

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





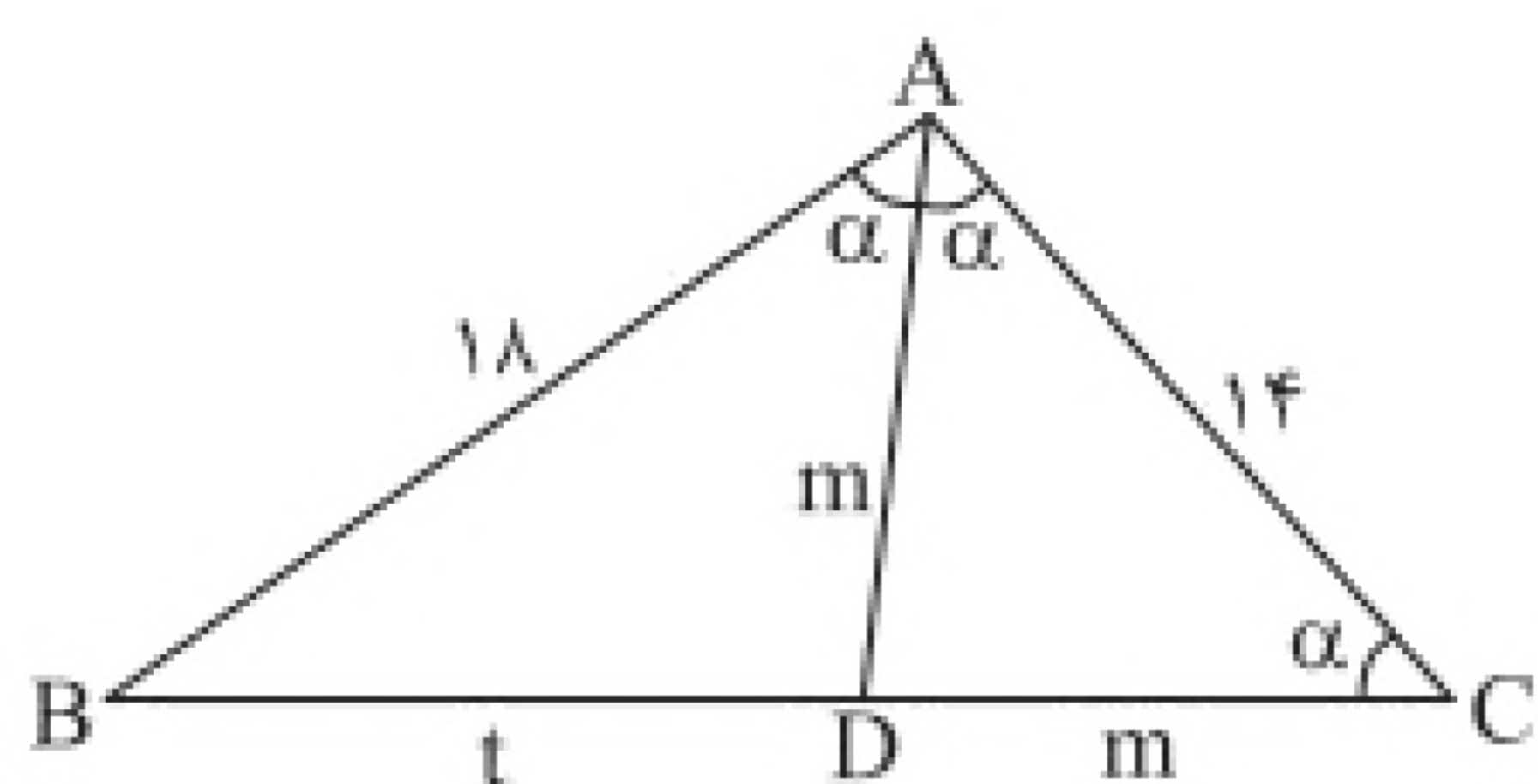
	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>







۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



در مثلث ABC، نیمساز زاویه ی A را رسم می کنیم.  
در این صورت دو مثلث BAD و ABC به حالت دو زاویه مساوی  
متشابهند زیرا  $\hat{BAD} = \hat{C} = \alpha$  در هر دو مشترک است. پس نسبت  
تشابه را می نویسیم:

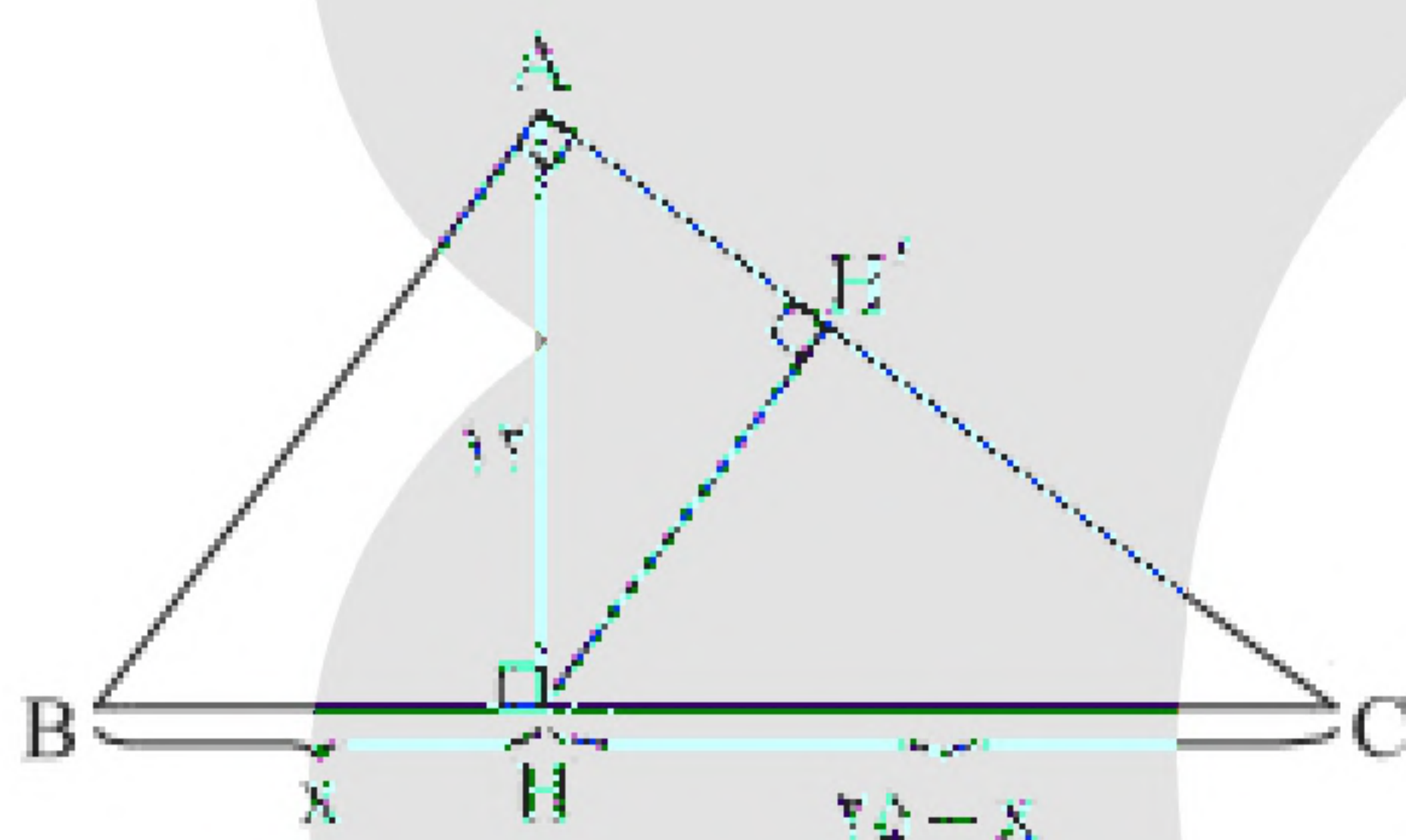
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{18}{t+m} = \frac{t}{18} = \frac{m}{14}$$

با استفاده از ویژگی های تناسب

$$\frac{18}{t+m} = \frac{t+m}{18+14} \Rightarrow (t+m)^2 = 18 \times 32 = 36 \times 16$$

$$\Rightarrow t+m = 6 \times 4 = 24 \Rightarrow BC = 24$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



در هر مثلث قائم الزاویه، مربع ارتفاع وارد بر وتر، برابر است با  
حاصل ضرب قطعاتی که روی وتر ایجاد می کند پس با فرض  
 $BH = x$  خواهیم داشت:  $CH = 25 - x$  و بنابراین داریم:

$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow 144 = x(25 - x) \Rightarrow x^2 - 25x + 144 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 16)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = 9 \end{cases}$$

پس طبق شکل  $BH = 9$  و  $CH = 16$  است. از طرفی در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow AB^2 = 9 \times 25 \Rightarrow AB = 3 \times 5 = 15$$

مثلث های  $ABH$  و  $AHH'$  متشابهند (به حالت دو زاویه ی مساوی زیرا  $\hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ$  و  $\hat{HAH}' = \hat{B}$ ) پس  
نسبت مساحت های آنها توان دوم نسبت تشابه آنها است و داریم:

$$\frac{AH}{AB} = k \Rightarrow k = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{S_{AHH'}}{S_{ABH}} = k^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AHH'}}{S_{ABH}} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} = 0.64$$





۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ساق‌های دوزنقه‌ی  $ABCD$  را امتداد می‌دهیم تا یکدیگر را در نقطه‌ی  $M$  قطع کنند از تعمیم نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس داریم:

$$AM \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC} \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$$

$$\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل نسبت}} \frac{MA}{MD - MA} = \frac{MB}{MC - MB} = \frac{4}{9 - 4}$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{10} = \frac{MB}{12} = \frac{4}{5} \Rightarrow MA = 8, MB = \frac{48}{5}$$

پس مثلث  $MAB$  که  $MA = 8$  و  $AB = 8$  است، مثلثی متساوی‌الساقین است و فاصله‌ی  $A$  از ضلع  $MB$  از رابطه‌ی فیثاغورس به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} AH &= \sqrt{64 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{64 - \frac{576}{25}} = \sqrt{\frac{1600 - 576}{25}} \\ &= \sqrt{\frac{1024}{25}} = \frac{32}{5} = 6\frac{4}{5} \end{aligned}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقاطی که از قطر  $AC$  به فاصله‌ی  $x$  هستند روی دو خط موازی  $AC$  قرار می‌گیرند. اگر ۲ نقطه با این ویژگی داشته باشیم آنگاه حتماً باید از نقاط  $B$  و  $C$  بگذرند. در نتیجه  $x$  برابر نصف قطر است.

