

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \text{Log} \left(\sqrt{3+x} - \sqrt{30-x-x^2} \right)$$

$$3+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \quad (1)$$

$$30-x-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+x-30 \leq 0 \Rightarrow (x+6)(x-5) \leq 0 \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{تعیین}}$$

$$-6 \leq x \leq 5 \quad (2)$$

$$\sqrt{3+x} - \sqrt{30-x-x^2} > 0 \Rightarrow \sqrt{3+x} > \sqrt{30-x-x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 3+x > 30-x-x^2 \Rightarrow x^2+2x-27 > 0$$

$$\Rightarrow x^2+2x > 27$$

$$\Rightarrow x^2+2x+1 > 28 \Rightarrow (x+1)^2 > 28 \Rightarrow |x+1| > 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 > 2\sqrt{7} \Rightarrow x > 2\sqrt{7}-1 \\ \text{یا} \\ x+1 < -2\sqrt{7} \Rightarrow x < -2\sqrt{7}-1 \end{cases} \Rightarrow (3)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۱)، (۲)، (۳)}} D_f = (2\sqrt{7}-1, 5]$$

چون $2\sqrt{7}-1 \approx 4/3$ پس دامنه‌ی f شامل فقط یک عدد صحیح است.

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(\text{Log}_3 x)^2 - \text{Log}_3 45 \text{Log}_3 x + \text{Log}_3 25 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_3 x)^2 - \text{Log}_3 (9 \times 5) \text{Log}_3 x + \text{Log}_3 5^2 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_3 x)^2 - (\text{Log}_3 3^2 + \text{Log}_3 5) \text{Log}_3 x + 2 \text{Log}_3 5 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_3 x)^2 - (2 + \text{Log}_3 5) \text{Log}_3 x + 2 \text{Log}_3 5 = 0$$

$$\Rightarrow (\text{Log}_3 x - 2)(\text{Log}_3 x - \text{Log}_3 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Log}_3 x - 2 = 0 \\ \text{یا} \\ \text{Log}_3 x - \text{Log}_3 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Log}_3 x = 2 \Rightarrow x = 9 \\ \text{Log}_3 x = \text{Log}_3 5 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله برابر ۱۴ است.



۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^x + 44 = 2^{2x} + \text{Log}_2 3 = 2^{2x} \times \text{Log}_2 3 = 2^{2x} \times 3$$

$$2^x = t \Rightarrow t + 44 = 3t^2 \Rightarrow 3t^2 - t - 44 = 0$$

$$t > 0 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow 2^\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2$$

$$\text{Log}_3 \frac{4\alpha + 1}{\alpha - 1} = \text{Log}_3 9 = 2$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تابع نمایی داده شده کاهشی است، پس داریم:

$$y = \left(\frac{m-2}{3}\right)^x \Rightarrow 0 < \frac{m-2}{3} < 1 \xrightarrow{\times 3} 0 < m-2 < 3 \xrightarrow{+2} 2 < m < 5$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2 (2x + 1) = A \Rightarrow A = 1 + \frac{2}{A} \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0$$

$$\begin{cases} A = -1 \Rightarrow 2x + 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} \\ A = 2 \Rightarrow 2x + 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{جمع} = \frac{5}{4}$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\alpha + 2}{\alpha + 3} = \text{Log}_3 18 = 2 + \text{Log}_3 2$$

$$\text{Log}_3 2 = \frac{\alpha + 2}{\alpha + 3} - 2 = \frac{-\alpha - 4}{\alpha + 3} \Rightarrow \text{Log}_2 3 = \frac{\alpha + 3}{-\alpha - 4}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha + 3}{2 - \alpha - 4} = 3 \Rightarrow 2 \times \frac{\alpha + 3}{2 - \alpha - 4} = 6 \Rightarrow 2\alpha + 4 = 6$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا معادله نمایی را ساده می کنیم:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{6x - x^2} = \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{6x - x^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{6x - x^2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2-2x}$$

$$\Rightarrow 6x - x^2 = 2 - 2x \Rightarrow x^2 - 8x + 2 = 0$$

در واقع α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 8x + 2 = 0$ هستند:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 8 \\ \alpha\beta = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 4 \Rightarrow \text{Log}_2 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) = \text{Log}_2 4 = 2$$



۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_{16}^b = 2 \text{Log}_{16}^{3-1} \Rightarrow \frac{1}{2} \text{Log}_{16}^b = \text{Log}_{16}^9 - \text{Log}_{16}^4$$

$$\Rightarrow \text{Log}_{16}^{\sqrt{b}} = \text{Log}_{16}^{\frac{9}{4}} \Rightarrow b = \left(\frac{9}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow 16b = 81 \Rightarrow \text{Log}_{16}^{(16b-17)} = \text{Log}_{16}^{64} = 6$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \text{Log}_{36}^2 \\ \frac{1}{y} = \text{Log}_{36}^3 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \text{Log}_{36}^2 + \text{Log}_{36}^3 = \text{Log}_{36}^6 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2}$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

$$f(0) = -6 \Rightarrow -3a = -6 \Rightarrow a = 2$$

$$y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(8 - 2(x+1)(x-3)) = \text{Log}_{\frac{1}{2}}(-2x^2 + 4x + 14)$$

$$= \text{Log}_{\frac{1}{2}}(-2(x-1)^2 + 16)$$

$$y \geq \text{Log}_{\frac{1}{2}} 16 \Rightarrow y \geq -4 \quad \text{پس } -2(x-1)^2 + 16 \leq 16$$

دقت کنید تابع $\text{Log}_{\frac{1}{2}} x$ - نزولی اکید است.

