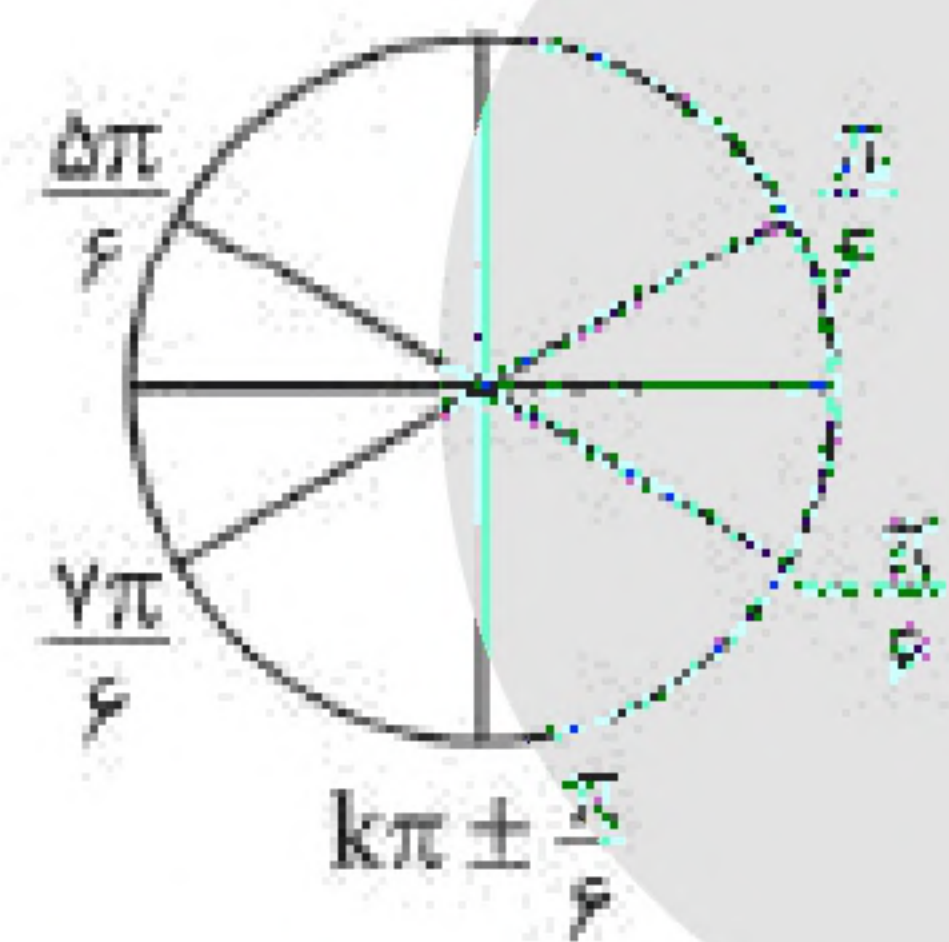
$$y = 2 \cot 2x - \cot x = \cot x - \tan x - \cot x = -\tan x$$

باید نمودار  $-\tan x$  را رسم کنیم فقط دقت کنید نقاطی به طول  $x = \frac{k\pi}{2}$

که  $k \in \mathbb{Z}$  در دامنه نیستند.



۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$$

$$\underbrace{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}_{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \left(x - \frac{\pi}{3}\right)\right)}$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases}$$





۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$4 + 4 \cos \pi x = 2 \Rightarrow 4 \cos \pi x = -2$$

$$\Rightarrow \cos \pi x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \pi x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

$\beta$  دومین ریشه‌ای است که تابع  $y$  خط  $y = 2$  را قطع می‌کند:

$$\pi \beta = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \beta = \frac{4}{3}$$

$$4 + 4 \cos \pi x = 6 \Rightarrow \cos \pi x = \frac{1}{2} \Rightarrow \pi x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$$

$\alpha$  سومین ریشه‌ای است که نمودار تابع، خط  $y = 6$  را قطع کرده است:

$$\alpha = \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} = 1$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

