

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f ; f(x) \in D_g\}$$

$$D_f = (-\infty, 3]$$

$$D_g = [-1, 3] \Rightarrow -1 \leq 1 + 2\sqrt{3-x} \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2\sqrt{3-x} \leq 2$$

بدیهی است

$$\sqrt{3-x} \leq 1 \Rightarrow 3-x \leq 1 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_{\text{gof}} = [2, 3]$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنیم:  $D_f = [\alpha, \beta]$

$$\Rightarrow y = 3 - 2f(-2x) \Rightarrow \alpha \leq -2x \leq \beta \Rightarrow D_y = \left[-\frac{\beta}{2}, -\frac{\alpha}{2}\right]$$

$$\begin{cases} -\frac{\beta}{2} = -2 \Rightarrow \beta = 4 \\ -\frac{\alpha}{2} = 3 \Rightarrow \alpha = -6 \end{cases} \Rightarrow D_f = [-6, 4]$$

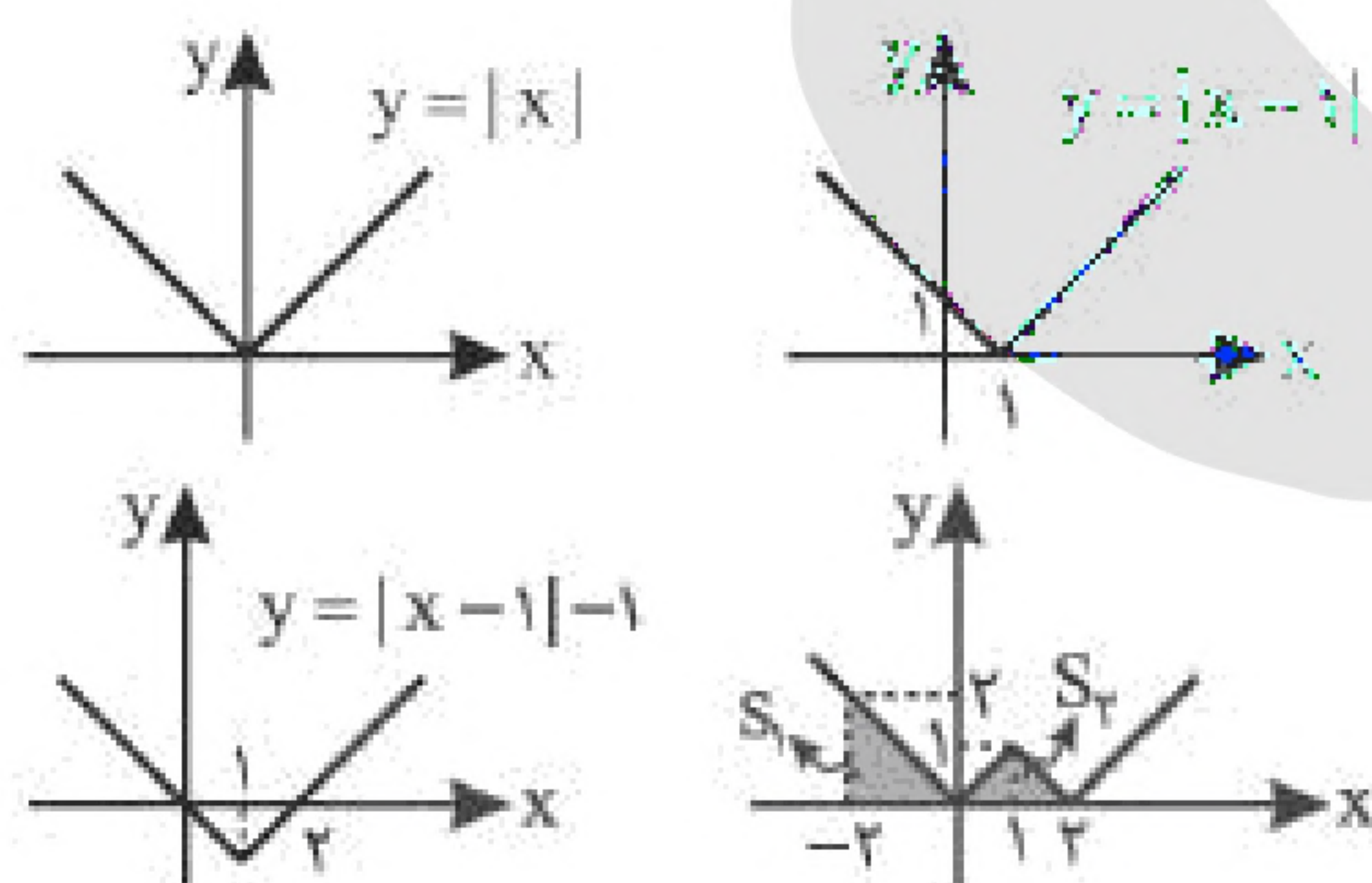
$$\Rightarrow -6 \leq \frac{1-x}{2} \leq 4 \Rightarrow -12 \leq 1-x \leq 8$$

$$\Rightarrow -8 \leq x-1 \leq 12 \Rightarrow D_g = [-7, 13]$$

تعداد اعداد صحیح ۲۱ است.

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا نمودار تابع را با استفاده از انتقال رسم می‌کنیم:



مساحت ناحیه مطلوب برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2 \times 2}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 2 + 1 = 3$$





۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

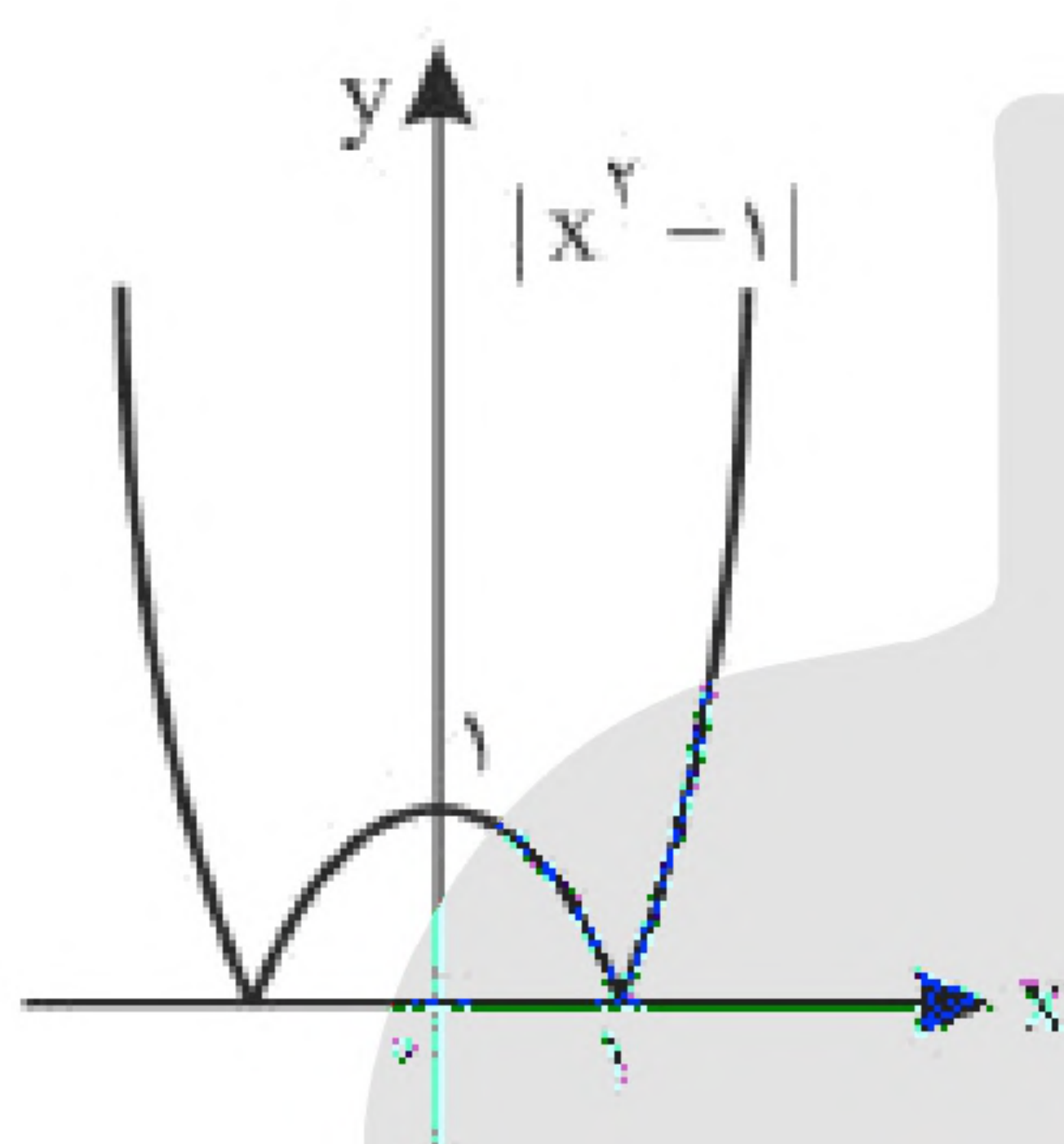
$$f(x) = \frac{x}{x-1} \Rightarrow f(1000) = \frac{1000}{999} \Rightarrow fof(1000)$$

$$= f\left(\frac{1000}{999}\right) = \frac{\frac{1000}{999}}{\frac{1000}{999} - 1} = 1000 \Rightarrow fofof(1000) = fof(1000) = 1000$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نمودار تابع  $y = |x^2 - 1|$  را رسم می‌کنیم:

اگر  $f(x) = |x^2 - 1|$  باشد، نمودار تابع در فاصله‌ی  $[0, 1]$  نزولی است. برای آنکه نمودار در فاصله‌ی  $[0, 3]$  نزولی شود و باید بیش از ۳ برابر در راستای افقی انبساط داشته باشیم. پس باید  $-\frac{1}{3} < k < \frac{1}{3}$  باشد.



۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x|}} \xrightarrow{x > 0} y = \frac{x-a}{\sqrt{x-a}} + a$$

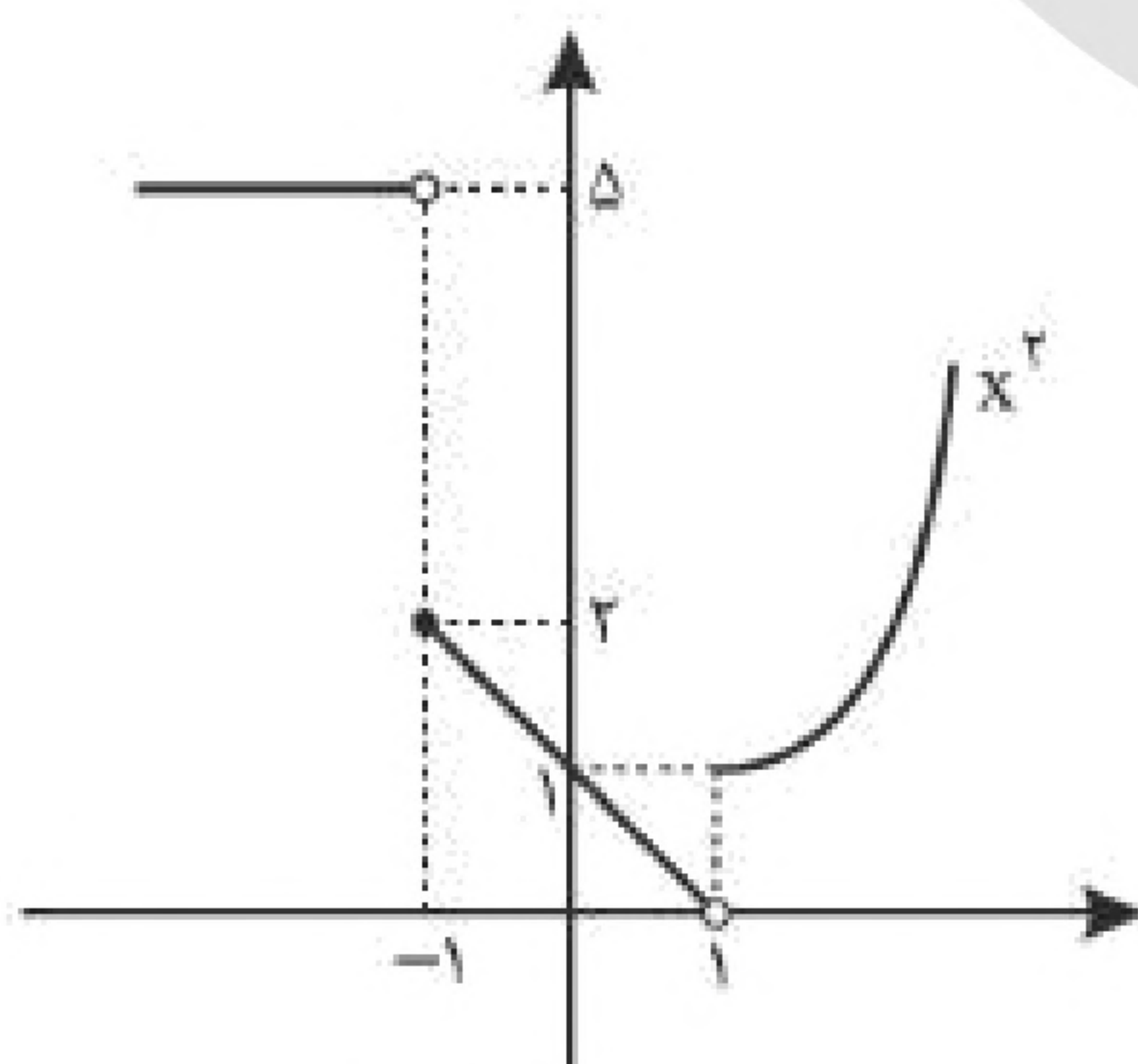
$$\Rightarrow \sqrt{x-a} + a = 4 \Rightarrow \sqrt{x-a} = 4 - a$$

$$\Rightarrow \sqrt{10-a} = 4 - a \Rightarrow a^2 - 8a + 16 = 10 - a$$

$$a^2 - 7a + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 6 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم:



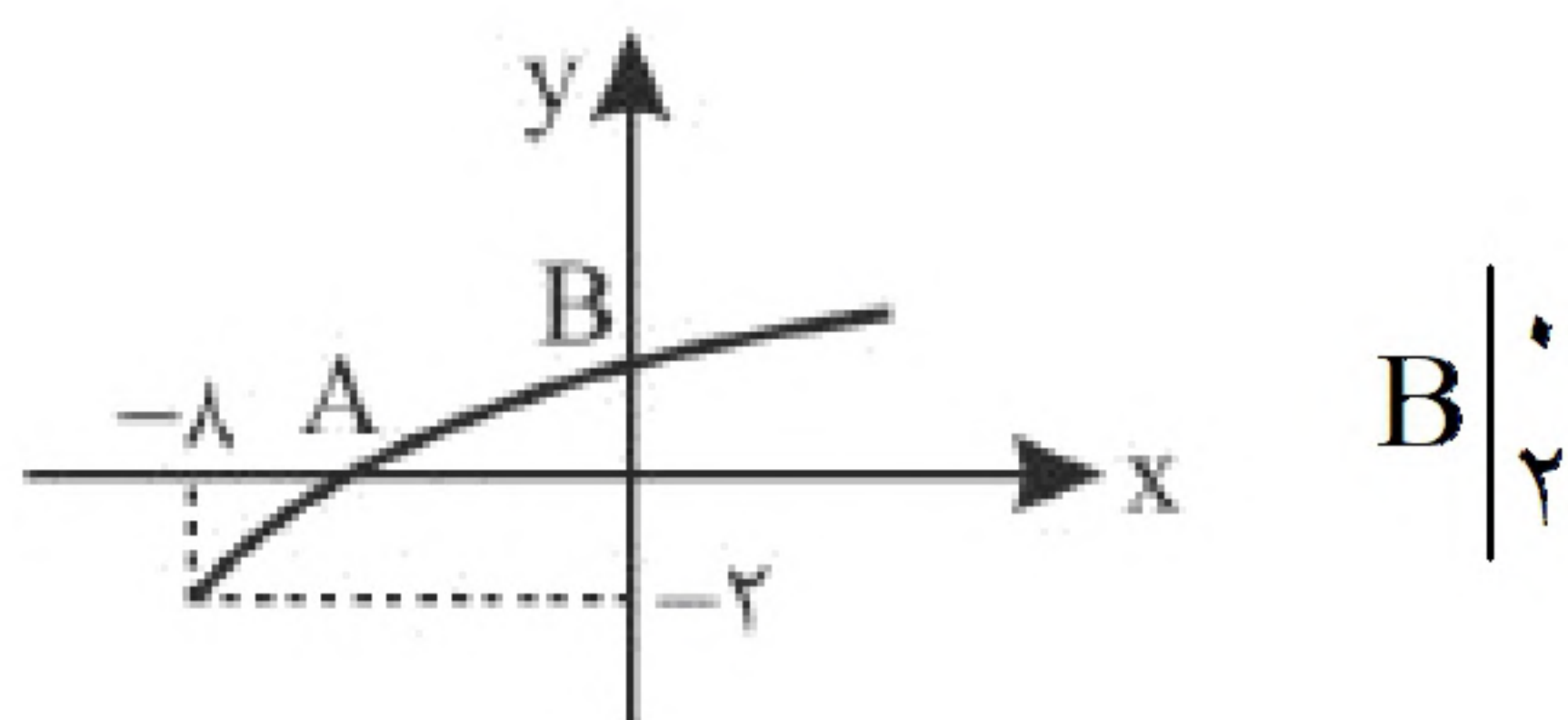
از نمودار تابع معلوم است که برد  $f$  به شکل  $(0, +\infty)$  است. اگر  $f$  را ۳ واحد به راست و ۲ واحد به بالا بیاوریم، برد تابع  $(2, +\infty)$  خواهد بود.





۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا  $f$  را رسم می‌کنیم.



$$f = 0 \Rightarrow \sqrt{2x + 16} = 0 \Rightarrow 2x + 16 = 0 \Rightarrow x = -8$$

$$A \left| \begin{matrix} -8 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$B \left| \begin{matrix} 0 \\ 4 \end{matrix} \right.$$

برای آنکه نمودار تابع  $y = f(x+a) + a$  از ناحیه دوم عبور نکند، اگر  $a > 0$  محال است از ناحیه دوم عبور نکند یعنی همیشه از ناحیه دوم می‌گذرد.

