

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{x^2+1}{x} = 8 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 8 \quad (1)$$

طرفین را معکوس می کنیم :

حال برای محاسبه ی حاصل عبارت مطلوب به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\frac{x^2}{x^4+1} = t \xrightarrow[\text{تفکیک کسر}]{\text{طرفین را معکوس می کنیم}} \frac{x^4+1}{x^2} = \frac{1}{t} \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{t}$$

حال طبق اتحاد فرعی $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$ خواهیم داشت:

$$\frac{1}{t} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 62 \Rightarrow t = \frac{1}{62}$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}} \Rightarrow \sqrt{2}A = \sqrt{2}(\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}) \\ &= \sqrt{10+4\sqrt{6}} - \sqrt{10-4\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{6}+2)^2} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} \\ &= |\sqrt{6}+2| - |\sqrt{6}-2| = \sqrt{6}+2 - \sqrt{6}+2 = 4 \end{aligned}$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
ابتدا a را محاسبه می کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^5} &= 8 \times a^5 \xrightarrow{\text{به توان ۵}} a = 8^5 \times a^5 = 1 \Rightarrow 8a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{8} \\ \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{\sqrt{a}} + 3} &= \sqrt{2\sqrt{2} + 3} = \sqrt{2} + 1 \end{aligned}$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 64x^6 - y^6 &= (8x^3 - y^3)(8x^3 + y^3) \\ &= (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2)(2x + y)(4x^2 - 2xy + y^2) \end{aligned}$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (x+y)(x-y)(x^4+x^2y^2+y^4) &= (x^2-y^2)(x^4+x^2y^2+y^4) \\ = x^6 - y^6 &= (2\sqrt{5})^6 - (\sqrt{3})^6 = 2^6 \times 5^2 - 3^2 = 1600 - 9 = 1591 \end{aligned}$$



۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{a+8}=5 \Rightarrow a+8=125 \Rightarrow a=117$$

$$\sqrt{a-81}=\sqrt{117-81}=\sqrt{36}=6$$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$$

$$a+b=4$$

$$ab=(2+3\sqrt{3})(2-3\sqrt{3})=4-27=-23$$

از طرفی داریم:

$$a^3+b^3=4^3-3(-23)(4)=64+276=340$$

پس داریم:

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{45} \times \sqrt[4]{375} \times \sqrt[3]{3\sqrt[4]{15}} &= \sqrt[6]{3^2 \times 5} \times \sqrt[4]{3 \times 5^3} \times \sqrt[3]{3\sqrt[4]{3 \times 5}} \\ &= \sqrt[6]{3^2 \times 5} \times \sqrt[4]{3 \times 5^3} \times \sqrt[3]{\sqrt[4]{3^4 \times 3 \times 5}} \\ &= \sqrt[6]{3^2 \times 5} \times \sqrt[4]{3 \times 5^3} \times \sqrt[12]{3^5 \times 5} \\ &= \sqrt[12]{(3^2)^2 \times (5)^2 \times (3)^3 \times (5^3)^3 \times 3^5 \times 5^1} = \sqrt[12]{3^{12} \times 5^{12}} = 3 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{200} + \sqrt[3]{5} \times (\sqrt[3]{160} - \sqrt[3]{20}) - \sqrt[3]{1250} \\ = \sqrt[3]{1000} + \sqrt[3]{800} - \sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{1250} = 10 + 20\sqrt[3]{2} - 10 - 25\sqrt[3]{2} = -5\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$



۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A_1 = \frac{(\sqrt{2})^3 - 1}{3 + \sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2} - 1)(2 + 1 + \sqrt{2})}{3 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$$

$$A_2 = \frac{(\sqrt{3})^3 - (\sqrt{2})^3}{5 + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(5 + \sqrt{6})}{5 + \sqrt{6}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$A_3 = \frac{(2)^3 - (\sqrt{3})^3}{7 + \sqrt{12}} = \frac{(2 - \sqrt{3})(4 + 3 + \sqrt{12})}{7 + \sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{3} = 1$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[6]{\alpha} - (-\sqrt[6]{\alpha}) = 1 \Rightarrow 2\sqrt[6]{\alpha} = 1 \Rightarrow \sqrt[6]{\alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{64}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{1}{64}} - \left(-\sqrt[4]{\frac{1}{64}}\right) = 2\sqrt[4]{\frac{1}{64}} \Rightarrow \beta = 2 \times \sqrt[4]{\frac{1}{2^6}}$$

