

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در هر هفته $\frac{12}{5}$ درصد از دست می‌دهد و $\frac{87}{5}$ درصد باقی ماند یعنی $\frac{7}{8}$ ماده اولیه باقی مانده است. از طرفی $\text{Log}_3^7 = \frac{10}{6}$ و $\text{Log}_3^2 = \frac{10}{6}$ است.

$$\left(\frac{7}{8}\right)^n A = \frac{1}{8}A \Rightarrow \left(\frac{7}{8}\right)^n = \frac{1}{8}$$

$$\text{Log}_3 \left(\frac{7}{8}\right)^n = \text{Log}_3 \frac{1}{8} = -\text{Log}_3^8$$

$$n(\text{Log}_3^7 - 3\text{Log}_3^2) = -\text{Log}_3^8 \Rightarrow n\left(\frac{10}{6} - \frac{30}{6}\right) = -\frac{10}{6} \Rightarrow n = 8 \Rightarrow \text{هفته ۸} \Rightarrow \text{روز ۵۶}$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log } 2 \simeq 0.3 \Rightarrow \text{Log } 5 = 1 - \text{Log } 2 \simeq 0.7$$

$$\text{Log } 3 \simeq 0.4 \Rightarrow \text{Log } 6 = \text{Log } 2 + \text{Log } 3 \simeq 0.7$$

$$x^2(\text{Log } 30) + 2x(\text{Log } 6) - \text{Log } \frac{5}{6} = 0 \Rightarrow (\text{Log } 5 + \text{Log } 6)x^2 + (2\text{Log } 6)x + (\text{Log } 6 - \text{Log } 5) = 0$$

= 0

$$\xrightarrow{a+c=b} x = -1, \frac{\text{Log } 5 - \text{Log } 6}{\text{Log } 5 + \text{Log } 6} \simeq \xrightarrow{\text{تفاضل}} \simeq |-1 - 0| = 1$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(t) = A_0 \left(\frac{8}{9}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{8}{9}\right)^n = \frac{A(t)}{A_0} = \frac{1}{6} \Rightarrow n(3\text{Log } 2 - 2\text{Log } 3) = -(\text{Log } 2 + \text{Log } 3)$$

$$\Rightarrow n = \frac{\text{Log } 3 + \text{Log } 2}{2\text{Log } 3 - 3\text{Log } 2} = \frac{\text{Log}_2^3 + 1}{2\text{Log}_2^3 - 3}$$

از طرفی از دو تساوی داده شده داریم:

$$\text{Log}_2^3 = \frac{\text{Log}_2^5}{\text{Log}_2^5} = \frac{2/4}{1/4} = \frac{12}{7} \Rightarrow n = \frac{\frac{12}{7} + 1}{\frac{24}{7} - 3} = \frac{19}{3}$$

یعنی در $\frac{19}{3}$ ساعت یا ۳۸۰ دقیقه نتیجه موردنظر حاصل می‌شود.



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_9 b = 1 + \text{Log}_3 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log}_3 b = \text{Log}_3 3 + \text{Log}_3 5 \Rightarrow \text{Log}_3 b = 2 \text{Log}_3 3 + 2 \text{Log}_3 5$$

$$\Rightarrow \text{Log}_3 b = \text{Log}_3 3^2 + \text{Log}_3 5^2 \Rightarrow \text{Log}_3 b = \text{Log}_3 15^2 \Rightarrow b = 15^2$$

$$\text{Log}_{15} \sqrt{b} = \text{Log}_{15} \sqrt{15^2} = \text{Log}_{15} 15 = 1$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^x = 0.216 \xrightarrow{\text{Log}_3} \text{Log}_3 3^x = \text{Log}_3 \frac{3^3}{5^3} \Rightarrow x = 3 - 3 \text{Log}_3 5 \Rightarrow \text{Log}_3 5 = \frac{3-x}{3}$$

$$5^y = 675 \xrightarrow{\text{Log}_5} \text{Log}_5 5^y = \text{Log}_5 675 \Rightarrow y = \text{Log}_5 5^2 \times 3^3 \Rightarrow y = 2 + 3 \text{Log}_5 3$$

