

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

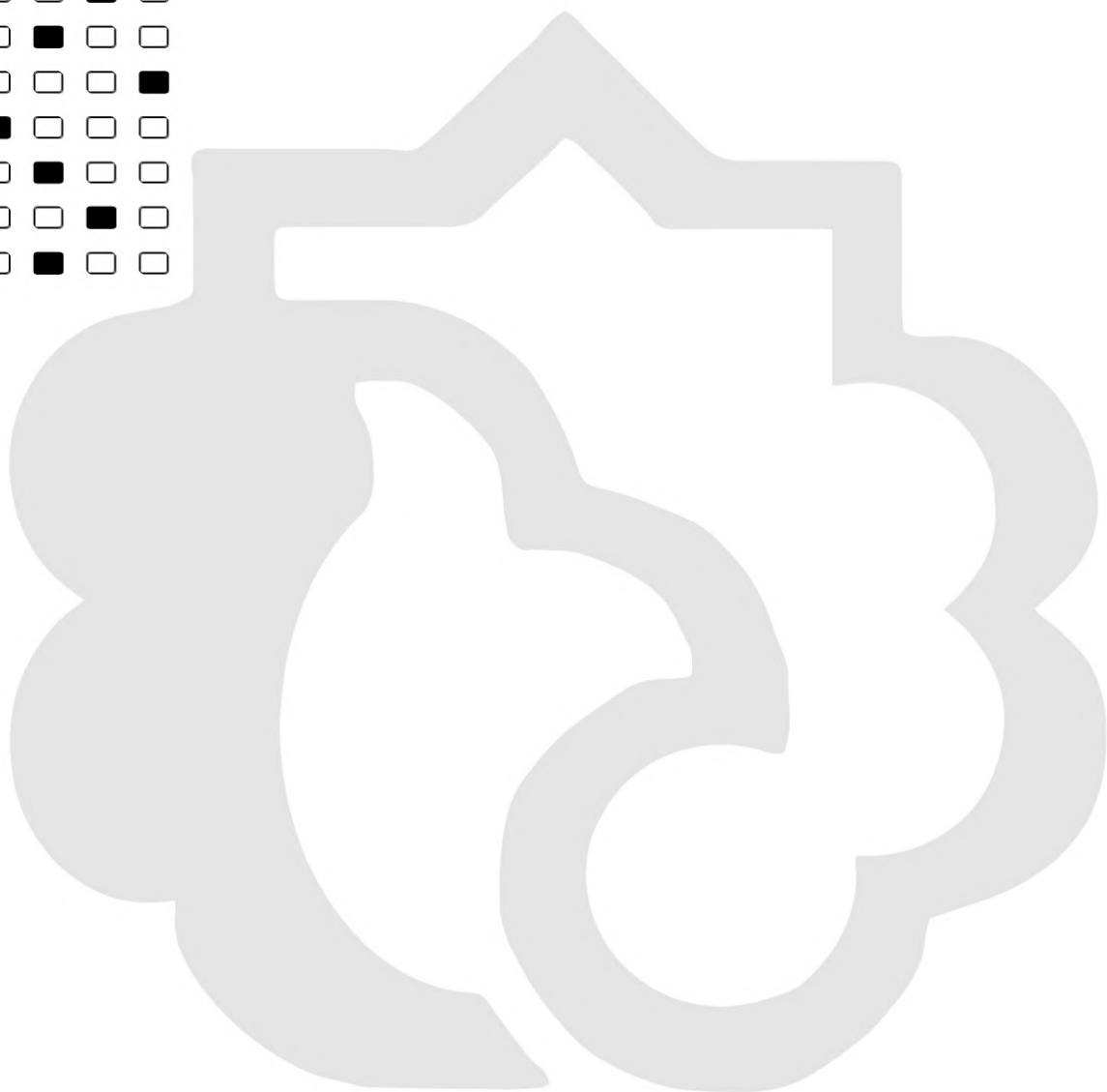
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{18+18\sqrt{7}}-\sqrt{18-18\sqrt{7}}}{\sqrt{4-\sqrt{7}}+\sqrt{4+\sqrt{7}}} = \frac{\sqrt{(9+\sqrt{7})^2}-\sqrt{(9-\sqrt{7})^2}}{\sqrt{(\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}})^2}+\sqrt{(\sqrt{\frac{7}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}})^2}}$$

$$= \frac{9+\sqrt{7}-9+\sqrt{7}}{\sqrt{\frac{7}{2}}-\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{7}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}} = \frac{2\sqrt{7}}{2 \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{a+\frac{1}{a}} + \frac{1}{a-\frac{1}{a}} = 2a \Rightarrow \frac{a-\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}}{a^2-\frac{1}{a^2}} = 2a \Rightarrow 2a = 2a \left( a^2 - \frac{1}{a^2} \right) \Rightarrow a^2 - \frac{1}{a^2} = 1$$