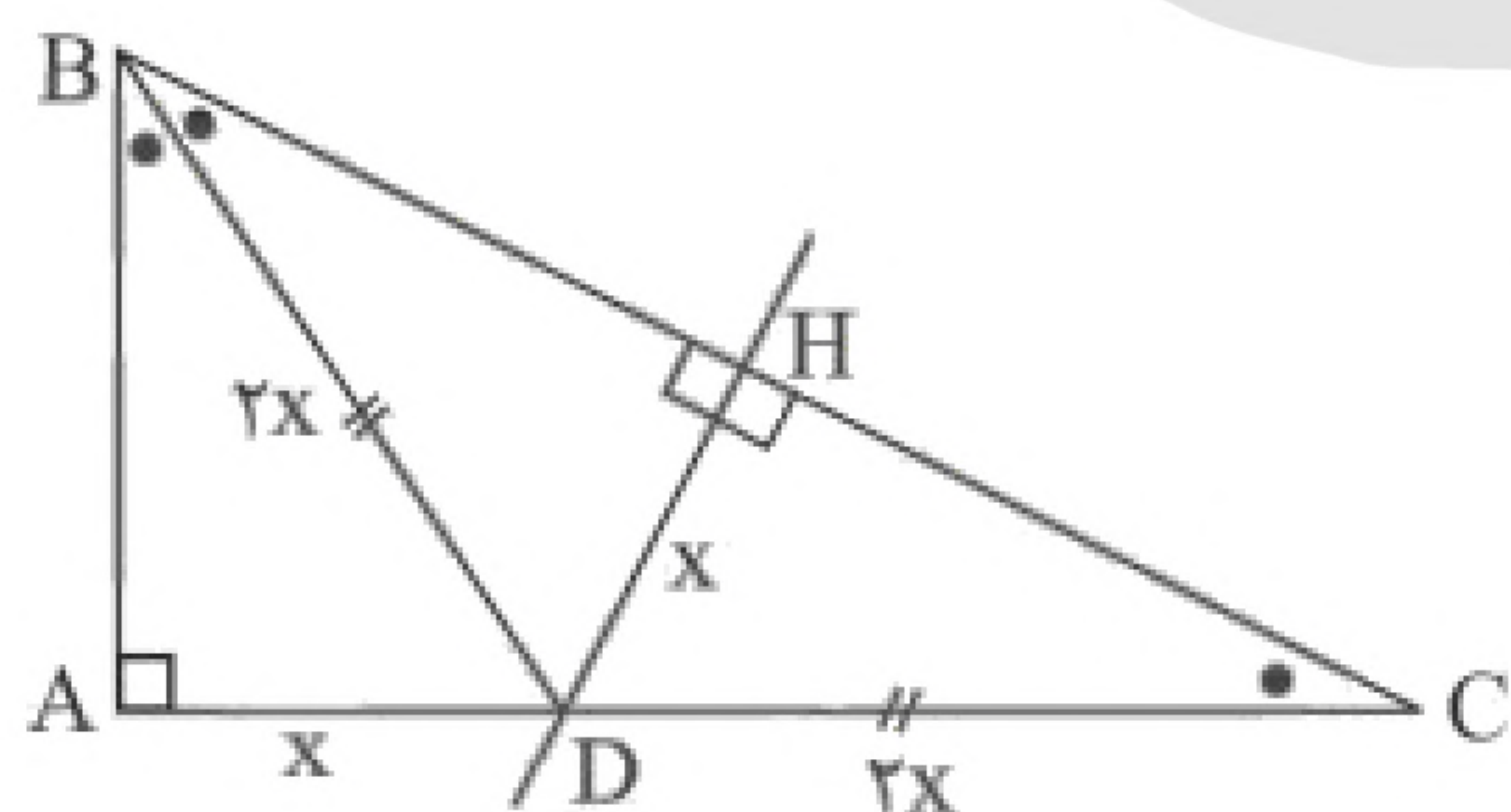
$$x = \sqrt{2} \leftarrow 2\sqrt{2} = \text{طول قطر}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون  $D$  روی نیمساز  $BD$  است. پس  $AD = DH = x$  می‌باشد. از طرفی مثلث‌های  $BDH$  و  $DHC$  همنهشت می‌باشند. پس

$\hat{C} = \frac{\hat{B}}{2}$  است. در نتیجه  $\hat{B} = 60^\circ$  و  $\hat{C} = 30^\circ$  می‌باشد. در مثلث

$ABD$  ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی  $30^\circ$  نصف وتر است. پس  $DC = BD = 2x$  می‌باشد.



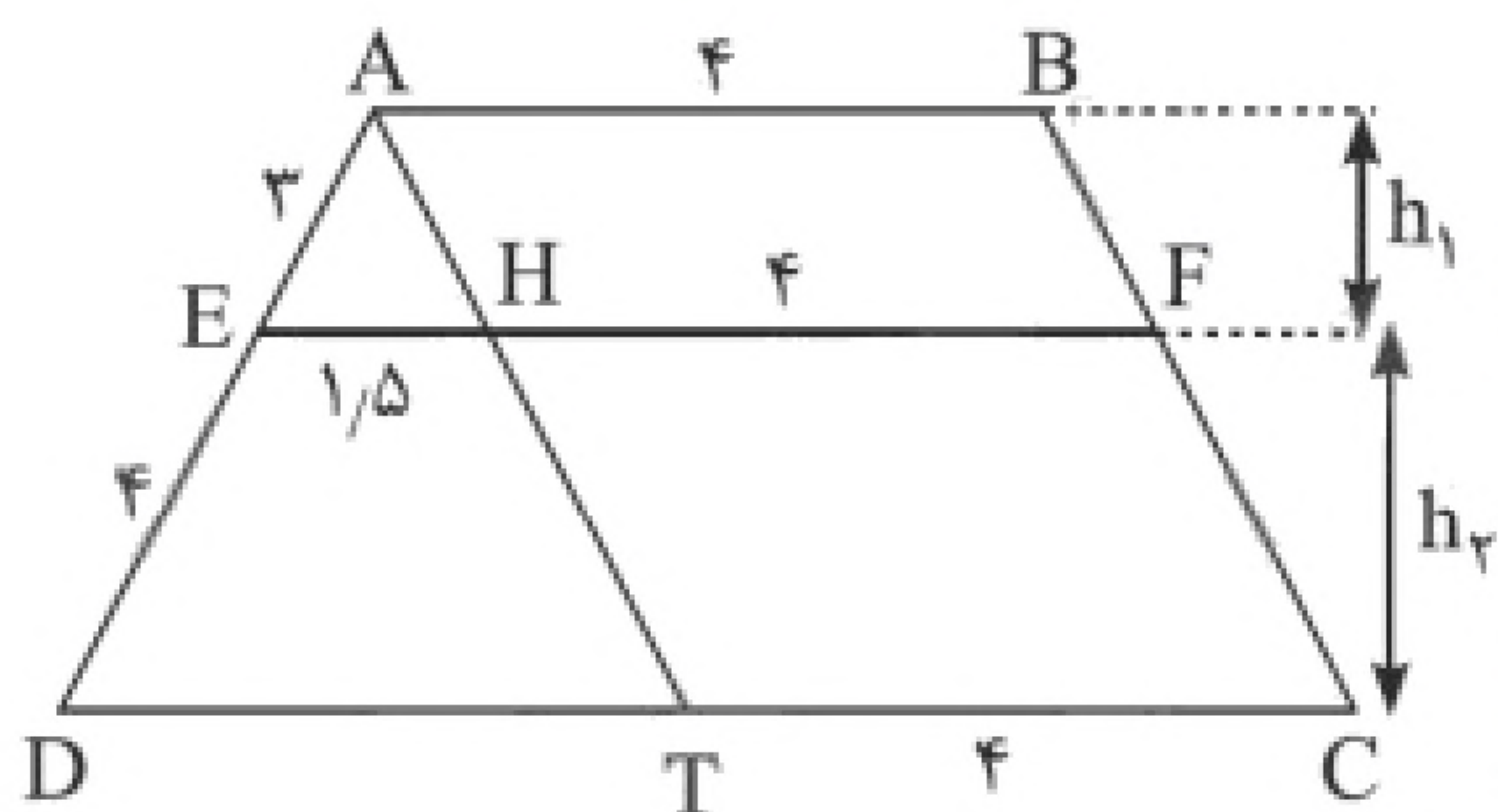
$$\frac{AD}{DC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$





۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

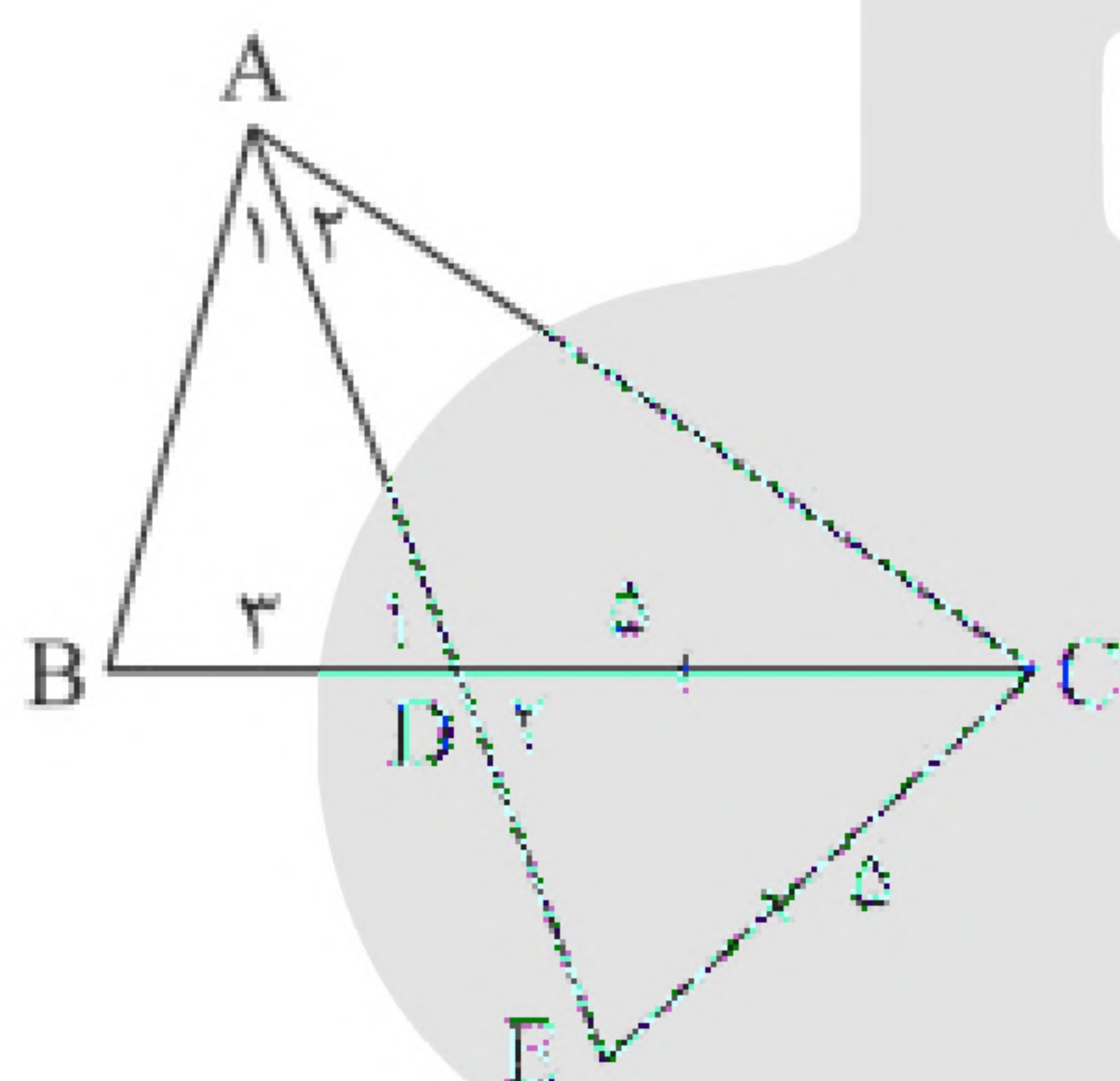
خط  $AT$  را موازی  $BC$  رسم می‌کنیم.



$$EH \parallel DT \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{3}{5} = \frac{1/5}{DT} \Rightarrow DT = 3/5$$

$$\frac{S_{EDG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h_2 \times \frac{5/5}{2}}{\frac{1}{2} (4 + 7/5) \times (h_1 + h_2)} = \frac{5/5}{11/5} \times \frac{\frac{4}{5} h_2}{h_1 + h_2} = \frac{22}{161}$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} A_1 = A_2 \\ D_1 = D_2 = \hat{E} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle AEC$$

$$\frac{3}{5} = \frac{AD}{AE} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{3}{5-3} = \frac{AD}{AE-AD} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{AD}{DE}$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 16 = 2 \times CH \Rightarrow CH = 8$$

در مثلث  $AHC$  فیثاغورس می‌نویسیم:

$$x^2 = 4^2 + HC^2 \Rightarrow x^2 = 16 + 64 = 80 \Rightarrow x = 4\sqrt{5}$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{2}{x+1} = \frac{x}{15} \Rightarrow x^2 + x = 30 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5$$

اگر  $x = 5$  باشد، نسبت تشابه برابر  $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$  و نسبت مساحت‌ها برابر  $\frac{1}{9}$  است.

$$\frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{S_{AMN}}{S_{ABC} - S_{AMN}} = \frac{S_{AMN}}{S_{MNCB}} = \frac{1}{9-1} = \frac{1}{8}$$