$$y = 2 + 3 \left(\frac{3}{3-x} \right) \Rightarrow y = \frac{15-2x}{3-x} \Rightarrow y = \frac{2x-15}{x-3}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n} > 2^{-8} \Rightarrow -2m-2n > -8 \Rightarrow m+n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^3 + n^2) = 2^3 + 1^2 = 8 + 1 = 9$$

$$\text{Log}_n m = a \Rightarrow \frac{\text{Log } m}{\text{Log } n} = a$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$b = \text{Log}_{mn} m^2 n = \frac{2 \text{Log } m + \text{Log } n}{\text{Log } m + \text{Log } n} = \frac{2a+1}{a+1} = 1 + \frac{a}{a+1} = 1/0.00 \Rightarrow [b] = 1$$

تذکر: برای حل تستی، می‌توانیم $m = n$ در نظر بگیریم و به راحتی به جواب برسیم.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به علت وجود $\text{Log}_{\frac{1}{2}} x$ باید $x > 0$ پس برای اینکه زیر رادیکال منفی نشود، باید:

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}} x > 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}} x > \text{Log}_{\frac{1}{2}} 1 \Rightarrow x < 1 \xrightarrow{\cap} 0 < x < 1$$

این بازه شامل هیچ عدد صحیحی نمی‌شود.



۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$b = -8, c = 4, \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \alpha\beta^2 \cdot \alpha^2\beta \xrightarrow{\div \alpha\beta} \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2 \Rightarrow S = P^2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = \left(\frac{c}{a}\right)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{-c^2}{b} = \frac{-16}{-8} = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log}_a \sqrt{2} = \text{Log}_2 \sqrt{2} = 2$$

تذکر:

بهتر بود در صورت سؤال عنوان می‌شد: «اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای که ریشه‌های آن $\alpha\beta^2$ و $\alpha^2\beta$ است، برابر باشند» که ابهام سؤال کمتر می‌شد.

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 1 = \sqrt[3]{\frac{a}{2^2} + b} \Rightarrow \frac{a}{2^2} + b = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = -b \Rightarrow a = -2b \quad (1)$$

$$f^{-1}(8) = 5 \Rightarrow f(5) = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{5^2}{2^2} + b} = 2^3 \Rightarrow \frac{5^2}{2^2} + b = 2^9 \Rightarrow 5a + b = 9$$

$$\xrightarrow{(1)} -10b + b = 9 \Rightarrow b = -1, a = 2 \Rightarrow a - b = 3$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_8 b = \frac{2}{3} \left(1 + \text{Log}_2^3\right) \Rightarrow \text{Log}_8 b = \frac{2}{3} \text{Log}_2^6$$

$$\text{Log}_8 b = \text{Log}_8^{36} \Rightarrow b = 36 \Rightarrow \text{Log}(3b - 8) = \text{Log}_{10}^{(3 \times 36 - 8)} = \text{Log}_{10}^{100} = 2$$

$$\frac{m}{n} \text{Log}_b a = \text{Log}_{b^n} a^m \quad \text{یادآوری:}$$



۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه $a^2 + 9b^2 = 10ab$ را با $6ab$ جمع می‌کنیم.

$$\Rightarrow a^2 + 6ab + 9b^2 = 16ab \Rightarrow (a+3b)^2 = 16ab \Rightarrow \left(\frac{a+3b}{4}\right)^2 = ab$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow \text{Log} \left(\frac{a+3b}{4}\right)^2 = \text{Log} ab \Rightarrow 2 \text{Log} \left(\frac{a+3b}{4}\right) = \text{Log} a + \text{Log} b$$

این یعنی $\text{Log} \frac{a+3b}{4}$ واسطه حسابی $\text{Log} a$ و $\text{Log} b$ است.

