

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



۱- از بین تمام مثلث‌هایی که مجموع اندازه قاعده و ارتفاع وارد بر آن ۲۴ سانتی‌متر است، مثلثی وجود دارد که مساحت آن بیشترین مقدار ممکن با این شرایط را دارد. مساحت این مثلث چند سانتی‌متر مربع است؟

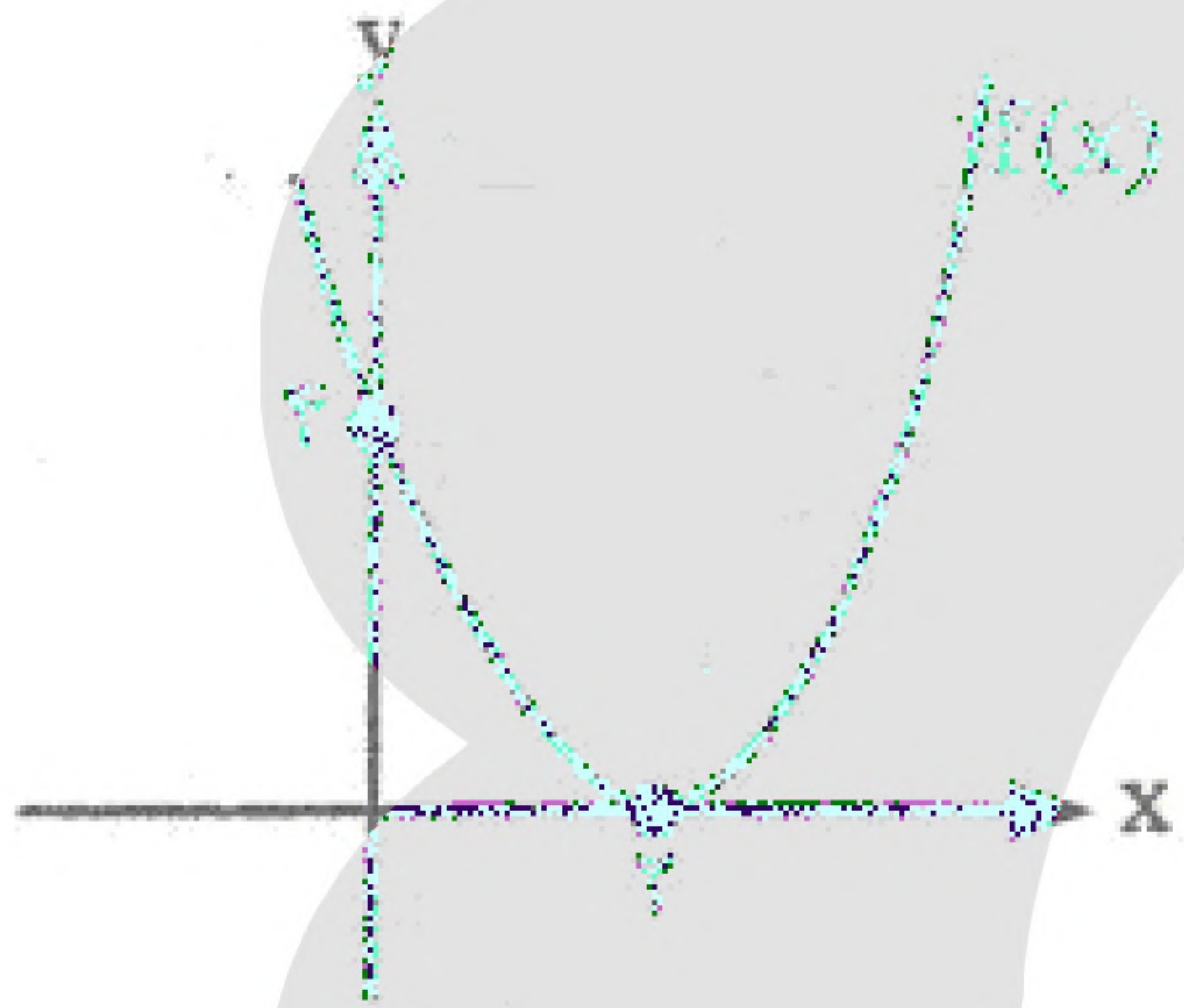
- ۷۲ (۱)      ۶۴ (۲)      ۴۸ (۳)      ۹۶ (۴)