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_3(9^X + 9) = 4 + X \Rightarrow 3^{4+X} = 9^X + 9$$

$$9^X + 9 = 81 \times 3^X \Rightarrow 3^X = A$$

$$A^2 - 81A + 9 = 0$$

ریشه‌های آن α و β هستند که $\alpha, \beta > 0$

$$\left. \begin{matrix} \alpha\beta = 9 \\ \alpha = 3^{x_1}, \beta = 3^{x_2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow 3^{x_1} \times 3^{x_2} = 9 \Rightarrow 3^{x_1+x_2} = 9 \Rightarrow x_1 + x_2 = \text{Log}_3 9 = 2$$



۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در عبارت A از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم.

$$A = \left(1 - \log_{21}^V\right) \left(1 + \log_{21}^V\right) = \left(\log_{21}^{21} - \log_{21}^V\right) \left(\log_{21}^{21} + \log_{21}^V\right)$$

$$= \log_{21}^{\frac{21}{V}} \times \log_{21}^{21} \times V = \log_{21}^3 \times \log_{21}^{147}$$

با مقایسه‌ی این مقدار با عبارت B معلوم می‌شود که $a = 147$ است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه‌ی دو تابع را به هم نزدیک می‌کنیم و سپس با هم برخورد می‌دهیم:

$$f(x) = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^{2x} \Rightarrow f(x) = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^{2x} = 2 \left(\frac{1}{3} \right)^x = \frac{2}{3^x}$$

$$g(x) = 3^x - 2 - \frac{V}{9} = \frac{3^x}{9} - \frac{V}{9}$$

برخورد $\frac{2}{3^x} = \frac{3^x}{9} - \frac{V}{9}$

با تغییر متغیر $3^x = t$ خواهیم داشت:

$$\frac{2}{t} = \frac{t}{9} - \frac{V}{9} \Rightarrow 18 = t^2 - Vt \Rightarrow t^2 - Vt - 18 = 0 \Rightarrow (t - 9)(t + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = \frac{2}{9} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2}{\frac{2}{9}} = 9 \\ t = -2 \Rightarrow 3^x = -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{جرم باقی مانده پس از } n \text{ روز} = \left(\frac{0.9}{100}\right)^n$$

$$\Rightarrow \left(\frac{0.9}{100}\right)^n = 0.09 \Rightarrow \log \frac{0.9}{100} = \log 0.09$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log \frac{0.9}{100}}{\log \frac{0.9}{100}} = \frac{\log 9 - \log 100}{\log 9 - \log 10} = \frac{2 \log 3 - 2}{2 \log 3 - 1} = \frac{0.46 - 2}{0.46 - 1} = 26$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دو تابع را برابر هم قرار می‌دهیم:

$$2^{(2x+1)} - 5 = 9(2^x - 1)$$

$$2^x = t \Rightarrow 2t^2 - 5 = 9(t - 1) \Rightarrow 2t^2 - 9t + 4 = 0 \Rightarrow t = 4, \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2^x = 4, \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2, -1 \Rightarrow x_1 - x_2 = 3$$



۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y} - 1 = 0 \Rightarrow \left(\text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y}\right)^2 - \text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y} - 2 = 0$$

به ازای $x > 1$ و $y > 1$ ، حاصل $\text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y}$ منفی نمی‌شود.

$$\begin{cases} \text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y} = -1 \text{ غ.ق.ق} \\ \text{Log}_x \frac{y}{\text{Log}_x y} = 2 \Rightarrow y = x^2 \end{cases}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2x^2 - 2x = 2^2 - x \Rightarrow x^2 - 2x = 2 - x \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, 2$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{-1} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(t) = 200 \times 2^{\frac{t}{20}} \Rightarrow f(t) = 1200 \Rightarrow 200 \times 2^{\frac{t}{20}} = 1200 \Rightarrow 2^{\frac{t}{20}} = 6$$

$$\text{Log } 2^{\frac{t}{20}} = \text{Log } 6 \Rightarrow \frac{t}{20} \text{Log } 2 = \text{Log } 6 \Rightarrow t = \frac{20 \text{Log } 6}{\text{Log } 2} \Rightarrow \frac{20 (\text{Log } 2 + \text{Log } 3)}{\text{Log } 2}$$

$$\frac{20 (0.3 + 0.45)}{0.3} = \frac{20 \times 0.75}{0.3} = \frac{20 \times 75}{30} = 2 \times 25 = 50$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2^x = (\sqrt{2})^{x+1} + 4 \Rightarrow 2^x - \sqrt{2} \times (\sqrt{2})^{\frac{x}{2}} - 4 = 0$$

$$t^2 - \sqrt{2}t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2^{\frac{1}{2}x} = 2^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 3 = a \\ t = -\sqrt{2} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Log } \frac{1}{9} = -\frac{1}{2}$$



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مساحت دوزنقه برابر است با $h \times \frac{\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک}}{2}$ به این ترتیب: چون

$$f(x) = a^x \text{ پس } s = \frac{f(4) + f(2)}{2} \times 2 \text{ به این ترتیب } s = \frac{a^4 + a^2}{2} \times 2$$

$$S = a^2(a^2 + 1) = 72 \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8}$$

$$f(x) = (\sqrt{8})^x \xrightarrow{f^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)} (\sqrt{8})^x = \frac{1}{8} \Rightarrow 8^{\frac{1}{2}x} = 8^{-1} \Rightarrow x = -2$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مقدار ثابت a با ۲ برابر است.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow 2 - b \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 0 \Rightarrow 2 = 4b \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$f(-3) = 2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2 - 8 = -6$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + \log_7 x^2 = \log_7 (x^2 + 5x - 6)$$

$$\log_7 2x^2 = \log_7 (x^2 + 5x - 6) \Rightarrow 2x^2 = x^2 + 5x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3 \text{ هر دو قابل قبول } \Rightarrow x = 5$$