$$\Rightarrow \beta = 2 \times 2^{-\frac{6}{4}} = 2 \times 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow \beta^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{\frac{1}{64}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{32}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \frac{2(\sqrt[3]{3} - 1)}{(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - 1)} = \frac{2(\sqrt[3]{3} - 1)}{2} = \sqrt[3]{3} - 1$$

$$A + 1 = \sqrt[3]{3} \Rightarrow (A + 1)^3 = 3$$



۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} + \sqrt{2+x} = 3 \\ \sqrt{x+3} - \sqrt{2+x} = A \end{cases}$$

$$x+3-2-x=3A \Rightarrow A=\frac{1}{3}$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{a+1} = 2 \Rightarrow \frac{a+1+a-1}{a^2-1} = 2 \Rightarrow \frac{2a}{a^2-1} = 2 \Rightarrow a^2-1=a$$

$$\left(\frac{1}{a-\sqrt{a^3}} + \frac{1}{a+\sqrt{a^3}} \right)^{11} = \left(\frac{a+\sqrt{a^3}+a-\sqrt{a^3}}{a^2-a^3} \right)^{11}$$

$$= \left(\frac{2a}{a(a-a^2)} \right)^{11} = \left(\frac{2}{a-a^2} \right)^{11}$$

از رابطه اول می دانیم $a-a^2=-1$ است پس:

$$\left(\frac{2}{-1} \right)^{11} = (-2)^{11} = -2^{11}$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{4^{0.75}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{(2^2)^{\frac{3}{4}}}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}} = \frac{(2^{\frac{3}{2}})(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{2})^2-\sqrt{3}^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+2+2\sqrt{2}-3} = \frac{2\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}-\sqrt{3}$$

$$\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = |\sqrt{3}-\sqrt{2}| = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$1+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=1$$



۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3x^2 + x + 1}{x^2(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x+1} = \frac{Ax(x+1) + B(x+1) + Cx^2}{x^2(x+1)}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x + 1 = Ax^2 + Ax + Bx + B + Cx^2$$

$$B=1$$

$$\Rightarrow 3x^2 + \underline{x} + \underline{1} = \underbrace{(A+C)x^2 + (A+B)x + B}_{A=0}$$

$$C=3, A=0, B=1 \Rightarrow A+B+C=4$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در مخرج کسر اول از اتحاد چاق و لاغر استفاده می کنیم:

$$\left(\frac{2^{2x} + 2^{-2x} - 1}{2^{3x} + 2^{-3x}} \div \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}} \right)^{-1} \times 2^x$$

$$= \left(\frac{2^{2x} + 2^{-2x} - 1}{(2^x + 2^{-x})(2^{2x} + 2^{-2x} - 1)} \times \frac{2^x + 2^{-x}}{2^x - 2^{-x}} \right)^{-1} \times 2^x$$

$$= \left(\frac{1}{2^x - 2^{-x}} \right)^{-1} \times 2^x = (2^x - 2^{-x}) \times 2^x = 2^{2x} - 1$$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طرفین را بر $\sqrt{\sqrt{x}+3}$ تقسیم می کنیم:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}} = \sqrt{x}+3 \Rightarrow \frac{\sqrt{\sqrt{x}+3}}{\sqrt{\sqrt{x}-3}} = \sqrt{x}+3$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}-3}} = \sqrt{\sqrt{x}+3}$$

حالا طرفین وسطین می کنیم:

$$1 = \sqrt{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \Rightarrow 1 = \sqrt{x-9} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 = x-9 \Rightarrow x=10$$