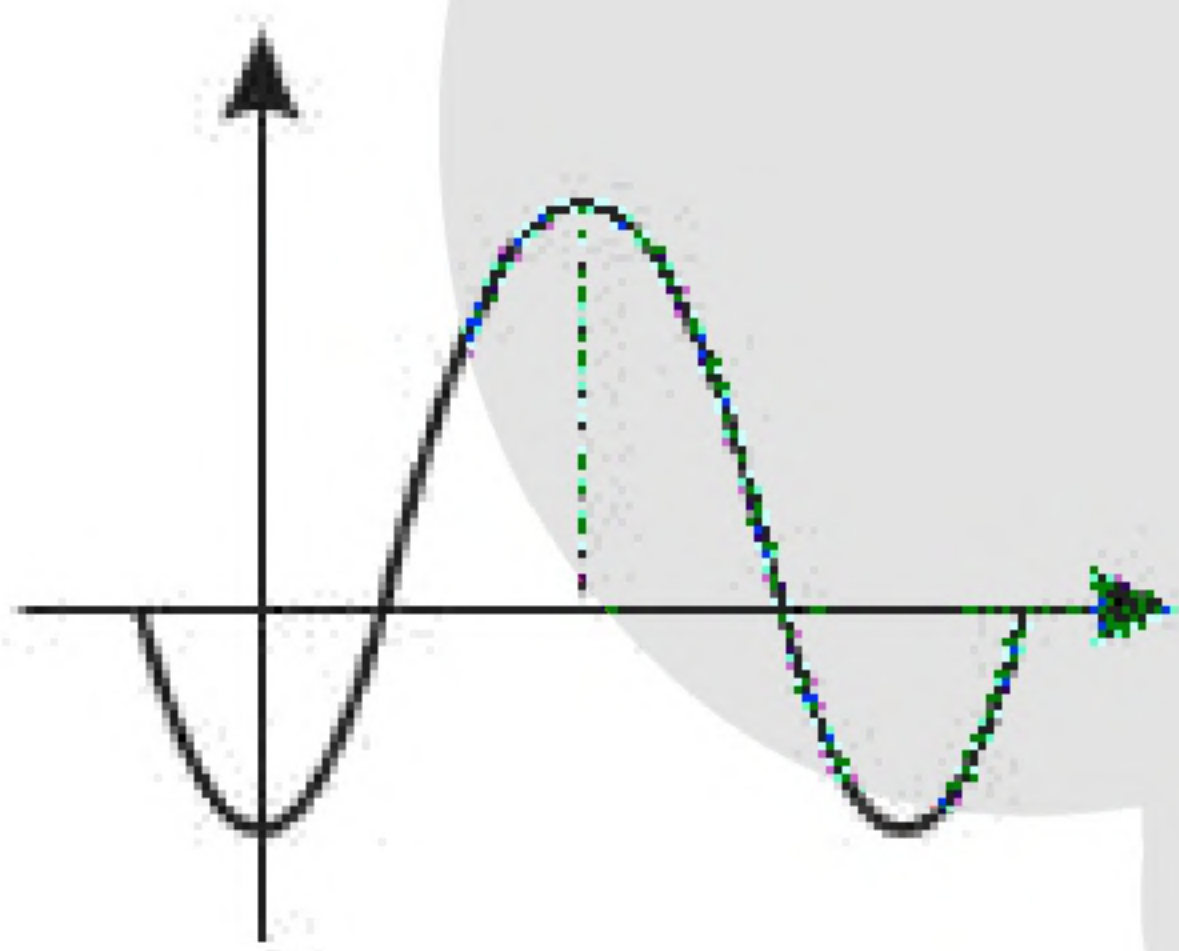
$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 4/5 \\ \min &= -|a| + c = 1/5 \\ |a| &= 1/5 \end{aligned} \xrightarrow{\text{جمع}} 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

با توجه به نمودار حتماً  $a < 0$  است، پس  $a = -1/5$  است.

$$a - 2c = -1/5 - 6 = -7/5$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار تابع، حداکثر مقدار  $\alpha$  برابر طول اولین نقطه  $\max$  است.



زمانی تابع برابر  $\max$  است که  $\cos \frac{\pi}{3} x = -1$  باشد پس  $\frac{\pi}{3} \alpha = \pi$  و در نتیجه  $\alpha = 3$  است.

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 3x = -\sin x \Rightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$\begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{4}$  اولین ریشه در آن بازه و  $x = 2\pi - \frac{\pi}{8}$  آخرین ریشه در آن بازه است، پس اختلاف آن‌ها  $\frac{13\pi}{8}$  است.