$$\log_3 (x^2 + 2) = \log_3 27 = 3$$

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای یافتن α داریم:

$$\log_{15}^{\alpha} \times \log_{15}^{75} = 1 - \left(\log_{15}^5\right)^2$$

$$\Rightarrow \log_{15}^{\alpha} \times \log_{15}^{75} = \left(1 - \log_{15}^5\right) \left(1 + \log_{15}^5\right)$$

$$\Rightarrow \log_{15}^{\alpha} \times \log_{15}^{75} = \left(\log_{15}^{15} - \log_{15}^5\right) \times \left(\log_{15}^{15} - \log_{15}^5\right)$$

$$\Rightarrow \log_{15}^{\alpha} \times \log_{15}^{75} = \log_{15}^3 \times \log_{15}^{75} \Rightarrow \alpha = 3$$



۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

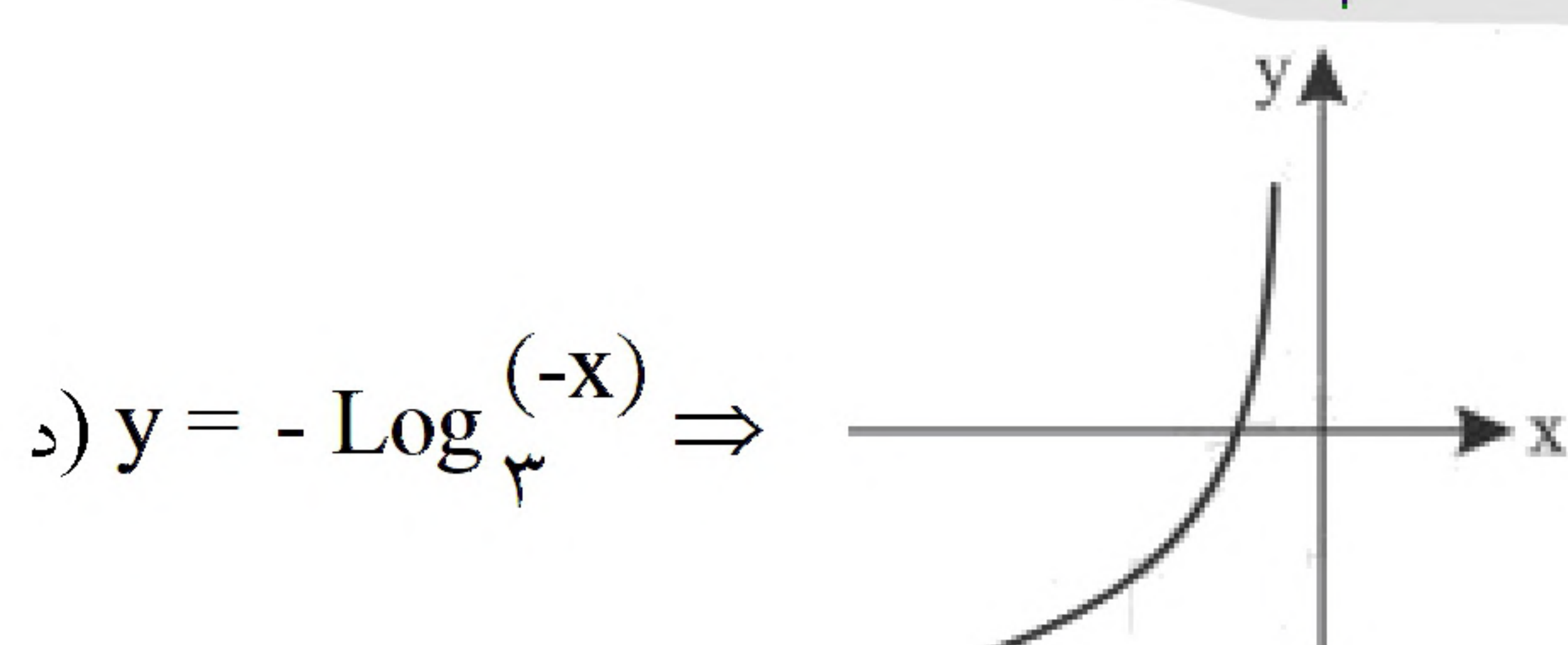
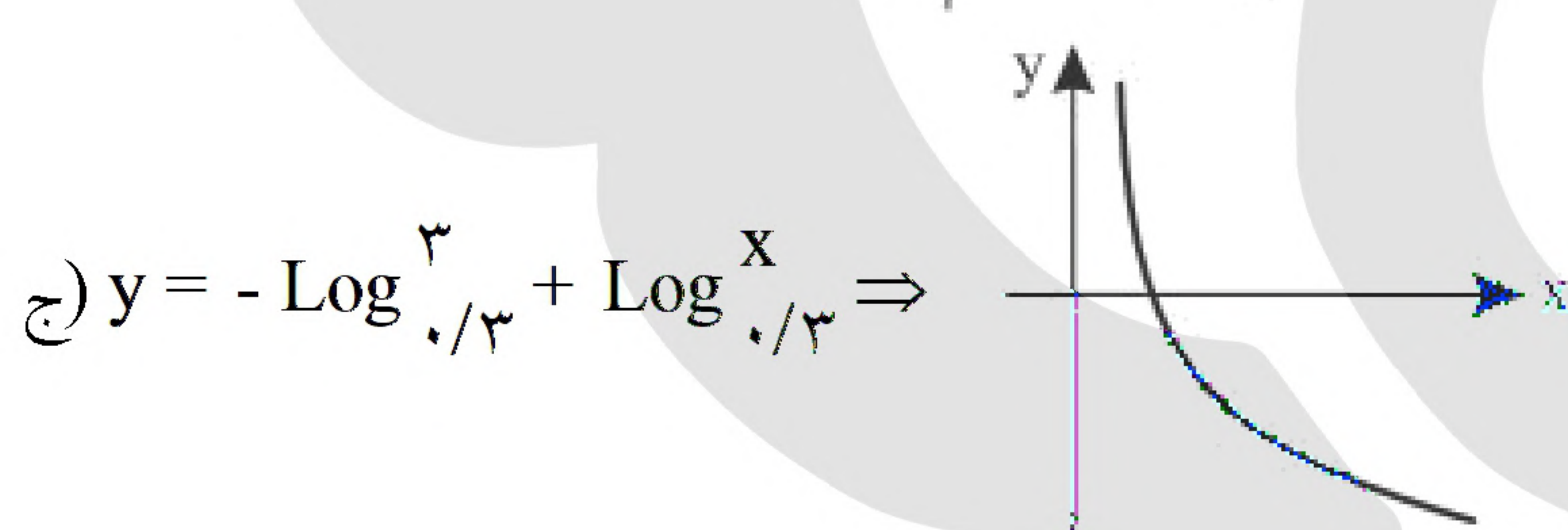
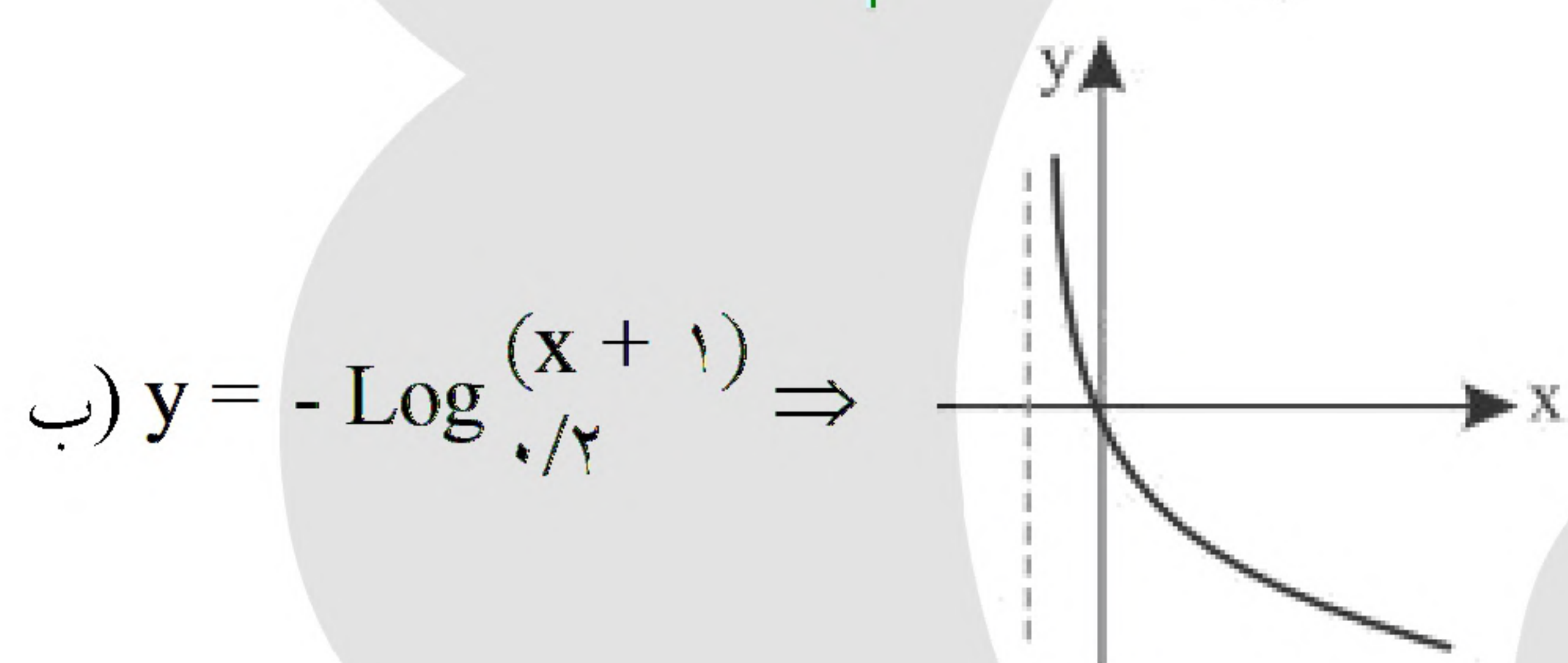
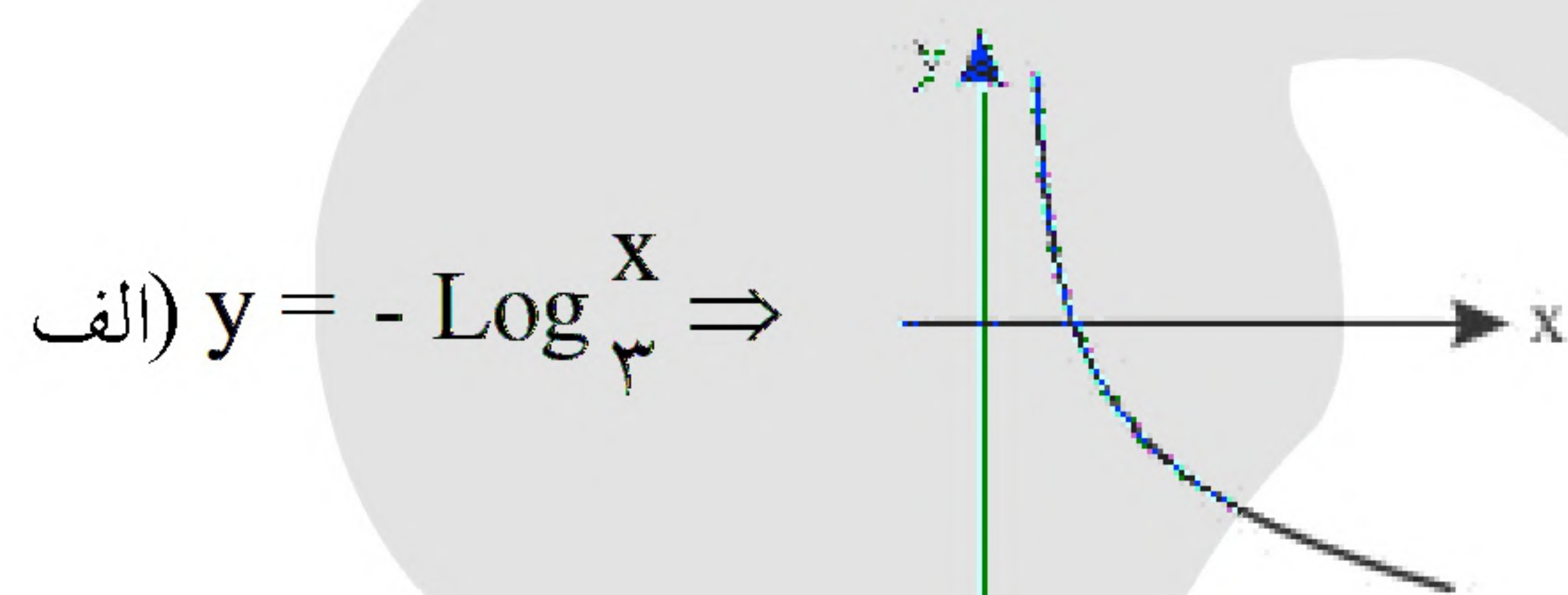
تابع $y = 2^x$ اکیداً صعودی است پس $f(x)$ نیز اکیداً صعودی است.

