

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمله عمومی دنباله درجه دو به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است:

$$t_3 = 108 \Rightarrow 108 = 9a + 3b + c \quad (1)$$

$$t_9 = -42 \Rightarrow -42 = 81a + 9b + c \quad (2)$$

$$t_{50} = 860 \Rightarrow 860 = 2500a + 50b + c \quad (3)$$

$$\begin{cases} 1, 2 \rightarrow \begin{cases} -150 = 72a + 6b \\ 902 = 2419a + 41b \end{cases} \\ 2, 3 \rightarrow \begin{cases} -150 = 72a + 6b \\ 902 = 2419a + 41b \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -37 \end{cases} \Rightarrow C = 210$$

$$t_n = n^2 - 37n + 210 \Rightarrow t_n = (n - 7)(n - 30) < 0$$

$$\downarrow$$

$$7 < n < 30$$

↓ مقدار n (شماره جمله) طبیعی است

$$8 \leq n \leq 29$$

$$\text{تعداد جملات منفی} = (29 - 8) + 1 = 22$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تشکیل جدول تعیین علامت:

x	$-\infty$	-2	x_1	1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\begin{cases} f(-2) > 0 \\ f(1) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 6 - m > 0 \\ 1 - 3 - m < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < 10 \\ m > -2 \end{cases} \Rightarrow -2 < m < 10$$

$$\Rightarrow m \text{ اعداد صحیح } -1, 0, 1, 2, \dots, 9$$

↓
۱۱ عدد صحیح برای m وجود دارد.

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(1) \text{ نامعادله همواره برقرار است } \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Rightarrow x \leq -1$$

$$\text{اگر } x + 1 \geq 0 \xrightarrow{\text{دو طرف}} 25 - x^2 \geq x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x^2 + x - 12 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 3$$

$$\xrightarrow{\text{با شرط } x \geq -1} -1 \leq x \leq 3 \quad (2)$$

$$(3) \text{ از طرف دیگر } 25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5$$

$$9 \text{ عدد صحیح } \Rightarrow [-5, 3] = \text{مجموعه جواب نهایی} \Rightarrow 1, 2, 3$$



۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{(3x-1)^2} \leq 7 \Rightarrow |3x-1| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 3x-1 \leq 7 \Rightarrow -6 \leq 3x \leq 8$$



عبارت زیر رادیکال
همواره نامنفی است.

$$-2 \leq x \leq \frac{8}{3}$$

↓

a

↓

b

$$a + b = -2 + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \frac{15}{8}t^2 - 30t + 200 \leq 110 \Rightarrow t^2 - 16t + 48 \leq 0 \\ (t-12)(t-4) \leq 0 \\ t \geq 0 \end{cases}$$

t	0	4	12	+
عبارت	+	-	+	

$$4 \leq t \leq 12$$

در این بازه، به ازای ۹ زمان صحیح برحسب دقیقه، تعداد ضربان قلب بیشتر از ۱۱۰ نیست.

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{x^2(x-1) - (x-1)}{2x+m-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x^2-1)(x-1)}{2x+m-1} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2(x+1)}{2x+m-1} \geq 0$$

$$\xrightarrow{(x-1)^2 \geq 0 \text{ چون همواره}} \frac{x+1}{2x+m-1} \geq 0$$

عبارت صورت به ازای $x > -1$ مثبت و به ازای $x < -1$ منفی است. بنابراین برای آنکه کل کسر همواره نامنفی باشد، باید مخرج کسر مضربی از $x+1$ باشد. در نتیجه:

$$2x+m-1 = 2(x+1)$$

$$m-1 = 2 \Rightarrow m = 3$$



۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{x} - 8}{x^2 - x - 2} - \frac{x}{x-2} > 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x} - 8 - x(x+1)}{(x-2)(x+1)} > 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 6x - 8}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-(x-2)(x-4)}{(x-2)(x+1)} > 0 \xrightarrow{\text{با شرط } x \neq 2} \frac{-(x-4)}{x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0$$

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
	+	-	-	+	

مجموعه جواب = $(-1, 2) \cup (2, 4)$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
a b c d

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1 + 4 + 4 + 16 = 25$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4x^3 - 4x^2 + x}{x-1} < 0 \Rightarrow \frac{x(4x^2 - 4x + 1)}{x-1} < 0 \Rightarrow \frac{x(2x-1)^2}{x-1} < 0$$

مجموعه جواب این نامعادله، قرار است به فرم $\{c\} - (a, b)$ باشد، واضح است که a ، b ریشه‌های غیرمکرر زوج صورت و مخرج و c ریشه مکرر زوج صورت بوده است، یعنی:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a + b - 2c = \text{صفر}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نمودار دنباله t_n یک سهمی رو به بالا است:  و جملات بین ریشه‌های $t_n = 0$ همگی

منفی هستند. بنابراین:

$$4n^2 - 36n + 65 = 0 \quad \begin{cases} n = \frac{5}{2} \\ n = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow n = 3, 4, 5, 6 \quad \text{شمار جملات منفی}$$

$$t_3 + t_4 + t_5 + t_6 = (-7) + (-15) + (-15) + (-7) = -44$$



۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|5 - 2x| + |3 + 2y| = 17 \Rightarrow |3 + 2y| = 17 - |5 - 2x|$$