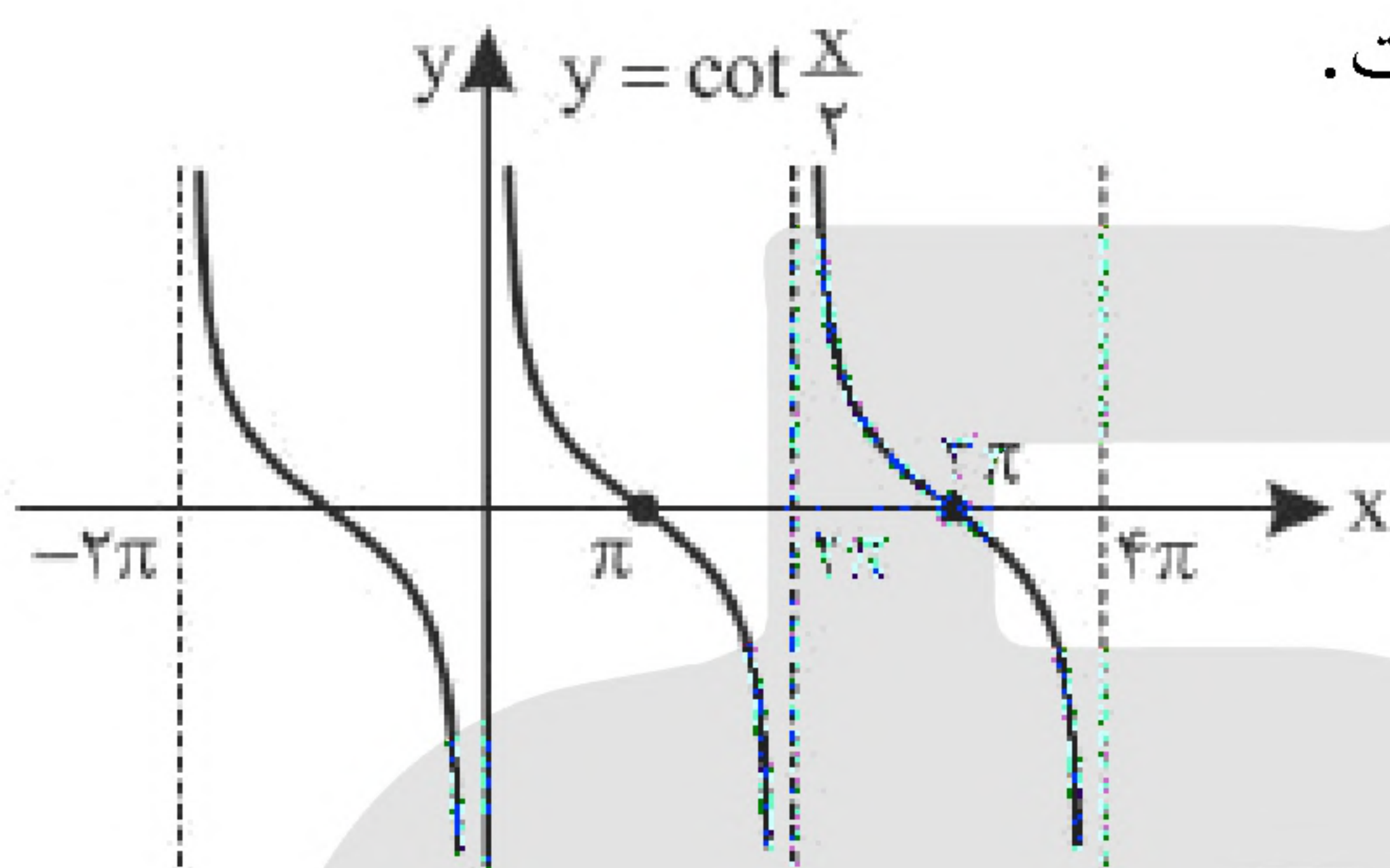


۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1 + \cos x}{\sin x} = \frac{1 + 2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{2 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right)}{2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}$$

$$= \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} = \cot \frac{x}{2}$$

مطابق شکل این تابع در فاصله‌ی  $(0, 2\pi)$  یک به یک و وارون‌پذیر است.



۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin x \cdot \cos x = 1 \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم:  $\sin(13^\circ + 90^\circ) = \cos 13^\circ$ ، پس:

$$2 \sin 13^\circ \cos 13^\circ = \sin 26^\circ$$

می‌دانیم:  $\sin \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ ، پس:

$$\sin 26^\circ = \cos 64^\circ$$

می‌دانیم:  $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ ، پس:

$$\cos 64^\circ = 2 \cos^2 32^\circ - 1$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} DE = AE \times \sin \frac{\pi}{12} = 8 \times \cos \frac{\pi}{8} \times \sin \frac{\pi}{12} \\ CE = BE \times \cos \frac{\pi}{12} = 8 \times \sin \frac{\pi}{8} \times \cos \frac{\pi}{12} \end{cases}$$

$$DE \times CE = 64 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$$

$$= 16 \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{6} = 4\sqrt{2}$$





۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$x = \frac{\sqrt{\pi}}{12} \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2 \left( \frac{\sqrt{\pi}}{12} \right) = \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{4} \Rightarrow \left( \frac{\sqrt{\pi}}{12}, -\frac{1}{4} \right) \in f$$

$$\Rightarrow \left( -\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{\pi}}{12} \right) \in f^{-1}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A \left( \frac{3}{2}, 1 \right) \Rightarrow \begin{cases} f \left( \frac{3}{2} \right) = 1 \\ \frac{3T}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow T = 1 \Rightarrow \frac{\pi}{\left| \frac{a\pi}{3} \right|} = 1 \Rightarrow |a| = 3 \end{cases}$$

دقت کنید  $f(0) = a$  پس  $a > 0$  یعنی  $a = 3$  آنگاه  $f(x) = 3 - b \sin^2 \pi x$

$$f \left( \frac{3}{2} \right) = 1 \Rightarrow 3 - b \times 1 = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow f(x) = 3 - 2 \sin^2 \pi x$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} x - 2 \operatorname{Cot} x = 1 \Rightarrow \operatorname{tg} x - \frac{2}{\operatorname{tg} x} = 1$$

$$\xrightarrow{\times \operatorname{tg} x} \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{tg} x = -1 \times \\ \operatorname{tg} x = 2 \checkmark \end{cases}$$

$$\operatorname{Cos} 2x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1 - 4}{1 + 4} = -\frac{3}{5}$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون  $\max$  روی محور  $y$  ها است پس  $a > 0$  است:

$$y_{\min} = 2 - |a| = 2 - a = -2 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 + 4 \operatorname{Cos} bx$$

$$f \left( \frac{\lambda\pi}{3} \right) = 0 \Rightarrow 2 + 4 \operatorname{Cos} \frac{\lambda\pi b}{3} = 0 \Rightarrow \operatorname{Cos} \frac{\lambda\pi b}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda\pi b}{3} = \pm \frac{4\pi}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2 + 4 \operatorname{Cos} \frac{x}{2}$$

$$f \left( \frac{2\pi}{3} \right) = 2 + 4 \operatorname{Cos} \frac{\pi}{3} = 4$$





۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون تابع دارای Max روی محور عرضها است پس  $b > 0$  یعنی  $-b < 0$

$$\text{Max} = 6 \Rightarrow a + |b| = 6$$

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\left|\frac{a}{b}\right|} = \pi \Rightarrow \left|\frac{a}{b}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow 2|a| = |b|$$

از طرفی:

$$a + |b| = 6 \Rightarrow a + 2|a| = 6$$

$$\text{حالت ۱: } a > 0 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$\text{حالت ۲: } a < 0 \Rightarrow -a = 6 \Rightarrow a = -6 \Rightarrow b = -12$$

$$\text{حالت ۱: } f(x) = 2 + 4 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = 2 + 4 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\text{حالت ۲: } f(x) = -6 + 12 \cos 2x \Rightarrow f\left(\frac{\sqrt{\pi}}{6}\right) = -6 + 12 \times \frac{1}{2} = 0$$

با توجه به گزینه‌های موجود، گزینه‌ی ۳ صحیح است.

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{a}{4} \sin^2\left(\frac{2}{a}x\right) \Rightarrow \begin{cases} \text{Max} = \frac{|a|}{4} \\ T = \frac{\pi}{2} = \frac{\pi|a|}{2} \\ |a| \end{cases}$$

$$\frac{|a|}{4} = 2 \Rightarrow |a| = 8 \Rightarrow T = 4\pi$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$4 \sin 2x = \text{tg} x + \text{Cotg} x \Rightarrow 4 \sin 2x = \frac{2}{\sin 2x} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2u = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر  $0 \leq x \leq 2\pi$  باشد،  $0 \leq 2x \leq 4\pi$  است.

$$\begin{cases} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{جواب ۴} \\ \sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \text{جواب ۴} \end{cases}$$

معادله در کل ۸ جواب دارد.





۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha} = 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = 1$$

$$\Rightarrow \sin \alpha - \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۳}} 1 - \sin 2\alpha = \underbrace{(\sin \alpha \cos \alpha)^2}_{\frac{1}{2} \sin 2\alpha} \Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha$$

$$\xrightarrow{\times 4} \sin^2 2\alpha + 4 \sin 2\alpha - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 16}}{2} = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{حاده } \alpha} \sin 2\alpha = -2 + 2\sqrt{2}$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
دقت کنید  $a < 0$  است.

$$T = 2\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\max = c - a = 6$$

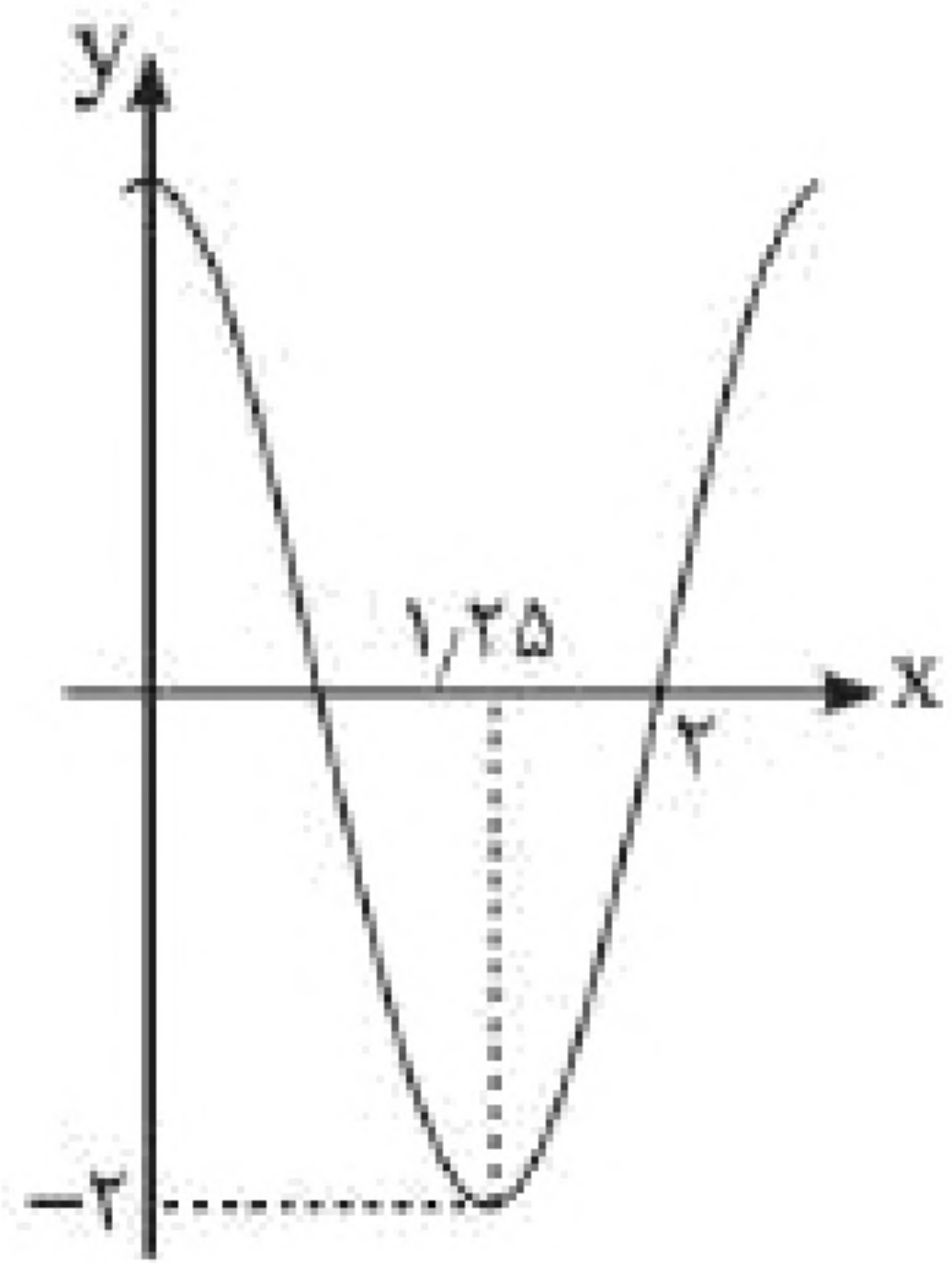
$$f\left(\frac{10\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow c + a \cos \frac{10\pi b}{3} = 0 \Rightarrow c + a \cos \frac{5\pi}{3} = 0 \Rightarrow c + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} c - a = 6 \\ c + \frac{a}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2 \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow ac - |b| = -1/5$$





۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
مینیمم تابع  $-۲$  است یعنی  $a = -۲$  می شود.



$$y = -2 \cos(bx + c)$$

$$\frac{1}{25}b + c = \pi$$

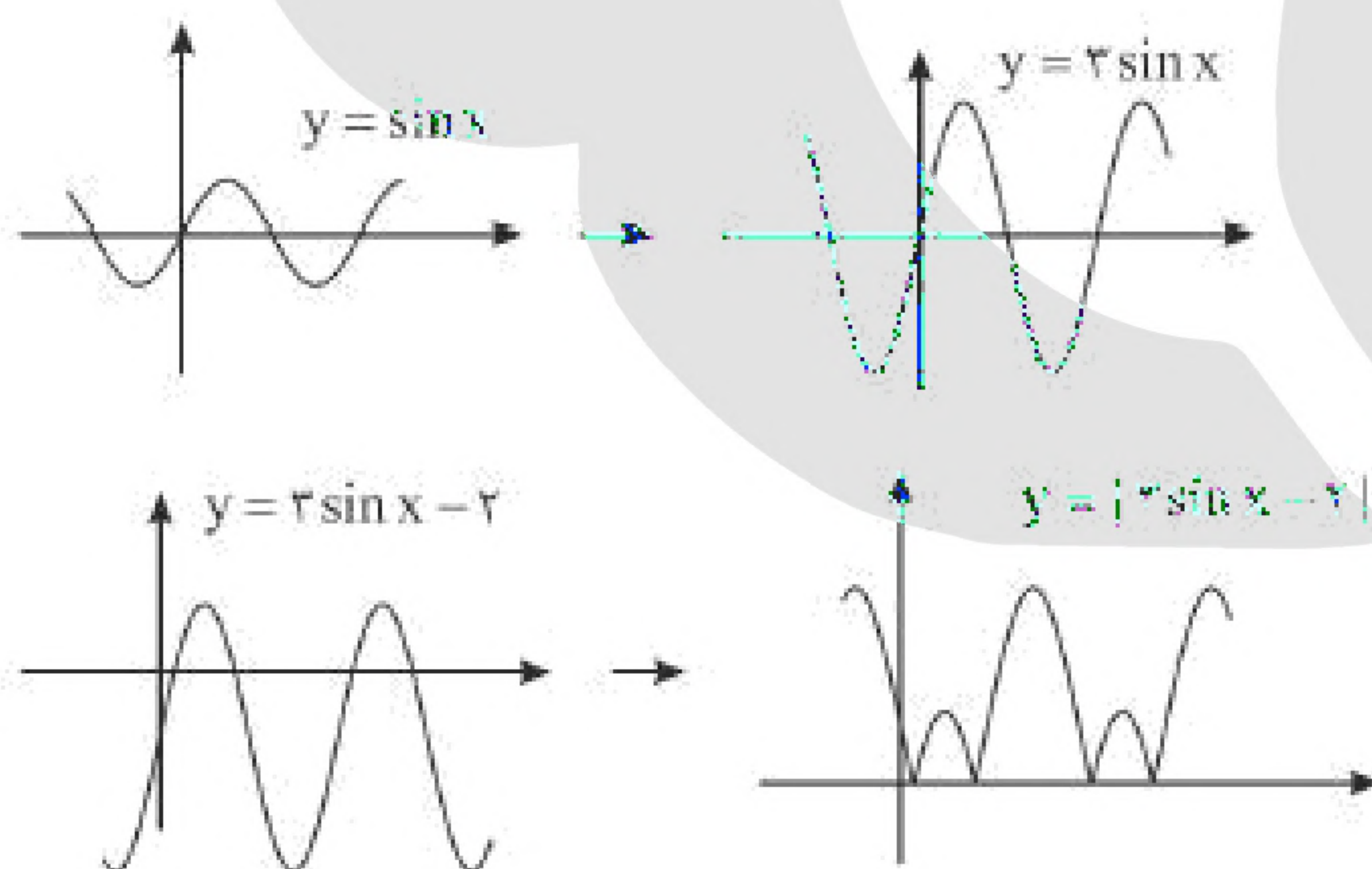
$$2b + c = \frac{3\pi}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{25}b + c = \pi \\ 2b + c = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{4}b = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \frac{2\pi}{3}$$