$$a^4 - 1 = a^2 \Rightarrow a^4 = a^2 + 1$$

$$x = \frac{1}{a^2+a+1} + \frac{1}{a^2-a+1} = \frac{a^2-a+1+a^2+a+1}{(a^2+1+a)(a^2+1-a)} = \frac{2(a^2+1)}{a^4+a^2+1} = \frac{2a^4}{a^4+a^4} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{1} = 1$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$8^{-\frac{2}{3}m} \times 4^{-n} + 4^{-m} \times 8^{-\frac{2}{3}n} > \frac{1}{128} \Rightarrow 2^{-2m-2n} + 2^{-2m-2n} > 2^{-7} \Rightarrow 2(2^{-2m-2n}) > 2^{-7}$$

$$\Rightarrow 2^{-2m-2n} > 2^{-8} \Rightarrow -2m-2n > -8 \Rightarrow m+n < 4 \Rightarrow (m, n) = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$\text{Max}(m^3 + n^3) = 2^3 + 1^3 = 8 + 1 = 9$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a^{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 27a^{\frac{15}{\sqrt{3}}} \Rightarrow 27a^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 3\sqrt{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}-3}{1+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3(\sqrt{3}-1)^2}{2} = \frac{3(4-2\sqrt{3})}{2} = 6-3\sqrt{3}$$



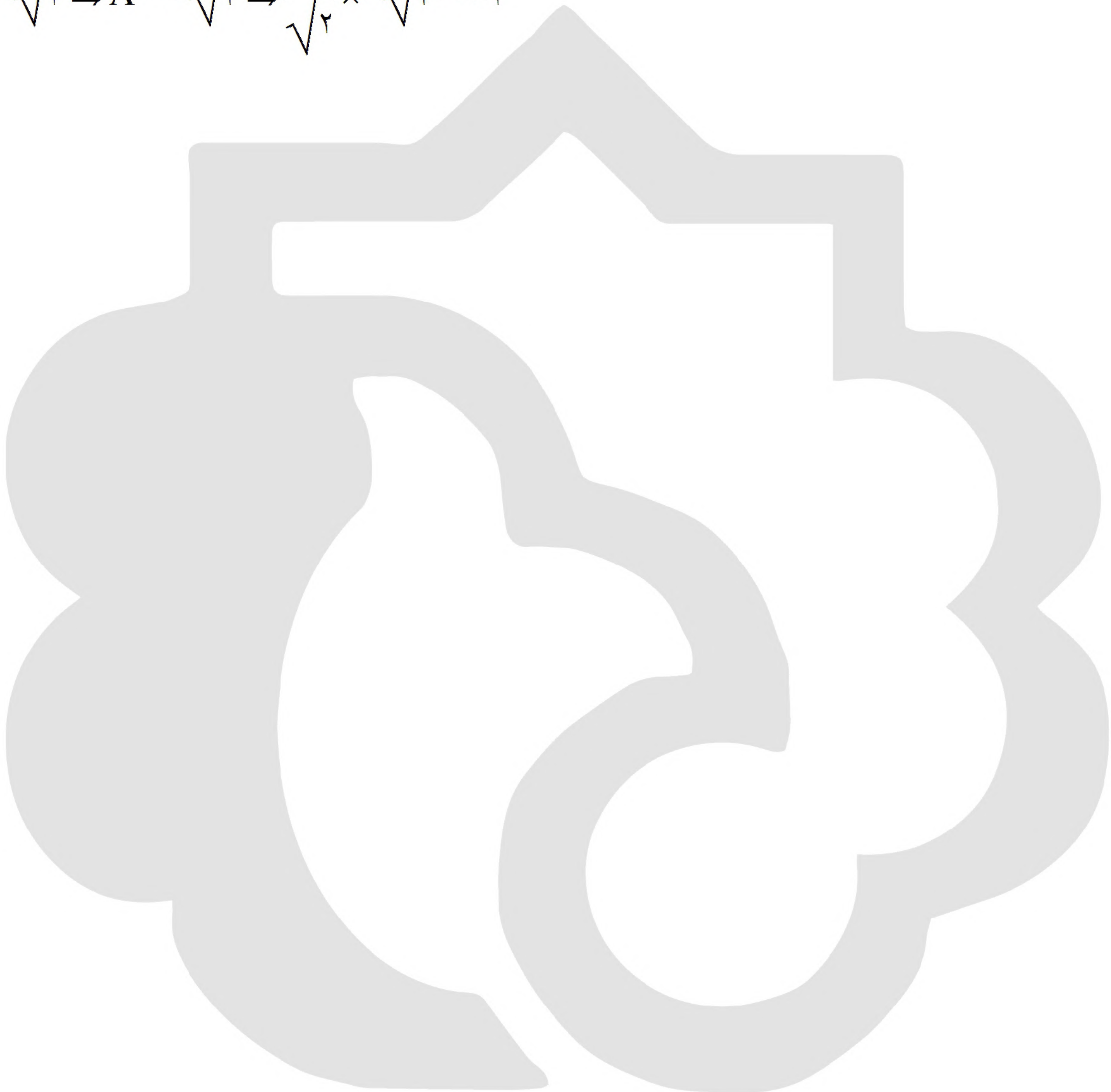


۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} = \frac{\cancel{\sqrt{5} + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}(\cancel{\sqrt{5} + \sqrt{2}})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$A = \sqrt{3 - \sqrt{5}} - \sqrt{3 + \sqrt{5}} < 0 \Rightarrow A^2 = 3 - \cancel{\sqrt{5}} + 3 + \cancel{\sqrt{5}} - 2\sqrt{9 - 5} = 2$$