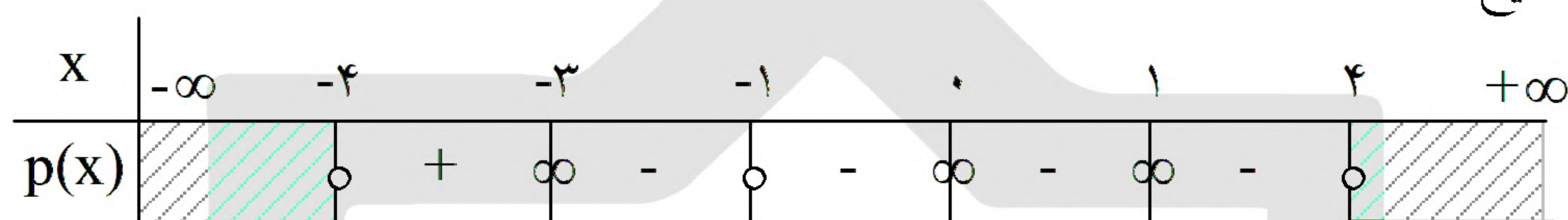
$$\text{چون } |3 + 2y| \geq 0 \Rightarrow 17 - |5 - 2x| \geq 0 \rightarrow |5 - 2x| \leq 17$$

$$-17 \leq 5 - 2x \leq 17 \xrightarrow{-5} -22 \leq -2x \leq 12 \xrightarrow{\div(-2)}$$

$$11 \geq x \geq -6 \xrightarrow{\text{صحیح } x} x = -6, -5, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 11$$

معادله قدرمطلق به ازای ۱۸ عدد صحیح برقرار است.

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

x	-2	x_1	1	x_2
$-x^2 + 3x + m$	-	-	+	-

$$x = -2 \Rightarrow -(-2)^2 + 3(-2) + m < 0 \Rightarrow m < 10 \quad \cap \quad -2 < m < 10$$

$$x = 1 \Rightarrow -(1)^2 + 3(1) + m > 0 \Rightarrow m > -2$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$2(x^2 - 2x + 1) - 5|x - 1| + 2 \leq 0$$

$$2|x - 1|^2 - 5|x - 1| + 2 \leq 0$$

$$|x - 1| = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$(|x - 1| - 2)(|x - 1| - \frac{1}{2}) \leq 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq |x - 1| \leq 2 \Rightarrow |x - 1| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x - 1 \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$

$$|x - 1| \geq \frac{1}{2} \Rightarrow x - 1 \geq \frac{1}{2} \text{ یا } x - 1 \leq -\frac{1}{2} \Rightarrow x \geq \frac{3}{2} \text{ یا } x \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{مجموعه جواب: } \left(\frac{3}{2} \leq x \leq 3\right) \cup \left(-1 \leq x \leq \frac{1}{2}\right)$$

$$\left[-1, \frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{3}{2}, 3\right]$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a < 0 \Rightarrow 1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 & (1) \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow (2(m-3))^2 - 4(1-m)(-1) \leq 0 \end{cases}$$

شرط‌های قرار نگرفتن نمودارهای سهمی در بالای محور X ها

$$m^2 - 7m + 10 \leq 0 \Rightarrow (m-2)(m-5) \leq 0 \Rightarrow 2 \leq m \leq 5 \quad (2)$$

