

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $X$  قیمت سال گذشته باشد:

$$\text{قسمت امسال} = X + \frac{50}{100}X = X + \frac{1}{2}X = \frac{3}{2}X$$

می‌دانیم اگر هریک از داده‌ها  $a$  برابر شود، واریانس داده‌ها،  $a^2$  برابر می‌شود، بنابراین:

$$\text{واریانس قیمت‌های امسال} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 6400 = 14400$$

$$\text{انحراف معیار جدید قیمت‌ها} = \sqrt{14400} = 120$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همواره برای هر مجموعه‌ای از داده‌ها، مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین صفر می‌شود، بنابراین با فرض سؤال:

$$X_i - \bar{X} : -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(X_1 - \bar{X})^2 + (X_2 - \bar{X})^2 + \dots + (X_7 - \bar{X})^2}{7}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow 0.4 = \frac{2}{\bar{X}} \Rightarrow \bar{X} = 5$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را به طور صعودی مرتب می‌کنیم:

$$75, 82, \frac{86}{\downarrow}, 89, 92, \frac{97}{\downarrow}, 98, 98, \frac{100}{\downarrow}, 101, 105$$

$$Q = 86 \quad Q_2 = 97 \quad Q_3 = 100$$

$$\bar{X} = \frac{75 + 82 + 86 + 89 + 92 + 97 + 2(98) + 100 + 101 + 105}{11} = 93$$

$$\frac{Q + Q_2 + Q_3}{3} = \frac{86 + 97 + 100}{3} = \frac{283}{3}$$

$$\text{اختلاف مورد نظر سؤال} = \frac{283}{3} - 93 = \frac{4}{3}$$

$$CV = 5 \times (CV \text{ قدیم})$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2\sigma}{2\bar{X} - 7} = 5 \times \frac{\sigma}{\bar{X}} \Rightarrow \frac{2}{2\bar{X} - 7} = \frac{5}{\bar{X}} \Rightarrow 10\bar{X} - 35 = 2\bar{X} \Rightarrow \bar{X} = \frac{35}{8}$$

میانگین اولیه

$$\bar{X}_{\text{جدید}} = 2\bar{X}_{\text{قدیم}} - 7 = 2 \times \frac{35}{8} - 7 = 8.75 - 7 = 1.75$$

(یادآوری: اگر هریک از داده‌های  $X_1, X_2, \dots, X_n$  را در  $a$  ضرب و سپس با  $b$  جمع کنیم، انحراف معیار داده‌ها فقط  $|a|$  برابر می‌شود اما میانگین جدید  $b + a\bar{X}_{\text{قدیم}}$  خواهد شد.)





۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گروه خون و اضافه وزن نسبت به هم مستقل اند:

$$P(B \text{ (گروه خونی)}) = P(B) = ۰/۶۵$$

$$P(\text{داشتن اضافه وزن}) = P(A) = ۰/۶۰$$

می دانیم اگر  $A$  و  $B$  مستقل باشند آنگاه  $A$  و  $B'$  و همچنین  $B$  و  $A'$  هم مستقل هستند. از طرفی اشتراک  $A - B$  و  $B - A$  تهی است، بنابراین:

$$P(B \text{ و } A \text{ داشتن فقط یکی از دو ویژگی}) = P(A \cap B') + P(A' \cap B)$$

$$= P(A) \times P(B') + P(A') \times P(B) = (۰/۶۰ \times ۰/۳۵) + (۰/۴۰ \times ۰/۶۵) = ۰/۲۱ + ۰/۲۶ = ۰/۴۷$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. پیشامد این که حداقل یکی از دو پیشامد  $A$  یا  $B$  رخ دهد، همان  $A \cup B$  است، بنابراین:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow ۱۳ = ۸ + ۹ - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = ۴$$