$$f\left(\frac{2}{x}\right) \geq f\left(\frac{x}{8}\right) \Rightarrow \frac{2}{x} \geq \frac{x}{8} \Rightarrow \frac{2}{x} - \frac{x}{8} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{16 - x^2}{8x} \geq 0 \Rightarrow (-\infty, -4] \cup (0, 4]$$

	-۴	۰	۴	
$\frac{16 - x^2}{8x}$	+	-	+	-

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فقط الف و ج شبیه شکل می باشند.





۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: $\text{Log}_b^a = \frac{1}{\text{Log}_a^b}$

$$\frac{1}{2} \text{Log}_2^x + \frac{3}{2} \text{Log}_x^2 = 2$$

$$t = \text{Log}_2^x \Rightarrow \frac{1}{2} t + \frac{3}{2t} = 2 \Rightarrow \frac{t^2 + 3}{2t} = 2 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$\begin{cases} t = 1 \Rightarrow \text{Log}_2^x = 1 \Rightarrow x_1 = 2 \\ t = 3 \Rightarrow \text{Log}_2^x = 3 \Rightarrow x_2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = 4$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{Log } a + b &= \text{Log } a + \text{Log } b = \text{Log } ab \\ \Rightarrow a + b &= ab \Rightarrow \frac{a+b}{ab} = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = 1 \end{aligned}$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_2^{(3x-1)} - \text{Log}_2^{(x+1)} = 1 \Rightarrow \text{Log}_2^{\frac{3x-1}{x+1}} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow 3x-1 = 2x+2 \Rightarrow x = 3$$

$$a = 3 \Rightarrow \text{Log}_4^{(a^2-1)} = \text{Log}_4^8 = \text{Log}_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2}$$



۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 2\sqrt{-x^2 - x + 2} \Rightarrow -x^2 - x + 2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$$