اما اگر  $a < 0$  آنگاه با فرض  $a \leq -2$  آنگاه نمودار از ناحیه دوم عبور نمی‌کند.

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقاط برخورد روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.

$$f(-1) = -1 \Rightarrow \frac{-1+a}{-1+b} = -1 \Rightarrow -1+a = 1-b \Rightarrow a+b=2$$

$$f(4) = 4 \Rightarrow \frac{4+a}{4+b} = 4 \Rightarrow 4+a = 16+4b \Rightarrow a-4b=12$$

بنابراین  $a=4$  و  $b=-2$ ، پس:  $a-b=6$ .

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f \circ f = \{(2,3), (3,-1), (0,1)\}$$

$$f^2 = \{(1,1), (2,0), (3,1), (0,9)\}$$

$$y = f \circ f + f^2 = \{(2,3), (3,0), (0,10)\}$$

$$R_y = \{3, 0, 10\} \Rightarrow \text{جمع اعضا} = 13$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر  $S \left| \begin{matrix} 4 \\ 2 \end{matrix} \right.$  رأس سهمی  $y = f(x)$  باشد، آنگاه رأس سهمی  $y = f(4-x)$  نقطه  $S' \left| \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \right.$  و رأس سهمی

$y = \alpha - f(x+\beta)$  نقطه  $S'' \left| \begin{matrix} 4-\beta \\ \alpha-2 \end{matrix} \right.$  است، چون دو رأس بر هم منطبق هستند پس:

$$\left. \begin{matrix} 4-\beta = 0 \Rightarrow \beta = 4 \\ \alpha-2 = 2 \Rightarrow \alpha = 4 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha\beta = 16$$





۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x - \sqrt{x} + 1 = \frac{21}{16} \Rightarrow x - \sqrt{x} - \frac{5}{16} = 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} = t &\rightarrow t^2 - t - \frac{5}{16} = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{5}{4}}}{2} = \frac{5}{4} = \sqrt{x} \\ t = \frac{1 - \sqrt{1 + \frac{5}{4}}}{2} = -\frac{1}{4} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases} \end{aligned}$$

$$f\left(\underbrace{x - \sqrt{x} + 1}_{\frac{21}{16}}\right) = \underbrace{\sqrt{x}}_{\frac{5}{4}} \Rightarrow f\left(\frac{21}{16}\right) = \frac{5}{4}$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
f تابعی صعودی اکید با دامنه R است پس:

$$f\left(\frac{1}{x}\right) - f\left(\frac{x}{4}\right) \geq 0 \Rightarrow f\left(\frac{1}{x}\right) \geq f\left(\frac{x}{4}\right)$$

یعنی:

$$\frac{1}{x} \geq \frac{x}{4} \Rightarrow \begin{cases} x > 0; x^2 \leq 4 \Rightarrow 0 < x \leq 2 \\ x < 0; x^2 \geq 4 \Rightarrow x \leq -2 \end{cases}$$

$$D_f = (0, 2] \cup (-\infty, -2]$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{x} \xrightarrow{\text{دو واحد به چپ}} \frac{1}{x+2} \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} \frac{1}{x+2} + 1 \xrightarrow[\text{به محور x ها}]{\text{قرینه نسبت}} \frac{1}{-x+2} + 1$$

نقاط برخورد با نمودار اولیه را پیدا می کنیم:

$$\frac{1}{-x+2} + 1 = \frac{1}{x} \xrightarrow{\times x(-x+2)} x - x^2 + 2x = -x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع طول نقاط}} \frac{-b}{a} = 4$$





۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

باید در ضابطه‌ی داده شده هر جا  $\sin x$  می‌بینم به جای آن  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  قرار دهیم. داریم:

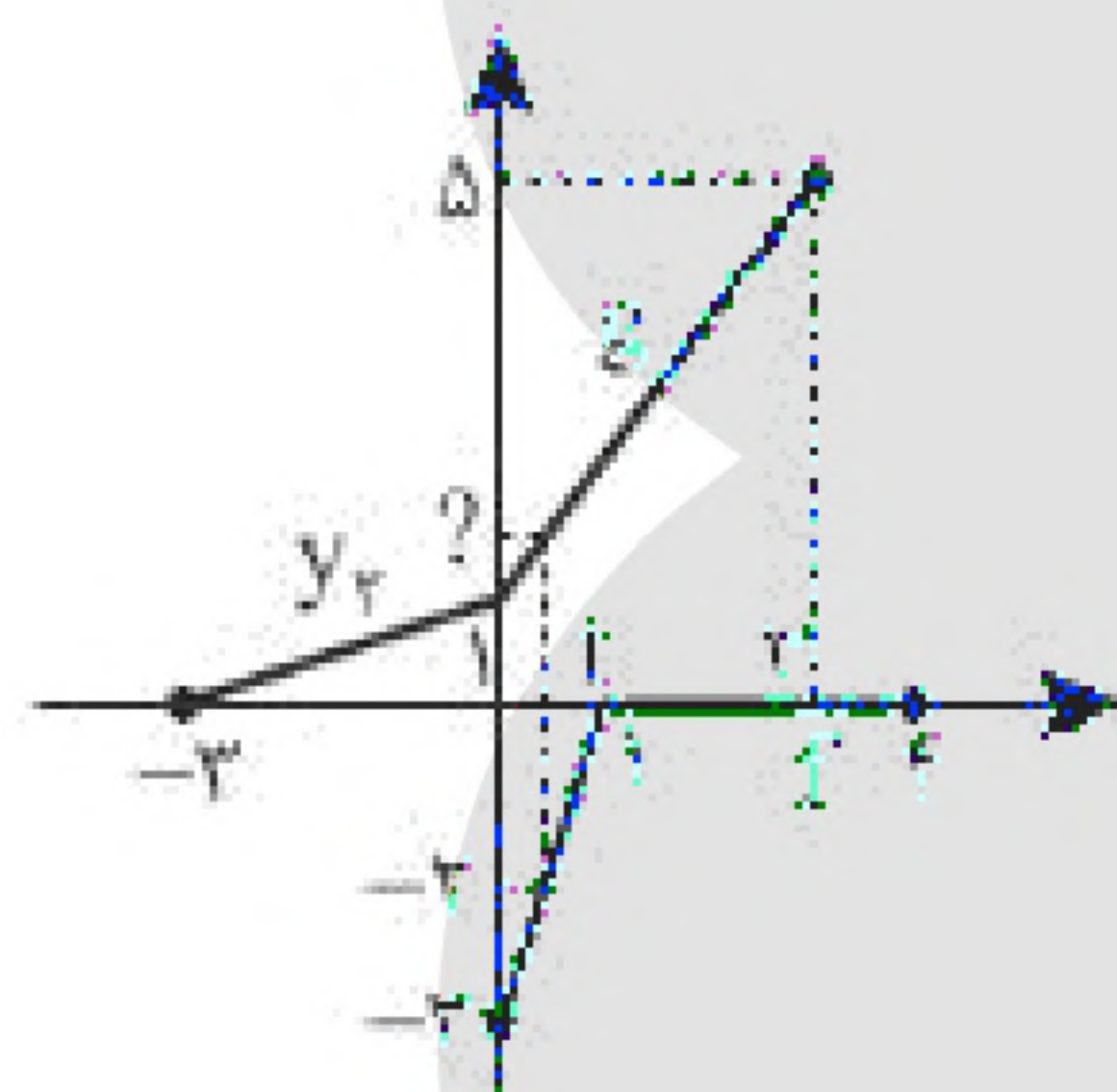
$$f\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{3}\right) + 1}{2 - \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

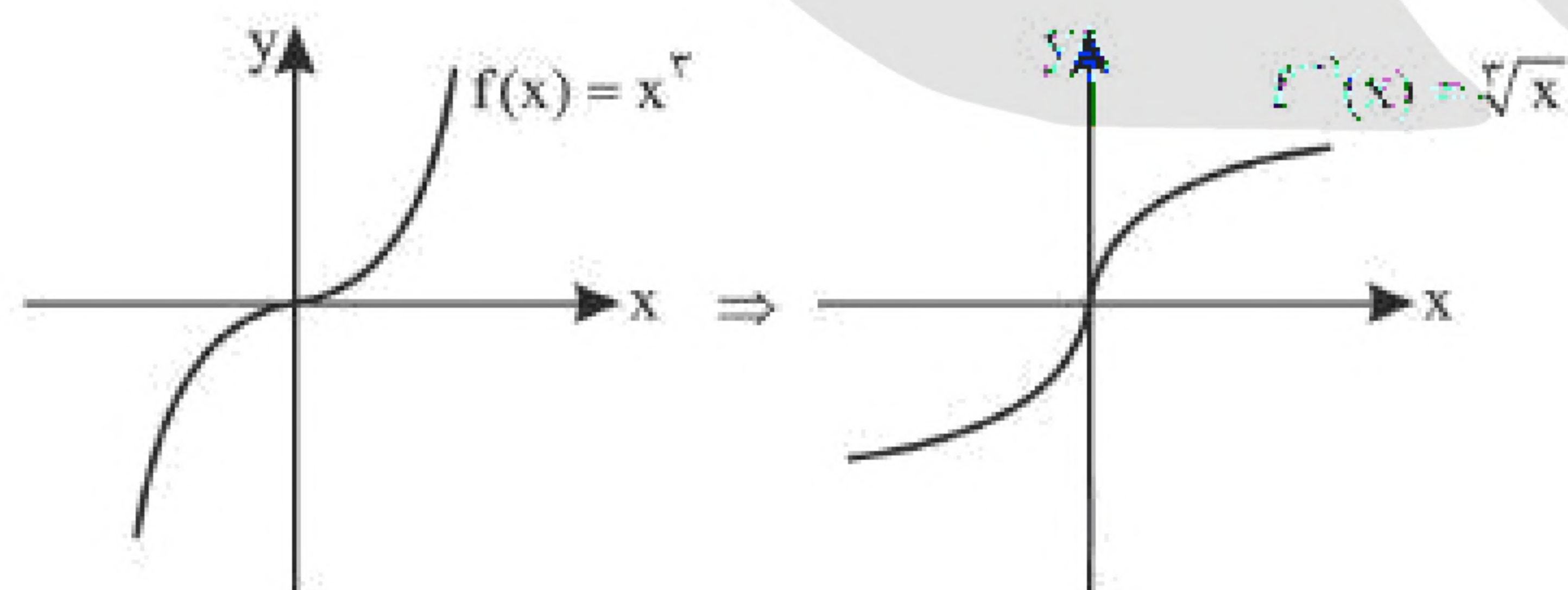
با فرض  $t = f^{-1}(-2)$  داریم:  $f(t) = -2$