مینیمم تابع جایی رخ می دهد که داخل کسینوس برابر  $\pi$  باشد:

ریشه دوم جایی رخ می دهد که داخل کسینوس  $\frac{3\pi}{2}$  باشد:

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
تابع  $y = |3 \sin x - 2|$  را رسم می کنیم.







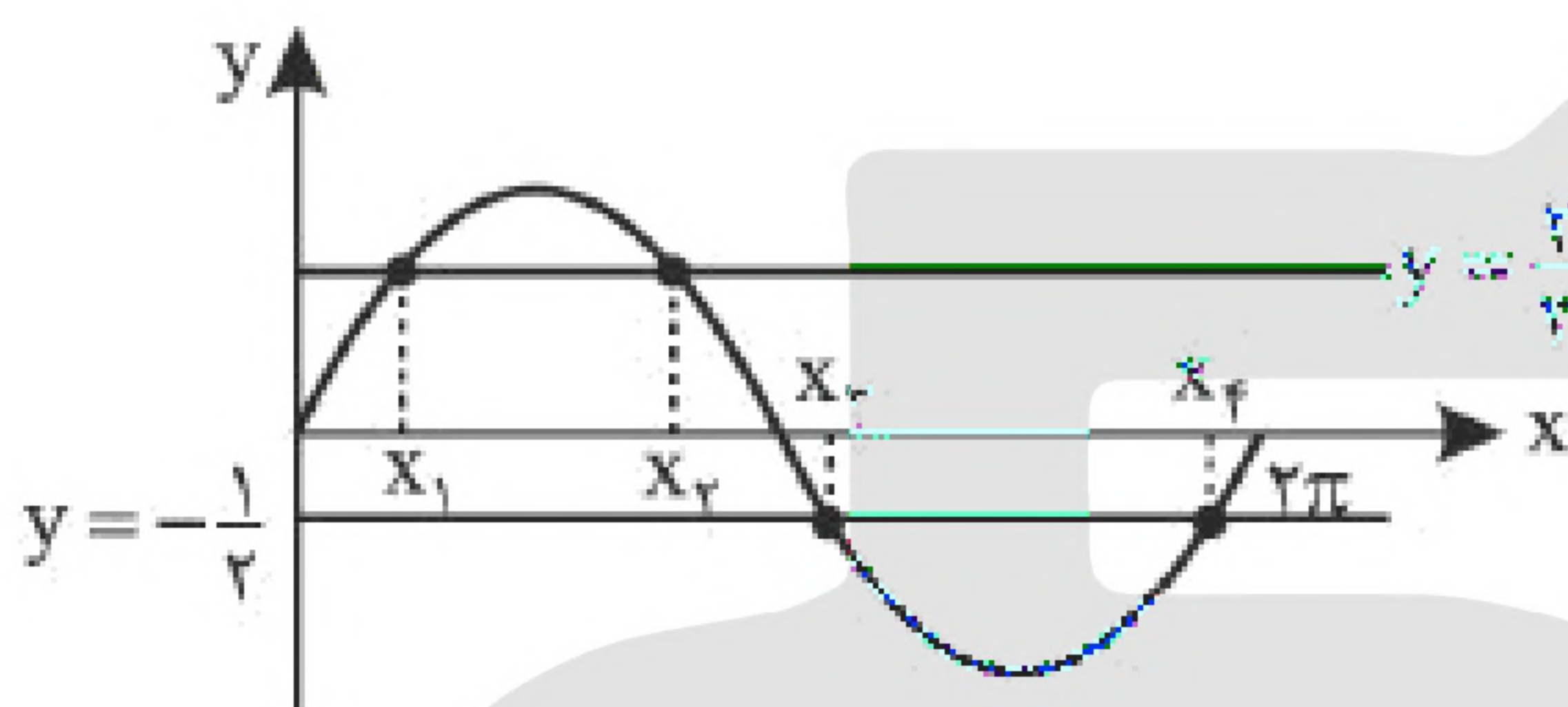
۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin x = 1 - 3(1 - 2\sin^2 x)$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 - 3 + 6\sin^2 x \Rightarrow 6\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$$

$$\sin x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 48}}{12} = \frac{1 \pm 7}{12} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