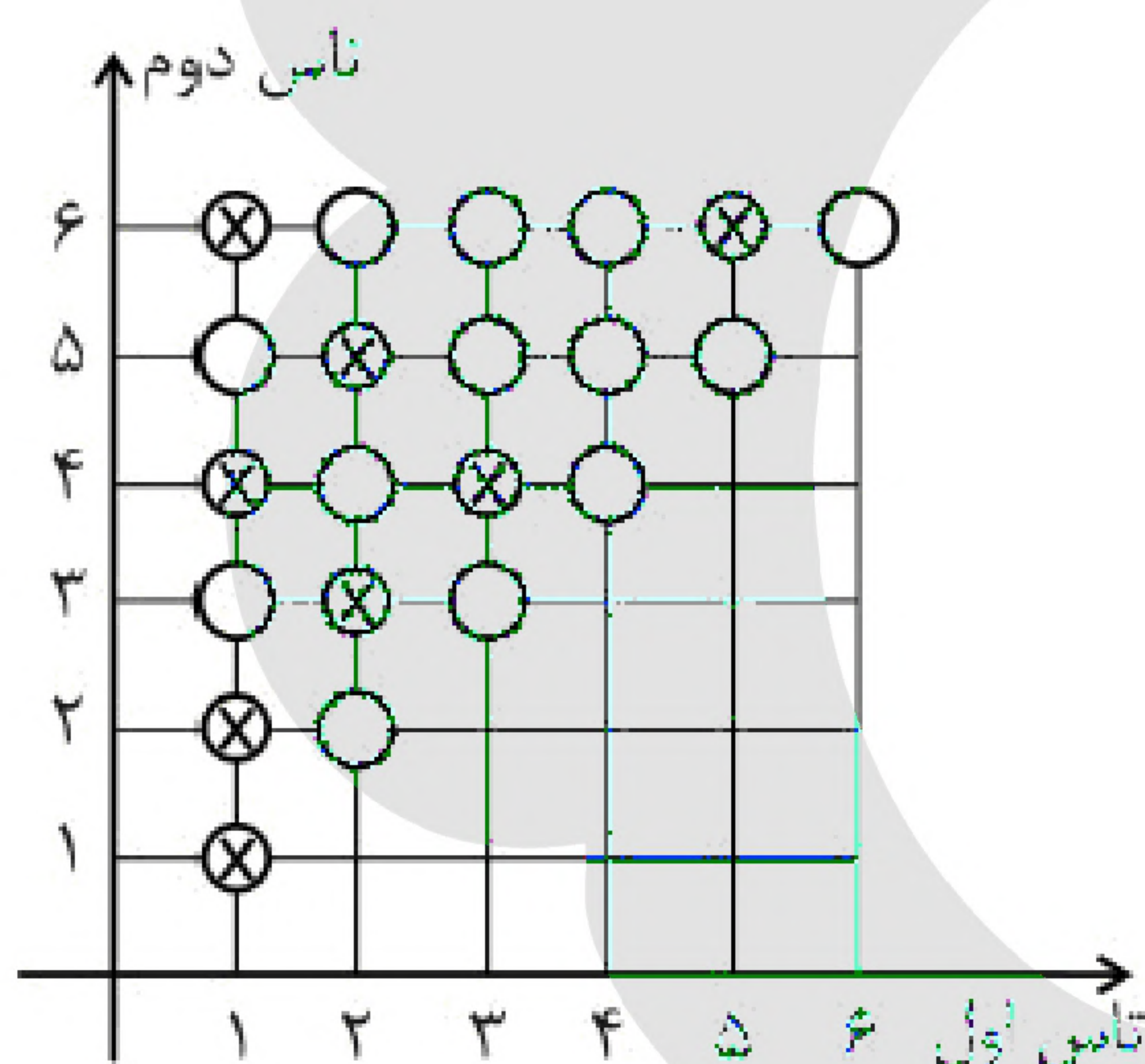
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