۲-  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 + 2x - 4 = 0$  هستند. حاصل  $x_1^3 - 2x_2^2 + 4x_2$  کدام است؟

- ۱۲ (۱)      -۱۶ (۲)      -۲۴ (۳)      -۳۲ (۴)

۳- مساحت مربعی با رأس  $A(3, 0)$  که یکی از اضلاع آن بر خط  $2x - y = 1$  واقع است را با  $S_1$  و مساحت مربع دیگری که اضلاع آن بر دو خط به معادلات  $5x - 12y + 8 = 0$  و  $-10x + 24y + 62 = 0$  واقع است را با  $S_2$  نمایش می‌دهیم.  $S_1 + S_2$  کدام است؟

- ۱۴ (۱)      ۱۵ (۲)      ۱۶ (۳)      ۱۷ (۴)



۴- نمودار سهمی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  به صورت مقابل است. مقدار  $f(a + b + c - 4)$  کدام است؟

- ۲۷ (۱)      ۲۳ (۲)      ۲۵ (۳)      ۲۹ (۴)

۵- مستطیل طلایی، مستطیلی است که نسبت مجموع طول و عرض آن به طول مستطیل برابر با نسبت طول به عرض آن باشد. اگر عرض مستطیل را  $y = 1$  و طول آن را  $x$  در نظر بگیریم حاصل نهایی عبارت  $(x + 2)(5 - \sqrt{5})$  کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۵ (۳)      ۴ (۴)

۶- ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 3ax + b = 0$  سه واحد بیشتر از دو برابر ریشه‌های معادله رادیکالی  $t = 1 - \sqrt{2t - 1}$  است.  $a \times b$  کدام است؟

- ۳۶۰ (۱)      ۳۹۰ (۲)      ۴۶۰ (۳)      ۴۹۰ (۴)

۷- در مثلث  $ABC$  با مختصات رئوس  $A(-2, 1)$ ،  $B(3, 4)$  و  $C(2, -3)$  محل برخورد عمود منصف ضلع  $AB$  و ارتفاع ضلع  $BC$ ، نقطه  $M(\alpha, \beta)$  است. حاصل  $32(\alpha + \beta)$  کدام است؟

- ۴۵ (۱)      ۳۵ (۲)      ۹۰ (۳)      ۷۰ (۴)



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۸- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای تابع  $f(x) = 2^{3-2x} + 2^{3+2x} - 20$  باشند، آنگاه حاصل  $\alpha^3 + \beta^3 + \frac{2}{\alpha^2} + \frac{3}{\beta^2}$  کدام

است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۳۶ (۴) ۴۹

۹- پرنده‌ای با سرعت ثابت، مسیری یک کیلومتری را در جهت موافق باد، ۲۵ ثانیه زودتر از جهت مخالف باد طی می‌کند. اگر سرعت باد ثابت و ۵۰ کیلومتر بر ساعت باشد، این پرنده در هوای راکد در مدت زمان ۷۲ ثانیه، چند متر را طی می‌کند؟

- (۱) ۱۳۰۰ (۲) ۱۸۰۰ (۳) ۲۶۰۰ (۴) ۳۶۰۰

۱۰- دو موشک با زاویه‌های  $\alpha$  و  $\beta$  از سطح زمین پرتاب می‌شوند. موشک اول مسیر  $y = -\frac{x^2}{4} + 4x + 8000$  و موشک

دوم مسیر  $y = -2x^2 + 80x + 800$  را طی می‌کند. اختلاف ارتفاع دو موشک در بیشترین نقطه اوج مسیر آنها کدام است؟ (در هر دو معادله،  $y$  ارتفاع از سطح زمین و  $x$  مسافت افقی طی شده برحسب متر است.)