مشخص است  $t$  عددی بین صفر و یک است. شیب خط مایل در تابع  $f$  برابر ۳ و عرض از مبدأ آن برابر -۳ است، پس:  $f(x) = 3x - 3$ ، بنابراین:



$$f(t) = -2 \Rightarrow 3t - 3 = -2 \Rightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{1}{3}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

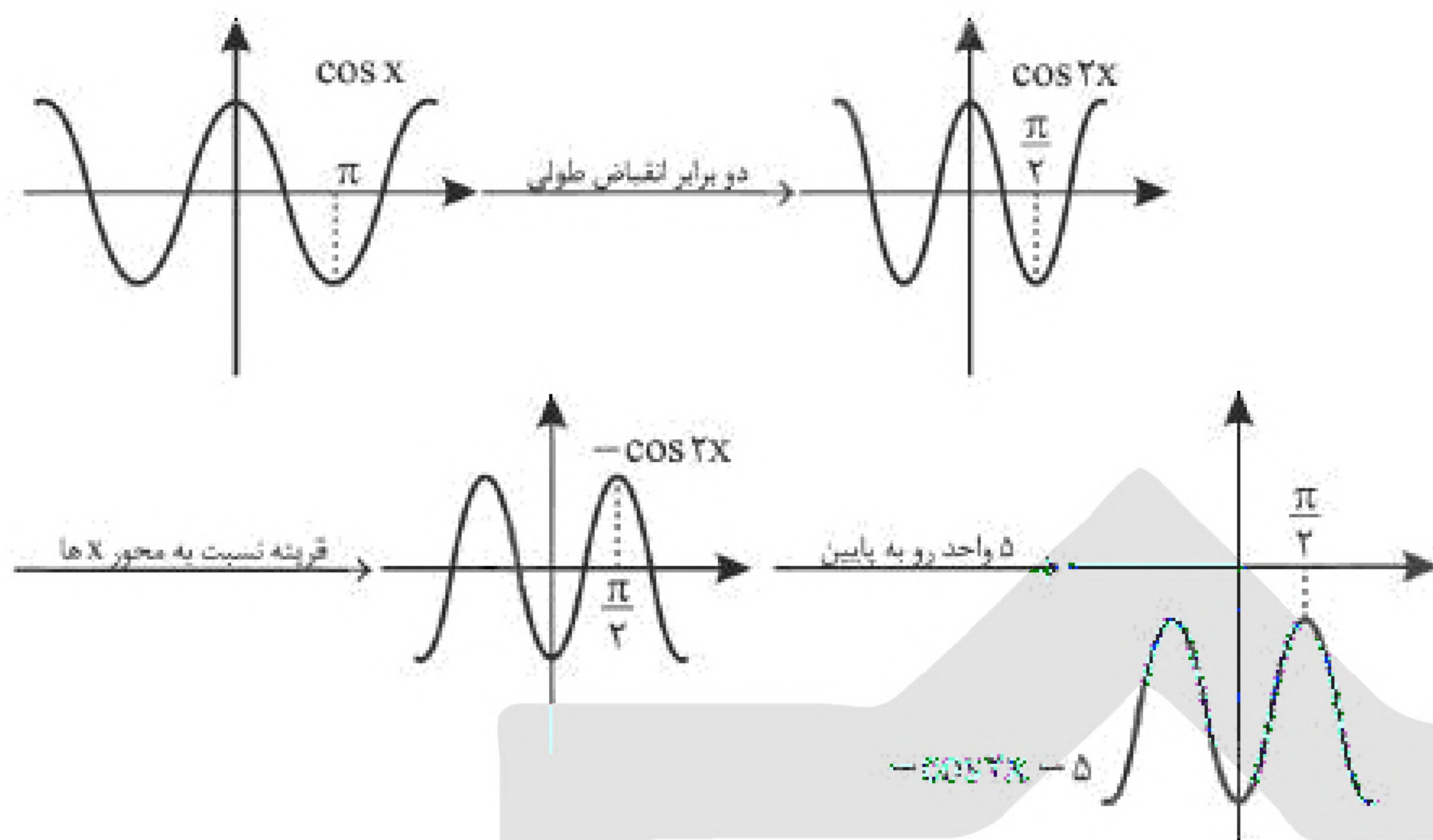


	x	
f(x)	-	+
f <sup>-1</sup> (x)	-	+
f(x)f <sup>-1</sup> (x)	+	+





۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
تابع را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم:



از نمودار تابع معلوم است که تابع در بازه  $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$  اکیداً صعودی است.

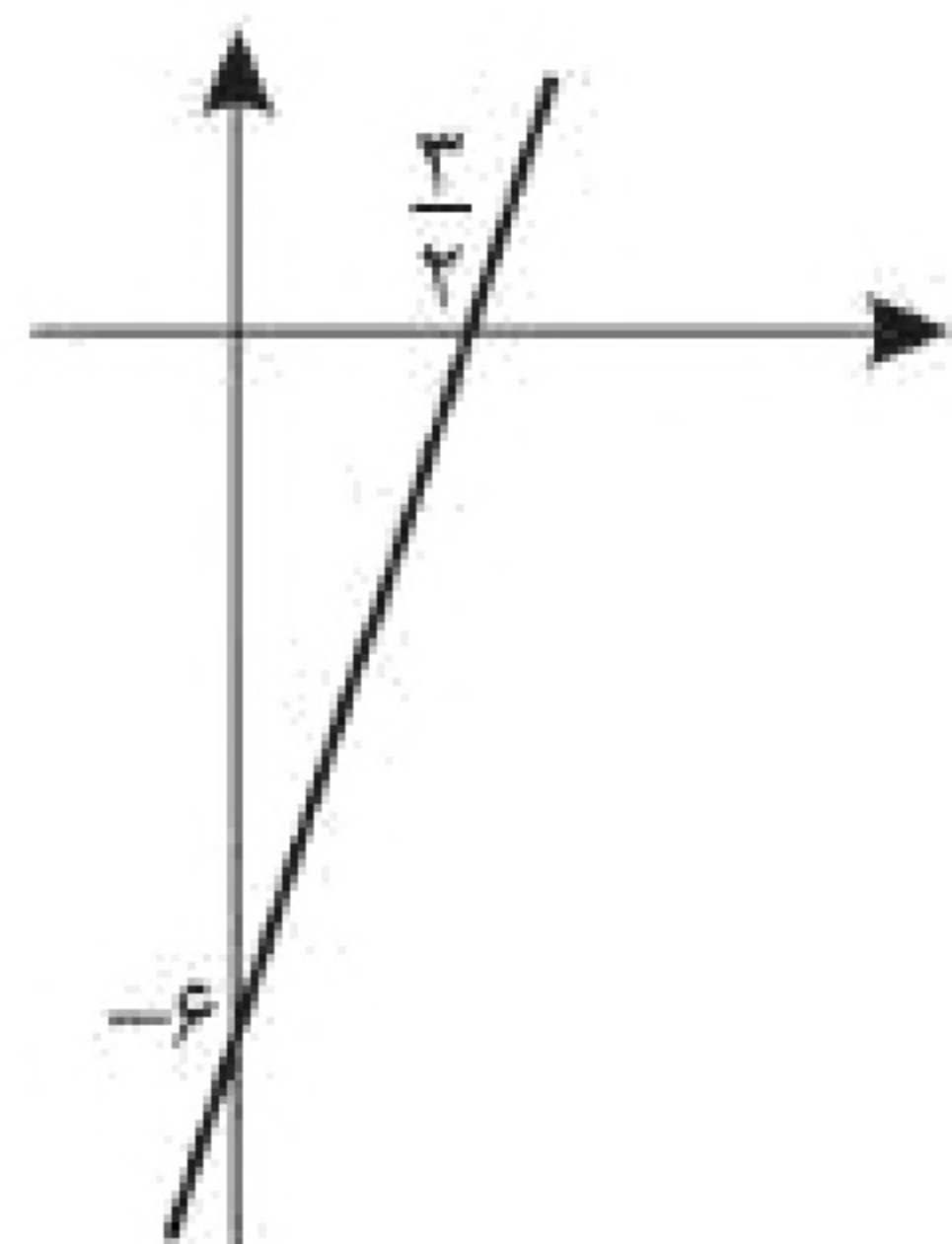
۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |x| \cdot |x| = x^2$$