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) &\Rightarrow a+b=0 \\ (-1, -1) &\Rightarrow a+2b=-1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a=1, b=-1$$

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_8^{18} = m \Rightarrow \frac{\text{Log}_2^{18}}{\text{Log}_2^8} = m \Rightarrow \frac{2 \text{Log}_2^3 + 1}{3} = m \Rightarrow \text{Log}_2^3 = \frac{3m-1}{2}$$

$$\text{Log}_4^{12} = \frac{\text{Log}_2^{12}}{\text{Log}_2^4} = \frac{\text{Log}_2^3 + 2}{2} = \frac{\frac{3m-1}{2} + 2}{2} = \frac{3m+3}{4} = \frac{3}{4}(m+1)$$

$$\text{فرض: } 5^x = 10 \Rightarrow 5^x = 5 \times 2 \Rightarrow 5^{x-1} = 2 \Rightarrow 5 = 2^{\frac{1}{x-1}}$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^{f(x)} = 20 = 2^2 \times 5 = 2^2 \times 2^{\frac{1}{x-1}} = 2^{2+\frac{1}{x-1}} = 2^{\frac{2x-1}{x-1}} \Rightarrow f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$$

راه دوم:

$$5^x = 10 \Rightarrow x = \text{Log}_5^{10} = \text{Log}_5^2 + \text{Log}_5^5 = \text{Log}_5^2 + 1 \Rightarrow \text{Log}_5^2 = x-1$$

$$2^{f(x)} = 20 \Rightarrow f(x) = \text{Log}_2^{20} = \frac{\text{Log}_5^{20}}{\text{Log}_5^2} = \frac{\text{Log}_5^2 + \text{Log}_5^{10}}{\text{Log}_5^2} = \frac{x-1+x}{x-1} = \frac{2x-1}{x-1}$$



$$2 \log_x a + \frac{1}{2} \log_a x = 2 \Rightarrow \log_a x = A$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2}{A} + \frac{1}{2}A = 2 \xrightarrow{\times 2A} 4 + A^2 - 4A = 0 \Rightarrow A^2 - 4A + 4 = 0$$

$$(A - 2)^2 = 0 \Rightarrow A = 2 \Rightarrow \log_a x = 2 \Rightarrow a^2 = x \Rightarrow a = 3$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

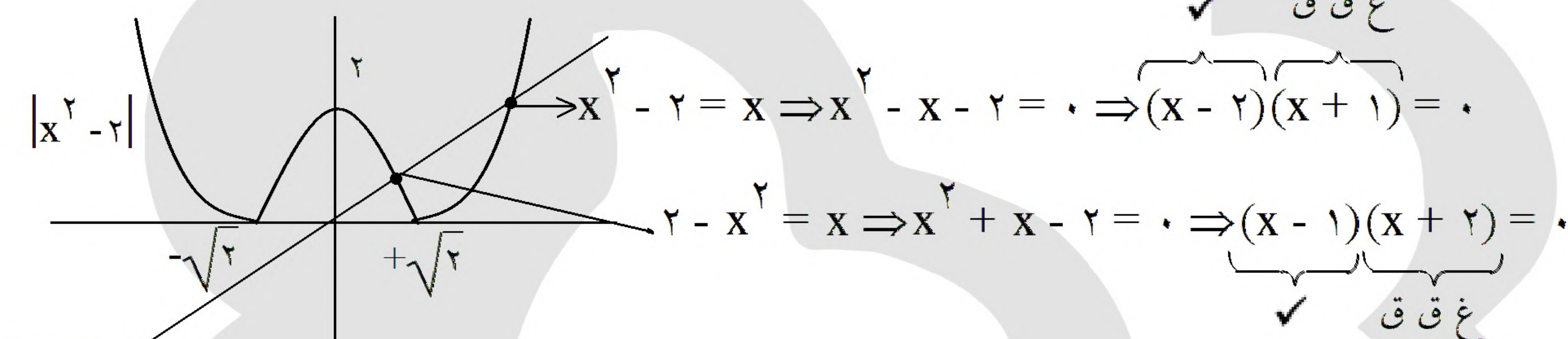
$$y = 2^{\frac{x+|x|}{x+3+|x+3|}} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2^{\frac{(x+3)+|x+3|}{x+3+|x+3|}} \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y}$$

