

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





۱- نقطه  $(3, -6)$  یکی از رئوس متوازی الاضلاعی است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $x - 3y = 4$  و  $x + 4y = -3$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر با اضلاع کدام است؟

$$\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{65}}{2} \quad (3)$$

$$\frac{19}{\sqrt{10}} \quad (2)$$

$$\frac{19}{2\sqrt{10}} \quad (1)$$

۲- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$  کدام است؟

$$4/5 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^3 - 12x - a = 0$  و  $7 = 4\alpha - \beta^2 + 2\alpha^2$  باشد، مقدار  $a$  چند برابر ریشه بزرگ‌تر معادله است؟

$$-9 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$-3 \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۴- نقاط  $A(-1, 4)$ ،  $B(3, 1)$ ،  $C(x, y)$  و  $D(-1-x, y+3)$  رئوس یک مستطیل هستند. اگر رأس‌های  $C$  و  $D$  مجاور باشند، محیط مستطیل کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$15 \quad (3)$$

$$14 \quad (2)$$

$$13 \quad (1)$$

۵- صفرهای تابع  $y = 2x^2 - (m+2)x + m$  و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر  $\frac{3}{4}$  باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی  $y = x^2 - mx + 1$  باشد؟

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

۶- نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

$$0/4(1 + \sqrt{5}) \quad (4)$$

$$0/6 + 0/2\sqrt{5} \quad (3)$$

$$0/2(1 + \sqrt{5}) \quad (2)$$

$$0/3 + \sqrt{5} \quad (1)$$

۷- نقطه  $(2, 4/5)$  رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن منطبق بر خطوط  $4x + y = 3$  و  $x - 4y = 5$  هستند. بیشترین فاصله وسط قطر از اضلاع کدام است؟

$$\sqrt{17} \quad (4)$$

$$2\sqrt{17} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{17}}{2} \quad (1)$$

۸- مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$  کدام است؟

$$2/25 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$1/75 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$





۹- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های متمایز معادله  $ax^2 - ax - b = 0$  و  $40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17$  باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{2}{5}$  (۳)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۴)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۰- نقاط  $A(3, y)$  و  $B(-5, y)$  روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور  $x$ ها را در نقاطی با طول‌های  $\alpha$  و  $\beta$  قطع کند و  $\alpha^2 + \beta^2 = 5$  باشد، این سهمی محور  $y$ ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۱- اگر نقطه  $A(2, -3)$  رأس یک مربع و معادله یک ضلع مربع  $4x + 3y = 9$  باشد، مساحت مربع چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۲- معادله  $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 + 2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x} + \sqrt{x^2 + 2x}} = \frac{x + 5}{\sqrt{x^2 + 2x}}$  دارای چند جواب است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۳- خط  $x - 2y = 2$  معادله یک ضلع و نقطه  $A(2, 5)$  مختصات یک رأس از مستطیلی هستند. اگر طول قطر مستطیل  $4\sqrt{5}$  باشد، مساحت آن کدام است؟

- (۱)  $10\sqrt{3}$  (۲)  $10\sqrt{2}$  (۳)  $20\sqrt{2}$  (۴)  $20\sqrt{3}$

۱۴-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 + 6x + a = 0$  هستند. اگر  $\beta < \alpha < 0$  و  $\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$  باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{33}{4}$  (۲)  $\frac{11}{3}$  (۳) ۳ (۴) ۵

۱۵- دو ضلع مقابل به هم یک مستطیل روی خطوط به معادله  $y - ax = 1$  و  $ay - x = a - 1$  واقع هستند. اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه  $(2, 1)$  یک رأس از مستطیل باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

- (۱)  $2/5$  (۲)  $3/5$  (۳)  $\sqrt{46}$  (۴)  $2\sqrt{34}$

۱۶- معادله  $\sqrt{2x - 3} = \sqrt{x + \sqrt{x - 2}} - \sqrt{2 - x}$  چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر





۱۷- معادله  $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2 - 9x - 2}{x^3 + 8} = \frac{6x}{x^2 - 2x + 4}$  دارای چند جواب مثبت است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۸- نقاط  $A(0, 1)$  و  $B(4, -2)$  دو رأس مجاور مربع  $ABCD$  هستند. طول مختصات نقطه  $D$  در ربع سوم، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۹- معادله‌های  $x^2 + 6x + m = 0$  و  $x^2 + 2x - 3m = 0$  یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