تعیین علامت

$$\Rightarrow (x+2)(x-1) \leq 0 \xrightarrow{\quad} -2 \leq x \leq 1$$

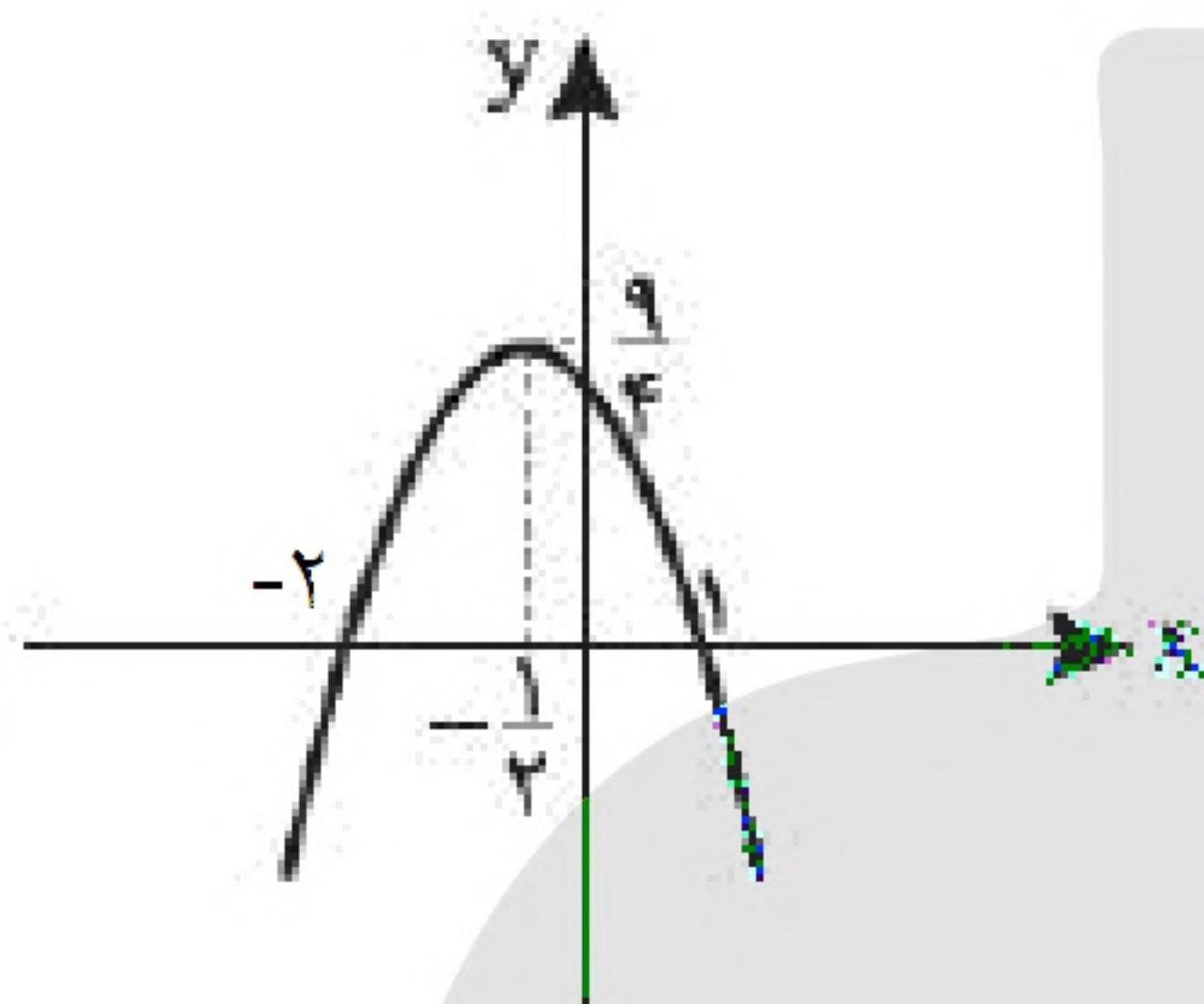
دامنه تابع f ، بازه $[-2, 1]$ است و برد آن نیز به صورت زیر به دست می آید:

$$y = -x^2 - x + 2$$

$$y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-1 - 1}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$0 \leq \sqrt{-x^2 - x + 2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq -x^2 - x + 2 \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 0 \leq y \leq \frac{1}{2}$$

برد تابع درجه دوم با توجه به دامنه



حل با فرض $\sqrt{-x^2 - x + 2} = t$ خواهیم داشت:

$$0 \leq t \leq \frac{1}{2}$$

در این صورت برد تابع $f(t) = 2^t$ مورد نظر است به طوری که $0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ باشد یعنی داریم:

$$0 \leq t \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2^0 \leq 2^t \leq 2^{1/2} \Rightarrow 1 \leq 2^t \leq \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2^t \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow R_f = [1, 2\sqrt{2}] \Rightarrow [a, b] = [1, 2\sqrt{2}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 9$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$E = 10^{1/5} M + 11/8 \Rightarrow E_2 = 2E_1 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{10^{1/5} M_2 + 11/8}{10^{1/5} M_1 + 11/8}$$

$$2 = 10^{1/5} (M_2 - M_1) \Rightarrow \log_2 2 = \frac{1}{5} (M_2 - M_1)$$

$$\Rightarrow 0/2 = M_2 - M_1 \Rightarrow M_2 = M_1 + 0/2$$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی مبنا بین صفر و یک است هر چقدر مبنا بیشتر باشد، فاصله‌ی تابع از محور X ها بیشتر است و در مبناهای بزرگ‌تر از یک، برعکس.



«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(1) \text{Log} E_1 = 11/8 + 1/5 M_1$$

$$(2) \text{Log} E_2 = 11/8 + 1/5 M_2 \Rightarrow \text{Log} k E_1 = 11/8 + 1/5 (3 + M_1)$$

$$\text{Log} k + \text{Log} E_1 = 11/8 + 1/5 M_1 + 4/5$$

$$\xrightarrow{(1)} \text{Log} k = 4/5$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x - [x]} < 1 \Rightarrow 3 \leq 3\sqrt{x - [x]} < 3 \Rightarrow 1 \leq \underbrace{3\sqrt{x - [x]}}_y < 3 \Rightarrow 1 \leq y < 3$$

بنابراین، برد تابع برابر $[1, 3)$ است که شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ است.

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log}_7 (x^2 + 7) - \text{Log}_7 (x + 3) = 2 \Rightarrow \text{Log}_7 \frac{x^2 + 7}{x + 3} = 2$$