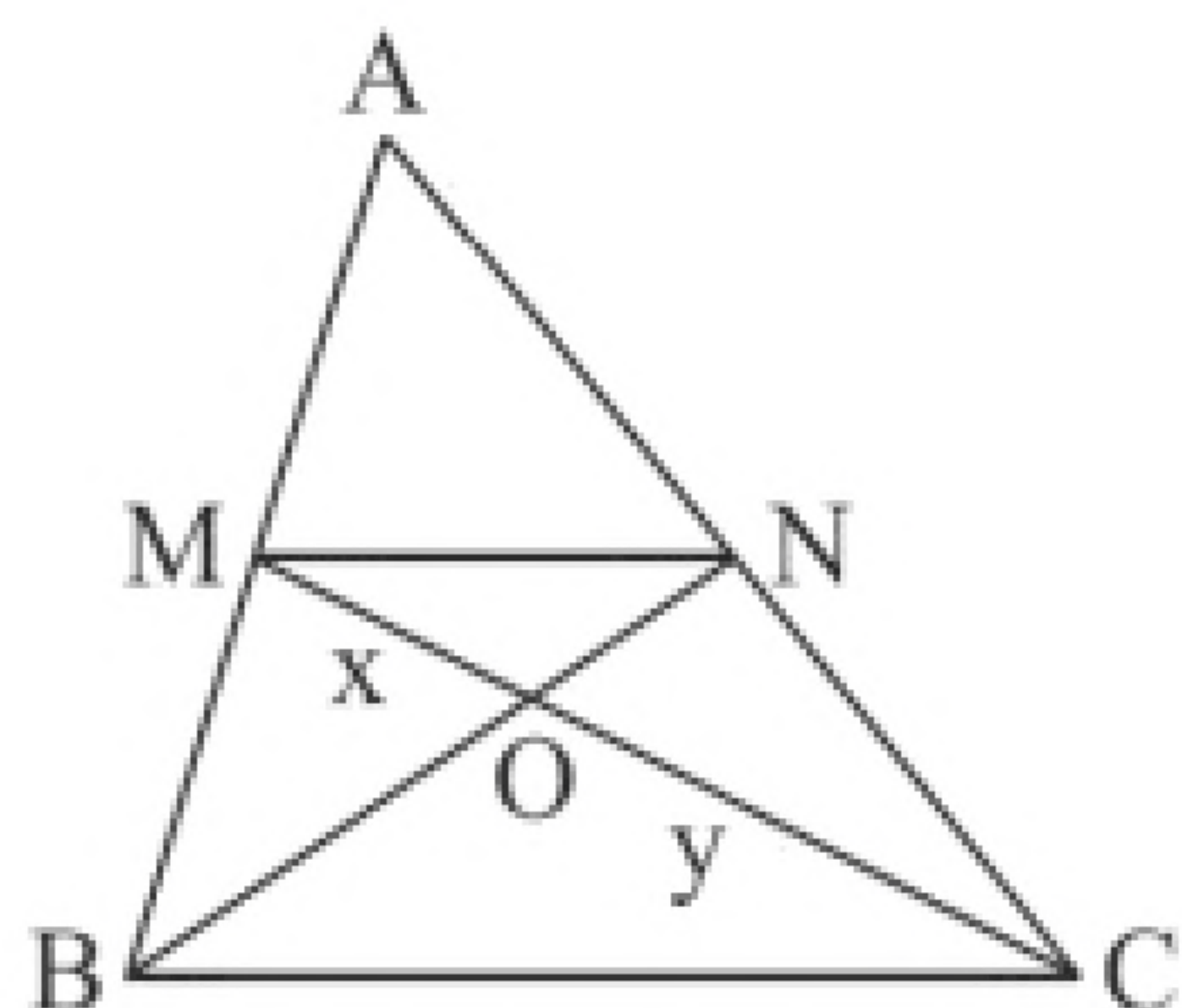
۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون M و N وسط اضلاع مثلث هستند پس  $MN \parallel BC$  می شود.

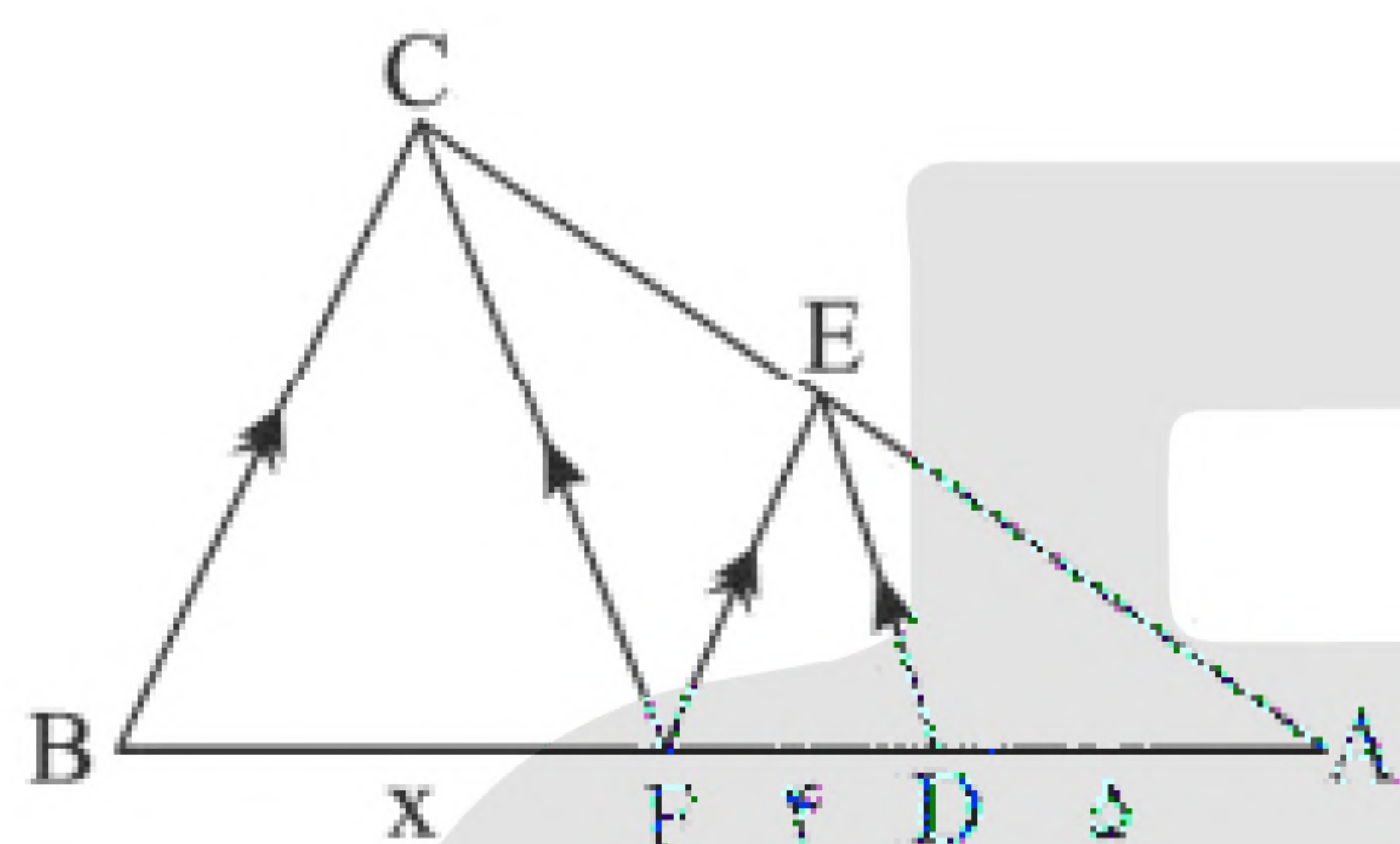
$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

از طرفی چهارضلعی MNCB دوزنقه است و مثلث های MNO و BCO متشابه هستند.

$$\frac{x}{y} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$



۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} EF \parallel BC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{9}{9+x} = \frac{AE}{AC} \\ ED \parallel FC &\xrightarrow{\text{تالس}} \frac{5}{9} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{9}{9+x} = \frac{5}{9} \Rightarrow 81 = 5(9+x) \\ &\Rightarrow \frac{81}{5} - 9 = \frac{81 - 45}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5} = x \end{aligned}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

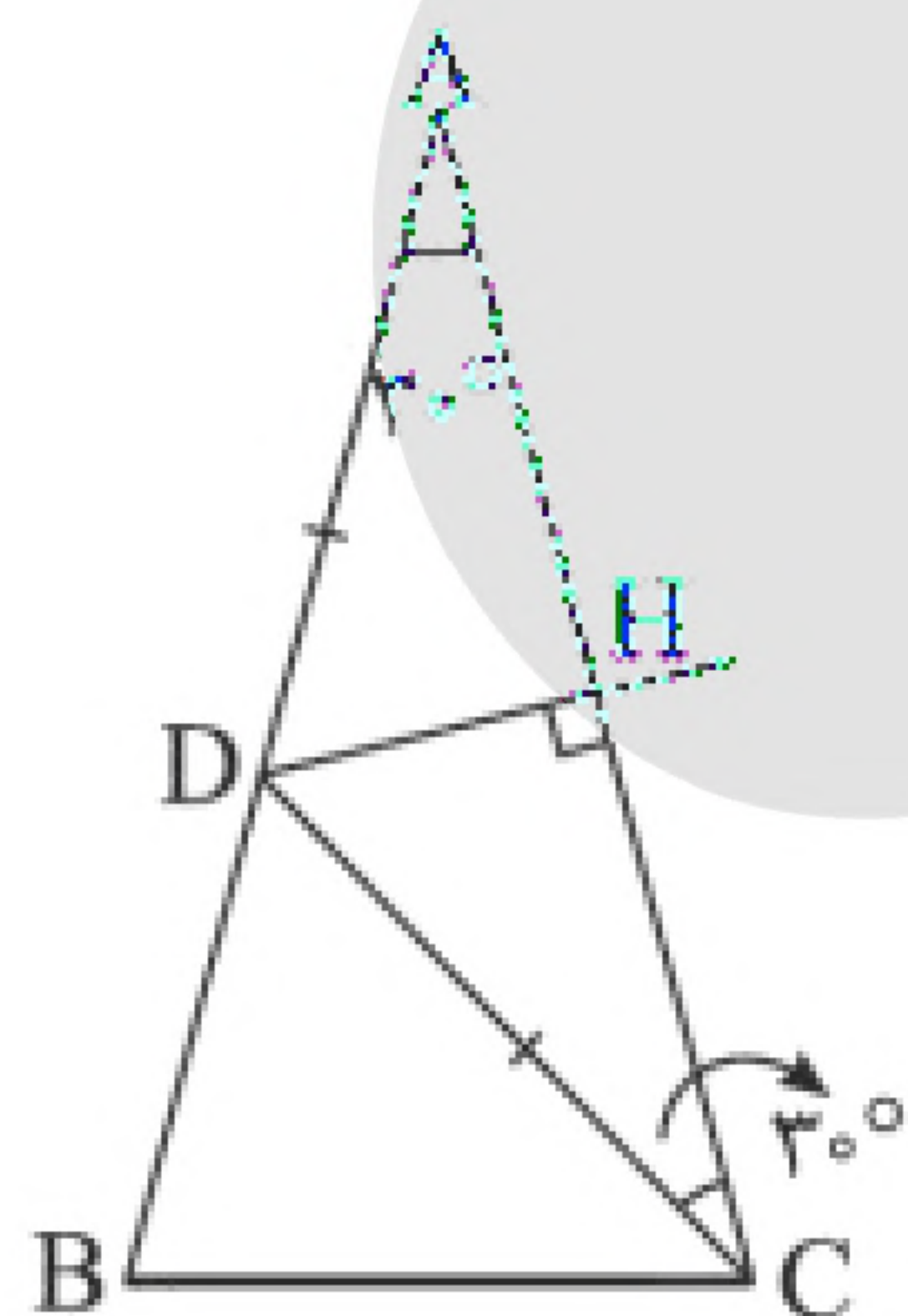
گزینه ی ۴ دوشروطی نیست. عکس این جمله درست نیست. مثلاً در دوزنقه ی متساوی الساقین قطر ها برابرند.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هر نقطه روی عمود منصف HD از دو سر پاره خط به یک فاصله است. پس  $AD = DC$  می باشد. در نتیجه مثلث ADC متساوی الساقین می باشد.