۲۰- طول ارتفاع  $AH$  در مثلثی با رأس‌های  $A(1, 9)$ ،  $B(3, 3)$  و  $C(7, 11)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴) ۶

۲۱- معادله  $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$  چند ریشه مثبت دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۲- اگر  $a$  و  $b$  اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله  $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$  باشند، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۲۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ ،  $\alpha + \beta = 1$  و  $\alpha\beta = -2$  باشد، مقدار  $k$  چقدر است؟

- (۱)  $-\frac{27}{5}$  (۲)  $\frac{27}{5}$  (۳) -۳ (۴) ۳

۲۴- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$  باشند، به ازای کدام مقدار  $a$ ، به ترتیب سه عدد  $a$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۲۵- سه ضلع یک مثلث به معادلات  $AB: y + 2x = 7$ ،  $AC: 4y - 3x = 17$  و  $BC: 2y - 7x = -19$  هستند. طول ارتفاع  $BH$ ، کدام است؟

- (۱)  $4/4$  (۲) ۳ (۳)  $2/5$  (۴) ۱





۲۶- معادله  $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$  چند ریشه مثبت دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۷- به ازای دو مقدار  $a$ ، یک ریشه معادله  $3x^2 - ax + 4 = 0$ ، سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار  $a$ ، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۲۸- فاصله نقطه  $A$  روی خط  $x + y = a$  از دو نقطه  $B(-3, 2)$  و  $C(-1, 4)$  به ترتیب برابر  $\sqrt{29}$  و ۵ است. مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴) -۲

۲۹-  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 6x + a = 0$  هستند. اگر  $\alpha < \beta < 0$  و  $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$  باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{13}{4}$  (۳)  $\frac{21}{5}$  (۴) ۲

۳۰- کمترین مقدار تابع  $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$  برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟

- (۱)  $x = 2$  (۲)  $x = \frac{2}{5}$  (۳)  $x = 3$  (۴)  $x = \frac{3}{5}$

۳۱- نقاط  $B$ ،  $C$  و  $M(3, 2)$  روی خط  $x + 2y = 7$  قرار دارند. مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  را چنان می‌سازیم که اندازه‌ی میانه‌ی  $AM$  برابر  $5\sqrt{5}$  واحد و  $BC$  قاعده‌ی مثلث باشد. طول مختصات یک رأس  $A$ ، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۲ (۳) -۵ (۴) -۸

۳۲- سهمی  $y = -x^2 + 2x + 1$  خط راست گذرا از نقطه‌ی  $(0, 1)$  و با عرض از مبدأ -۱ را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. اگر  $M$  وسط پاره‌خط  $AB$  باشد، فاصله‌ی رأس سهمی از نقطه‌ی  $M$ ، کدام مضرب  $\sqrt{26}$  است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۳۳- فرض کنید  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ . چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت  $ax^2 + bx - c = 0$  می‌توان نوشت که فاصله‌ی حاصل‌ضرب ریشه‌های هر معادله با جمع ریشه‌های آن معادله، دو واحد باشد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶





۳۴- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - x = 4$  باشند. ریشه‌های کدام معادله  $x_1^3 + \frac{1}{x_1}$  و  $x_2^3 + \frac{1}{x_2}$ ، کدام است؟

$$(2) \quad 4x^2 + 51x = 221$$

$$(1) \quad 4x^2 = 51x + 221$$

$$(4) \quad 4x^2 + 51x = 197$$

$$(3) \quad 4x^2 = 51x + 197$$

۳۵- تعداد جواب‌های معادله‌ی

$$\sqrt{x + \sqrt{-x^3 + 4x^2 + 25x - 100}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{-x^2 + 6x - 8}} = x + 2$$

(4) صفر

(3) ۱

(2) ۲

(1) ۳

۳۶- نقطه‌ی  $H(2, 1)$  را روی خط  $3x - y = 5$  در نظر بگیرید. مثلث متساوی‌الاضلاع  $ABC$  را با ارتفاع  $AH$  می‌سازیم، به طوری که محیط مثلث  $\sqrt{270}$  واحد باشد. مختصات یک رأس  $A$ ، کدام است؟

$$(4) \quad \left(-\frac{1}{2}, \frac{11}{6}\right)$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$$(2) \quad \left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$(1) \quad \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