- (۱) ۶۴۱۶ (۲) ۶۴۴۸ (۳) ۷۲۰۰ (۴) ۷۲۱۶

۱۱- اگر  $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4\}$  معادله درجه دومی به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  نوشته‌ایم. احتمال این‌که مجموع ریشه‌های این معادله از حاصل ضرب ریشه‌هایش دو واحد کمتر باشد، کدام است؟

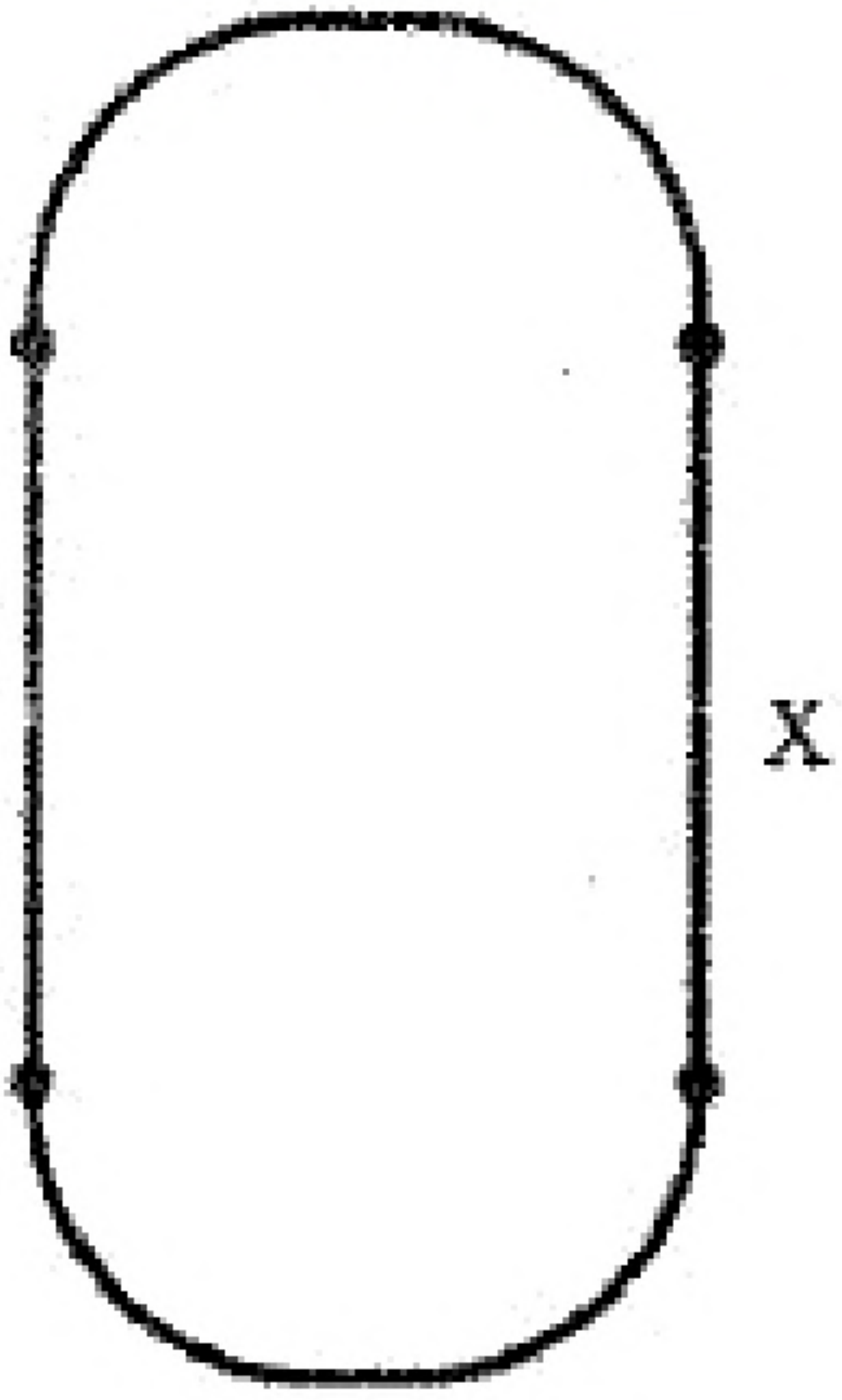
- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{16}$  (۴)  $\frac{1}{64}$

۱۲- واسطه هندسی منفی بین ریشه‌های معادله  $\sqrt{2x^2 - 6x + 8} = 3x - x^2$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) -۲ (۴)  $-\sqrt{2}$

۱۳- دو تاس را پرتاب می‌کنیم و مجموع اعداد ظاهر شده را به جای  $m$  در معادله  $2x^2 - 2mx + 7m - 26 = 0$  قرار می‌دهیم. چقدر احتمال دارد که ریشه‌های معادله، دو عدد فرد متوالی باشند؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{5}{18}$  (۳)  $\frac{5}{36}$  (۴)  $\frac{7}{36}$