$$\hat{ADC} = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$$



۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

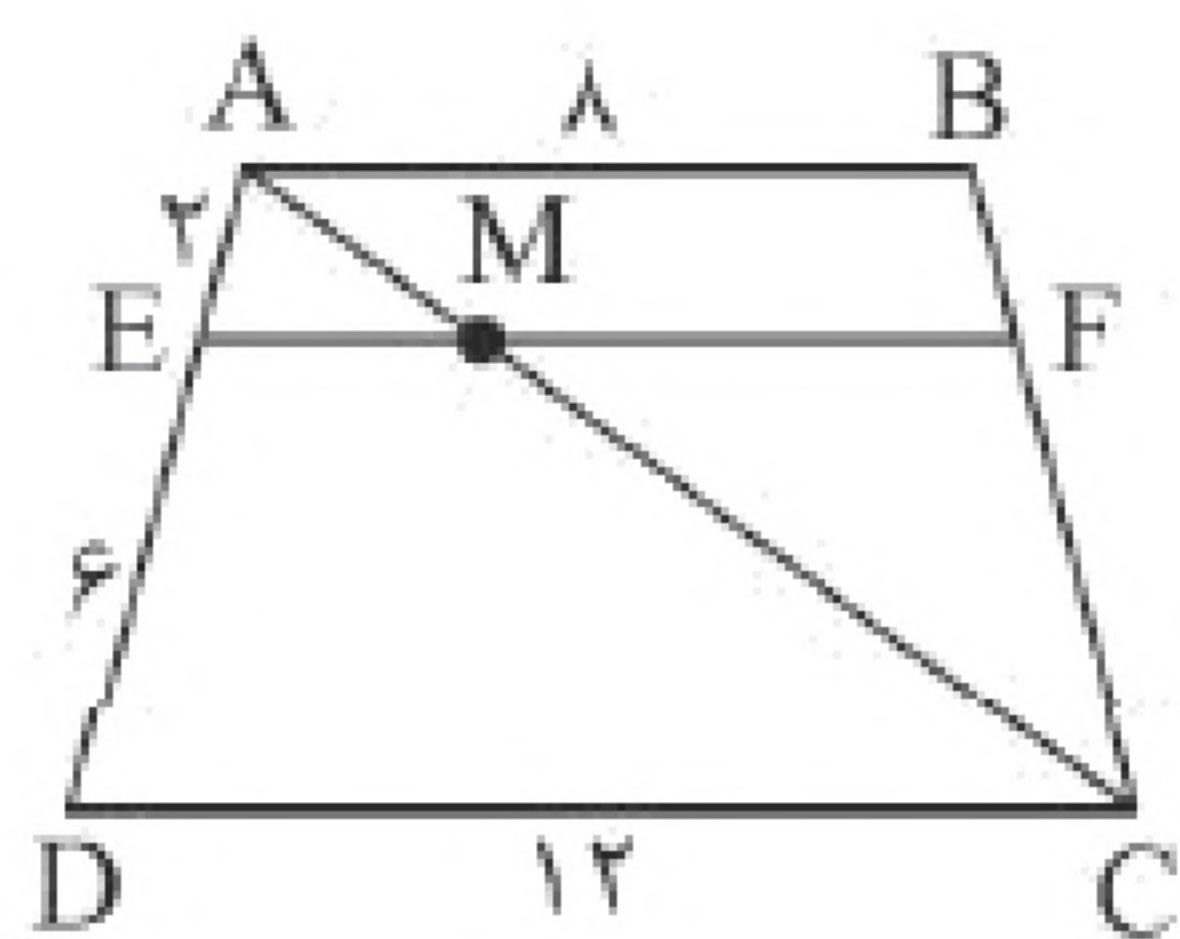
قطر AC را رسم کرده و محل تلاقی آن با EF را M می نامیم. آنگاه داریم:

$$\text{تعمیم تالس: } EM \parallel CD \Rightarrow \frac{EM}{DC} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EM}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow EM = 3$$

$$\text{تعمیم تالس: } FM \parallel AB \Rightarrow \frac{MF}{AB} = \frac{CF}{CB} \Rightarrow \frac{MF}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow MF = 6 \Rightarrow EF = x = 9$$

راه حل دوم: از B خطی موازی AD رسم کنید و ...







۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

O روی عمود منصف AB قرار دارد، پس از دو سر پاره خط به یک فاصله است:

$$OB = OA \Rightarrow 3x - 4 = 2x + 1 \Rightarrow x = 5$$

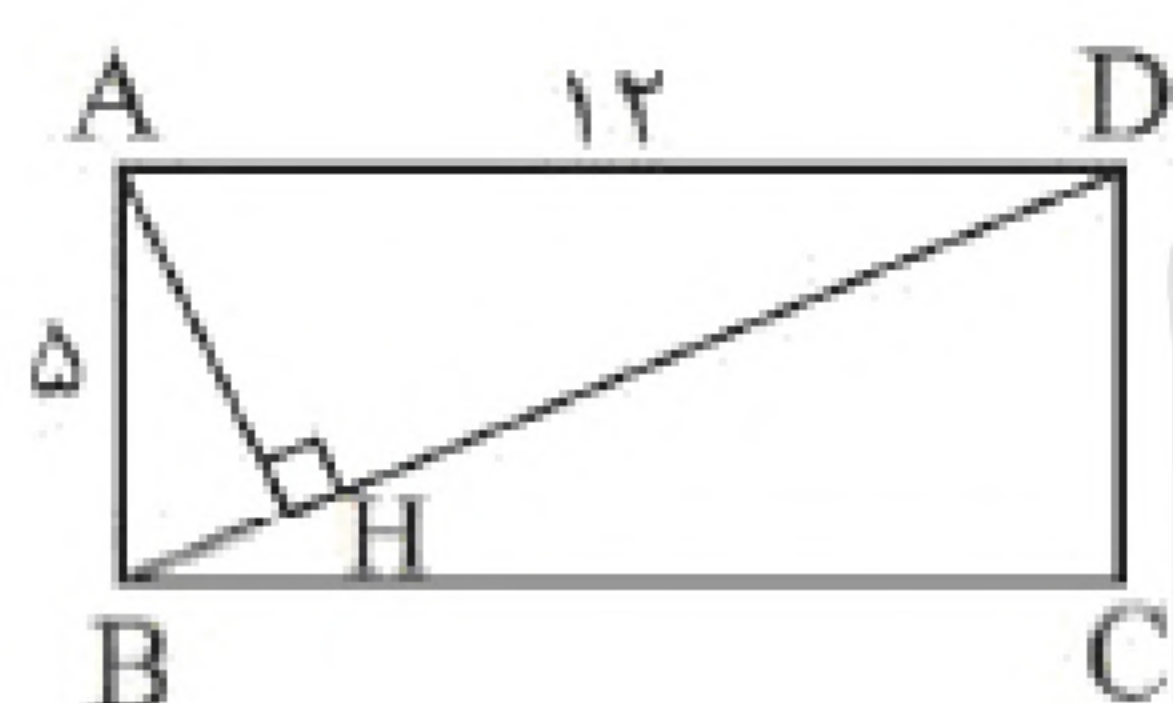
$$OA = OB \quad OC = 2x + 1 = 2(5) + 1 = 11$$

دایره‌ای به مرکز O و شعاع R که از C بگذرد، از A و B نیز می‌گذرد، پس:

$$R - OA = OB = OC = 11$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



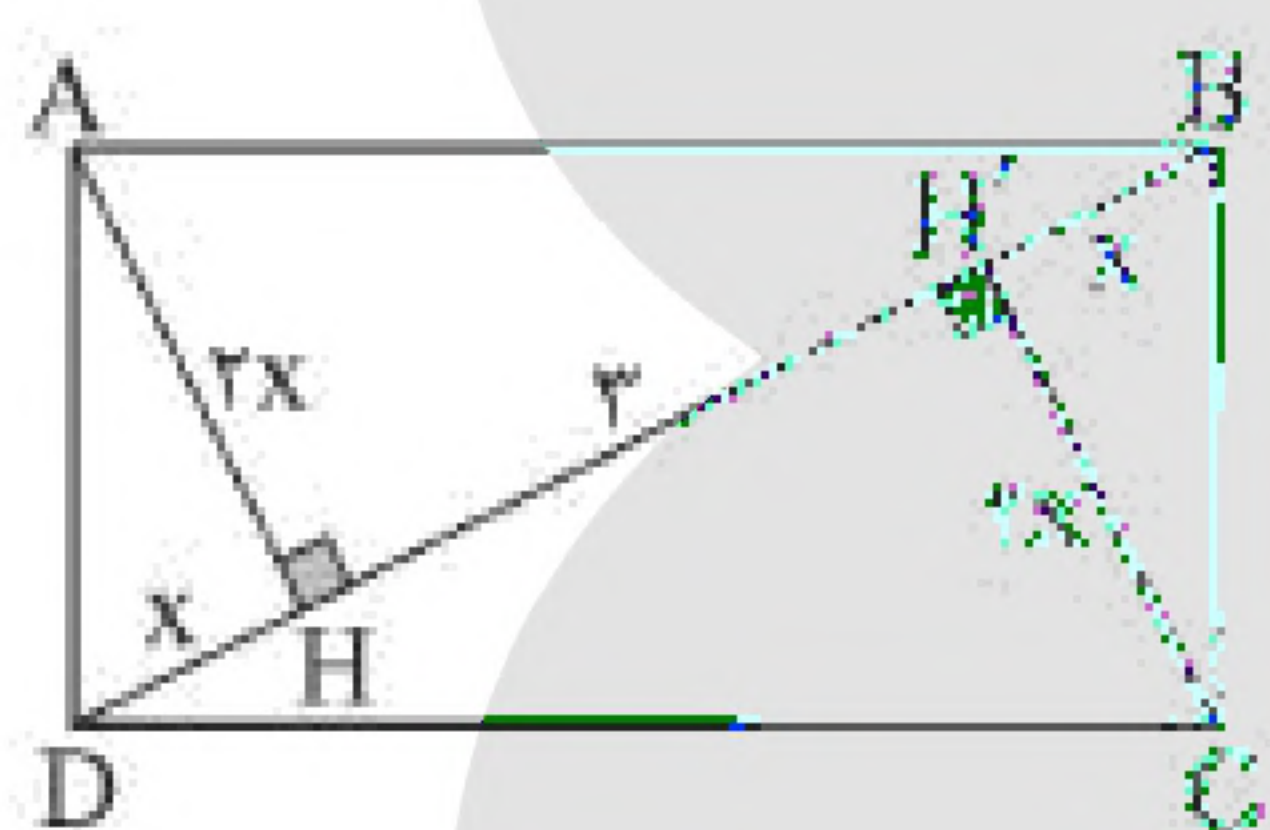
$$BD = \sqrt{5^2 + 12^2} \Rightarrow BD = 13$$

$$AH \times BD = AB \times AD$$

$$AH \times 13 = 5 \times 12 \Rightarrow AH = \frac{60}{13}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق تقارن مسئله داریم:



$$DH = BH' = x$$

$$BD = AH + 3$$

$$\Rightarrow 2x + 3 = AH + 3 \Rightarrow AH = 2x$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

$$AH^2 = DH \times BH \Rightarrow (2x)^2 = x(3 + x) \Rightarrow 4x = 3 + x \Rightarrow x = 1$$

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AH \cdot BD = \frac{1}{2} (2)(5) = 5$$

$$S_{ABCD} = 2 S_{\triangle ABD} = 10$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مثلث‌های ABC و ABD طبق حالت یک زاویه برابر و اضلاع متناسب، متشابه‌اند.

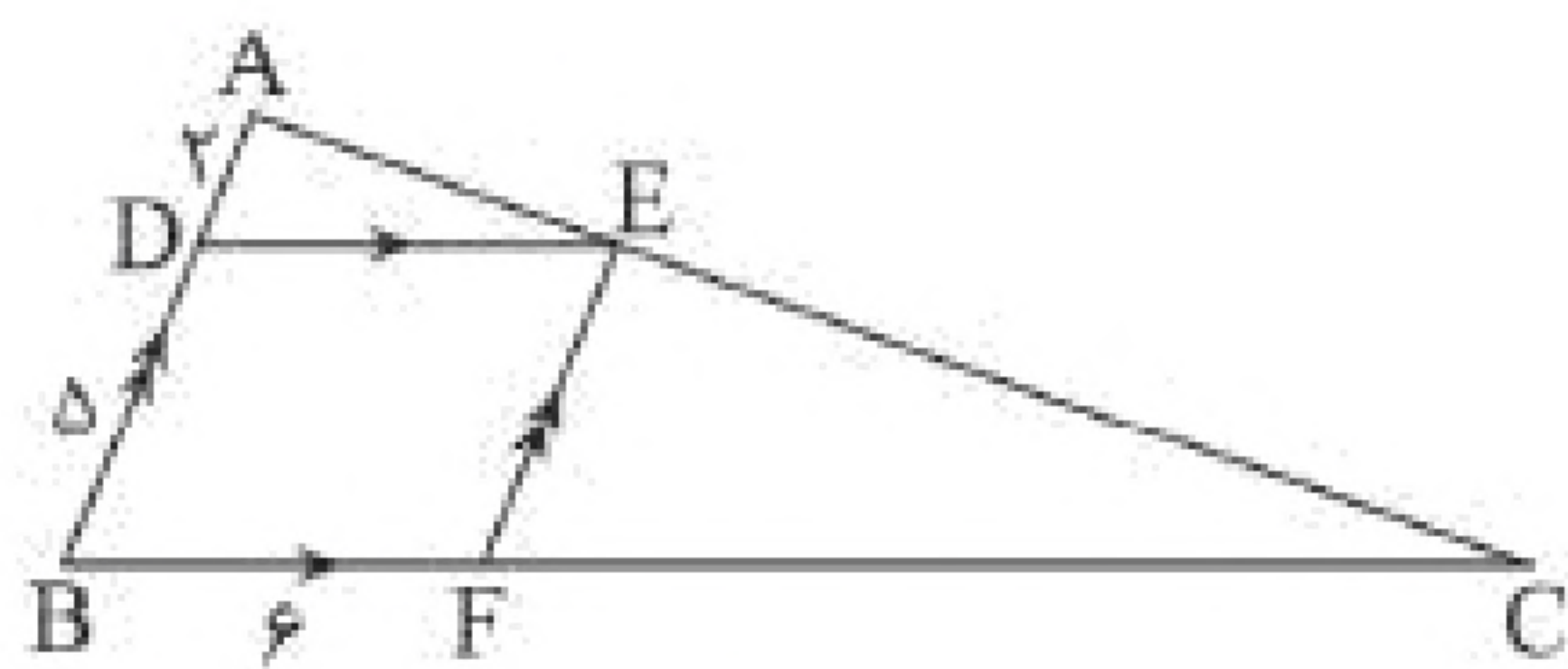
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ABD$$

می‌دانیم نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آن‌ها است پس همان  $\frac{3}{2}$  است.





۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{array}{l} DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} = \frac{2}{5} \\ EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{EC} = \frac{BF}{CF} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{6}{CF} = \frac{2}{5} \Rightarrow CF = 15$$

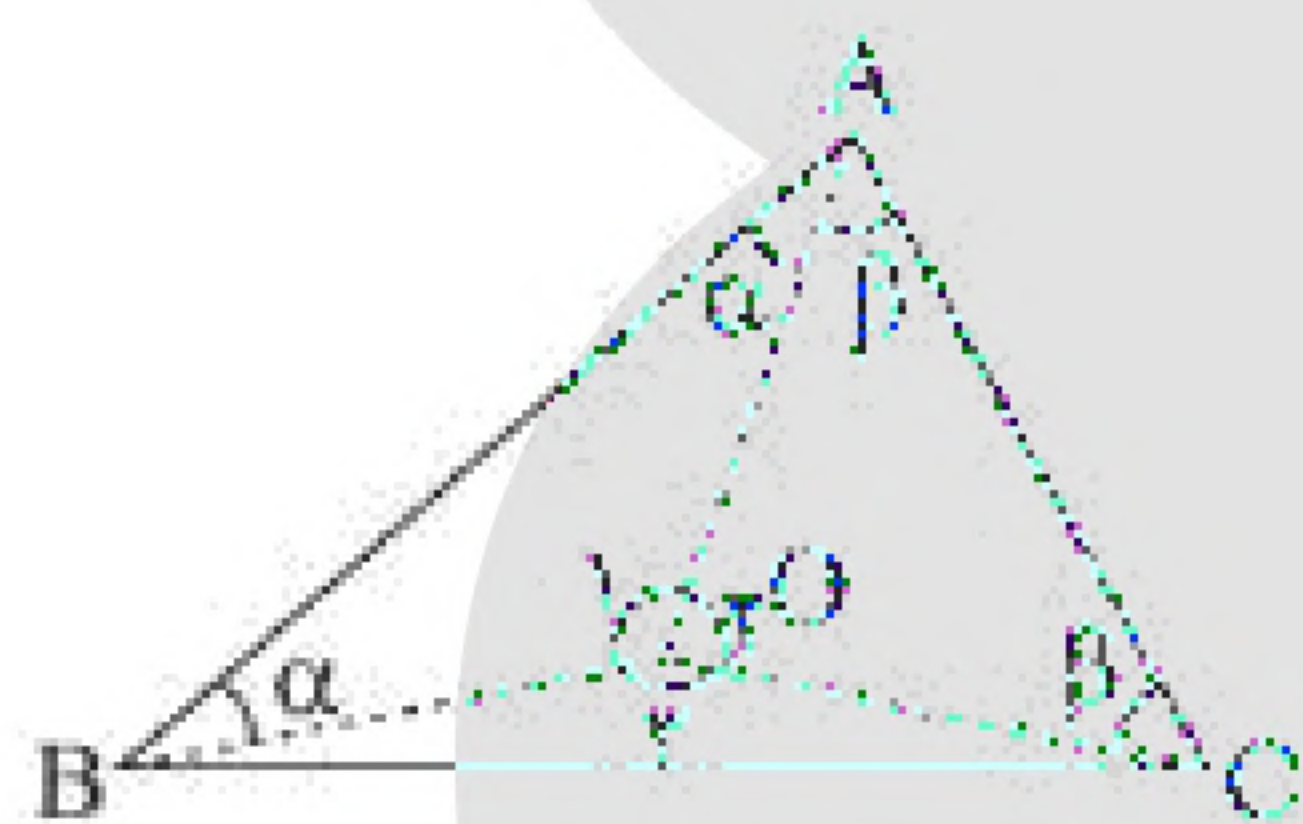
روش دوم: چهارضلعی BFED متوازی الاضلاع است پس:

$$DE = BF = 6$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{6}{BC} \Rightarrow BC = 21$$

$$CF = 21 - 6 = 15$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



می دانیم محل هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع مثلث از رئوس مثلث به یک فاصله است پس:

$$OA = OB \Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = \alpha$$

$$OA = OC \Rightarrow \widehat{OAC} = \widehat{OCA} = \beta$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O_1} = 180^\circ - 2\alpha \\ \widehat{O_2} = 180^\circ - 2\beta \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{O_3} = 360^\circ - (180^\circ - 2\alpha + 180^\circ - 2\beta) = 2\alpha + 2\beta$$

$$\Rightarrow \widehat{O_3} = 2(\alpha + \beta) = 2\widehat{A}$$

بنابراین زاویه  $\widehat{BOC}$  دو برابر زاویه  $\widehat{A}$  است.

$$\widehat{B} + \widehat{C} = 40^\circ + 60^\circ = 100^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

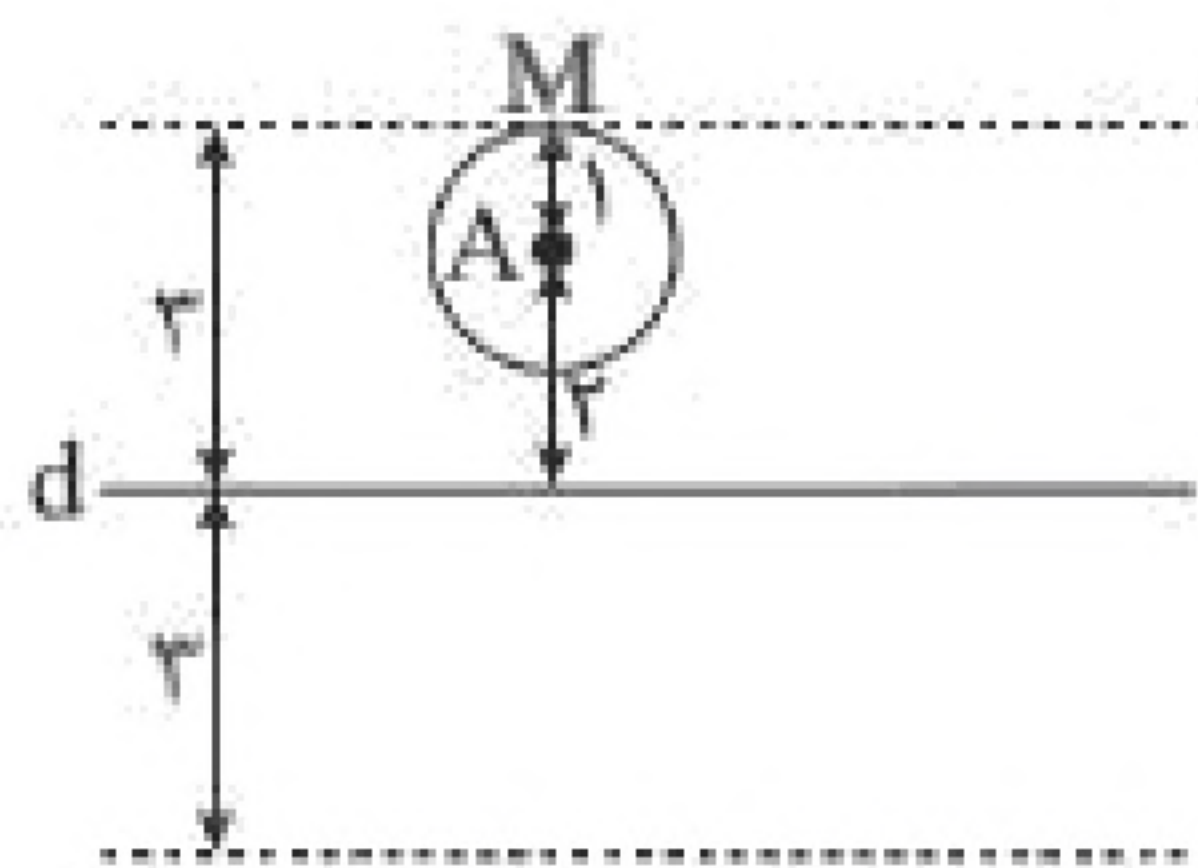
$$\Rightarrow \widehat{BOC} = 160^\circ$$



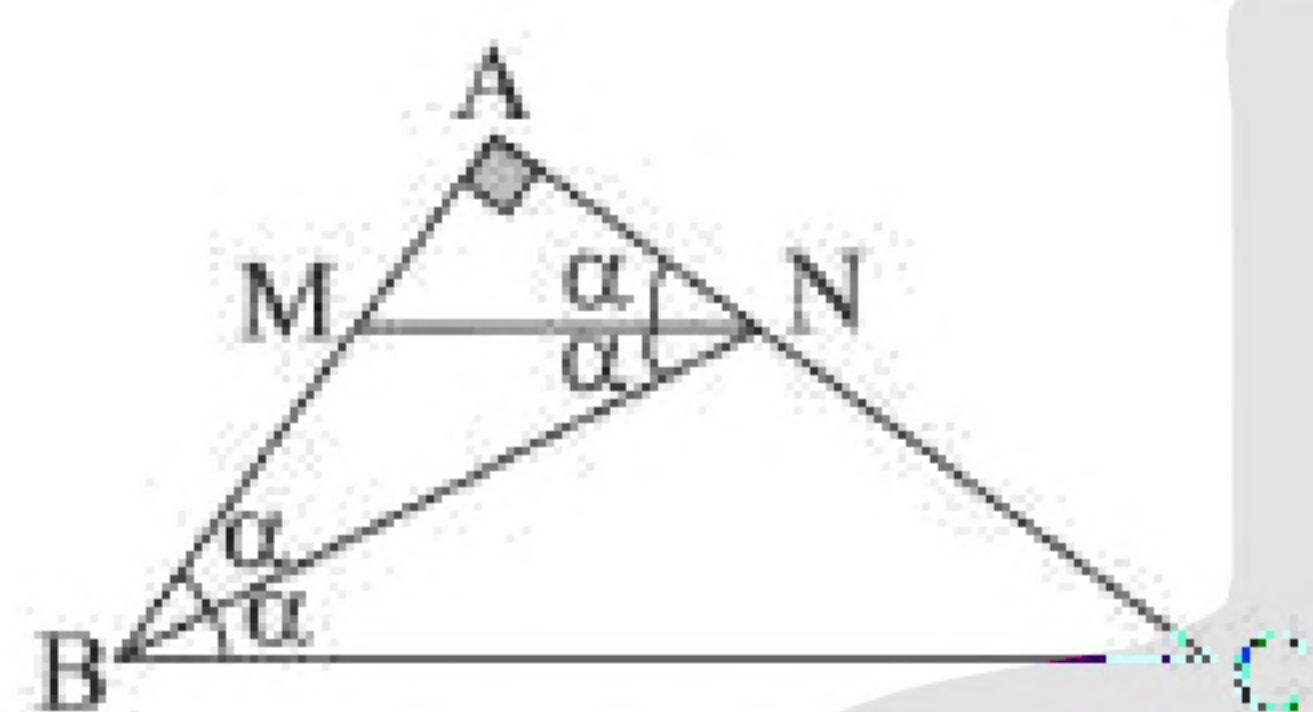


۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مجموعه نقاطی که از نقطه A به فاصله ۱ سانتی متر اند، روی یک دایره به مرکز A و شعاع ۱ قرار دارند. همچنین مجموعه نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متری اند، روی دو خط موازی با d قرار دارند. مطابق شکل زیر، فقط نقطه M است که هر دو ویژگی را دارد.



۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



- I) BN: نیمساز  $\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{CBN} = \alpha$   
 II)  $MN \parallel BC$ , BN: مورب  $\Rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{MNB} = \alpha$   
 III) MN: نیمساز  $\Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{MNB} = \alpha$   
 IV)  $\triangle ABN: 90^\circ + \alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$   
 V)  $\triangle AMN: AM = \frac{1}{2}MN$ ,  $\triangle BMN: BM = MN$   
 $\Rightarrow AM = \frac{1}{2}BM \Rightarrow AM = x$ ,  $BM = 2x$   
 VI)  $\triangle ABC: MN \parallel BC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{1}{3}$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 36 = BH \times 10 \Rightarrow BH = 3/6$$

$$CH = BC - BH = 6/4$$

$$\frac{BH}{CH} = \frac{3/6}{6/4} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

O از هر سه ضلع به یک فاصله است بنابراین:

$$6x - 7 = 2x + 1 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$OH_3 = 6x - 7 = 2x + 1 = 5$$





۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$n = 1 \Rightarrow 1^2 + 1 + 41 = 43 \text{ اول}$$

$$n = 5 \Rightarrow 5^2 + 5 + 41 = 71 \text{ اول}$$

$$n = 7 \Rightarrow 7^2 + 7 + 41 = 97 \text{ اول}$$

$$n = 41 \Rightarrow 41^2 + 41 + 41 = 41 \times 43 \text{ مرکب}$$

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3a+3}{2b+1} = \frac{6a+3}{4b+1} \Rightarrow 12ab + 3a + 12b + 3 = 12ab + 6a + 6b + 3$$

$$\Rightarrow 6b = 3a \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{6}{3} = 2$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE} \xrightarrow{\text{معکوس تالس}} DE \parallel BC$$

$$DE = 11 - (2 + 5) = 4$$

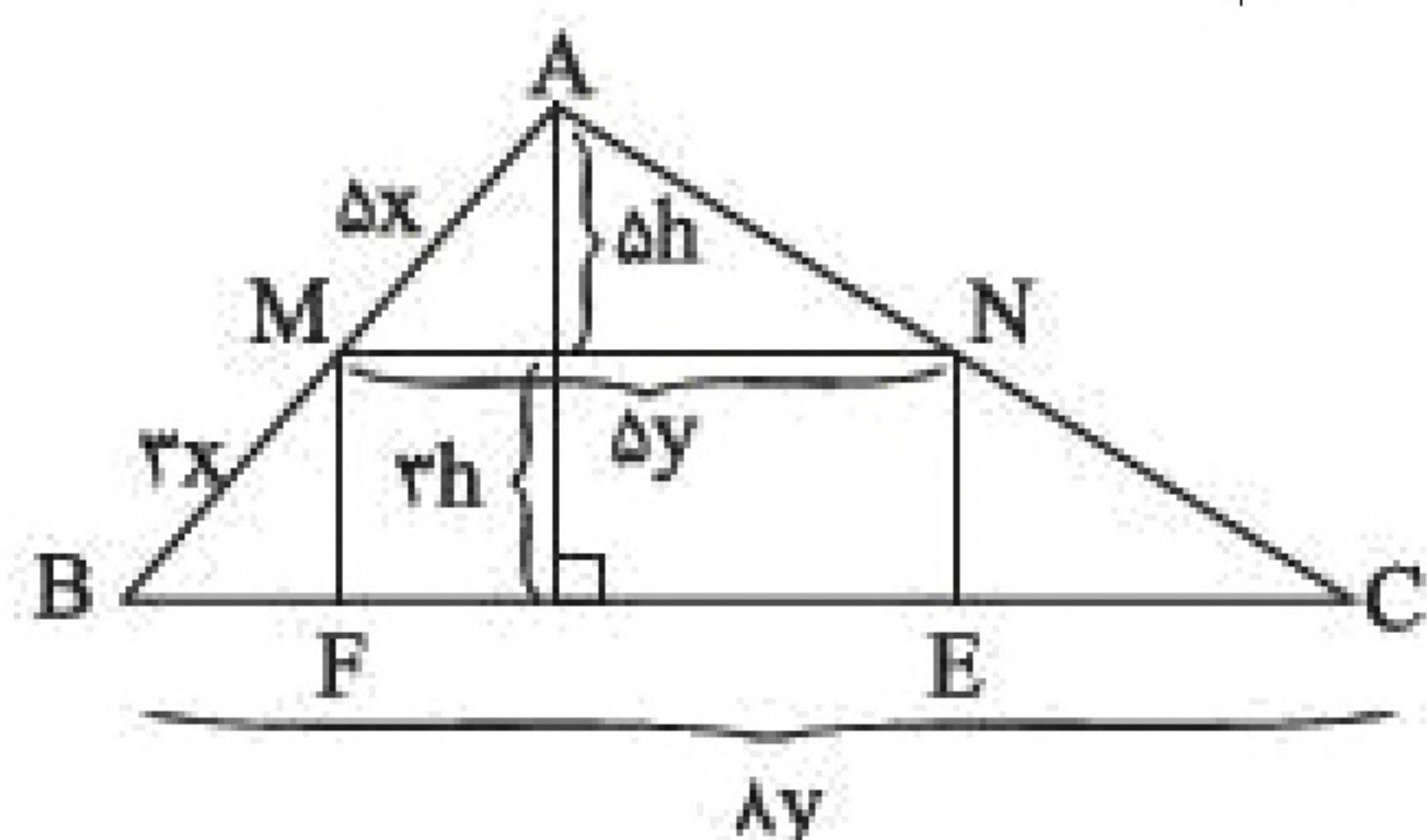
$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{4}{BC} \Rightarrow BC = 12$$

محیط چهارضلعی BCED برابر است با:

$$DE + BD + BC + CE = 4 + 4 + 12 + 10 = 30$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه تالس می توان مقادیر را مطابق شکل زیر نوشت، در این صورت داریم:



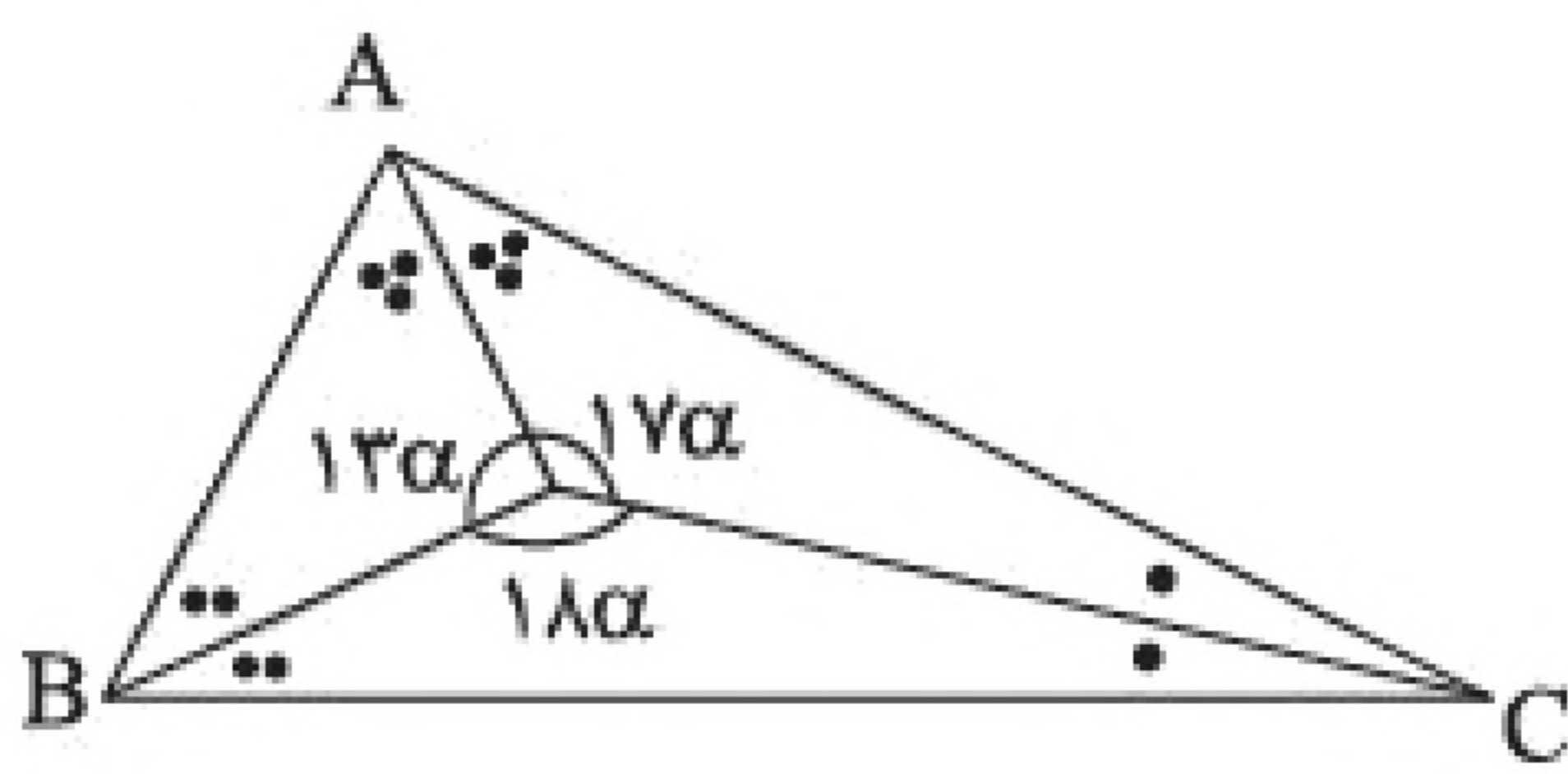
$$\frac{S_{\text{مستطیل}}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{5y \times 3h}{4y \times 4h} = \frac{15}{32}$$





۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مرکز دایره‌ای که بر هر سه ضلع مثلث مماس است، محل هم‌رسی نیمسازهای مثلث می‌باشد.



$$13\alpha + 17\alpha + 18\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{360}{48} = 7.5$$

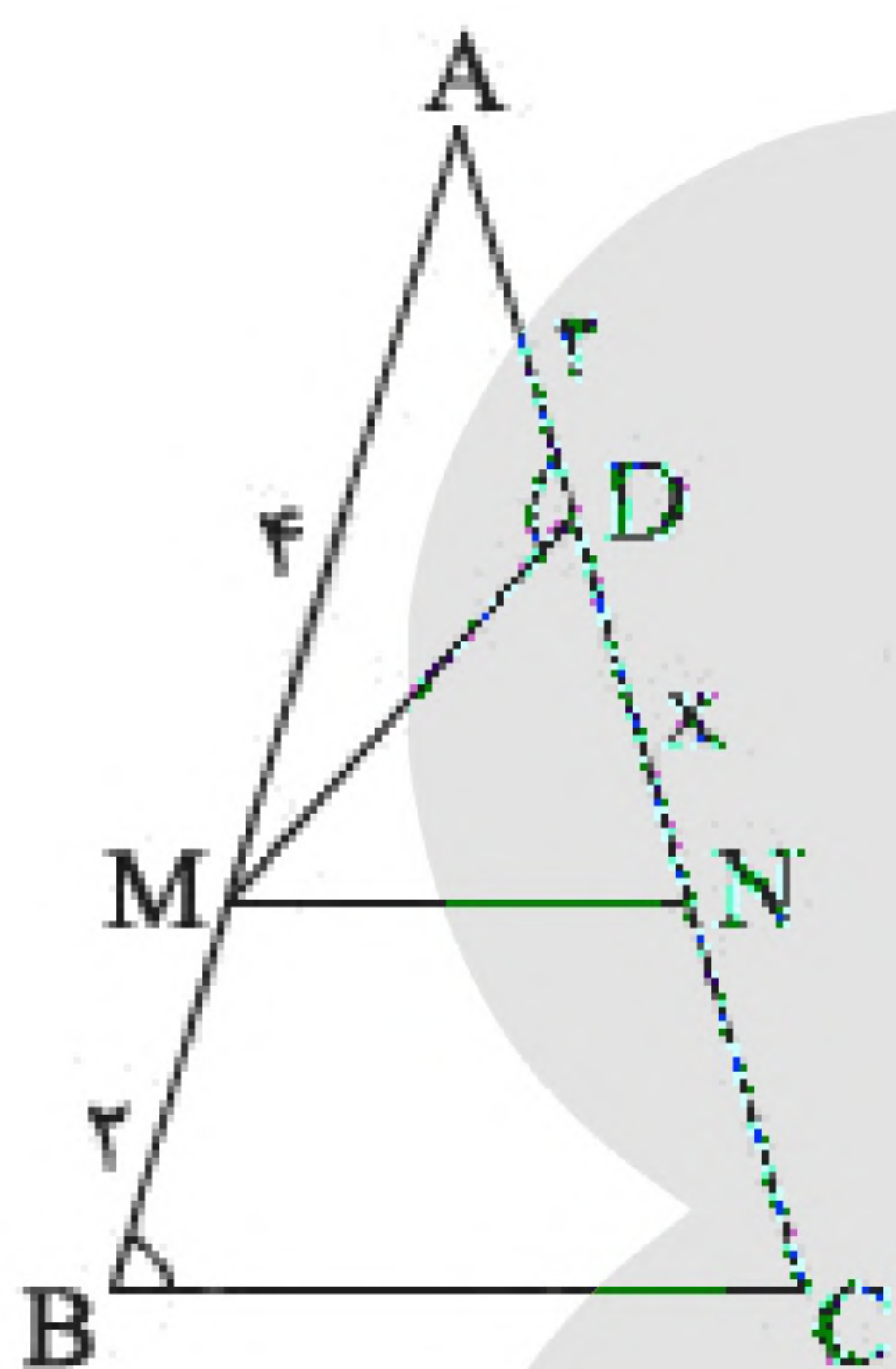
$$\triangle AOB : \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{B}}{2} + 13\alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{A} + \hat{B}}{2} = 180^\circ - 97.5^\circ = 82.5^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 165^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم  $\hat{ADM} = \hat{ABC}$  و چون زاویه‌ی A مشترک است، پس:



$$\triangle ADM \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{4}{AC} = \frac{2}{6} \Rightarrow AC = 12$$

از طرفی می‌توانیم تالس بنویسیم:

$$MN \parallel BC$$

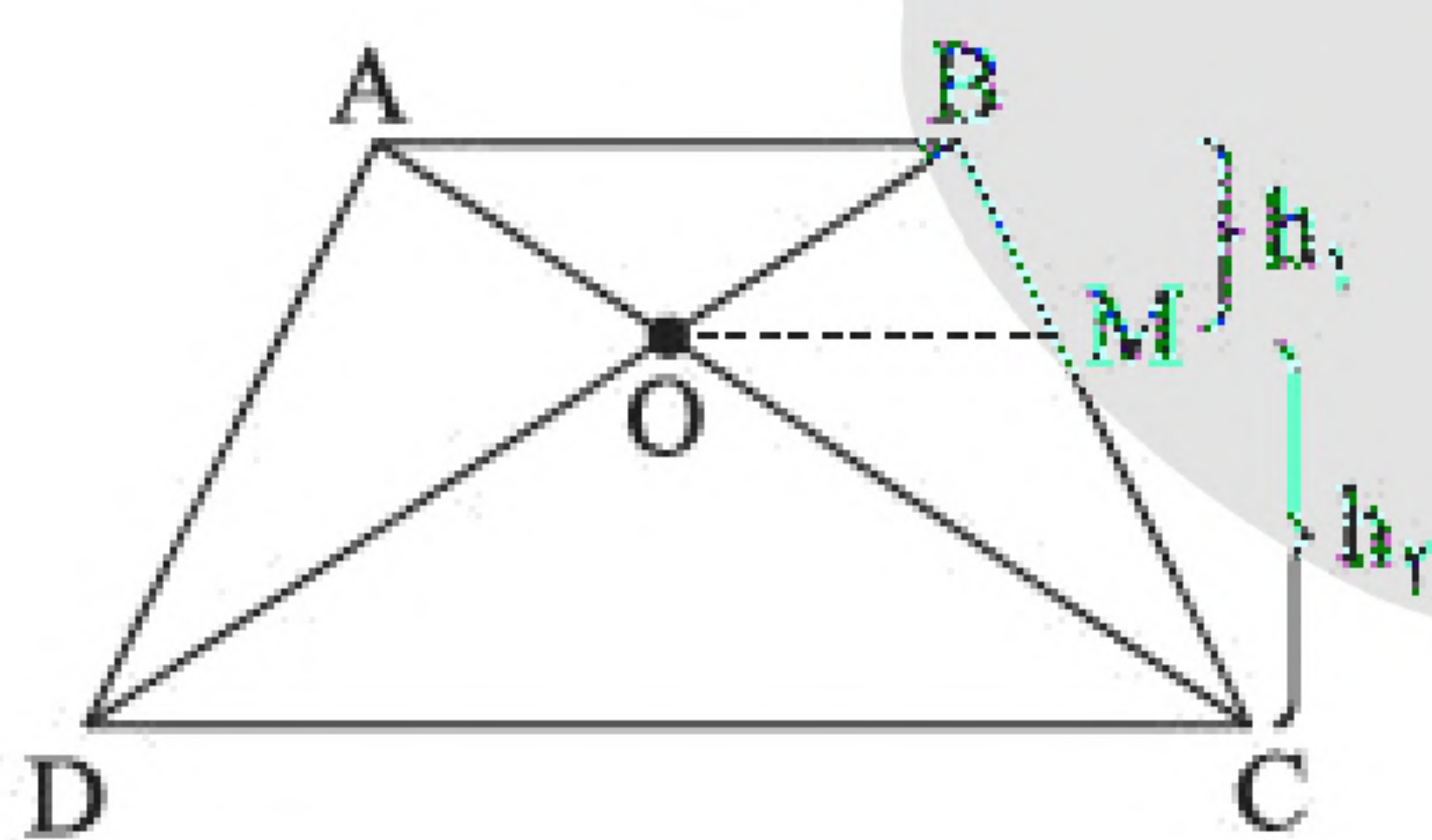
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{AN}{12} \Rightarrow AN = 8 \Rightarrow DN = 6$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مثلث‌های OAB و OCD متشابه هستند. وقتی نسبت مساحت‌های آنها  $\frac{1}{4}$

است یعنی نسبت تشابه آنها  $\frac{1}{2}$  می‌باشد. اگر ارتفاع آنها را به ترتیب  $h_1$  و

$h_2$  در نظر بگیریم داریم:



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{1}{2}$$

مثلث‌های OAB و OBM دارای ارتفاع‌های یکسان  $h_1$  هستند. پس نسبت مساحت آنها برابر نسبت قاعده‌هایشان

یعنی  $\frac{OM}{AB}$  است.

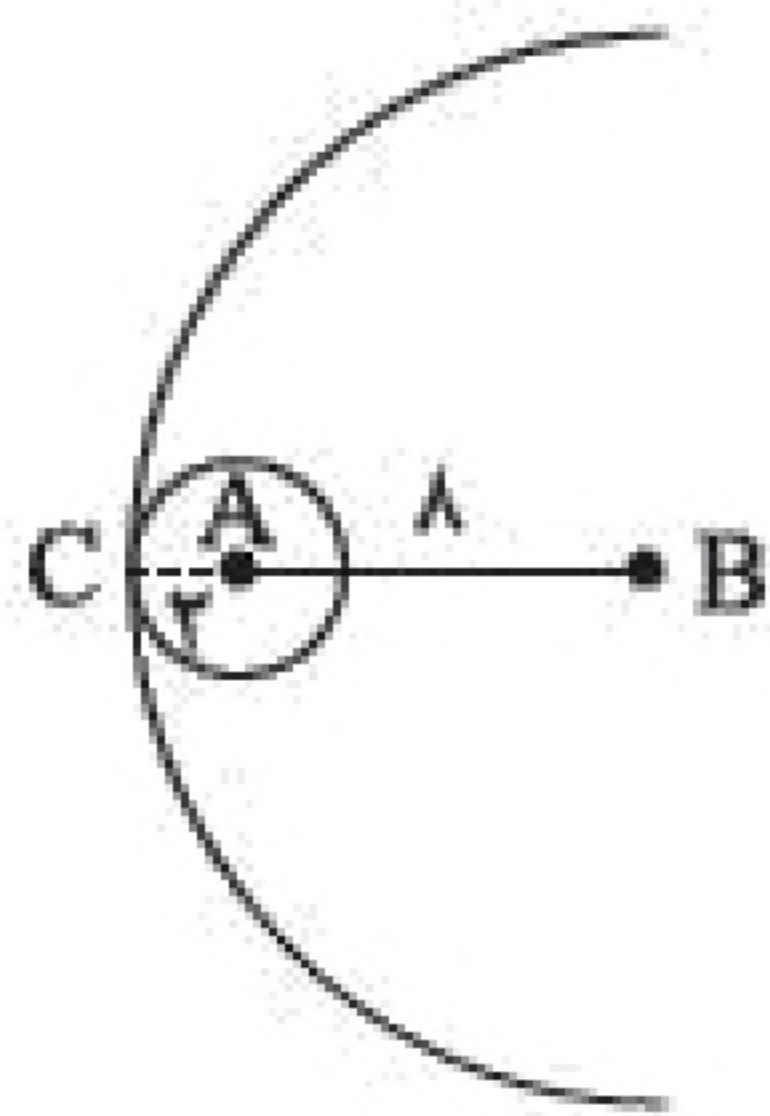
$$\frac{OM}{AB} = \frac{h_2}{h_1 + h_2} = \frac{2}{3}$$





۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دایره‌ای به مرکز  $A$  و شعاع ۲ و دایره دیگری به مرکز  $B$  و شعاع ۱۰ رسم می‌کنیم. طبق شکل زیر، این دو دایره در نقطه  $C$  بر هم مماس هستند، پس یک نقطه با شرایط گفته شده وجود دارد.



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

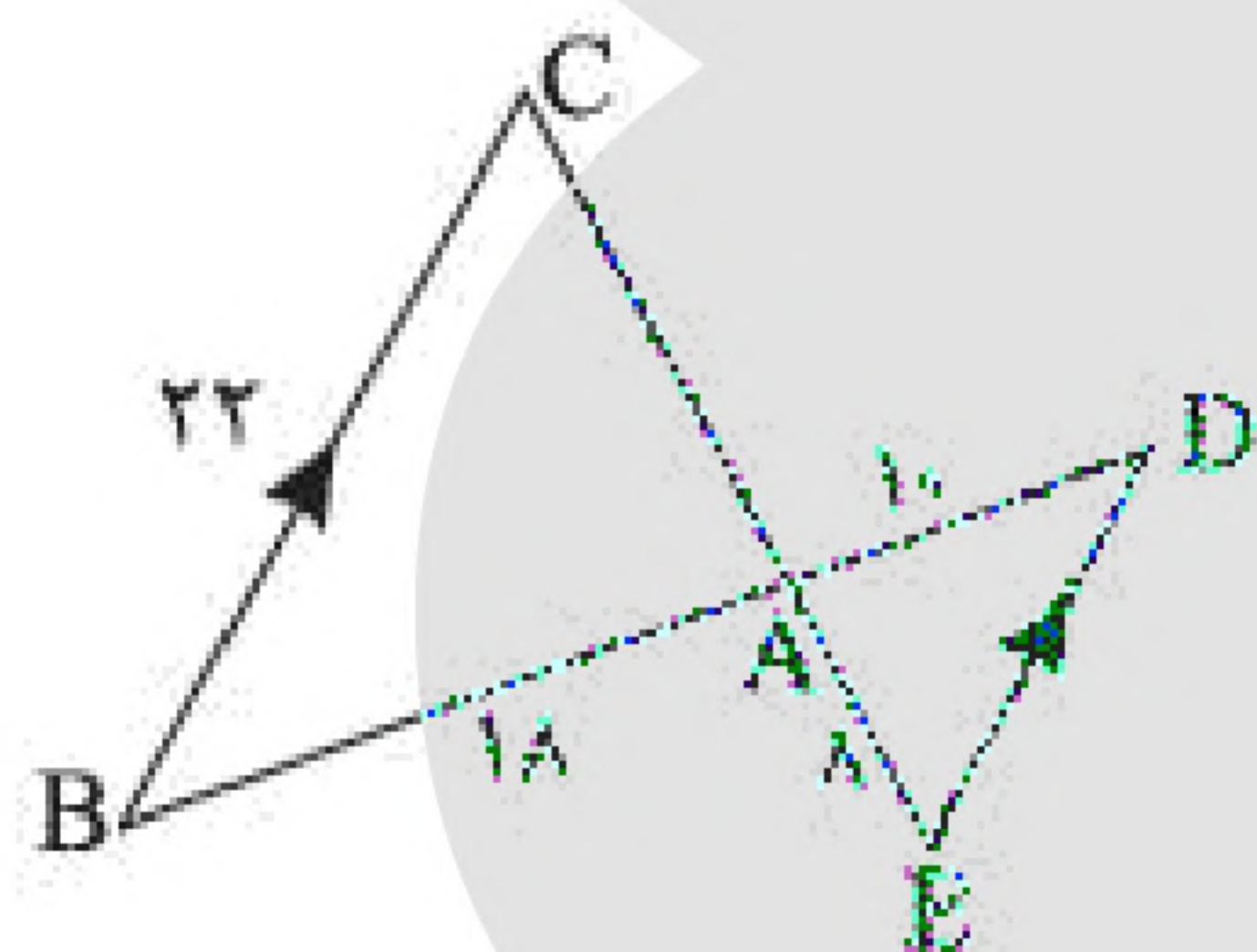
۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