$$y = 2^{\frac{x+3+|x+3|}{x+3+|x+3|}} - 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2^{\frac{x+3+|x+3|}{x+3+|x+3|}} = 2^1 \Rightarrow x+3+|x+3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \Rightarrow 2(x+3) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -3 \Rightarrow (x+3) - (x+3) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$|x^2 - 2| - x > 0 \Rightarrow |x^2 - 2| > x$$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2^x + 15 = 2^{(x+3)} = 2^3 \times 2^x = 8 \times 2^x \Rightarrow 2^x - 8 \times 2^x + 15 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 8 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 5)(2^x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 5 \Rightarrow x_1 = \log_2 5 \\ 2^x = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب ها: } x_1 + x_2 = \log_2 5 + \log_2 3 = \log_2 15$$

۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم $\log_y x = \frac{1}{\log_x y}$ است، پس تساوی داده شده به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{1}{\log_c a} + \frac{1}{\log_c b} = \frac{\log_c a + \log_c b}{\log_c a \cdot \log_c b} = \frac{\log_c ab}{\log_c a \cdot \log_c b} = 1 \Rightarrow \log_c a \cdot \log_c b = \log_c (ab)$$



۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \frac{y}{x} - 2 \text{Log} \frac{x}{y} = 1$$

باید $\text{Log} \frac{y}{x}$ را برابر A و $\text{Log} \frac{x}{y}$ را برابر $\frac{1}{A}$ قرار دهیم:

$$A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - 2 = A \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \Rightarrow \text{Log} \frac{y}{x} = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{x} \\ A = 2 \Rightarrow \text{Log} \frac{y}{x} = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3^x(1+3+9+27+81+243)}{2^x\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}+1+2+4+8\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(363)}{2^x\left(\frac{63}{2}\right)} = 52 \Rightarrow \frac{3^x(7)}{2^x\left(\frac{63}{4}\right)} = 1 \Rightarrow \frac{3^x \times 28}{2^x \times 63} = 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = 2$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. عبارت جلوی لگاریتم باید بزرگتر از صفر باشد و عبارت درون رادیکال مخرج باید بزرگتر یا مساوی صفر باشد و در نهایت از مجموعه جواب‌های به دست آمده، اشتراک می‌گیریم.

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -1 & (1) \\ x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \text{ یا } x \geq 1 & (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

روش دوم:

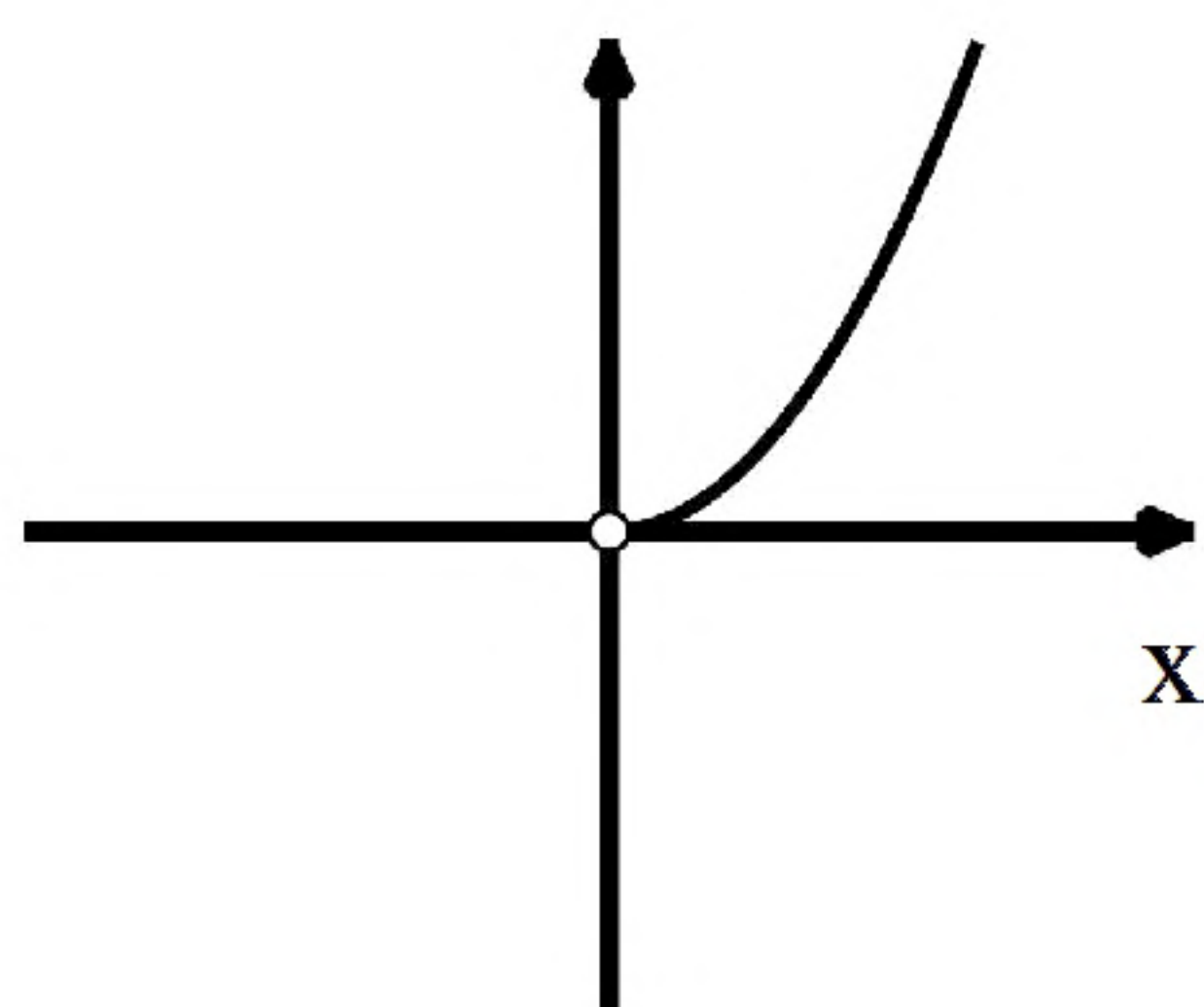
در این روش از روش حذف گزینه استفاده می‌کنیم.

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{\text{Log}(-2)}{\sqrt{-1+1}} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه‌های ۲ و ۴ غلط هستند.}$$

$$x = 2 \Rightarrow f(2) = \frac{\text{Log}(0)}{\sqrt{4-1+1}} \Rightarrow \text{نادرست} \Rightarrow \text{گزینه ۳ غلط است.}$$

بنابراین با حذف گزینه‌های ۲ و ۳ و ۴، گزینه ۱ درست است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{Log}_3^x \xrightarrow{x > 0} \text{Log}_3^9 = x^2$$