$$x \leq 0 \Rightarrow f(x) = x^2 \xrightarrow{\text{وارون}} x = y^2 \Rightarrow y = \pm \sqrt{x}$$

$$\text{وارون: } f^{-1}(x) = -\sqrt{x}, x \geq 0$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$x - f(2x) = -3x + 6 \Rightarrow f(2x) = 4x - 6$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 6$$

$$y = 2x + f(x) = 4x - 6$$





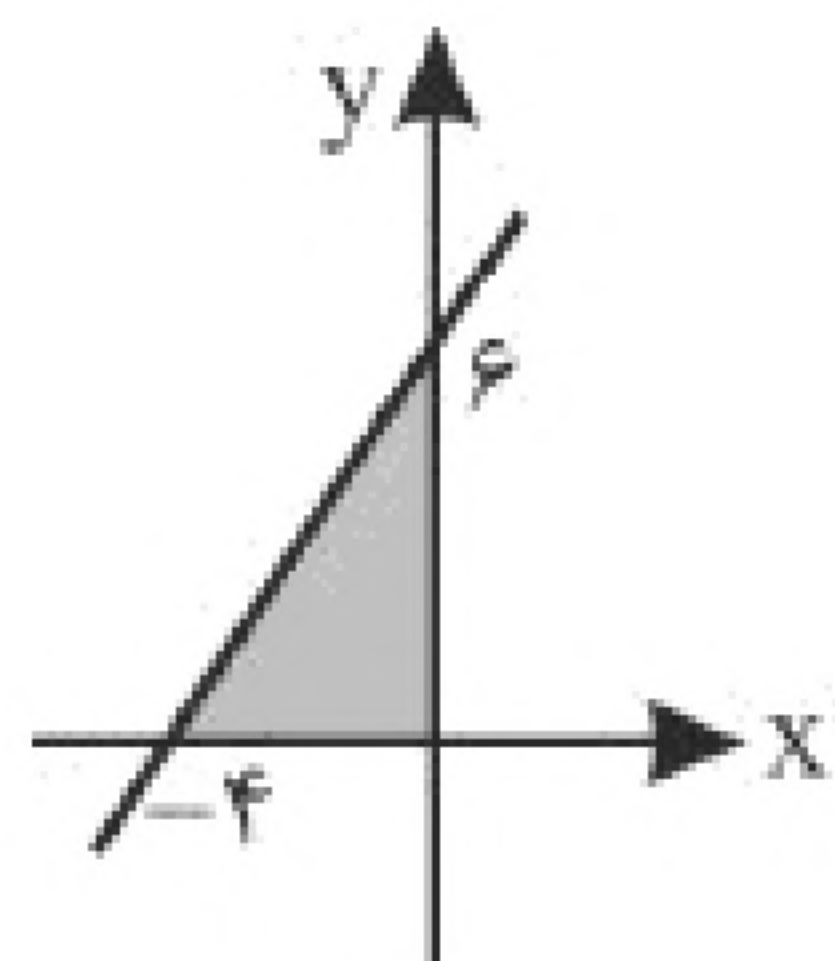
۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای رسم نمودار  $f^{-1}(x)$  کافی است عرض از مبدأ و طول از مبدأ را به دست آوریم:

$$f^{-1} \text{ عرض از مبدأ : } f(x, 0) = \frac{2}{3}x - 4 = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow (6, 0) \in f \Rightarrow (0, 6) \in f^{-1}$$

$$f^{-1} \text{ طول از مبدأ : } f(0) = -4 \Rightarrow (0, -4) \in f \Rightarrow (-4, 0) \in f^{-1}$$

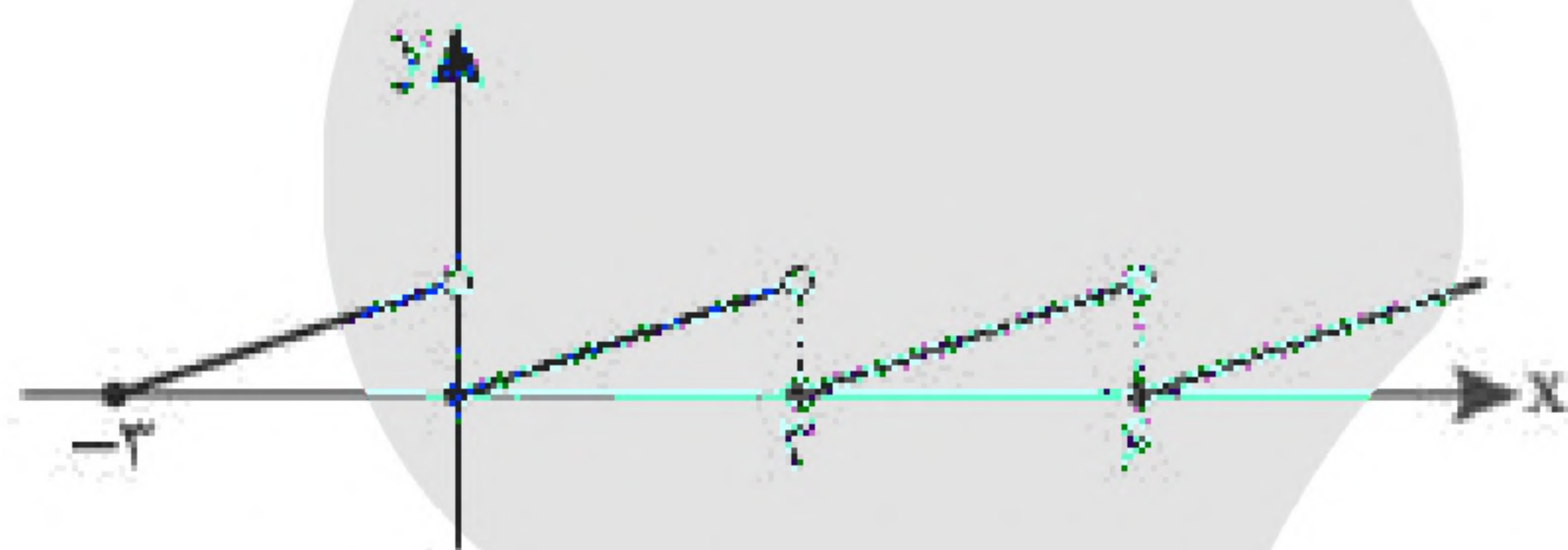
نمودار  $f^{-1}$  را با داشتن ۲ نقطه از آن رسم می‌کنیم:



$$S = \frac{6 \times 4}{2} = 12$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

برای رسم  $y = \frac{x}{3} - \left[\frac{x}{3}\right]$  اول  $y = x - [x]$  را رسم می‌کنیم، سپس طول نقاط را ۳ برابر می‌کنیم.



مطابق شکل نمودار در فاصله‌های  $[-3, 0)$  و  $[0, 3)$  و  $[3, 6)$  ... اکیداً صعودی است و در کل غیریکنوا است.

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اول  $f^{-1}(3)$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = 3 \Rightarrow \frac{2x+1}{3} = 3 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow f^{-1}(3) = 4$$

$$g \circ f^{-1}(3) = g(f^{-1}(3)) = g(4)$$

حالا  $g(4)$  را پیدا می‌کنیم:

$$\sqrt{x-3} = 4 \Rightarrow x-3 = 16 \Rightarrow x = 19$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$g \circ f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow x^2 - 3x = -1$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ریشه ها}} -\frac{b}{a} = 3$$





۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.


تابع  $y = \sqrt{2x - a}$  اکیداً صعودی است و تابع اکیداً صعودی وارونش را روی  $y = x$  قطع می‌کند، بنابراین تابع  $f$  باید در دو نقطه  $y = x$  را قطع کند:

$$\sqrt{2x - a} = x \xrightarrow{x \geq 0} 2x - a = x^2 \Rightarrow x^2 - 2x + a = 0$$

$$\xrightarrow{\text{شرط دو ریشه نامنفی}} \Delta > 0, S > 0, P \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta = 4 - 4a > 0 \Rightarrow a < 1 \\ S = 2 > 0 \checkmark \\ P = a \geq 0 \end{cases}$$

اشتراک موارد بالا  $0 \leq a < 1$  است.