۱۴- پنجره‌ای به شکل مقابل، به محیط ۱۲۰ متر با بیشترین نوردهی ممکن موجود است. محیط هر یک از نیم‌دایره‌ها کدام است؟

(۱)  $\frac{60}{\pi}$

(۲) ۶۰

(۳)  $\frac{120}{\pi}$

(۴) ۱۲۰

۱۵- سه ریشه معادله  $x^3 - 3x^2 + (m-4)x + m = 0$  تشکیل دنباله عددی می‌دهند، حاصل ضرب دو ریشه بزرگ‌تر و کوچک‌تر کدام است؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۶

(۱) ۶

۱۶-  $\alpha, \beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 - 9x + 6 = 0$  هستند. اگر  $\alpha < \beta$  باشد، معادله درجه دومی که ریشه‌هایش  $(\beta^2 + 3)$  و  $(\alpha + \frac{3}{\beta})$  باشد، به صورت  $8x^2 - (a + b\sqrt{33})x + c = 0$  است، حاصل  $\frac{c}{a+b}$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳)  $\frac{4}{5}$

(۲) ۳

(۱)  $\frac{1}{7}$

۱۷- واسطه هندسی مثبت بین ریشه‌های معادله  $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{20x-9}{x+2} = \frac{3-x}{x^2-x-6}$  کدام است؟

(۴) ندارد

(۳)  $\frac{18}{\sqrt{17}}$

(۲)  $\sqrt{\frac{17}{18}}$

(۱)  $\sqrt{\frac{18}{17}}$

۱۸- یک گردنبند به وزن ۱۰ گرم از آلیاژ طلا و پلاتین ساخته شده که یک درصد آن پلاتین است. برای رساندن درصد طلا به ۹۰ درصد، چند گرم پلاتین باید به آن اضافه شود؟

(۴) ۱۹

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۱

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = -3x^2 + ax + b$  فقط در بازه  $(1, -4)$  بالای محور xها است.  $b - a$  کدام است؟