$$\frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|} > 0$$

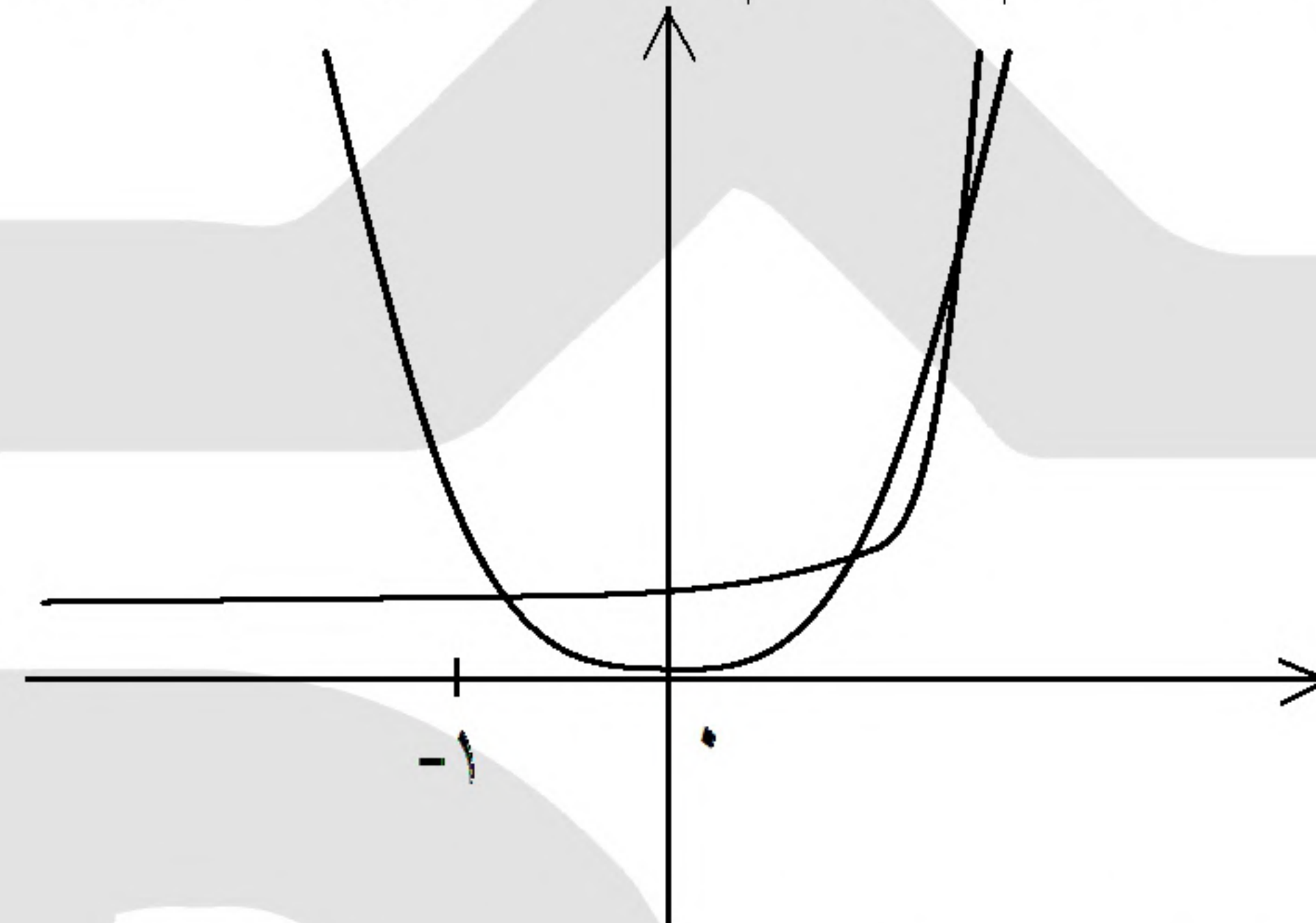
۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-|x| + \sqrt{|x|} + 6 > 0, \sqrt{|x|} = t \Rightarrow -t^2 + t + 6 > 0 \Rightarrow t^2 - t - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 2) < 0 \Rightarrow -2 < t < 3$$

$$-2 < \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا نمودارها را رسم می‌کنیم و به روش هندسی بررسی می‌کنیم.



با توجه به نمودار در بازه $[-1, 0]$ در یک نقطه متقاطع هستند.

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. A_0 مقدار اولیه و هر بار ۴ درصد از آن کاسته می‌شود، بنابراین داریم:

$$f(t) = A_0 (1 - 0.04)^t \Rightarrow f(t) = A_0 (0.96)^t \xrightarrow{f(t) = \frac{1}{3}A_0} \frac{1}{3}A_0 = A_0 (0.96)^t$$

از طرفین لگاریتم می‌گیریم. داریم:

$$\text{Log} \frac{1}{3} = \text{Log} (0.96)^t \Rightarrow -\text{Log} 3 = (\text{Log} 96 - \text{Log} 100)t \Rightarrow t = \frac{-\text{Log} 3}{5\text{Log} 2 + \text{Log} 3 - 2} = \frac{-0.48}{-0.02} = 24$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع از نقاط $A(0, -6)$ و $B(\frac{1}{2}, 0)$ می‌گذرد.