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



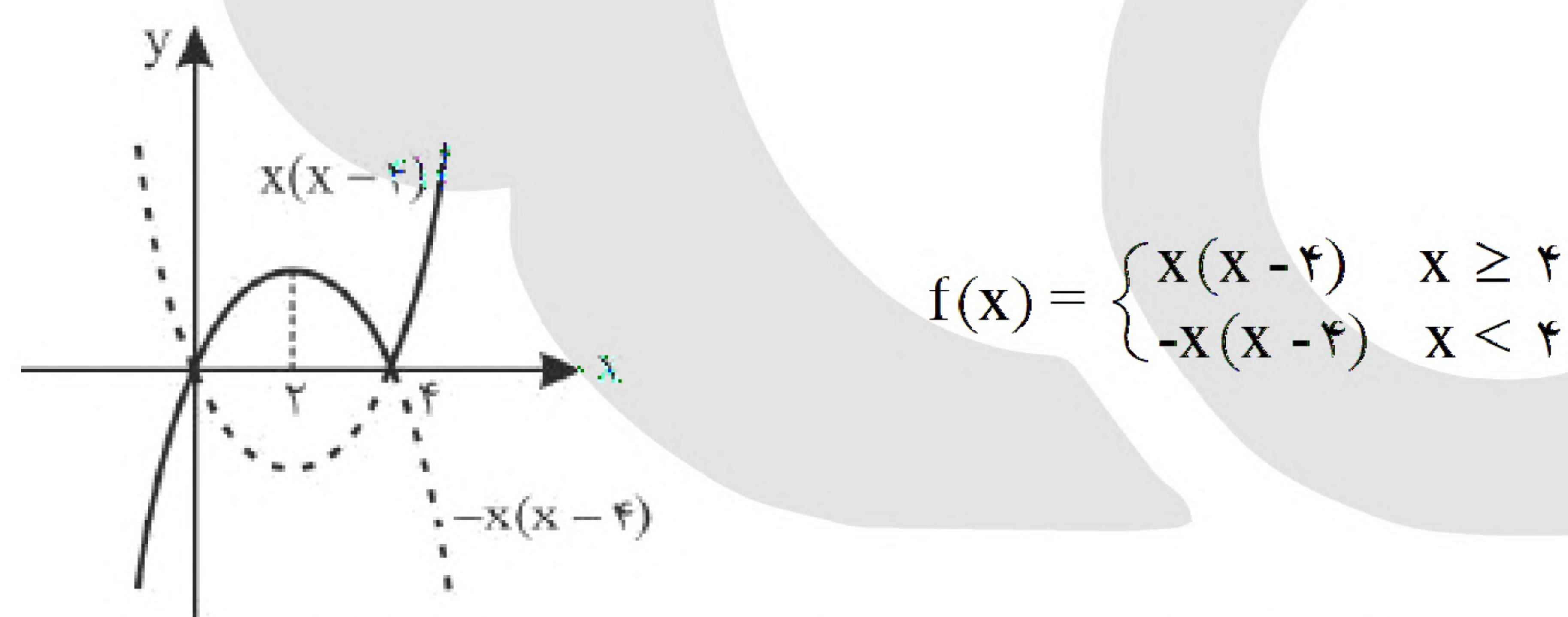
$$x_S = \frac{1 + a}{2a}$$

$$\frac{1 + a}{2a} \geq 2 \Rightarrow \frac{1 - 3a}{2a} \geq 0 \Rightarrow 0 \leq a \leq \frac{1}{3}$$

دقت کنید که به ازای  $a = 0$  هم تابع  $f$ ، یکنوا است.

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا تابع  $f(x)$  را رسم می‌کنیم:



تابع  $y = 3 - 2x$  اکیداً نزولی است، لذا تابع  $y = f(3 - 2x)$  در بازه‌ای اکیداً صعودی است که  $f$  اکیداً نزولی باشد. بنابراین  $3 - 2x$  باید در بازه‌ی  $[2, 4]$  باشد:

$$2 \leq 3 - 2x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq -2x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

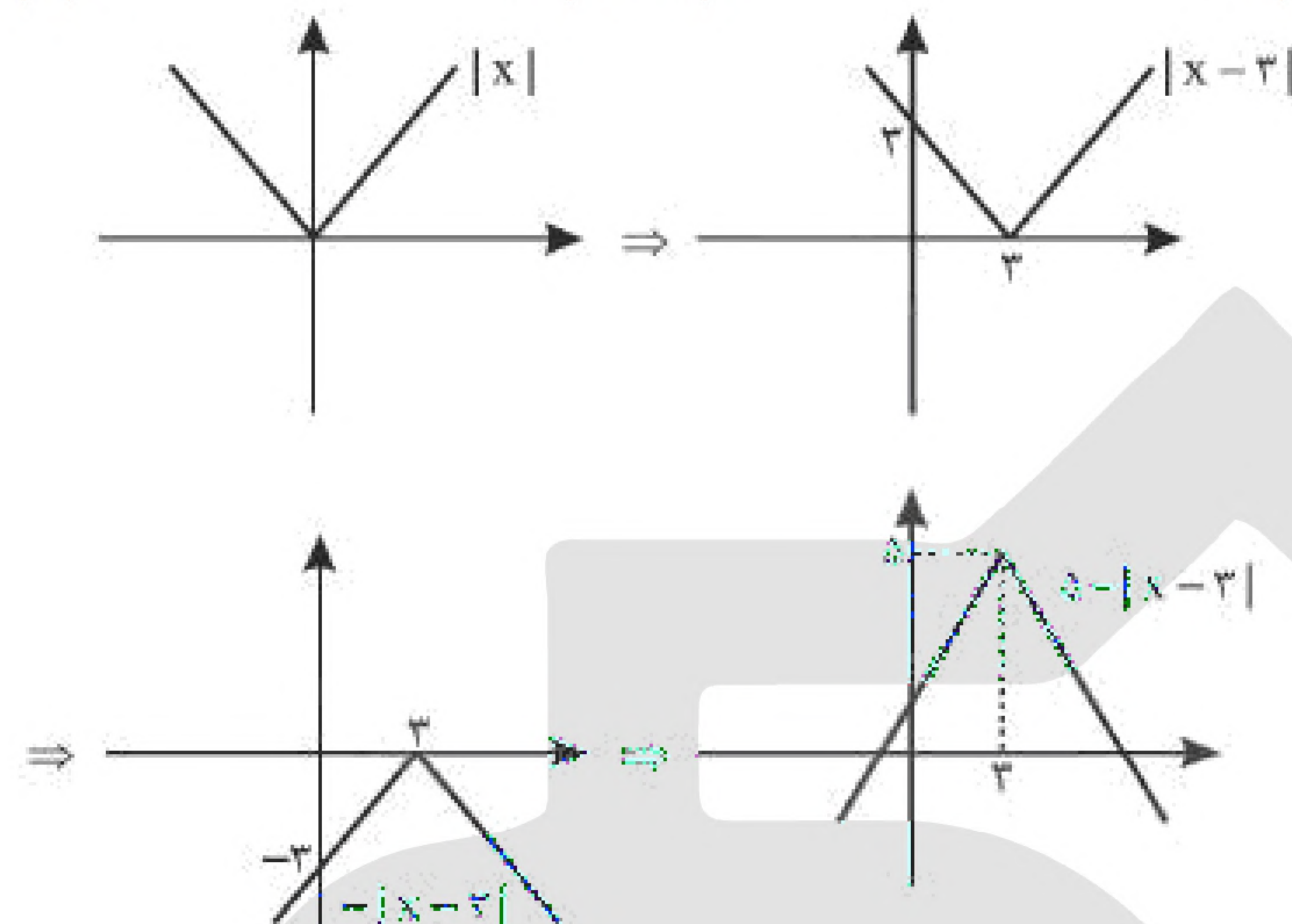




۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
هر دو تابع را رسم می‌کنیم:

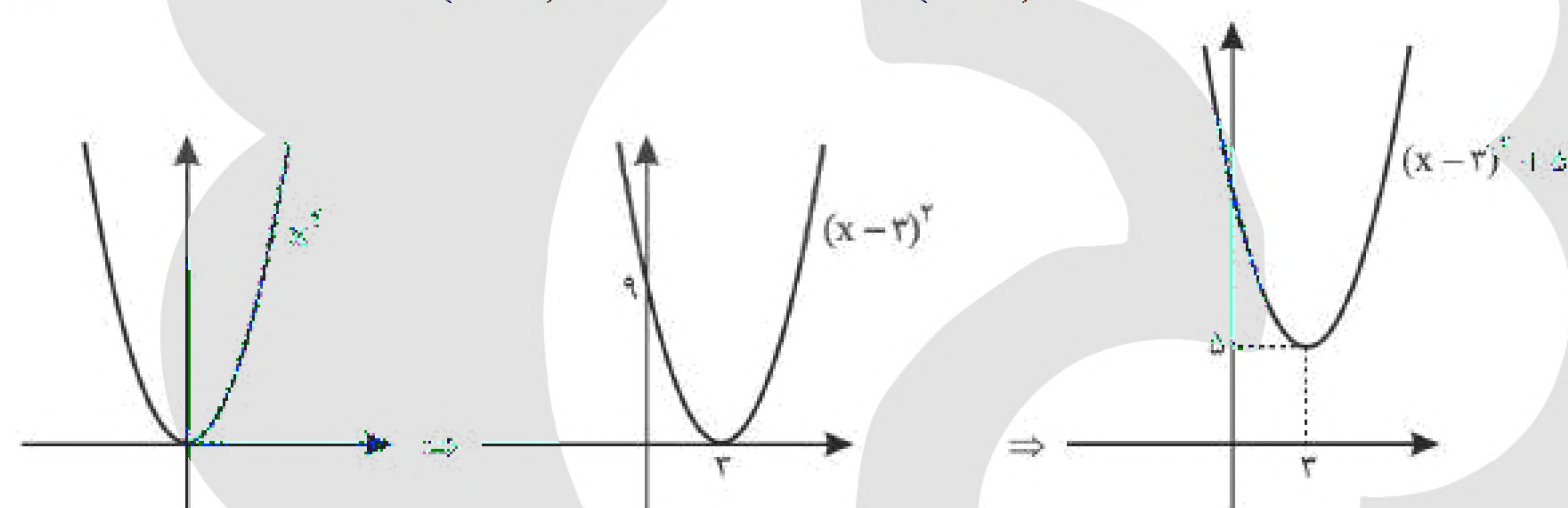
$$f(x) = -|x - 3| + 5$$

$$|x| \xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} |x - 3| \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به } x\text{ها}} -|x - 3| \xrightarrow{\text{۵ واحد به بالا}} -|x - 3| + 5$$