شرط استقلال دو پیشامد  $A$  و  $B$ :

$$\frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow n(A \cap B) \times n(S) = n(A) \times n(B)$$

$$\Rightarrow ۴ \times n(S) = ۸ \times ۹ \Rightarrow n(S) = ۱۸$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با توجه به ۳۶ عضو موجود در تمام فضای نمونه‌ای برای دو تاس مطابق شکل، ابتدا با توجه به شرط داده شده در سؤال ۲۱ عضو فضای نمونه‌ای جدید (کاهش یافته) را مشخص می‌کنیم. (در شکل با علامت دایره مشخص شده است). بنابراین در احتمال شرطی خواسته شده  $n(S) = ۲۱$  است. از بین دایره‌ها، نقاطی که با  $\times$  مشخص شده‌اند آنهایی هستند که حاصل جمع اعداد تاس اول و دوم یک عدد اول است.

$$n(A) = ۸ \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۸}{۲۱}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر تعداد آزمون‌ها از هفته ششم به بعد برابر  $n$  باشد، چون در تمام این آزمون‌ها ۹ امتیاز کسب کرده، مجموع امتیازاتش  $۹n$  خواهد شد:

$$\text{میانگین تمام آزمون‌ها} = \frac{۹n + ۳۶}{۵ + n} = ۸ \Rightarrow ۹n + ۳۶ = ۴۰ + ۸n \Rightarrow n = ۴$$

$$\text{تعداد کل آزمون‌ها} = ۵ + ۴ = ۹$$





۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \bar{x} = 15 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2}{n} = 4 \\ \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \end{cases}$$

$$(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2 = 32 \quad (1)$$

چون میانگین دو عدد اضافه شده هم ۱۵ است  $\left(\frac{12+18}{2} = 15\right)$ ، بنابراین در ۱۰ داده حاصل میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_n - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{10}$$

$$\xrightarrow{\text{طبق (1)}} \sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{32 + 9 + 9}{10} = 5$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$x_1, x_2, \dots, x_n \Rightarrow \bar{x}, \sigma$$

$$2x_1 - 7, 2x_2 - 7, \dots, 2x_n - 7 \Rightarrow \underbrace{2\bar{x} - 7}_{\text{میانگین جدید}}, \underbrace{2\sigma}_{\text{انحراف معیار جدید}}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حالت قدیم:

حالت جدید:

$$\text{میانگین قدیم} \Rightarrow \frac{2\sigma}{2\bar{x} - 7} = \frac{1}{5} \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{2}{2\bar{x} - 7} = \frac{1/5}{\bar{x}} \Rightarrow \bar{x} = 10/5$$

$$\text{میانگین جدید} \Rightarrow \bar{x} = 2(10/5) - 7 = 14$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{\text{مجموع داده های جدید}}{\text{تعداد داده ها}} \Rightarrow 14 = \frac{\text{مجموع داده های جدید}}{20} \Rightarrow \text{مجموع داده های جدید} = 20 \times 14$$

$$= 280$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. میانگین فروش ۳ نماینده تصادفی انتخاب شده باید برابر ۳ باشد، بنابراین مجموع فروش آن‌ها الزاماً ۹ است. نمونه‌هایی با اندازه ۳ که مجموع فروش آن‌ها ۹ است عبارتند از:  $\{1, 3, 5\}$  و  $\{2, 2, 5\}$

$$\frac{2}{\binom{5}{3}} = \frac{2}{10} = 0.2$$

بنابراین احتمال موردنظر سؤال برابر است با:





۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون داده‌ها از کوچک به بزرگ نوشته شده‌اند، پس دامنه تغییرات اولیه برابر است با:

$$X_n - X_1$$

حالا اگر عدد  $m$  را به داده اول اضافه کنیم، مقدار آن زیاد و دامنه تغییرات کم می‌شود. این موضوع تا جایی ادامه می‌یابد که نهایتاً  $X_1 + m$  از  $X_2$  بیشتر شود و در این صورت  $X_2$  کوچک‌ترین داده شده و دامنه تغییرات به کمترین مقدارش که برابر با  $X_n - X_2$  است، می‌رسد و با دامنه تغییرات اولیه، مساوی نخواهد شد.