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{ax+b}$$

$$A(0, -6) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^b = -6 \Rightarrow 3^{-b} = 3 \Rightarrow b = -1$$

$$B\left(\frac{1}{2}, 0\right) \Rightarrow -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{a}{2}-1} = 0 \Rightarrow (3)^{1-\frac{a}{2}} = 3^2 \Rightarrow 1 - \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$f(x) = -9 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2x-1} \Rightarrow f(2) = -9 + 243 = 234$$

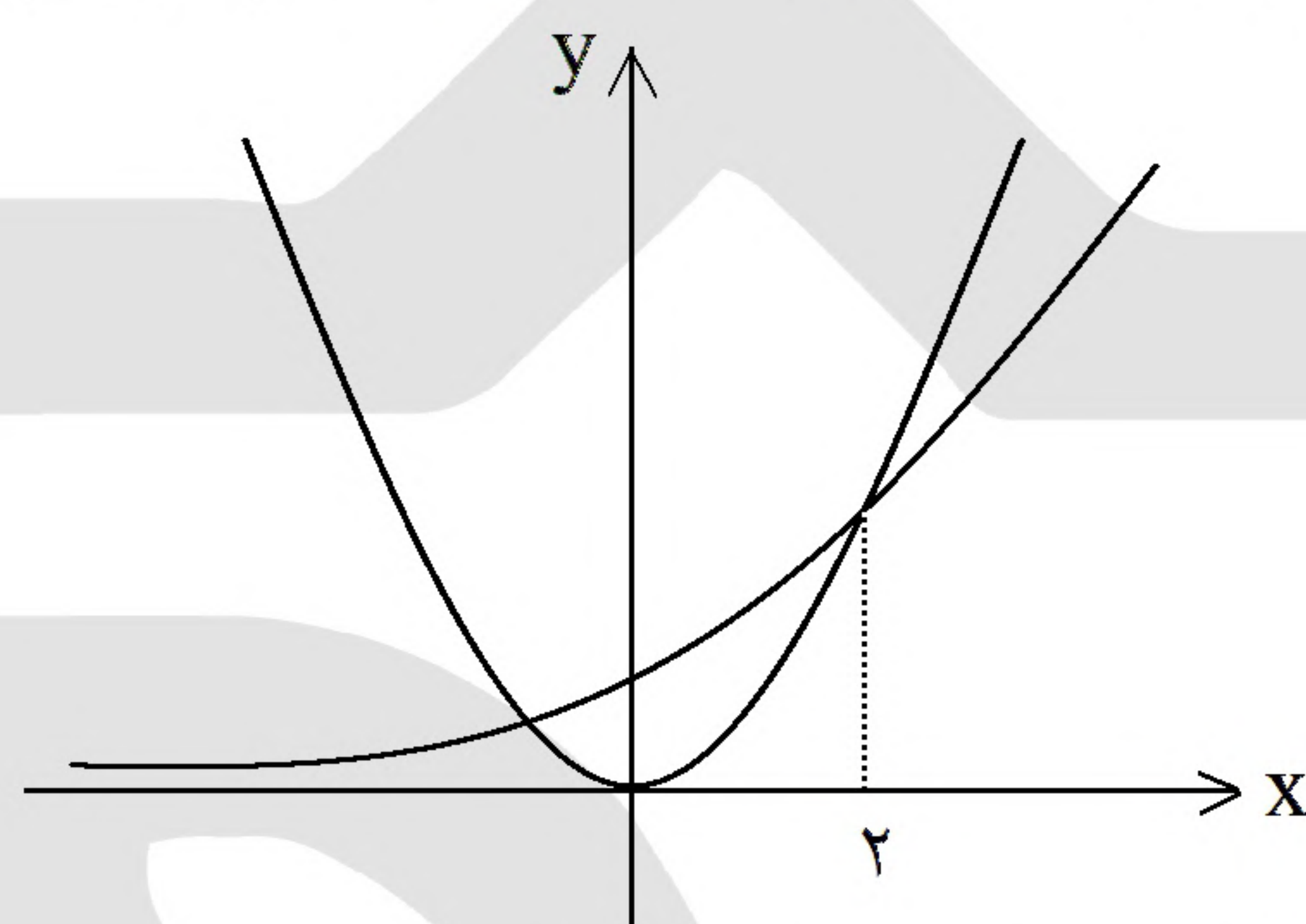


۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{18}^8 = \frac{\text{Log}_3^8}{\text{Log}_3^{18}} = \frac{3\text{Log}_3^2}{2\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^2} = \frac{\frac{15}{8}}{2 + \frac{5}{8}} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به روش هندسی بررسی می‌کنیم.