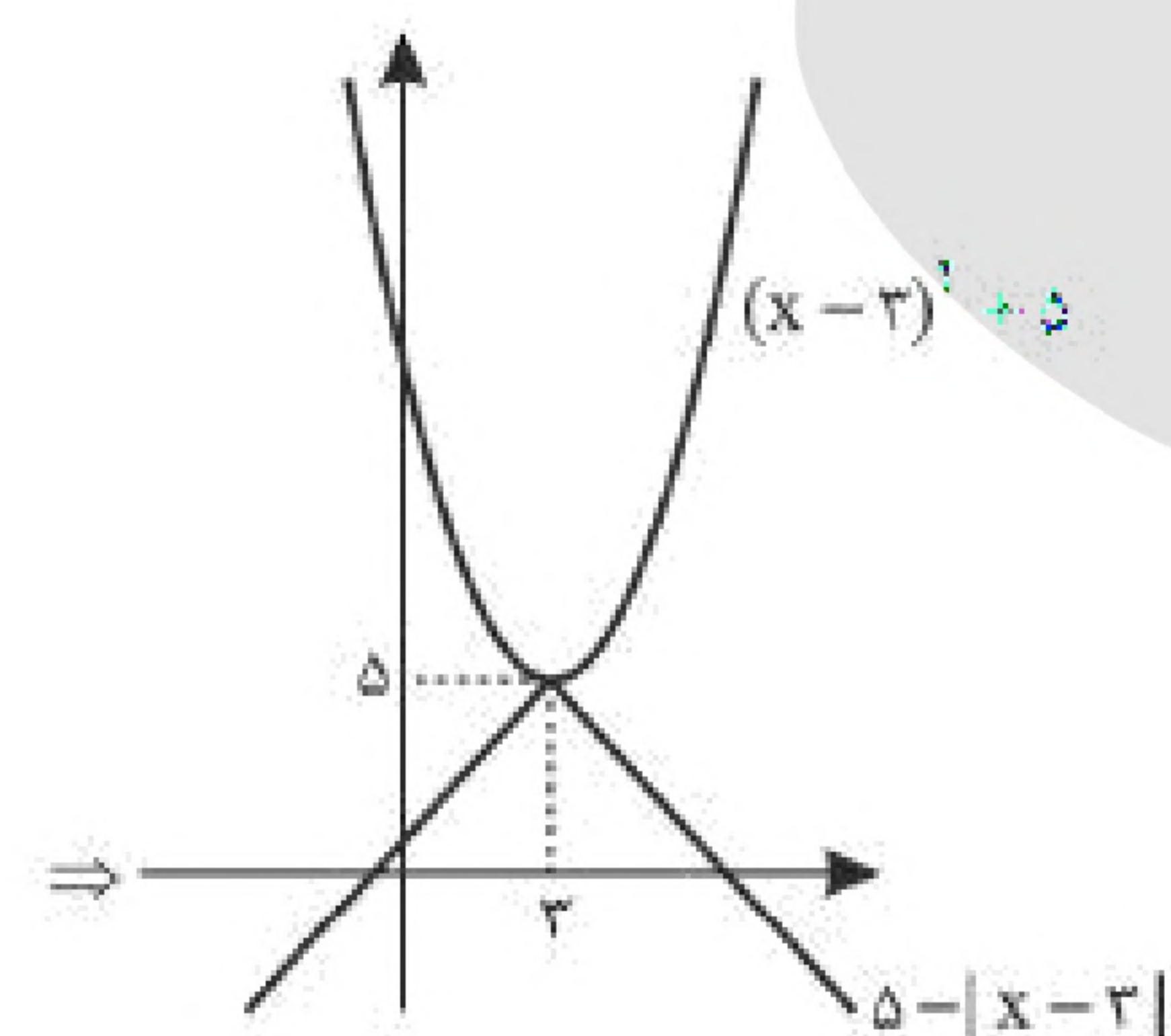


$$g(x) = x^2 - 6x + 14 = (x - 3)^2 + 5$$

$$x^2 \xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} (x - 3)^2 \xrightarrow{\text{۵ واحد به بالا}} (x - 3)^2 + 5$$



رسم هر دو تابع در یک دستگاه:



معلوم است که دو تابع در یک نقطه متقاطع‌اند.





۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
مراحل ساخت تابع  $g(x)$ :

$$\sqrt{x} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} \sqrt{-x+3} \xrightarrow{\text{واحد به چپ}} \sqrt{-x+3} \xrightarrow{\text{واحد رو به پایین}} g(x) = \sqrt{-x+3} - 2$$

حال تابع وارون  $g(x)$  را می‌یابیم:

$$\begin{aligned} g(x) = \sqrt{-x+3} - 2 &\Rightarrow y = \sqrt{-x+3} - 2 \Rightarrow y+2 = \sqrt{-x+3} \\ \Rightarrow (y+2)^2 &= -x+3 \Rightarrow x = 3 - (y+2)^2 \\ \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y} &g^{-1}(x) = 3 - (x+2)^2 = -x^2 - 4x - 1 \\ &\text{را عوض می‌کنیم} \end{aligned}$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^3 - 2x\sqrt{x} + 1$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \in f \Rightarrow (0, 1) \in f^{-1}$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابعی که هم صعودی و هم نزولی است ثابت است.

$$f(x) = (m^3 - 8)x^2 + mx - kx + k \Rightarrow m^3 - 8 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$m = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - kx + k \xrightarrow{k=2} f(x) = 2$$

$$f(3) + f(-1) = 2 + 2 = 4$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = |x+1| - |x-1| = \begin{cases} 2 & x \geq 1 \\ 2x & -1 \leq x < 1 \\ -2 & x < -1 \end{cases}$$

$$y = 2x - af(x) = \begin{cases} 2x - 2a & x \geq 1 \\ (1-a)2x & -1 \leq x < 1 \\ 2x + 2a & x < -1 \end{cases}$$

برای آن که برد تابع  $R$  باشد باید هر دو ضابطه اول و سوم به دست آمده همزمان با شیب مثبت یا همزمان با شیب منفی باشند که حالت دوم منفی است پس:

$$a \in R$$





۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 y = 2x^2 - 4x - 11 &\xrightarrow{\text{چهار واحد به راست}} y = 2(x-4)^2 - 4(x-4) - 11 \\
 y = 2(x^2 - 8x + 16) - 4x + 16 - 11 \\
 \Rightarrow y = 2x^2 - 16x + 32 - 4x + 16 - 11 \\
 y = 2x^2 - 20x + 37 &\xrightarrow{\text{دو واحد به پایین}} y = 2x^2 - 20x + 35 \\
 \xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -2x^2 + 20x - 35
 \end{aligned}$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

قرینه  $f(x) = \sqrt{4-x}$  نسبت به خط  $x = k$  به صورت  $y = \sqrt{4 - (2k - x)} = \sqrt{4 - 2k + x}$  خواهد شد. ۶

واحد به راست انتقال می دهیم پس:

$$y = \sqrt{4 - 2k + (x - 6)} = \sqrt{-2 - 2k + x}$$

پس:

$$\sqrt{-2 - 2k + x} = \sqrt{4 - x} = 1$$

$x = 3$  ریشه آن است بنابراین:

$$-2 - 2k + 3 = 1 \Rightarrow k = 0$$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می دانیم اگر  $\text{fog}(x) = x$  باشند، توابع  $f$  و  $g$  وارون یک دیگرند، پس در واقع  $f$  با وارونش برابر بوده است. هم چنین دقت کنید که در تابع هموگرافیک  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ،  $f = f^{-1}$  است، اگر  $a + d = 0$  باشد پس:

$$4 + a = 0 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow f(x) = f^{-1}(x) = \frac{4x-1}{x-4} \Rightarrow f^{-1}(9) = \frac{35}{5} = 7$$

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned}
 A(1, 4) \in y &\Rightarrow 4 = 3 - f(2 - (-1)) \Rightarrow 4 = 3 - f(3) \\
 \Rightarrow f(3) = -1 &\Rightarrow A'' \Big|_{-1}^3 \in f(x) \\
 -\frac{\alpha}{3} = 3 &\Rightarrow \alpha = -9 \Rightarrow \beta = 2 + f(3) \\
 \Rightarrow \beta = 2 + (-1) = 1 &\Rightarrow A' \Big|_1^{-9} \in 2 + f\left(-\frac{x}{3}\right)
 \end{aligned}$$