تنها حالت ممکن، این است که اگر مقدار افزایش  $m$  به گونه‌ای باشد که  $X_1 + m$  حتی از  $X_n$  هم بیشتر شود، آن‌گاه  $X_1 + m$  بزرگ‌ترین داده و  $X_2$  کوچک‌ترین داده خواهد بود و دامنه تغییرات برابر است با:

$$X_n - X_1 = X_1 + m - X_2 \Rightarrow m = X_n - 2X_1 + X_2$$

$$13 - 2 + 1 = 12$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد این داده‌ها برابر است با:

حالا اگر این ۱۲ داده را به صورت مرتب از کوچک به بزرگ بنویسیم، چارک اول برابر با معدل داده‌های سوم و چهارم و چارک سوم با معدل داده‌های نهم و دهم است. یعنی:

$$Q_1 = \frac{\binom{16}{4} + \binom{16}{5}}{2} \xrightarrow{\text{اصل پاسکال}} = \frac{\binom{17}{5}}{2}$$

$$Q_3 = \frac{\binom{16}{10} + \binom{16}{11}}{2} \xrightarrow{\text{پاسکال}} = \frac{\binom{17}{11}}{2}$$

$$Q_1 + Q_3 = \frac{\binom{17}{5} + \binom{17}{11}}{2} \xrightarrow{\binom{17}{11} = \binom{17}{6}} \frac{\binom{17}{5} + \binom{17}{6}}{2} \xrightarrow{\text{اصل پاسکال}} = \frac{\binom{18}{6}}{2}$$

بنابراین جواب سؤال برابر با نصف عدد  $\binom{18}{6}$  یا همان  $\binom{18}{12}$  است.

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. داده‌های اصلی:  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$

$$n = 10, \bar{X} = 20, \sigma^2 = 9 \Rightarrow \sigma = 3 \quad (\text{انحراف معیار})$$

داده‌های جدید:  $4(X_1 + 5), 4(X_2 + 5), \dots, 4(X_{10} + 5)$

$$n = 10, \bar{X}_{\text{جدید}} = 4(\bar{X}_{\text{قدیم}} + 5) = 4(20 + 5) = 100 \Rightarrow \bar{X}_{\text{جدید}} = 100$$

$$\sigma_{\text{جدید}} = 4\sigma_{\text{قدیم}} = 4(3) = 12 \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = 12$$

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{X}_{\text{جدید}}} = \frac{12}{100} = 0.12$$





۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P(B|A) + P(B') = 1 \Rightarrow P(B|A) = 1 - P(B') \Rightarrow P(B|A) = P(B) \Rightarrow$$

$$: P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad A, B \text{ مستقل اند.}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\frac{7}{12} = x + 3x - x \times 3x$$

$$3x^2 - 4x + \frac{7}{12} = 0, \quad \begin{cases} x = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{6} \\ X = \frac{7}{6} \text{ غ ق ق غ } (0 \leq P(A) \leq 1) \end{cases}$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sum x_i^2 = 320 + 20 \cdot \bar{x}^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{320 + 20 \cdot \bar{x}^2}{n} = \frac{320 + 20 \cdot \bar{x}^2}{20} = 16 + \bar{x}^2$$

$$\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \sigma^2 = 16 \Rightarrow \sigma = 4$$

A: پیشامد نفر اول شدن در مسابقات

B: پیشامد خوردن تیر به هدف

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, B(A|B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{7}{12} - \frac{1}{8} = \frac{11}{24}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{\sigma}{8} \Rightarrow \sigma = \frac{40}{10} = 4 \quad \text{انحراف معیار}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = 4^2 = 16 \quad \text{واریانس داده‌ها}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma^2 = \frac{1}{4} \times 64 = 16 \quad \text{واریانس داده‌های } \frac{1}{2}x_1 + 1, \frac{1}{2}x_2 + 1, \dots, \frac{1}{2}x_n + 1 \text{ برابر است با:}$$

$$P(B|A') = \frac{P(A' \cap B)}{P(A')} = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \frac{3}{8}} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{3}$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.





۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = ۷ \text{ تاس} = \{(۱, ۶), (۲, ۵), (۳, ۴), (۴, ۳), (۵, ۲), (۶, ۱)\}$$

$$P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

$$B = ۵ \text{ مضرب} = \{(۵, ۲)\} \Rightarrow P(B|A) = \frac{۱}{۶} = P(A) \text{ دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ مستقل اند.}$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

پیشامد اول شدن در حرکت یک ضرب:  $A$

پیشامد اول شدن در مجموع حرکت یک ضرب و دو ضرب:  $B$

$$P(A) = \frac{۱}{۵} \quad P(B) = \frac{۱}{۳}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{\frac{۱}{۵}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۱۰}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۳} - \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱۳}{۳۰}$$

$$A \text{ پیشامد: سکه رو بیاید} \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۲}$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$B \text{ پیشامد: هر دو تاس ۶ بیاید} \Rightarrow P(B) = \frac{۱}{۳۶}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{۱}{۲} \cdot \frac{۱}{۳۶} = \frac{۱}{۷۲} \text{ (احتمال آن که سکه رو بیاید و دو تاس ۶ بیاید)}$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \text{ دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ مستقل اند.}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(A)} = P(B)$$

$$P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B) = P(A|B) + P(B|A)$$





«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$\bar{x} = \frac{100}{20} = 5$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow \frac{8}{5} = \frac{\sigma}{5} \Rightarrow \sigma = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 16 = \frac{\sum x_i^2}{20} - 5^2 \Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{20} = 41 \Rightarrow \sum x_i^2 = 820$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = 0$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x_1 - \bar{x})^2 = (x_2 - \bar{x})^2 = \dots = (x_n - \bar{x})^2 = 0$$

در نتیجه:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x}, n = \bar{x}^2$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = n\bar{x} = \bar{x}^2 \cdot \bar{x} = \bar{x}^3$$

بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{380}{19} = 20$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_{19} - 20)^2}{19} = 2^2 = 4$$

$$(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_{19} - 20)^2 = 76$$

$$\frac{(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_{19} - 20)^2}{20} = \frac{76}{20} = 3/5$$

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+1+11}{5} = 3$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (1-3)^2 + (1-3)^2 + (1-3)^2 + (11-3)^2}{5} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{دامنه تغییرات داده‌ها} = 11 - 1 = 10$$

$$|انحراف معیار داده‌ها - دامنه تغییرات داده‌ها| = |4 - 10| = 6$$





۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 \quad \bar{x} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 4 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{10} - 64$$

$$\Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 680$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

میانگین داده‌ها =  $x + 2$

$$\bar{x} = \frac{x - 2 + x - 1 + x + x + 2 + x + 2 + x + 3 + x + 4 + x + 4 + 2x}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{10x + 12}{9} \Rightarrow \frac{10x + 12}{9} = x + 2 \Rightarrow 10x + 12 = 9x + 18 \Rightarrow x = 6$$

داده‌ها عبارتند از: ۴, ۵, ۶, ۸, ۸, ۹, ۱۰, ۱۰, ۱۲  
دامنه تغییرات داده‌ها =  $12 - 4 = 8$

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا داده‌ها را به طور صعودی مرتب می‌کنیم:

۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۹, ۱۹, ۲۳, ۲۶, ۲۷, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۱, ۴۳

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $Q_1$   $Q_2$   $Q_3$   
 چارک اول      میانه کل داده‌ها      چارک سوم

داده‌های موردنظر سؤال برای محاسبه واریانس عبارت‌اند از:

$$16, 19, 19, 26, 27, 31 \Rightarrow \bar{x} = 23$$

$$\sigma^2 = \frac{(16-23)^2 + (19-23)^2 + (19-23)^2 + (26-23)^2 + (27-23)^2 + (31-23)^2}{6}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{170}{6} = 28\frac{1}{3}$$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(B|A) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}P(A) \quad (۱)$$

$$P(A - B) = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{طبق ۱}} P(A) - \frac{1}{6}P(A) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{5}{6}P(A) = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{3}{10}, P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$$

$$= 1 - \frac{3}{10} - \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{11}{20}$$





۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\bar{x} = \frac{100}{20} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{20}^2}{20} - \bar{x}^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{680}{20} - 5^2} = \sqrt{34 - 25} = \sqrt{9} = 3$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$16 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20}}{20} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{20} = 320$$

$$15 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20} - x_i}{19} = \frac{320 - x_i}{19}$$

$$320 - x_i = 285 \Rightarrow x_i = 35$$

مجموع ارقام:  $3 + 5 = 8$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داده‌های مرتب شده

۲, ۷, ۱۰, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۱۹, ۲۱, ۲۵, ۳۳, ۳۶

۱۸ = میانه داده‌ها

$$\frac{a-1 + a-1 + a + a + 5 + 2a-2 + 2a-1 + 2a-1 + 2a + 2a + 2a + 2a + 1}{11} = 18$$

$$\frac{18a}{11} = 18 \Rightarrow a = 11 \Rightarrow \text{داده‌ها: } 10, 10, 11, 16, 20, 21, 21, 22, 22, 22, 23$$

چارک اول                      میانه                      چارک سوم

$$\bar{x} = \frac{16 + 20 + 21 + 21 + 22}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

$$\sigma^2 = \frac{(16-20)^2 + (20-20)^2 + (21-20)^2 + (21-20)^2 + (22-20)^2}{5}$$

$$= \frac{16 + 0 + 1 + 1 + 4}{5} = 4/5$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲, ۸, ۱۰, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۵, ۱۶, ۱۶, ۱۶, ۱۶, ۱۷, ۱۷, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۲۰

چارک اول

میانه

چارک سوم

$$\text{دامنه تغییرات} = (x_{\max} - x_{\min}) = 20 - 2 = 18$$

$$\text{دامنه میان چارکی} = 17 - 12 = 5$$

$$\text{اختلاف} = |18 - 5| = 13$$





۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر ضمن توجه به تمام نکات نمونه‌گیری، داده‌ها را با روش‌های مناسبی تحلیل کرده باشیم، در بهترین حالت می‌توانیم نتایج را فقط به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم. در واقع اگر تمام افراد جامعه مورد بررسی قرار نگرفته‌اند، نتایج قطعی نیستند.

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به دلیل پراکندگی داده‌ها و وجود داده‌های دورافتاده، اختلاف دما در دو نقطه از کشور گاه به  $50^{\circ}$  می‌رسد. میانه برای معیار گرایش به مرکز و دامنه‌ی میان چارکی برای معیار پراکندگی مناسب هستند.

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$C(6, 3) = \frac{6!}{3!3!} = 20, \quad C(4, 1) = 4$$

$$C(6, 4) = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

$$C(10, 4) = \frac{10!}{6!4!} = 210 = n(s_1), \quad C(10, 3) = \frac{10!}{7!3!} = 120 = n(s_2)$$

$P =$  (احتمال خارج شدن حداقل سه مهره سبز)

$$\frac{1}{2} \text{ (۴ مهره سبز باشد)} + \frac{1}{2} \text{ (۳ مهره سبز و ۱ مهره زرد باشد)} + \frac{1}{2} \text{ (۳ مهره سبز باشد)}$$

↓ احتمال زوج آمدن تاس      ↓ احتمال فرد آمدن تاس

$$= \frac{1}{2} \times \frac{20}{120} + \frac{1}{2} \left( \frac{20 \times 4}{210} + \frac{15}{210} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \left( \frac{8}{21} + \frac{1}{14} \right) = \frac{1}{12} + \frac{19}{84} = \frac{7+19}{84} = \frac{13}{42}$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

A : پیشامد سوخته بودن لامپ اول :

B : پیشامد سوخته بودن لامپ دوم :

$A \cap B$  : پیشامد این که ابتدا A و سپس B رخ دهد :

$$P(A) = \frac{C(6, 1)}{C(36, 1)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{C(5, 1)}{C(35, 1)} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$$

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در بررسی داده‌های آماری، اگر داده‌های دور افتاده داشته باشیم، میانه به جای میانگین و دامنه‌ی میان چارکی به جای انحراف معیار برای معیار گرایش به مرکز و معیار پراکندگی برای توصیف داده‌ها مناسب هستند.