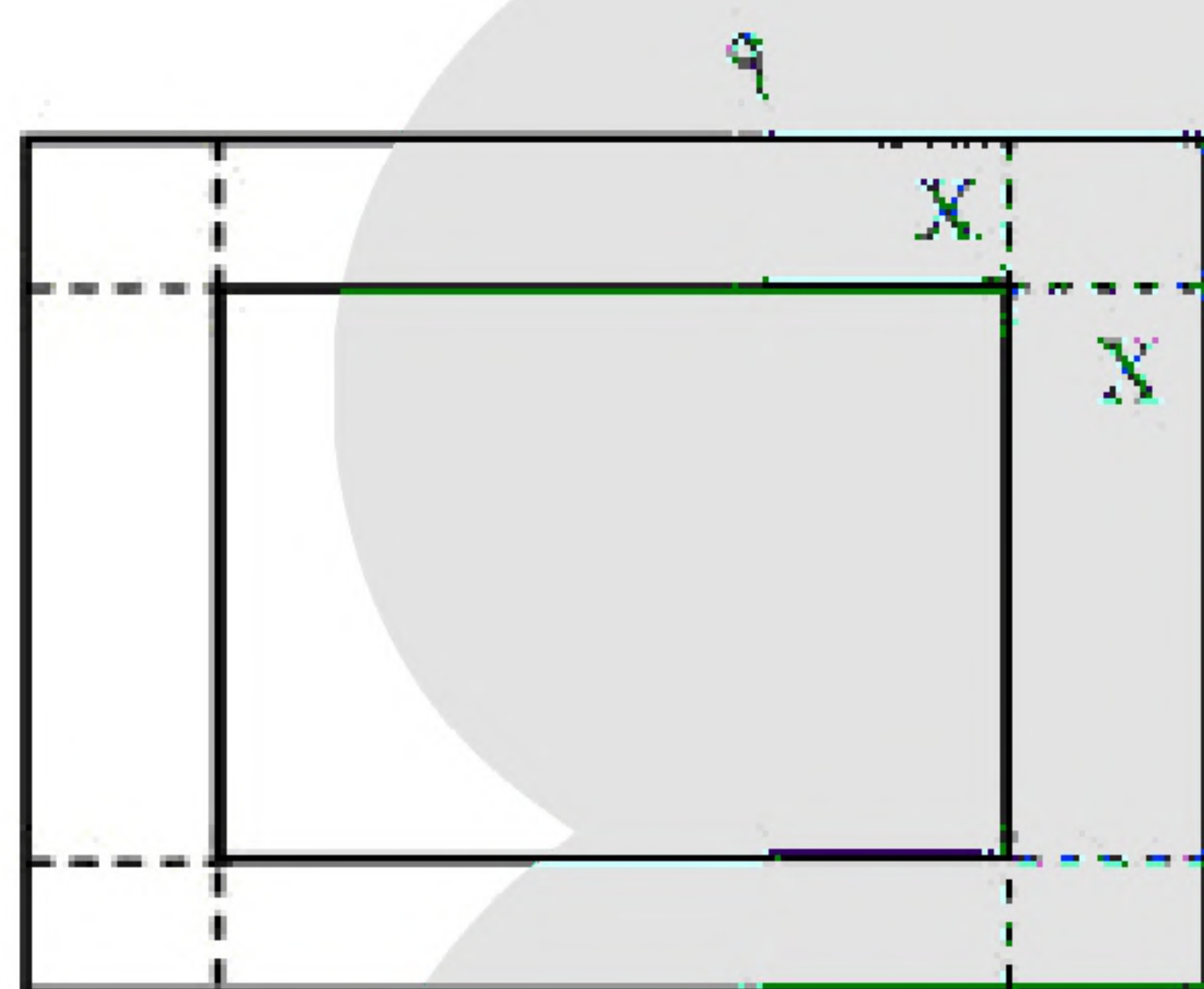
اعداد صحیح بازه جواب $1, 2 \Rightarrow m = 2, 3, 4, 5$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

x	$-\infty$	-4	X_1	2	X_2	$+\infty$
$x^2 - (m+1)x + m$	+	+	-	-	+	+

$$\begin{cases} (-4)^2 - (m+1)(-4) + m > 0 \\ 2^2 - (m+1)(2) + m < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 20 + 5m > 0 \Rightarrow m > -4 \\ -m + 2 < 0 \Rightarrow m > 2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} m > 2$$

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$(9-2x)(4-2x) = 24$$

$$4x^2 - 26x + 12 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{4} = \frac{13 \pm 11}{4} = \begin{cases} 6 & \text{غ ق} \\ \frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

سانتی متر $0.5 = 50$ متر

$$\text{مساحت متوازی الاضلاع} = (x+3) \times 4 = 4x + 12 \quad (1)$$

$$(x^2 + 1)^2 = (x^2 - 1)^2 + AB^2 \Rightarrow AB^2 = \cancel{x^4} + 2x^2 + \cancel{1} - \cancel{x^4} + 2x^2 - \cancel{1} = 4x^2$$

$AB = 2x$

$$\triangle ABC \text{ محیط مثلث} = x^2 + 1 + x^2 - 1 + 2x = 2x^2 + 2x \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)=(2)} 2x^2 + 2x = 4x + 12 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 & \text{ق ق} \\ x = -2 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$\triangle ABC \text{ مساحت مثلث} = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$

$$2n^2 - 7n - 72 < 0$$

$$(2n+9)(n-8) < 0$$

$$-\frac{9}{2} < n < 8 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} 1 \leq n < 8$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

از جمله‌ی اول تا جمله‌ی هفتم منفی هستند.



۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sqrt{x-5}} - \frac{1}{\sqrt{x+6}} < 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{x+5}}{(\sqrt{x-5})(\sqrt{x+6})} < 0 \Rightarrow \frac{11}{(\sqrt{x-5})(\sqrt{x+6})} < 0$$

$\Rightarrow \sqrt{x-5} < 0 \Rightarrow \sqrt{x} < 5 \Rightarrow 0 \leq x < 25$ عدد طبیعی در این بازه است.