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{6\sqrt{2}} \times \sqrt[6]{2\sqrt{6}} \times 2^a \times 3^b &= 1 \\ \Rightarrow 2^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} \times 3^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{1}{12}} \times 3^{\frac{1}{12}} \times 2^a \times 3^b &= 1 \\ = 2^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + a} \times 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + b} &= 2^{\frac{4+2+2+1}{12} + a} \times 3^{\frac{5}{12} + b} = 2^{\frac{3}{4} + a} \times 3^{\frac{5}{12} + b} = 1 \\ \begin{cases} \frac{3}{4} + a = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{4} \\ \frac{5}{12} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{12} \end{cases} \Rightarrow a + b &= -\frac{3}{4} - \frac{5}{12} = \frac{-9-5}{12} = -\frac{14}{12} = -\frac{7}{6} \end{aligned}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-3^3 < -17 < -2^3 \Rightarrow -3 < \sqrt[3]{-17} < -2 \Rightarrow A + B = -5$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

عبارت خواسته شده را به توان دو می‌رسانیم.

$$P^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{a^2 + b^2 - 2ab} = \frac{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{4-3}}{2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} - 2\sqrt{4-3}} = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow p = \sqrt{3}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{4} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{4} - 1}{\sqrt[3]{4} - 1} + \sqrt[3]{2} &= \frac{3\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} - 1)}{(\sqrt[3]{4})^3 - 1^3} + \sqrt[3]{2} \\ = \frac{3\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} - 1)}{4 - 1} + \sqrt[3]{2} &= \sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4} - 1) + \sqrt[3]{2} = 2 - \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2} = 2 \end{aligned}$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^5 - 7x^3 - 18x = x(x^4 - 7x^2 - 18) = x(x^2 - 9)(x^2 + 2) = x(x - 3)(x + 3)(x^2 + 2)$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 3 + \sqrt{5} \Rightarrow (x - 3)^2 = 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 5 \Rightarrow x^2 = 6x - 4$$

از طرفی:

$$\sqrt{\frac{1}{1-x} + x} = \sqrt{\frac{1+x-x^2}{1-x}} = \sqrt{\frac{1+x+4-6x}{1-x}} = \sqrt{\frac{-5x+5}{1-x}} = \sqrt{5}$$



۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گزینه (۱): فقط به ازای a و b مثبت برقرار است.

گزینه (۲): نادرست، مثال نقض: $\sqrt[3]{1+1} \neq \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{1}$

گزینه (۳): اگر a منفی و m و n زوج باشند، عبارت سمت چپ تعریف شده و عبارت سمت راست تعریف نشده است.

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 4 < \sqrt{21} < 5 \\ 2 < \sqrt[3]{21} < 3 \end{cases} \Rightarrow 6 < \sqrt{21} + \sqrt[3]{21} < 8$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} < \frac{\sqrt{21} + \sqrt[3]{21}}{4} < 2 \Rightarrow \frac{3}{2} < A < 2 \Rightarrow -2 < -A < -\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} 8 < \sqrt{71} < 9 \\ 4 < \sqrt[3]{71} < 5 \end{cases} \Rightarrow 12 < \sqrt{71} + \sqrt[3]{71} < 14$$

$$\Rightarrow 3 < \frac{\sqrt{71} + \sqrt[3]{71}}{4} < \frac{7}{2} \Rightarrow 3 < B < \frac{7}{2} \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 3 - 2 < B - A < \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow 1 < B - A < 2$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{10} + \dots + \sqrt[3]{54} \\ &= \sqrt[3]{2} (1 + \underbrace{\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{5} + \dots + \sqrt[3]{26} + \sqrt[3]{27}}_a) \\ &= \sqrt[3]{2} (1 + a + 3) = \sqrt[3]{2} (a + 4) \end{aligned}$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

توجه شود که حاصل جمع مقادیر a و b و c برابر صفر است یعنی داریم:

$$a + b + c = (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{5} - 2) + (\sqrt{3} - \sqrt{5} - 2) = 0$$

از طرفی می‌دانیم طبق اتحاد مربع مجموع سه جمله داریم:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$$

$$\Rightarrow 0^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$\Rightarrow -2(ab + ac + bc) = a^2 + b^2 + c^2 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2 + c^2}{ab + ac + bc} = -2$$



۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دقت کنید $\sqrt[4]{9} = \sqrt{3}$ است و سپس مخرج کسرها را گویا می‌کنیم.