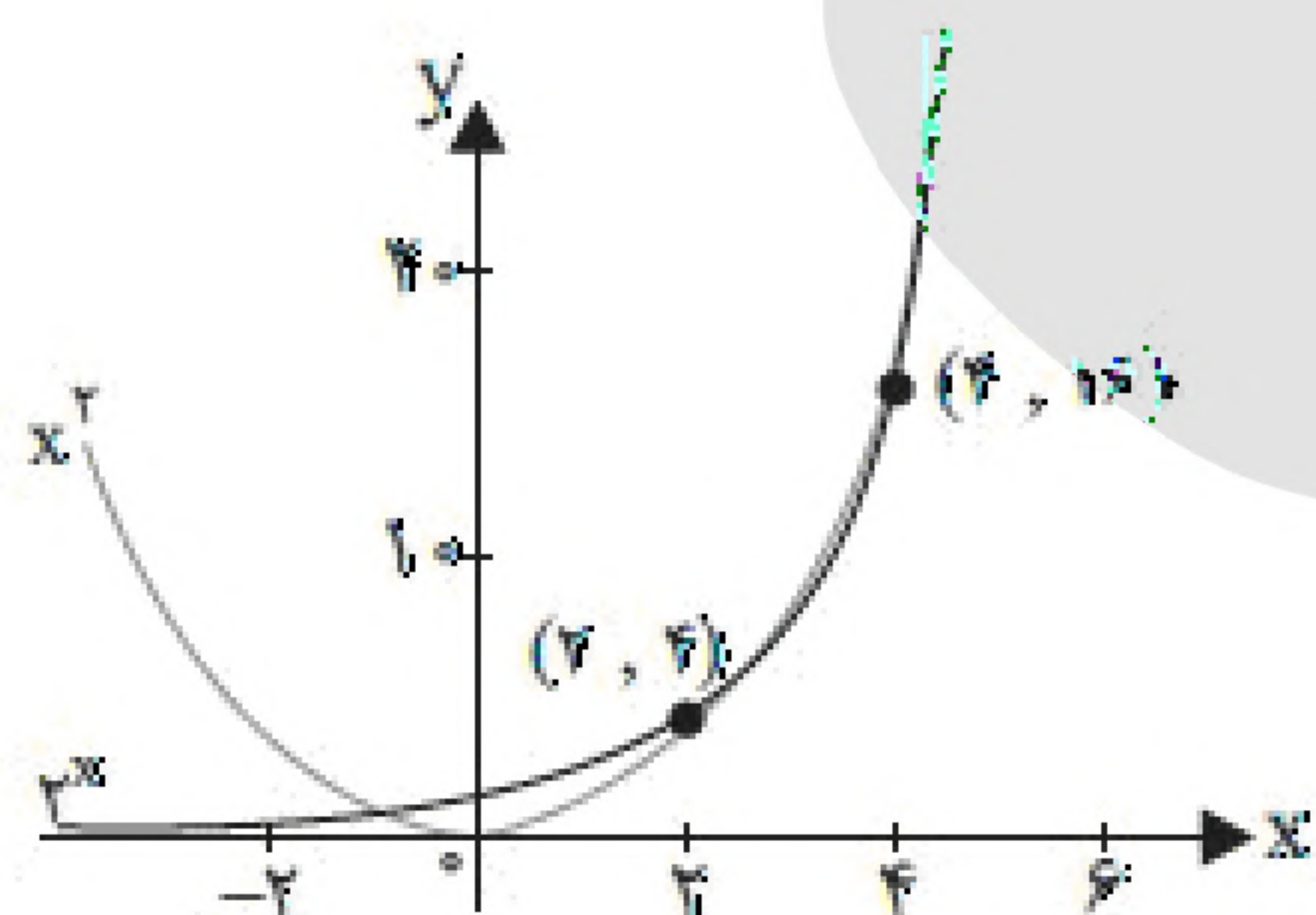
$$\Rightarrow \frac{x^2 + 7}{x + 3} = 49 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \xrightarrow{x > -3} x = -1 \text{ یا } 5$$

$$\Rightarrow \text{Log}_7 (x + 4) = \text{Log}_7 3 \text{ یا } \text{Log}_7 9 \Rightarrow \text{Log}_7 (x + 4) = 1 \text{ یا } 2$$

مجموع جواب‌های قابل قبول برابر ۳ است.

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نمودار تابع $y = 2^x$ و $y = x^2$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده‌ایم.



باید $\frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2^x} > 0$ باشد. به دلیل اینکه در صورت $x > 0$ است پس در

بازه‌ی x های مثبت مقداری که $x^2 - 2^x > 0$ باشد را می‌خواهیم. یعنی $x^2 > 2^x$

با توجه به نمودارها در فاصله‌ی $(2, 4)$ نمودار تابع $y = x^2$ بالای $y = 2^x$ قرار می‌گیرد. پس، دامنه‌ی تابع بازه‌ی $(2, 4)$ است:

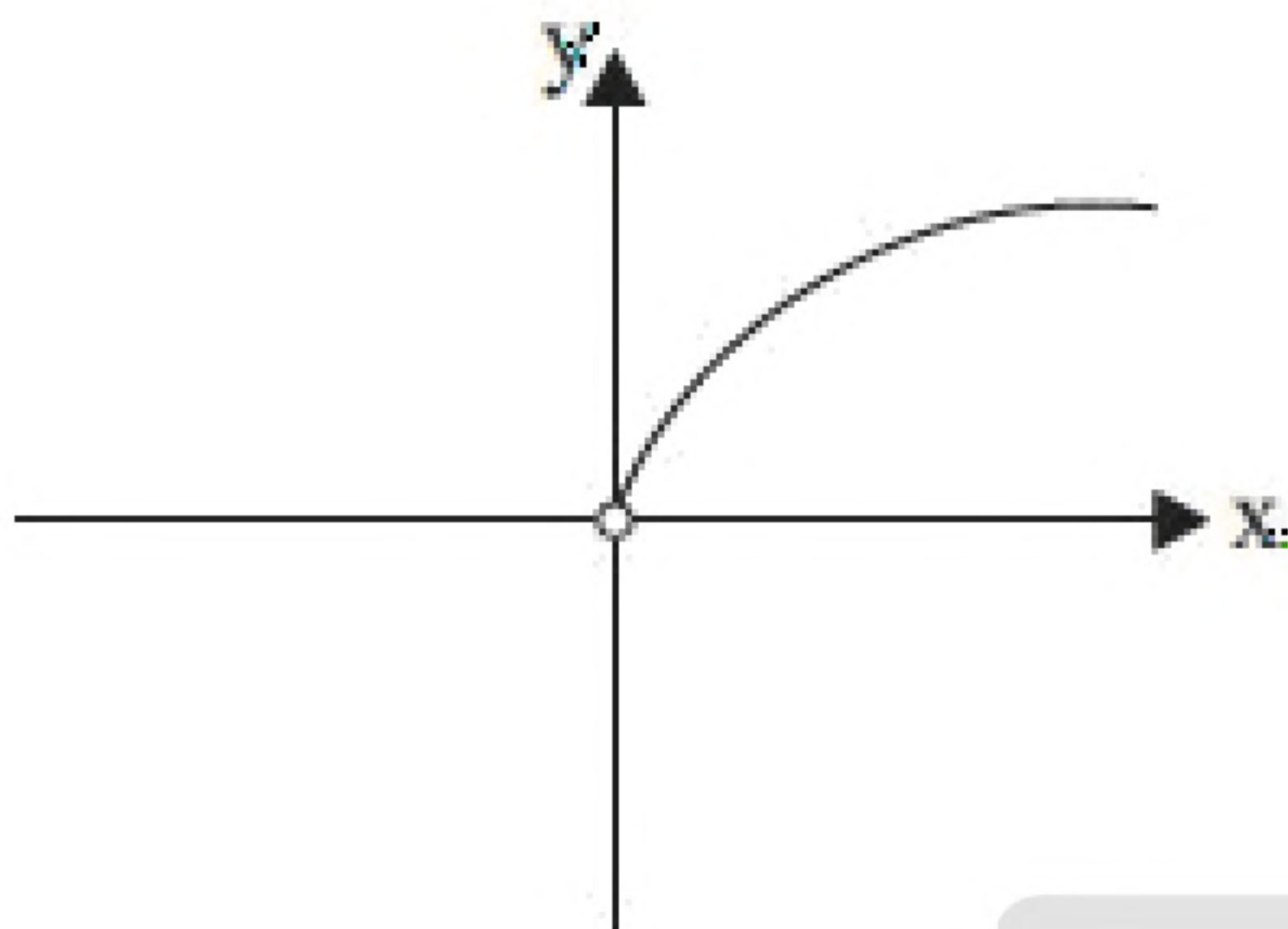
$$b - a = 4 - 2 = 2$$



۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$${}_2\text{Log}_4 x = {}_2\text{Log}_{\frac{1}{2}} x = {}_2\text{Log}_{\frac{1}{2}} \sqrt{x} = \sqrt{x}$$

پس باید $y = \sqrt{x}$ را در فاصله‌ی $(0, +\infty)$ رسم کنیم.



۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Rightarrow 2^x = A \Rightarrow 4(2A - 1) = A(2A - 1) \\ &\Rightarrow 8A - 4 = 2A^2 - A \Rightarrow 2A^2 - 9A - 4 = 0 \\ (A - 4)(2A + 1) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 4 \Rightarrow x = 2 & M \begin{vmatrix} 2 \\ 28 \end{vmatrix} \\ A = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -1 & N \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix} \end{cases} \\ y_M + y_N &= 28 + 0 = 28 \end{aligned}$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (\text{Log}_{\frac{1}{2}}^4 + \text{Log}_{\frac{1}{2}}^x)(\text{Log}_{\frac{1}{2}}^x - 4) &= 21 \\ \Rightarrow (2 + \text{Log}_{\frac{1}{2}}^x)(\text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(x-2)}) &= 21 \Rightarrow (\text{Log}_{\frac{1}{2}}^x)^2 - 4 = 21 \Rightarrow (\text{Log}_{\frac{1}{2}}^x)^2 = 25 \\ \begin{cases} \text{Log}_{\frac{1}{2}}^x = 5 \Rightarrow x = 32 \\ \text{Log}_{\frac{1}{2}}^x = -5 \Rightarrow x = \frac{1}{32} \end{cases} \\ \text{Log}_{\frac{1}{32}}^{\frac{1}{32}} = -1 &\Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{\alpha}}^{\frac{1}{\alpha}} = -1 \end{aligned}$$



۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \log_{\frac{2}{3}} \frac{2^4}{3^6} = a &\Rightarrow \frac{\log 2^4}{\log 3^6} = a \Rightarrow \frac{\log 2^3 \times 2}{\log 2^2 \times 3^2} = a \\ &\Rightarrow \frac{3\log 2 + \log 2}{2\log 2 + 2\log 3} = a \Rightarrow 3\log 2 + \log 2 = 2a\log 2 + 2a\log 3 \\ &\Rightarrow (1 - 2a)\log 3 = (2a - 3)\log 2 \Rightarrow \log 3 = \frac{2a - 3}{1 - 2a}\log 2 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{4}{7}} \frac{4^8}{7^2} &= \frac{\log 4^8}{\log 7^2} = \frac{\log 2^4 \times 2}{\log 2^3 \times 3^2} = \frac{4\log 2 + \log 2}{3\log 2 + 2\log 3} \\ &\xrightarrow{(1)} \frac{4\log 2 + \frac{2a - 3}{1 - 2a}\log 2}{3\log 2 + 2\frac{2a - 3}{1 - 2a}\log 2} = \frac{\frac{1 - 6a}{1 - 2a}\log 2}{\frac{-3 - 2a}{1 - 2a}\log 2} = \frac{1 - 6a}{-3 - 2a} = \frac{6a - 1}{2a + 3} \end{aligned}$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \log_{\frac{1}{4}} \sqrt[2]{2} = \log_{\frac{1}{4}} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} \log 2^2 = \frac{1}{2} \\ B &= \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[3]{3} = \log_{\frac{1}{9}} 3^{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} \log 3^2 = \frac{1}{2} \end{aligned} \Rightarrow \frac{A}{B} = 1$$