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با حل نامعادله $x^2 + 2x < 3x + 56$ بازه‌ای که نمودار سهمی زیر خط واقع می‌شود، به دست می‌آید:

$$x^2 - x - 56 < 0$$

۱۴ عدد صحیح $\Rightarrow -7 < x < 8 \Rightarrow (x-8)(x+7) < 0$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{((m^2 - 6)x^2 + 2mx - 45)(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 5)}{(2x - 5)(|x| - 1)} < 0$$

به ازای $x > \frac{5}{2}$ عبارت $\sqrt{x} - 1$ و $2x - 5$ و $|x| - 1$ همواره مثبت است و آن‌ها را در نظر نمی‌گیریم.

$$((m^2 - 6)x^2 + 2mx - 45)(\sqrt{x} - 5) < 0$$

$x = 25$ ریشه‌ی $\sqrt{x} - 5$ است. در نتیجه $x = 3$ باید ریشه‌ی عبارت اول باشد:

$$\xrightarrow{x=3} (m^2 - 6) \times 9 + 6m - 45 = 0 \Rightarrow 9m^2 + 6m - 99 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 3)(9m + 33) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{11}{3} \end{cases}$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون $a < 0$ است پس دهانه‌ی سهمی رو به پایین است، در نتیجه فقط از ناحیه‌ی سوم و چهارم می‌گذرد یعنی همواره زیر محور x هاست.

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 4m < 0 \Rightarrow -4 < m < 0$$



۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{-x(1-x)}{x^2+x-6} = \frac{-x(1-x)}{(x+3)(x-2)} \xrightarrow{\text{ریشه ها}} \begin{cases} -x=0 \Rightarrow x=0 \\ 1-x=0 \Rightarrow x=1 \\ x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

	-3	0	1	2
-x	+	+	-	-
1-x	+	+	+	-
x+3	-	+	+	+
x-2	-	-	-	+
P	+	-	+	+

$$\left(\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right) \subseteq (1, 2)$$

پس P در این بازه منفی است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی که می‌گویند معادله دارای دو جواب مساوی باشد یعنی ریشه‌ی مضاعف داشته باشد و می‌دانیم معادله‌ای دارای ریشه‌ی مضاعف است که دلتای آن برابر صفر باشد:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

با توجه به معادله‌ی $5x^2 - 6x + a = 0$ داریم:

$$\Delta = (-6)^2 - 4(5)(a) = 0 \Rightarrow 36 - 20a = 0 \Rightarrow a = \frac{36}{20} = \frac{9}{5}$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(3x-1)^2 - (x+1)^2 = 8 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع دوجمله ای}} (3x)^2 + 1^2 - 2(3x)(1) - (x^2 + 2x + 1) = 8$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 6x + 1 - x^2 - 2x - 1 = 8 \Rightarrow 8x^2 - 8x - 8 = 0 \xrightarrow{\div 8} x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-1) = 1 + 4 = 5 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

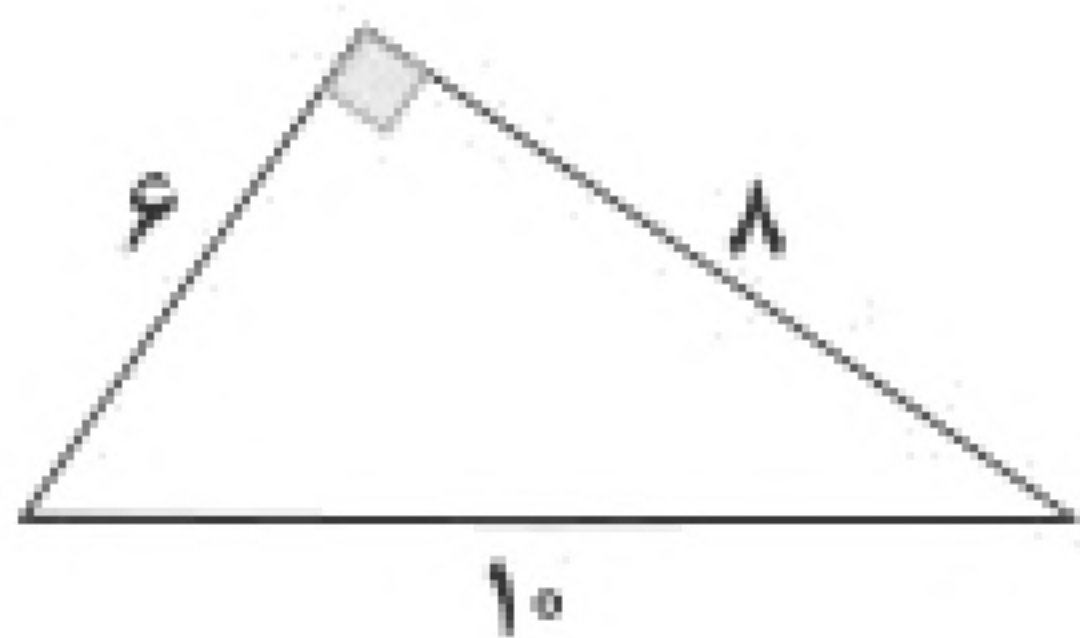
$$\Rightarrow \text{برابر ریشه بزرگتر } 2 = 2 \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) = 1 + \sqrt{5}$$



۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه داریم:

$$\begin{aligned} (\text{وتر})^2 &= (\text{ضلع})^2 + (\text{ضلع})^2 \\ (x+2)^2 &= (x-2)^2 + (x)^2 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 - 4x + 4 + x^2 \\ \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 - x^2 &= 0 \Rightarrow -x^2 + 8x = 0 \\ \Rightarrow -x(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \end{aligned}$$

یعنی اندازه‌ی اضلاع به صورت مقابل است و مساحت مثلث برابر است با:



$$\text{مساحت} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{6 \times 8}{2} = 24$$

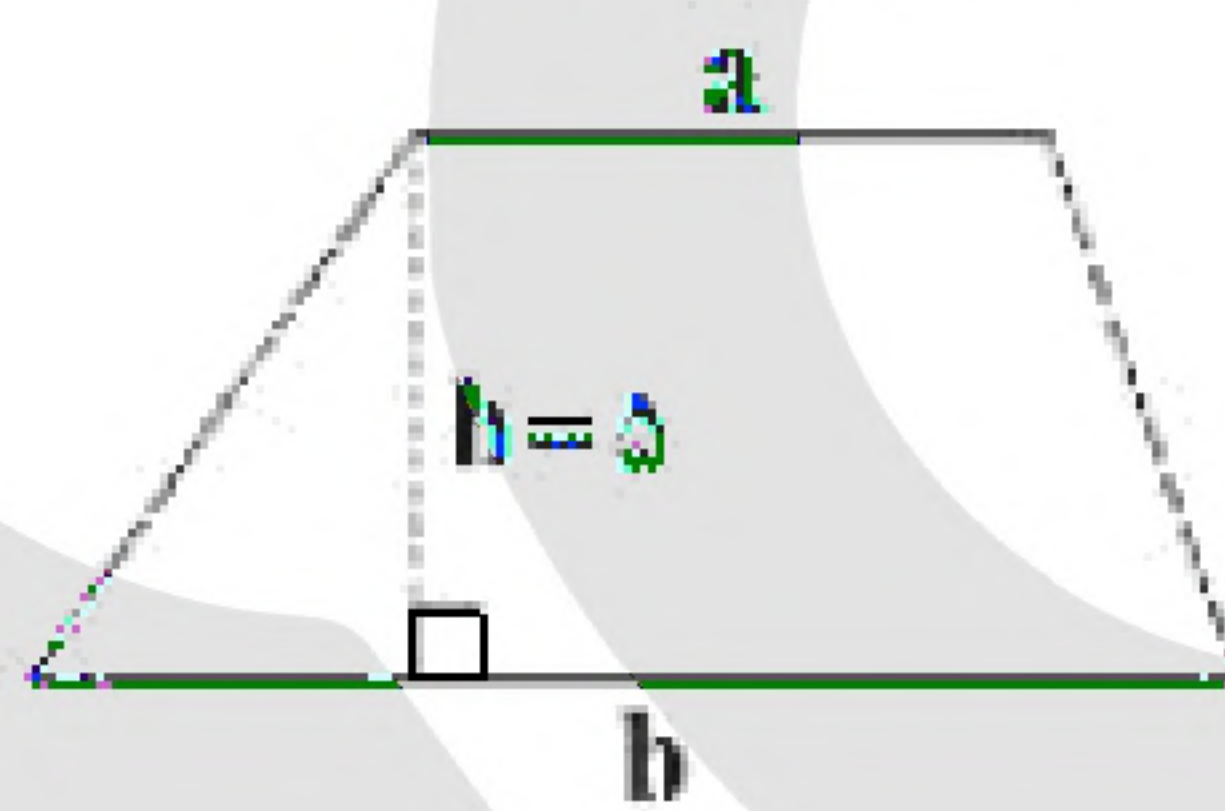
۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر $C = 0$ باشد، نامساوی گزینه‌ی (۳) نادرست است (در واقع حالت تساوی رخ می‌دهد و هر دو طرف نامعادله صفر می‌گردد).

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای آن‌که معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه‌ی مضاعف (ریشه‌ی مکرر مرتبه‌ی دوم) بدهد باید $\Delta = 0$ باشد.

$$\begin{aligned} \Delta = 0 &\Rightarrow m^2 - 4m(m-3) = 0 \\ \Rightarrow -3m^2 + 12m = 0 &\Rightarrow 3m(-m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

تذکر: در حالت $m = 0$ معادله درجه‌ی دوم نخواهد بود.

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل فرضی زیر را در نظر بگیرید:



$$\Rightarrow S = \frac{(a+b)h}{2} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{(a+b)h}{2} \Rightarrow a+b = 12 \Rightarrow b = 12-a \quad (*)$$

$$ab = 35 \xrightarrow{(*)} a(12-a) = 35 \Rightarrow 12a - a^2 = 35$$

$$\Rightarrow a^2 - 12a + 35 = 0 \Rightarrow (a-7)(a-5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=7 \Rightarrow b=5 \\ a=5 \\ b=7 \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف قاعده ها}} 7-5=2$$



۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

روش اول:

نکته: اگر $a \times b = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$

$$(x + 5)(x - 6) = (x - 6) \Rightarrow (x + 5)(x - 6) - (x - 6) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتورگیری}} (x - 6)((x + 5) - 1) = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

روش دوم:

به کمک اتحاد جمله مشترک $((x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab)$ عبارت سمت چپ را ساده می‌کنیم:

$$(x + 5)(x - 6) = (x - 6) \Rightarrow x^2 - x - 30 = x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \xrightarrow[\text{اتحاد جمله مشترک}]{\text{تجزیه به کمک}} (x - 6)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

تذکر: با استفاده از روش دلتا نیز می‌توانستیم معادله را حل کنیم.