نمودارهای $y = 2^x$ و $y = x^2$ را رسم می‌کنیم. $2^x - x^2 = 0 \Rightarrow 2^x = x^2 \Rightarrow$



بنابراین در بازه $[0, 1]$ نقطه تلاقی ندارند، در نتیجه فاقد ریشه است.

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x}{2} = 2 \Rightarrow 2^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \Rightarrow t + \frac{1}{t} = 4 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = 4t \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2^{2 + \sqrt{3}} \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{t = 2^x} \begin{cases} 2^x = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow x = \text{Log}_2^{2 + \sqrt{3}} \\ 2^x = 2 - \sqrt{3} < 0 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(0, -2) \in f \Rightarrow -2 = -4 + 2^b \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$\left(-\frac{1}{3}, 0\right) \in f \Rightarrow 0 = -4 + 2^{-\frac{1}{3}a + 1} \Rightarrow 2^{-\frac{1}{3}a + 1} = 4 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + 1 = 2 \Rightarrow a = -3$$

$$f\left(-\frac{5}{3}\right) = -4 + 2^{-\frac{5}{3}(-3) + 1} = -4 + 2^6 = -4 + 64 = 60$$



۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\log_3 3 = \frac{1}{2} \log_3 3 = 0/8 \Rightarrow \log_3 3 = 1/6$$

$$\log_{12} 6 = \frac{\log_3 6}{\log_3 12} = \frac{\log_3 3 + \log_3 2}{\log_3 3 + 2 \log_3 2} = \frac{1/6 + 1}{1/6 + 2} = \frac{2/6}{3/6} = \frac{13}{18}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 3^{Ax+B} \quad f(1) = g(1) \Rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \Rightarrow A+B=0 \Rightarrow A=1, B=-1$$

$$g(x) = x^2 \quad f(3) = g(3) \Rightarrow 3^{3A+B} = 3^2 \Rightarrow 3A+B=2$$

$$f(x) = 3^{x-1} \Rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = -1 + \log_b(2x+a)$$

$$D_f = \left(\frac{1}{2}, +\infty\right) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow -1 + \log_b(2(2) + (-1)) = 0 \Rightarrow \log_b 3 = 1$$

$$b=3 \Rightarrow y = -1 + \log_3(2x-1) = 1 \Rightarrow \log_3(2x-1) = 2 \Rightarrow 2x-1 = 9 \Rightarrow x = 5$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2 - 2 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x - 2 = 0 \xrightarrow{+6} x^2 - 4x + 4 = 6$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 6 \Rightarrow x-2 = \sqrt{6}$$

$$\log_6(x-2) = \log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2}$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$D_f = (-1, +\infty) \Rightarrow y = -\log_2(x+1) = \log_2(x+1)^{-1}$$

و f تابعی نزولی است



۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{8}{125}\right)^{-x^2} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^3\right)^{-x^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3x^2} \Rightarrow 2x-1 = -3x^2 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غ ق ق غ} \\ \text{یا} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\log_8(9x+1) = \log_8 4 = \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{Ax+B}$$

$$g(x) = x^2 - x$$

$$f(1) = g(1) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{A+B} = 0 \Rightarrow 2^{-A-B} = 2^1 \Rightarrow -A-B = 1$$

$$f(2) = g(2) \Rightarrow -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{2A+B} = 2 \Rightarrow 2^{-2A-B} = 2^2 \Rightarrow -2A-B = 2 \Rightarrow -A = 1$$

$$\Rightarrow A = -1, B = 0$$

$$f(x) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \Rightarrow f(3) = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -2 + 8 = 6$$