طبق ویژگی‌های تناسب می‌دانیم اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$ ، آن‌گاه می‌توان نوشت:

$$\frac{a+c+e}{b+d+f} = k \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{9}{16} = \frac{x+9}{y+16}$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

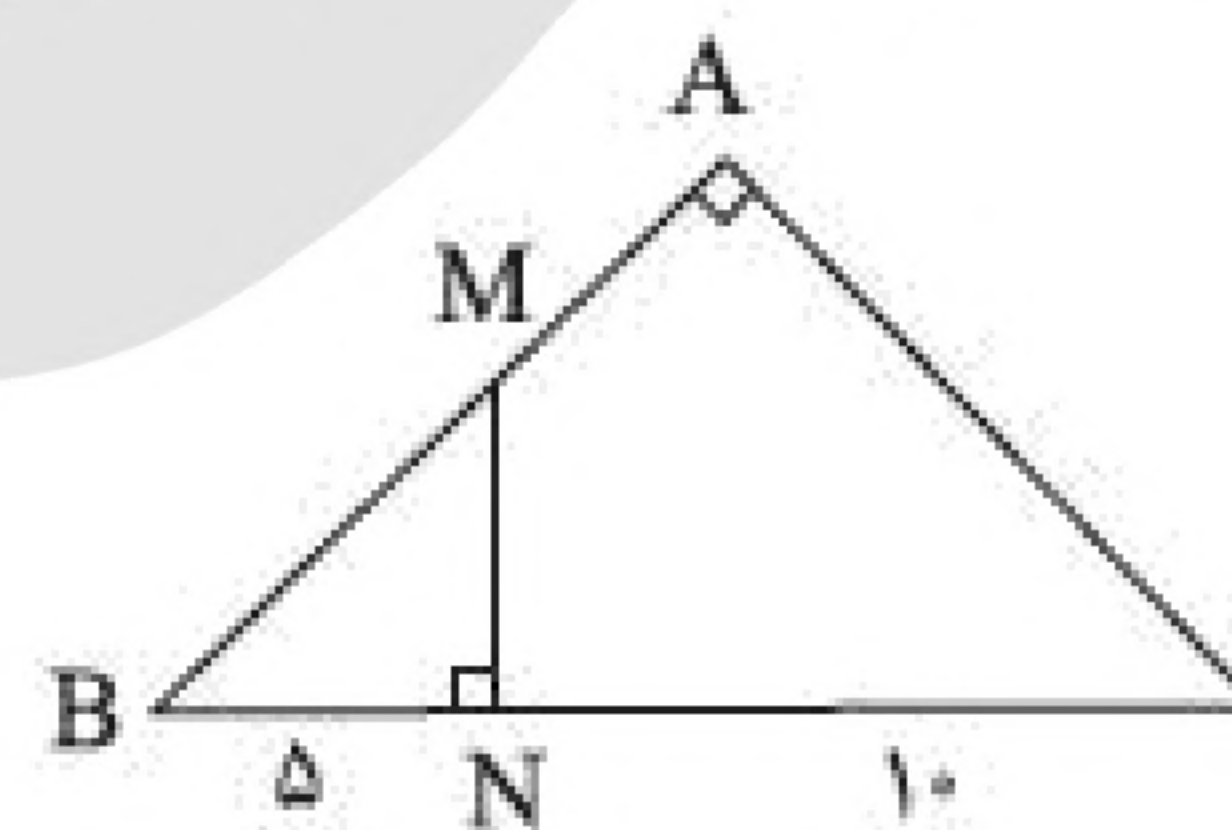
دو مثلث  $ABC$  و  $ADE$  متشابه هستند.



$$\begin{aligned} BC \parallel ED &\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \\ &\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{ED} \Rightarrow \frac{AC}{8} = \frac{22}{10} = \frac{ED}{10} \\ &\Rightarrow \frac{AC}{8} = \frac{22}{10} \Rightarrow AC \times ED = 8 \times 22 = 176 \end{aligned}$$

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دو مثلث  $ABC$  و  $BMN$  متشابه هستند.



$$\left. \begin{aligned} \hat{N} &= \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} &= \hat{B} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BN}{AB} = \frac{MN}{AC}$$

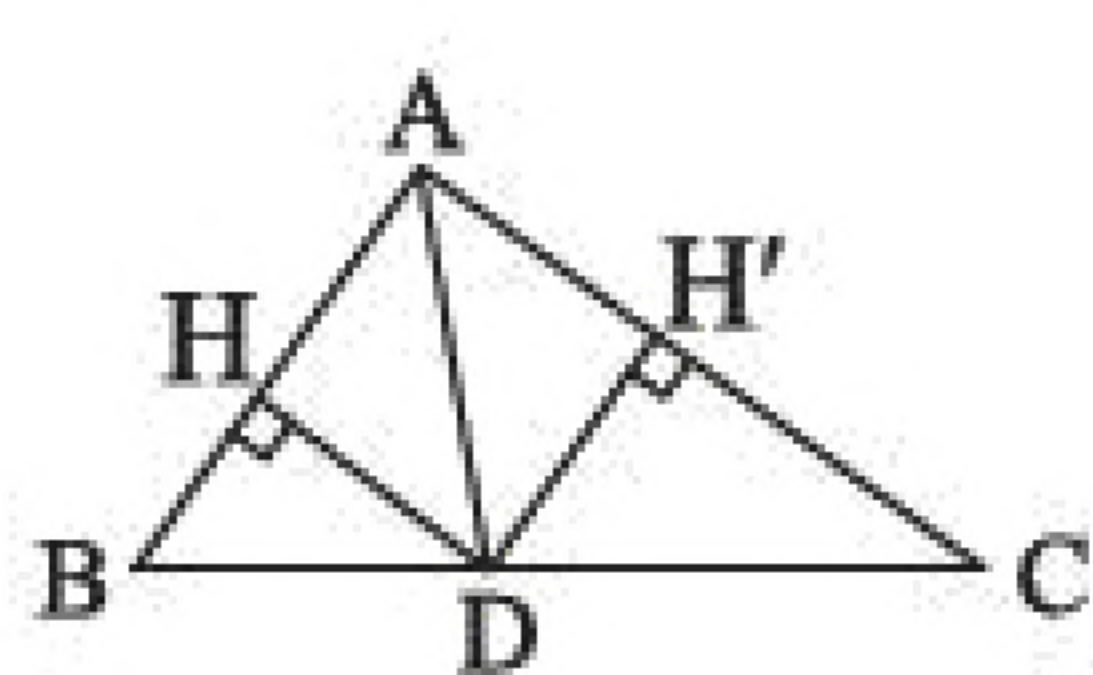
$$\Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{BN}{AB} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}AB}{15} = \frac{5}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2}AB^2 = 15 \times 5$$

$$\Rightarrow AB^2 = 150 \Rightarrow AB = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$$





۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}AB \cdot DH}{\frac{1}{2}AC \cdot DH'} = \frac{2}{3}$$

$DH = DH' \Leftrightarrow D$  روی نیمساز است

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2x \\ AC = 3x \end{cases}$$

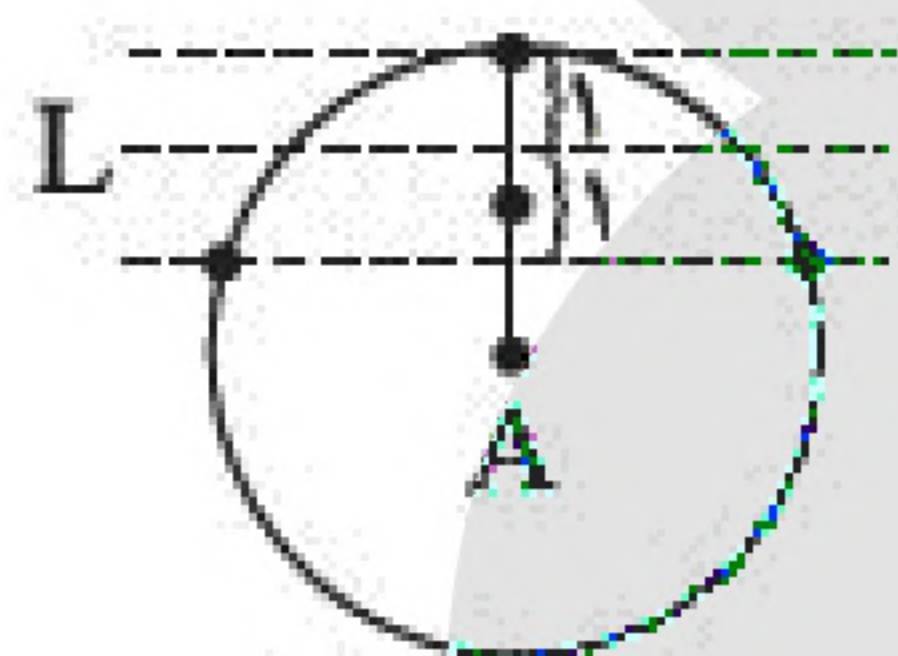
$$AB + AC + BC = 15 \xrightarrow{BC=5} AB + AC = 10$$

$$\Rightarrow 2x + 3x = 10 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$$

$$\begin{aligned} AB &= 4 \\ AC &= 6 \Rightarrow AC - AB = 2 \end{aligned}$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نقطاتی که از  $A$  به فاصله  $2\text{ cm}$  هستند، دایره‌ای به مرکز  $A$  به شعاع  $2$  است. نقطاتی که از خط  $L$  به فاصله  $1\text{ cm}$  هستند نقاط روی دو خط موازی به فاصله  $1\text{ cm}$  بالا و پایین  $L$  است. این دو خط با دایره سه نقطه مشترک دارند، بنابراین یکی از خطوط بر دایره مماس است و دیگری دایره‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند.



فاصله  $A$  تا  $L$ ،  $1\text{ cm}$  است.

توجه: شکل را فرضی کشیدیم، اما پس از حل مسئله معلوم می‌شود یکی از خط‌چین‌ها از  $A$  می‌گذرد.

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به فرض:

$$\left. \begin{aligned} \hat{D}_1 &= \hat{A} \\ \hat{B} &= \hat{B} \text{ مشترک} \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{(دو زاویه)}} \triangle ABC \sim \triangle BDE$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به فرض}} \frac{AC}{ED} = \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \frac{18}{y} = \frac{x+16}{12} = \frac{32}{16} \Rightarrow x=8, y=9$$





۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$MNCB \text{ محیط دوزنقه} = ۳ + ۴ + x + y = ۲۱ \Rightarrow x + y = ۱۴ \quad (۱)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{x+۳}{x+۶} = \frac{x}{y}$$

در تناسب فوق، ترکیب در مخرج انجام می دهیم:

$$\frac{x+۳}{x+۶+x+۳} = \frac{x}{x+y} \xrightarrow{(۱)} \frac{x+۳}{2x+۹} = \frac{x}{14} \Rightarrow 2x^2 + 9x = 14x + 42$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 42 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 + 8 \times 42 = 361$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \pm 19}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{2} \text{ غ ق ق} \\ x = 6 \end{cases} \Rightarrow AM = x + 3 = 6 + 3 = 9$$

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{9}{3} = \frac{AN}{4} \Rightarrow AN = 12$$

$$\Rightarrow \triangle AMN \text{ محیط} = 9 + 6 + 12 = 27$$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می دانیم عدد ۲ که زوج است، عدد اول است.