$$\Rightarrow |A| = \sqrt{2} \Rightarrow A = -\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \times -\sqrt{2} = -1$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \cdot \sqrt[4]{(1 + \sqrt{7})^2} &= \sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1} (1 + \sqrt{7})^2} \\ &= \sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1} 2(4 + \sqrt{7})} = \sqrt[4]{2} \end{aligned}$$





۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. داریم:

$$\frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2 \Rightarrow \frac{2a^3}{(a^3+1)(a^3-1)} = 2 \Rightarrow (a^3+1)(a^3-1) = a^3 \Rightarrow a^6 - 1 = a^3$$

$$\Rightarrow a^6 = a^3 + 1$$

$$\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3+1}} = \frac{1}{a^3+1 - \sqrt{a^3}} \times \frac{a^3+1 + \sqrt{a^3}}{a^3+1 + \sqrt{a^3}} = \frac{a^3+1 + \sqrt{a^3}}{(a^3+1)^2 - a^3}$$

$$\frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3+1}} = \frac{1}{a^3+1 + \sqrt{a^3}} \times \frac{a^3+1 - \sqrt{a^3}}{a^3+1 - \sqrt{a^3}} = \frac{a^3+1 - \sqrt{a^3}}{(a^3+1)^2 - a^3}$$

جمع دو کسر بالا:

$$\frac{a^3+1 + \sqrt{a^3}}{(a^3+1)^2 - a^3} + \frac{a^3+1 - \sqrt{a^3}}{(a^3+1)^2 - a^3} = \frac{2(a^3+1)}{(a^3+1)^2 - a^3} = \frac{2(a^3+1)}{a^6 + a^3 + 1} = \frac{2(a^3+1)}{(a^3+1) + (a^3+1)}$$

$$= \frac{2(a^3+1)}{2(a^3+1)} = 1$$

حاصل داخل پرانتز یک می شود پس به توان ۱۴۰۱ همان یک می شود.

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} \left( \left( a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 \right)^2 = \left( a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 - 2 \right)^2 = a^4 + \frac{1}{a^4} + 2$$

$$= 7 - 4\sqrt{3} + \frac{1}{7 - 4\sqrt{3}} + 2 = 9 - 4\sqrt{3} + \frac{7 + 4\sqrt{3}}{49 - 48} = 16$$

$$(a-b)^4(a+b)^4 \Rightarrow (a^2-b^2)^4$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left( \sqrt{\sqrt{6+2}} - \sqrt{\sqrt{6-2}} \right)^4 = \left( \sqrt{6+2} + \sqrt{6-2} - 2\sqrt{2} \right)^2 = \left( 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} \right)^2$$

$$= 4(6+2-4\sqrt{3}) = 8(4-2\sqrt{3}) = 16(2-\sqrt{3})$$





۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} + (2-\sqrt{3})^{-1} = \sqrt{3}-1 + 2+\sqrt{3} = 2\sqrt{3}+1$$

$$\frac{\sqrt{27}-1}{4+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}-1}{4+\sqrt{3}} \times \frac{4-\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}-9-4+\sqrt{3}}{13} = \frac{13\sqrt{3}-13}{13} = \frac{13(\sqrt{3}-1)}{13} = \sqrt{3}-1$$

$$(2-\sqrt{3})^{-1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2+\sqrt{3}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{27}}{5-\sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9}-1)^{-1} = \frac{(2\sqrt{2}+3\sqrt{3})(5+\sqrt{6})}{(5-\sqrt{6})(5+\sqrt{6})} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{10\sqrt{2}+4\sqrt{3}+15\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19\sqrt{2}+19\sqrt{3}}{19} - \sqrt{3}-1 = \frac{19(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{19} - \sqrt{3}-1 \\ & = \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1 = \sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)}^{-1/5} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \times \frac{1}{12^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{(2^2)^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}} = \frac{3^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2} \times 1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(1+A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1+24)^{\frac{1}{2}} = (25)^{\frac{1}{2}} = 5$$





۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \sqrt[5]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{2^4}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^{\frac{4}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}} = \sqrt[5]{2^{\frac{10}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}} \Rightarrow A = \left(2^{\frac{10}{3}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{4}{3}}$$

$$= 2^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} = 2^2 \Rightarrow (2A)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-1} = 0.5$$