۳۷- شیب نیم‌خطی با نقطه‌ی شروع  $A(2, 4)$  برابر ۳ است. مستطیل  $ABCD$  را چنان می‌سازیم، که نقطه‌ی  $B$  روی نیم‌خط فوق و رأس سوم آن  $C(-3, -1)$  باشد. محیط مستطیل، کدام است؟

$$(4) \quad 3\sqrt{10}$$

$$(3) \quad 6\sqrt{10}$$

$$(2) \quad 18$$

$$(1) \quad 24$$

۳۸- فرض کنید  $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ . چند معادله‌ی درجه‌ی دوم به صورت  $ax^2 + bx - c = 0$  می‌توان تشکیل داد، به طوری که مجموع ریشه‌های هر معادله از حاصل ضرب ریشه‌های همان معادله، دو واحد بیش‌تر باشد؟

$$(4) \quad 18$$

$$(3) \quad 16$$

$$(2) \quad 15$$

$$(1) \quad 14$$

۳۹- فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی منحنی‌های  $2y = x^2$  و  $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$  تا مبدأ مختصات، کدام است؟

$$(4) \quad \sqrt{15}$$

$$(3) \quad 2\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \sqrt{6}$$

$$(1) \quad \sqrt{3}$$

۴۰- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله‌ی  $x^2 - x = 5$  باشند.  $\frac{1}{(x_1 + 1)^3}$  و  $\frac{1}{(x_2 + 1)^3}$ ، ریشه‌های کدام معادله هستند؟

$$(2) \quad 125x^2 = 16x + 1$$

$$(1) \quad 125x^2 + 16x = 1$$

$$(4) \quad 125x^2 + 12x = 1$$

$$(3) \quad 125x^2 = 12x + 1$$





«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۴۱- فرض کنید  $x_1$  و  $x_2$  جواب‌های معادله‌ی  $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$  باشند. مقدار

$x_1 + x_2$ ، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۴۲- اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله‌ی  $x^4 - 7x^2 - 5 = 0$  به ترتیب  $S$  و  $P$  باشند، حاصل عبارت

$2S - 3SP + 2P^2$ ، کدام است؟

- (۱)  $59 - 7\sqrt{69}$  (۲)  $7 + \sqrt{69}$  (۳) ۵۰ (۴)  $59 + 7\sqrt{69}$

۴۳- اضلاع مثلثی، منطبق بر سه خط به معادلات  $y + 2x = 16$ ،  $2y - x = 2$  و  $y = 0$  هستند. اندازه‌ی میانه‌ی نظیر

ضلع افقی این مثلث، در صفحه‌ی مختصات کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{5}$  (۲) ۵ (۳)  $3\sqrt{3}$  (۴) ۶

۴۴- معادله‌ی درجه‌ی دوم  $2x^2 + mx + m + 6 = 0$  دارای دو ریشه‌ی مثبت است. بازه‌ی مقادیر  $m$ ، کدام است؟

- (۱)  $(-4, 0)$  (۲)  $(-4, -2)$  (۳)  $(-6, 0)$  (۴)  $(-6, -4)$

۴۵- مثلثی با رأس‌های  $A(1, 5)$ ،  $B(7, 3)$  و  $C(2, -2)$  مفروض است. اندازه‌ی ارتفاع  $AH$  در مثلث  $ABC$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳) ۵ (۴)  $4\sqrt{2}$

۴۶- معادله‌ی درجه‌ی دوم  $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$  دارای دو ریشه‌ی حقیقی است. اگر مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{2}$  (۲) ۳ (۳) -۱ (۴)  $-\frac{5}{2}$

۴۷- اگر  $2a + \sqrt{3a + 16} = 1$  باشد، عدد  $4a + 9$ ، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

۴۸- پرنده‌ای فاصله‌ی یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر بر ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر بر ساعت است؟

- (۱) ۱۲ (۲)  $12/5$  (۳)  $13/5$  (۴) ۱۵

۴۹- اگر  $3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2$  باشد، عدد  $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3/5$  (۴)  $4/5$





- ۵۰- سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر بر دقیقه است. این قایق فاصله‌ی ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر بر دقیقه است؟
- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

- ۵۱- بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می‌شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می‌دهد؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۳۳ (۳) ۳۵ (۴) ۳۶