با توجه به نمودار تابع  $y = \sin x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  و رسم ۲ خط  $y = \frac{2}{3}$  و  $y = -\frac{1}{2}$  داریم:



$$\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 + x_2 = \pi$$

$$\frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_3 + x_4 = 3\pi$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\pi$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دقت کنید که در مثلث  $ABC$ ، زاویه  $B$  برابر  $\alpha$  است:

$$\begin{cases} \sin \alpha = \sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{\sqrt{52}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \\ \cos \alpha = \cos(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{\sqrt{52}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{9}{13} - \frac{4}{13} = \frac{5}{13}$$

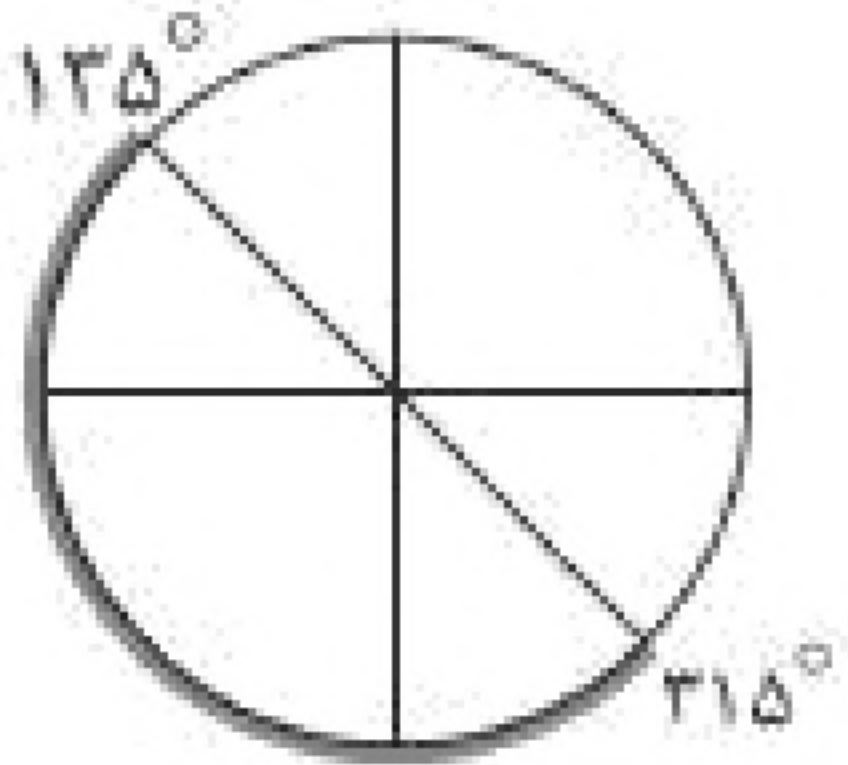




۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه (۱) نادرست است. تابع تناژانت غیریکنواست ولی در فاصله بین هر دو مجانب قائم متوالی اکیداً صعودی است.  
گزینه (۲) صحیح است زیرا متغیر  $x$  در توابع  $f(x) = \sin x$  و  $f(x) = \cos x$  هر عدد حقیقی را می‌تواند اختیار کند و دامنه هر دو تابع برابر  $\mathbb{R}$  است.

گزینه (۳) صحیح است زیرا در بازه  $(135^\circ, 180^\circ)$ ، شرط  $\sin x > 0$  و  $\cos x < 0$  برقرار است اما  $|\cos \alpha| > |\sin \alpha|$  است و در بازه  $(180^\circ, 270^\circ)$ ، هر دو نسبت منفی هستند و در بازه  $(270^\circ, 315^\circ)$ ، شرط  $\sin x < 0$  و  $\cos x > 0$  برقرار است اما  $|\sin x| > |\cos x|$  است.



گزینه (۴) صحیح است زیرا:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \xrightarrow{D} \cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \operatorname{tg}(0) \leq \operatorname{tg} x \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 0 \leq \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3} \Rightarrow [\operatorname{tg} x] = 0, 1$$