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر سن کنونی نیکا را x در نظر بگیریم، سن خواهرش که ۵ سال از او کوچک‌تر است برابر با $(x - 5)$ است، در نتیجه:

$$x(x - 5) = 126 \Rightarrow x^2 - 5x - 126 = 0 \Rightarrow (x + 9)(x - 14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ (غ ق ق)} \\ x = 14 \end{cases}$$

پس اکنون نیکا ۱۴ سال و خواهرش ۹ سال سن دارد و ۵ سال دیگر مجموع سن آنها برابر است با:
 $(14 + 5) + (9 + 5) = 19 + 14 = 33$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $a^{\frac{1}{n}}$, $n \in \mathbb{N}$ برای $a > 0$ تعریف می‌شود.

$$\frac{1 - x}{1 + x} > 0 \Rightarrow -1 < x < 1$$



۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

همواره منفی

$$P(x) = \frac{(x+1)^6 (x^2 + 4x - 5)^7}{(x^3 - 8)^5} = \boxed{\frac{(x+1)^6 (x^2 + 4x - 5)^6}{(x^3 - 8)^4}} \times \frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 8}$$

کافی است عبارت $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 8}$ را تعیین علامت کنیم:

$$\frac{x^2 + 4x - 5}{x^3 - 8} = \frac{(x-1)(x+5)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}$$

	-5	1	2	
$x^2 + 4x - 5$	+	-	+	+
$x - 2$	-	-	-	+
$P(x)$	-	+	-	+

$$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0.4 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} P(1 - \sqrt{2}) > 0$$

$$x = -1 + \sqrt{2} \simeq 0.4 \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}} P(-1 + \sqrt{2}) > 0$$



۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3x(mx - 4) + m + 1 = 0 \Rightarrow 3mx^2 - 12x + m + 1 = 0$$

ریشه مضاعف
 $\xrightarrow{\Delta = 0} (-12)^2 - 4(3m)(m + 1) = 0 \Rightarrow 144 - 12m^2 - 12m = 0$

$\xrightarrow{\div (-12)} m^2 + m - 12 = 0 \Rightarrow (m + 4)(m - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 3 \end{cases}$

$m = -4 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-12)}{6m} = \frac{12}{-24} = -\frac{1}{2}$ (غ ق ق)

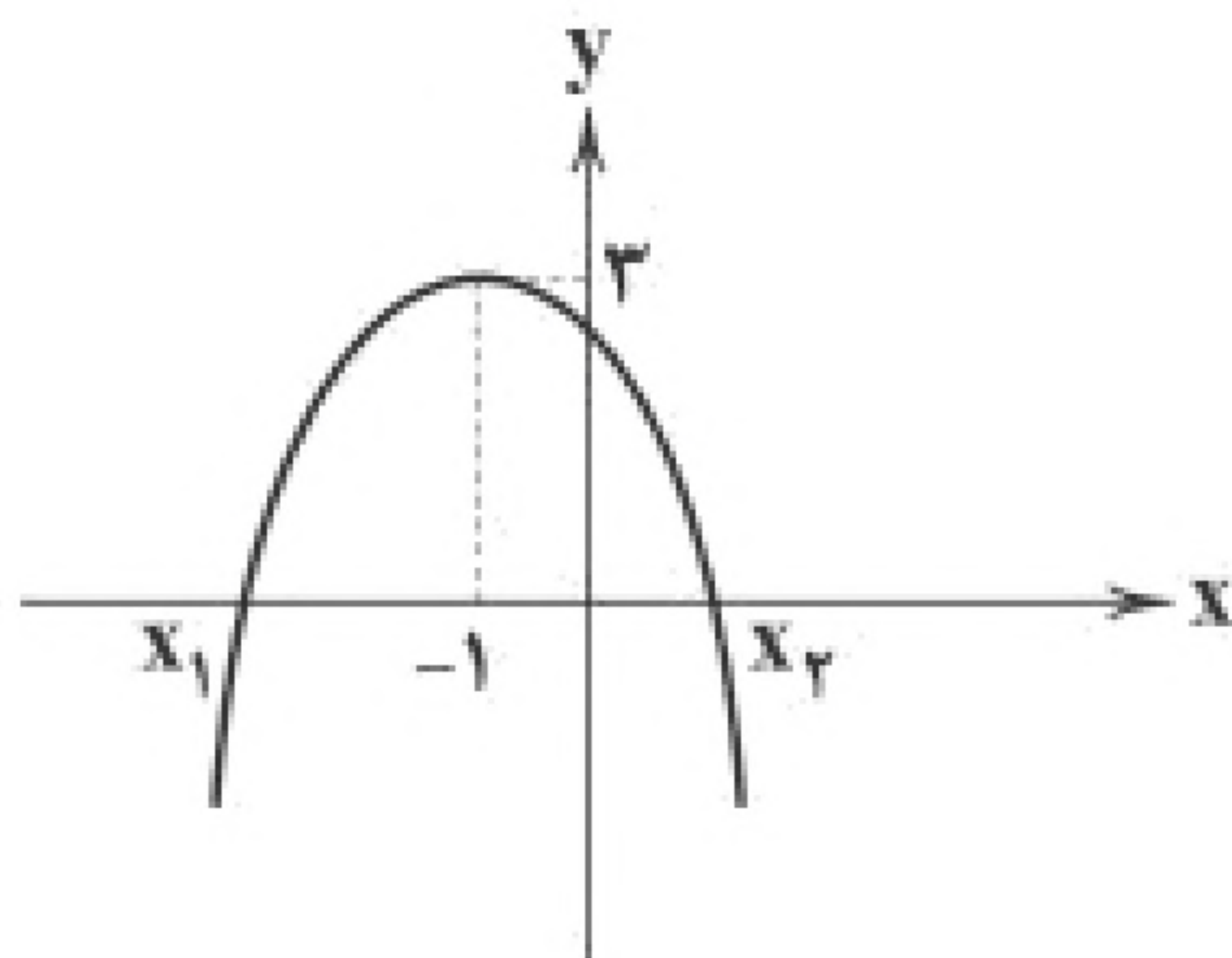
$m = 3 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-12)}{6m} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ (✓)