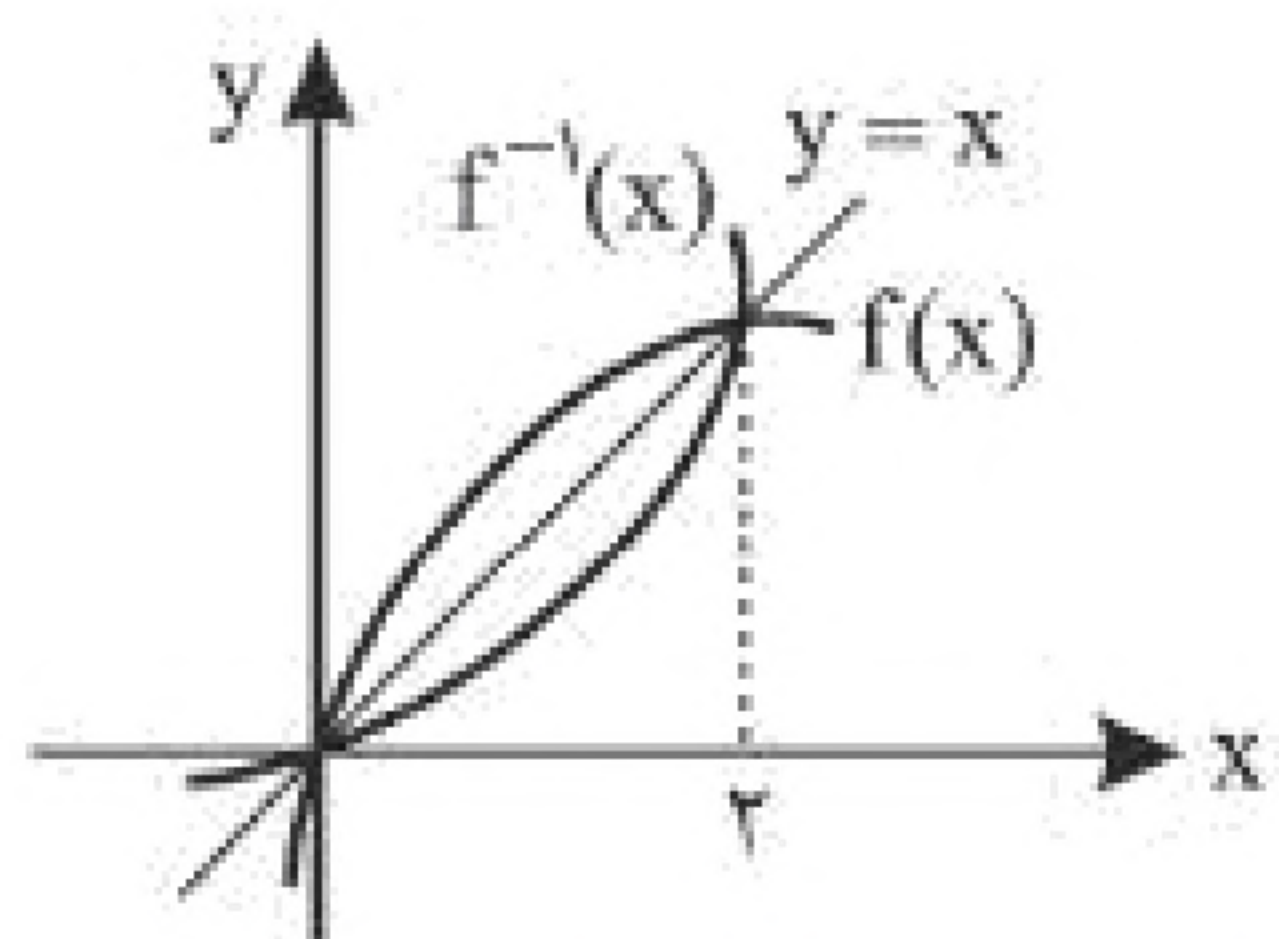
پس  $\beta - \alpha = 10$ .





۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نمودار  $f^{-1}$  قرینه نمودار  $f$  نسبت به خط  $y = x$  است. به کمک نمودار  $f^{-1}(x)$  می‌توانیم  $x - f^{-1}(x)$  را تعیین علامت کنیم:



شرط دامنه:  $xf^{-1}(x) - x^2 \geq 0 \Rightarrow x(f^{-1}(x) - x) \geq 0$

x	-	0	+	2	+
x	-	0	+	2	+
$f^{-1}(x) - x$	+	0	-	0	-
$x(f^{-1}(x) - x)$	-	0	-	0	-

دامنه:  $x \in [2, +\infty) \cup \{0\}$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{1}{|f(x)|} = \frac{1}{|x|} \xrightarrow{\text{۲ واحد به راست}} g(x) = \frac{1}{|x-2|}$$

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \Rightarrow \frac{1}{|x-2|} = \frac{1}{x} \Rightarrow |x-2| = x$$

$$x \geq 2 \Rightarrow x-2 = x \Rightarrow -2 = 0 \text{ نادرست}$$

$$x < 2 \Rightarrow 2-x = x \Rightarrow x = 1 \text{ درست} \Rightarrow (1,1) \text{ : نقطه‌ی برخورد}$$

$$\text{فاصله از مبدأ: } \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f^{-1}\left(\alpha + f^{-1}(1)\right) = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha + f^{-1}(1) = f\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \alpha + f^{-1}(1) = \frac{5}{4} + 2 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{4}$$

از طرفی  $f(1) = 1$ ، پس:  $f^{-1}(1) = 1$ ، لذا:

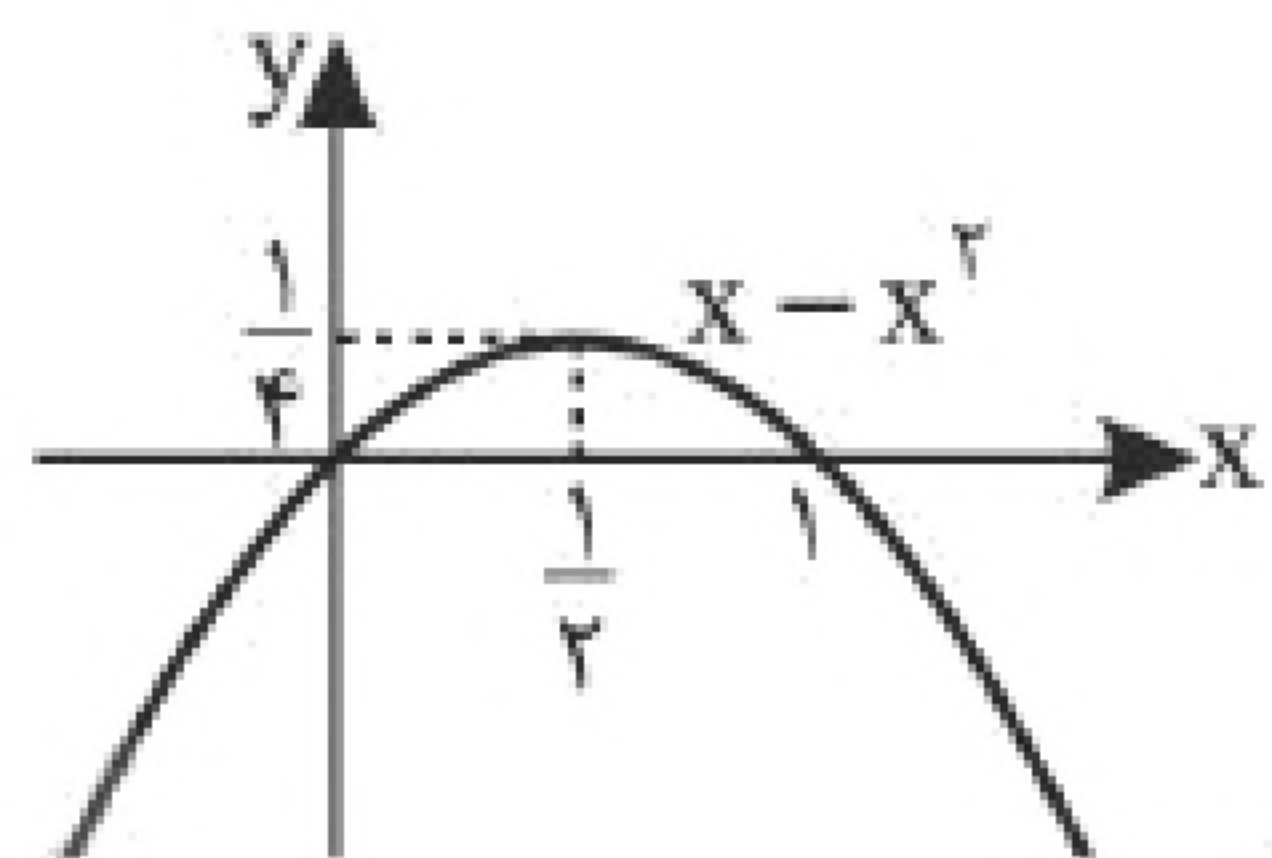
$$\alpha + 1 = \frac{9}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{4}$$





۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اول حدود تغییرات  $f(x) = \sqrt{x - x^2}$  را پیدا می‌کنیم.



$$x - x^2 \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x - x^2} \leq \frac{1}{2}$$

برد تابع  $g(f(x)) = f(x) - [f(x)]$  را می‌خواهیم.

مطابق شکل نمودار  $g(x) = x - [x]$  را رسم کرده‌ایم.

برد تابع  $g(f(x))$  برابر برد تابع  $g(x) : 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$  است که

برابر  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  است.