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{3}-2}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{(2-\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-2)(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \frac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})^2(2+\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}-7}{4-3} + \frac{7+4\sqrt{3}}{(4-3)^2} = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از اتحاد $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(\sqrt{3})^3 - 2^3}{7+2\sqrt{3}} + \sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} \\ &= \frac{(\sqrt{3}-2)(3+2\sqrt{3}+4)}{7+2\sqrt{3}} + \sqrt{3}+2 = \sqrt{3}-2 + \sqrt{3}+2 = 2\sqrt{3} \\ &= 1 + A^2 = 1 + 12 = 13 \end{aligned}$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[3]{-2\sqrt{8}} = -\sqrt[3]{2\sqrt{8}} = -\sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 8} = -\sqrt[6]{32}$$



۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{24\sqrt{3}-1}{13+2\sqrt{3}} - \frac{4}{(\sqrt{3}-1)^2}$$

اولاً:

$$24\sqrt{3}-1 = (2\sqrt{3})^3 - 1 = (2\sqrt{3}-1)(12+1+2\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow 24\sqrt{3}-1 = (2\sqrt{3}-1)(13+2\sqrt{3})$$

$$\text{کسر اول} = 2\sqrt{3}-1$$

پس:

ثانیاً:

$$\frac{4}{(\sqrt{3}-1)^2} \times \frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}+1)^2} = \frac{4(4+2\sqrt{3})}{4} = 4+2\sqrt{3}$$

$$(2\sqrt{3}-1) - (4+2\sqrt{3}) = -5$$

پس:

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$a^2 + 1$ یک عدد حقیقی مثبت است پس دارای دو تا ریشه چهارم است یعنی $x = 2$ و $a^2 - 1$ همواره یک ریشه پنجم دارد، پس $y = 1$ ، در نتیجه $x + y = 3$.

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$$

$$10 - x = 5 - 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

$$\sqrt{10x - x^2} = \sqrt{x(10-x)} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{(3-2)^2} = 1$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق مطلب کتاب درسی اگر $a < 0$ باشد، $a^{\frac{1}{n}}$ تعریف نشده است. ($n \in \mathbb{N}$)



۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x+13} - \sqrt{x-8} &= 3 \\ \sqrt{x+13} + \sqrt{x-8} &= k \end{aligned} \right\}$$

ضرب می کنیم

$$\xrightarrow{\quad} (\sqrt{x+13} - \sqrt{x-8})(\sqrt{x+13} + \sqrt{x-8}) = 3k$$

$$\Rightarrow (x+13) - (x-8) = 3k \Rightarrow 21 = 3k \Rightarrow k = 7$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x+5} + \sqrt{x-7} &= 4 \\ \sqrt{x+5} - \sqrt{x-7} &= k \end{aligned} \right\}$$

ضرب می کنیم

$$\xrightarrow{\quad} (\sqrt{x+5} + \sqrt{x-7})(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-7}) = 4k$$

$$\Rightarrow (x+5) - (x-7) = 4k \Rightarrow 12 = 4k \Rightarrow k = 3$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 2 \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = 2$$

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = 4\sqrt{ab}$$

$$\Rightarrow 4 - 0 = 4\sqrt{ab} \Rightarrow \sqrt{ab} = 1$$

$$a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = (\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(a + b - \sqrt{ab})$$

$$\Rightarrow a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = 2\left(a + b - \frac{1}{2}\right)$$

$$a + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab} = 4 - 2 \times 1 = 2$$

$$\text{حکم} = 2\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) = 2 \times 2 = 4$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^5 - x^3 - 12x = x(x^4 - x^2 - 12) = x(x^2 - 4)(x^2 + 3) = x(x-2)(x+2)(x^2 + 3)$$



۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a = \frac{\sqrt[3]{12} \sqrt[4]{12}}{\sqrt[6]{768}} = \frac{\sqrt[3]{\sqrt[4]{12^4} \times 12}}{\sqrt[6]{2^6 \times 12}} = \frac{\sqrt[12]{12^5}}{2 \sqrt[6]{12}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt[12]{12^5}}{\sqrt[12]{12^2}}$$
$$= \frac{1}{2} \times \sqrt[12]{\frac{12^5}{12^2}} = \frac{1}{2} \times \sqrt[12]{12^3} = \frac{1}{2} \sqrt[4]{12} \Rightarrow a^4 = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