حال با داشتن $m = 3$ داریم:

$2x^2 + 3x + 1 = 0 \xrightarrow{b = a + c} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases}$ ریشه بزرگ تر :



۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



روش اول: x_1 و x_2 هم‌عرض‌اند. پس:

$$\begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} = x_s \Rightarrow x_1 + x_2 = 2(-1) = -2 & (1) \\ x_2 - x_1 = 6 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) + (2)} 2x_2 = 4 \Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow x_1 = x_2 - 6 = 2 - 6 = -4$$

$$\Rightarrow y = a(x - 2)(x + 4) \xrightarrow{(-1, 3)} 3 = a(-1 - 2)(-1 + 4)$$

$$\Rightarrow 3 = a(-3)(3) \Rightarrow a = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8)$$

روش دوم: اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد:

$$x_s = \frac{-b}{2a} = -1 \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$

$$f(-1) = 3 \Rightarrow a - b + c = 3 \quad (2)$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x_1 - x_2 = 6} \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 6 \Rightarrow \sqrt{b^2 - 4ac} = 6|a| \quad (3)$$

$$a - 2a + c = 3 \Rightarrow c - a = 3 \Rightarrow c = 3 + a$$

$$\sqrt{4a^2 - 4ac} = 6|a| \xrightarrow{a < 0} \sqrt{4a^2 - 4a(3+a)} = -6a$$

با توجه به نمودار

$$\Rightarrow \sqrt{4a^2 - 12a - 4a^2} = -6a \Rightarrow \sqrt{-12a} = -6a$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} -12a = 36a^2 \Rightarrow 36a^2 + 12a = 0 \Rightarrow 12a(3a + 1) = 0$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} 3a + 1 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{3} \begin{cases} b = 2a \rightarrow b = -\frac{2}{3} \\ c = 3 + a \rightarrow c = 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$



۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_s = -\frac{b}{2a} \\ y_s = f\left(-\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$$