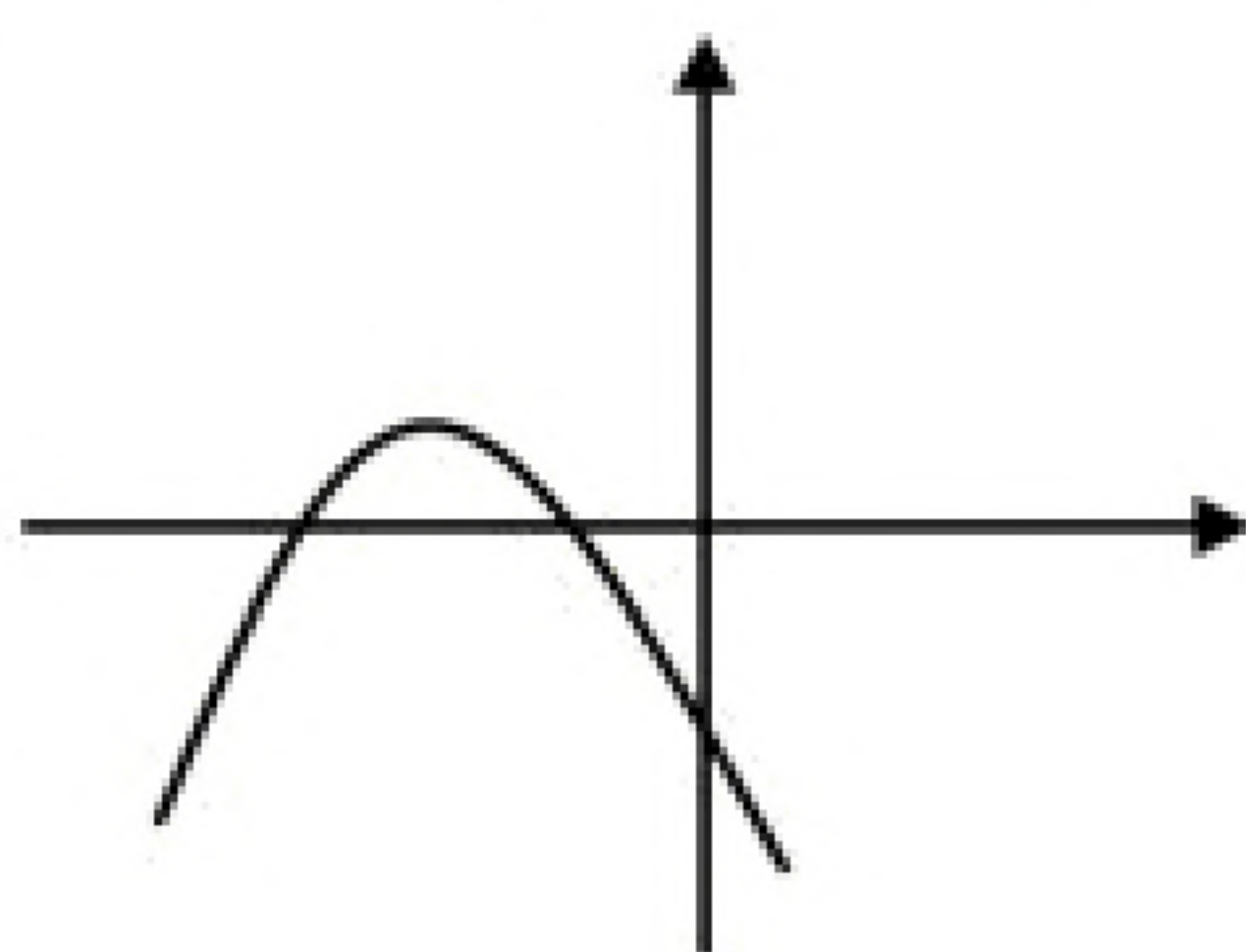
(۴) ۲۱

(۳) ۱۵

(۲) ۷

(۱) ۳

۲۰- در شکل زیر نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ،  $(a \neq 0)$  رسم شده است، برای  $a, b, c$  کدام مقادیر قابل قبول هستند؟



(۱)  $c > 0, b > 0, a < 0$

(۲)  $c > 0, b < 0, a < 0$

(۳)  $c < 0, b > 0, a < 0$

(۴)  $c < 0, b < 0, a < 0$



۲۱- اختلاف معکوس‌های دو عدد طبیعی فرد متوالی از معکوس عدد بزرگ‌تر، به مقدار  $\frac{7}{99}$  کمتر است. مجموع ارقام

حاصل ضرب آن دو عدد کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۲۲- اگر ریشه‌ی منفی معادله گنگ  $x^2 + 5x - 4 = 2\sqrt{x^2 + 5x + 11}$  جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت برابر با ریشه‌ی مثبت همین معادله گنگ باشد، جزء صحیح مجموع ۱۰ جمله‌ی اول این دنباله هندسی کدام است؟

- ۱۹۴ (۱) -۱۹۵ (۲) -۱۹۶ (۳) -۱۹۷ (۴)

۲۳- معادله‌ی تمام قطرهای دایره‌ای  $mx + (1 - m)y = 2m - 1$  است. اگر این دایره بر خط  $3x + 4y = 9$  مماس باشد، مساحت دایره کدام است؟ ( $\pi$  را برابر ۳ فرض کنید).

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴)

۲۴- نمودارهای دو تابع  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ ،  $g(x) = ax^2 - 2bx + 3$  یکدیگر را در نقطه  $(-1, 2)$  قطع می‌کنند. اگر تابع  $g$  در نقطه‌ای به طول  $\frac{1}{4}$  دارای بیشترین مقدار باشد، اختلاف حاصل ضرب ریشه‌های تابع  $g$  با حاصل ضرب ریشه‌های تابع  $f$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۵- در مثلثی با رئوس  $A(4, 2)$  و  $B(2, 4)$  و  $C(-2, -2)$  فاصله محل برخورد میان‌های مثلث تا محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث چقدر است؟

- $\frac{2\sqrt{15}}{11}$  (۱)  $\frac{2\sqrt{11}}{15}$  (۲)  $\frac{15\sqrt{2}}{11}$  (۳)  $\frac{11\sqrt{2}}{15}$  (۴)

۲۶- اگر  $M(2, 5)$  و  $N(-1, 8)$  دو سر یک پاره‌خط باشند، مساحت مثلثی که عمودمنصف  $MN$  با محورهای مختصات می‌سازد، کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۱۲ (۲) ۳۶ (۳) ۱۸ (۴)