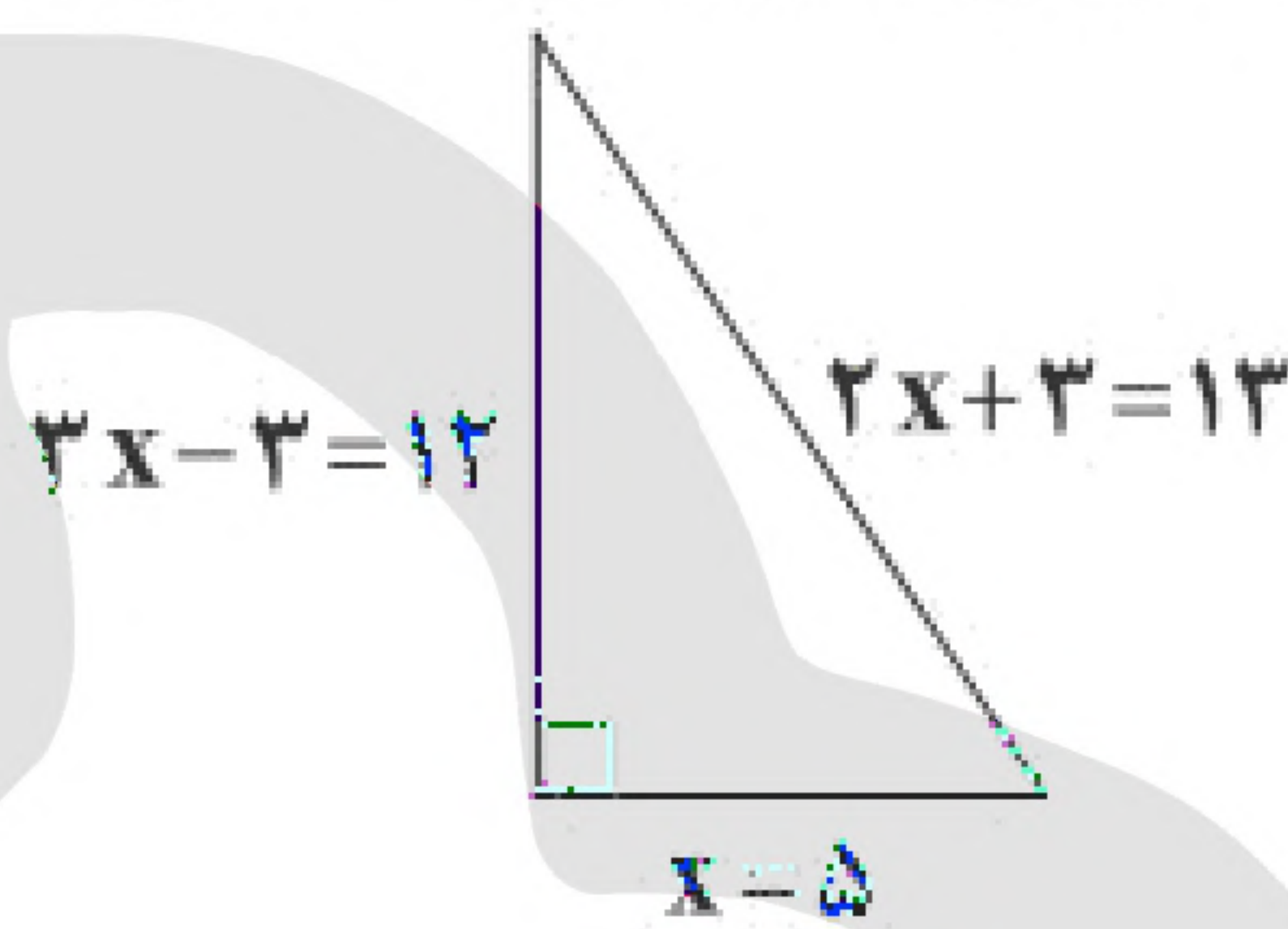
یادآوری:

$$y = -2x^2 + ax + b$$

$$S(-2, 6) \rightarrow \begin{cases} -2 = \frac{-a}{2(-2)} \Rightarrow a = -8 \\ 6 = -2(-2)^2 - 8(-2) + b \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 64 + 4 = 68$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا رابطه‌ی فیثاغورس را برای این مثلث می‌نویسیم:



$$\begin{aligned} (2x+3)^2 &= (3x-3)^2 + x^2 \\ \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 &= 9x^2 - 18x + 9 + x^2 \Rightarrow 4x^2 + 12x + 9 = 10x^2 - 18x + 9 \\ \Rightarrow 10x^2 - 18x - 4x^2 - 12x &= 0 \Rightarrow 6x^2 - 30x = 0 \Rightarrow 6x(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ (غ ق)} \\ x=5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{اضلاع مثلث: } 5, 12, 13 \Rightarrow S = \frac{5 \times 12}{2} = 30$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$24 = 8x(2x-5) \Rightarrow 24 = 16x^2 - 40x \Rightarrow 16x^2 - 40x - 24 = 0 \xrightarrow{\div 8} 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 \text{ و } x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{5 \pm 7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{5+7}{4} = \frac{12}{4} = 3 \text{ ریشه ی بزرگ تر} \\ x_2 = \frac{5-7}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حذف گزینه‌ی (۱) $\Rightarrow 0 < \text{ضریب } x^2 \Rightarrow$ سهمی رو به بالا

حذف گزینه‌ی (۳) $\Rightarrow b = 4a \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = -2$

حال در گزینه‌های (۲) و (۴) داریم:

$$\text{۲) } y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x_S = -2} y_S = \frac{1}{2}(-2)^2 + 2(-2) + 3 = 2 - 4 + 3 = 1 > 0 \quad (\text{رد گزینه ۲})$$

$$\text{۴) } y = x^2 + 2x + 3 \xrightarrow{x_S = -2} y_S = (-2)^2 + 4(-2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1 < 0$$

چون $y_S < 0$ پس تنها گزینه‌ی (۴) صحیح است.

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|5 - 2x| + |3y + 1| = 11 \Rightarrow |3y + 1| = 11 - |5 - 2x|$$

چون $|3y + 1| \geq 0$ بنابراین:

$$11 - |5 - 2x| \geq 0 \Rightarrow |5 - 2x| \leq 11 \Rightarrow -11 \leq 5 - 2x \leq 11$$

$$\xrightarrow{-5} -16 \leq -2x \leq 6 \xrightarrow{\div (-2)} -3 \leq x \leq 8$$