۲۷- اگر  $x = 3$  ریشه‌ی مضاعف معادله  $(x + m)^2 - 2x = n$  باشد، آن‌گاه  $m$  و  $n$  ریشه‌های کدام معادله‌ی درجه ۲ هستند؟

- $x^2 - 7x - 10 = 0$  (۱)  $x^2 + 10x + 7 = 0$  (۲)  
 $x^2 + 7x + 10 = 0$  (۳)  $x^2 - 10x - 7 = 0$  (۴)



۲۸- معادله درجه دوم  $\frac{ax^2}{4} + (a-2)x + 1 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی با علامت‌های مختلف است. اگر قدرمطلق

ریشه منفی معادله بزرگ‌تر از ریشه مثبت معادله باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $0 < a < 2$  (۲)  $a < 0$  (۳)  $2 < a < 4$  (۴)  $a > 4$

۲۹- نقاط  $A(3, 0)$  و  $B(4, 3)$  و  $C(0, 3)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند. سه ارتفاع این مثلث در کدام گزینه یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱)  $(\frac{3}{2}, 2)$  (۲)  $(3, \frac{3}{2})$  (۳)  $(2, 3)$  (۴)  $(3, 2)$

۳۰- دو خط موازی  $3x + 4y = b$  و  $ax - 8y = 6$  بر دایره‌ای به مساحت  $\pi$  مماس هستند. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $b$  کدام است؟

- (۱) ۹۱ (۲) -۹۱ (۳) -۹۶ (۴) ۹۶

۳۱- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $x^2 - 3x + 1 = 0$  باشند، مقدار  $x_1^2 \sqrt{x_2} + x_2^2 \sqrt{x_1}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $3\sqrt{5}$  (۴)  $4\sqrt{5}$

۳۲- ریشه‌های سهمی به معادله  $y = 2x^2 + bx + c$  برابر  $(\sqrt{2}-1)^2$ ،  $(\sqrt{2}+1)^2$  است. عرض نقطه‌ی مینیمم سهمی کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۱۲ (۴) -۱۶

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۳- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $2x^2 + 4x - m + 1 = 0$  باشد و اختلاف دو ریشه معادله برابر ۶ باشد،

مقدار  $m + x_1 - x_2^2$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۴- اگر  $x = \alpha$  جواب معادله  $\sqrt{1-2x} + \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 1$  باشد، حاصل  $(8\alpha + 2)^2$  کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۰ (۴) ۵

۳۵- اگر نقاط  $A(1, 1)$  و  $B(4, 5)$  دو رأس مجاور یک مربع و رأس سوم مربع روی محور عرض‌ها باشد، مجموع عرض‌های دو رأس دیگر مربع کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰



۳۶- رابطه  $2x_1 - 3x_2 = 16$  بین ریشه‌های  $x_1$  و  $x_2$  از معادله  $x^2 - 3x - 2m + 1 = 0$  برقرار است. مجموع مکعبات ریشه‌ها کدام است؟

۱۱۵ (۴)

۱۱۷ (۳)

۱۳۳ (۲)

۱۳۵ (۱)

۳۷- اگر  $2a + 3b = 120$  باشد،  $a + b$  کدام مقدار باشد تا مقدار  $ab$  ماکزیمم شود؟

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۵۸ (۲)

۵۰ (۱)

۳۸- ریشه‌های کدام معادله‌ی درجه ۲، از سه برابر ریشه‌های معادله‌ی  $1 - t = \sqrt{2t - 1}$  به اندازه‌ی هشت واحد کمتر است؟

$$x^2 + 12x - 35 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0 \quad (3)$$

۳۹- اگر ریشه‌ی معادله‌ی  $\frac{1}{2 + \frac{1}{x}} - \frac{1}{1 - \frac{1}{x^2}} = -\frac{1}{2 - \frac{1}{x}}$  در معادله‌ی  $x^2 + 6x - a = 0$  صدق کند، مجموع ارقام عدد  $a$  کدام است؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

۴۰- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2^{3+2x} + 2^{3-2x} = 20$  باشند، آن‌گاه حاصل  $\frac{2}{\alpha^2} + \frac{3}{\beta^2}$  کدام است؟

۴۹ (۴)

۳۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)