

گنجینه سوال رایگان
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

پاسخ کلیدی سوالات تستی (گردآوری)

ریاضی ۱۰ - فصل ۲

	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در هر مثلث، بزرگ‌ترین ارتفاع بر کوچک‌ترین ضلع وارد می‌شود. پس اگر ضلع $a = 8\sqrt{3}$ کوچک‌ترین ضلع مثلث باشد آنگاه $h_a = 10$ خواهد بود و داریم:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} (8\sqrt{3}) \times 10 = 40\sqrt{3}$$

حال چون $h_b = 8$ و $h_c = 6$ است پس داریم:

$$S = \frac{1}{2} b \cdot h_b \Rightarrow 40\sqrt{3} = \frac{1}{2} b \times 8 \Rightarrow b = 10\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} c \cdot h_c \Rightarrow 40\sqrt{3} = \frac{1}{2} c \times 6 \Rightarrow c = \frac{40\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{محیط مثلث} = a + b + c = 8\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + \frac{40\sqrt{3}}{3} = \frac{94\sqrt{3}}{3}$$

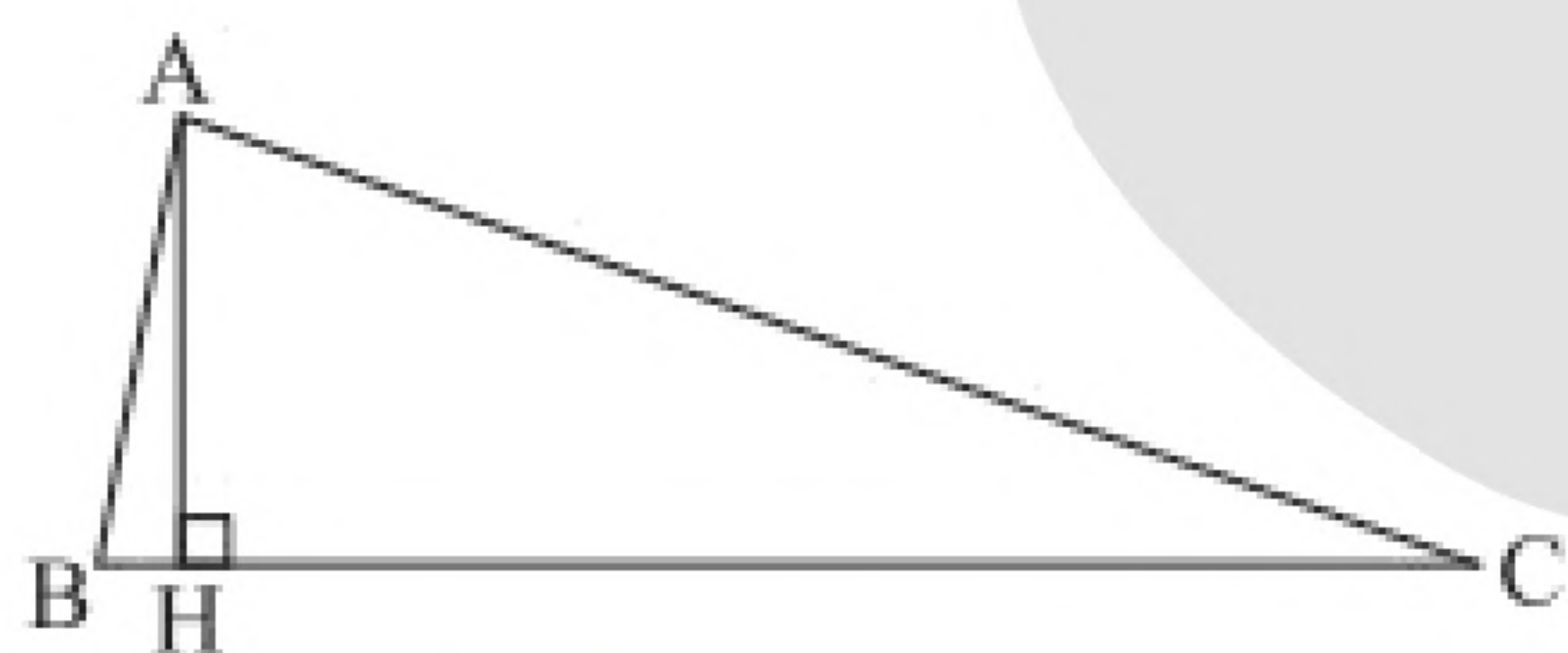
۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= \cos^3 x (1 + 3 \tan x) + \sin^3 x (1 + 3 \cot x) \\ &= \cos^3 x \left(1 + \frac{3 \sin x}{\cos x} \right) + \sin^3 x \left(1 + \frac{3 \cos x}{\sin x} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \cos^3 x + 3 \cos^2 x \sin x + \sin^3 x + 3 \sin^2 x \cos x \\ &= \left(\frac{2}{3} \right)^3 = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر مثلث مفروض ABC را در نظر گرفته و ارتفاع AH را رسم کنیم، طبق شکل خواهیم داشت:



$$\cos B = \frac{BH}{AB} \Rightarrow (AB) \cos B = BH \quad (1)$$

$$\cos C = \frac{CH}{AC} \Rightarrow (AC) \cos C = CH \quad (2)$$

جمع (۱)، (۲)

$$\xrightarrow{\text{جمع (۱)، (۲)}} BH + HC = (AB) \cos B + (AC) \cos C \Rightarrow BC = 36$$

$$S = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} AH \times 36 \Rightarrow AH = \frac{10}{3}$$

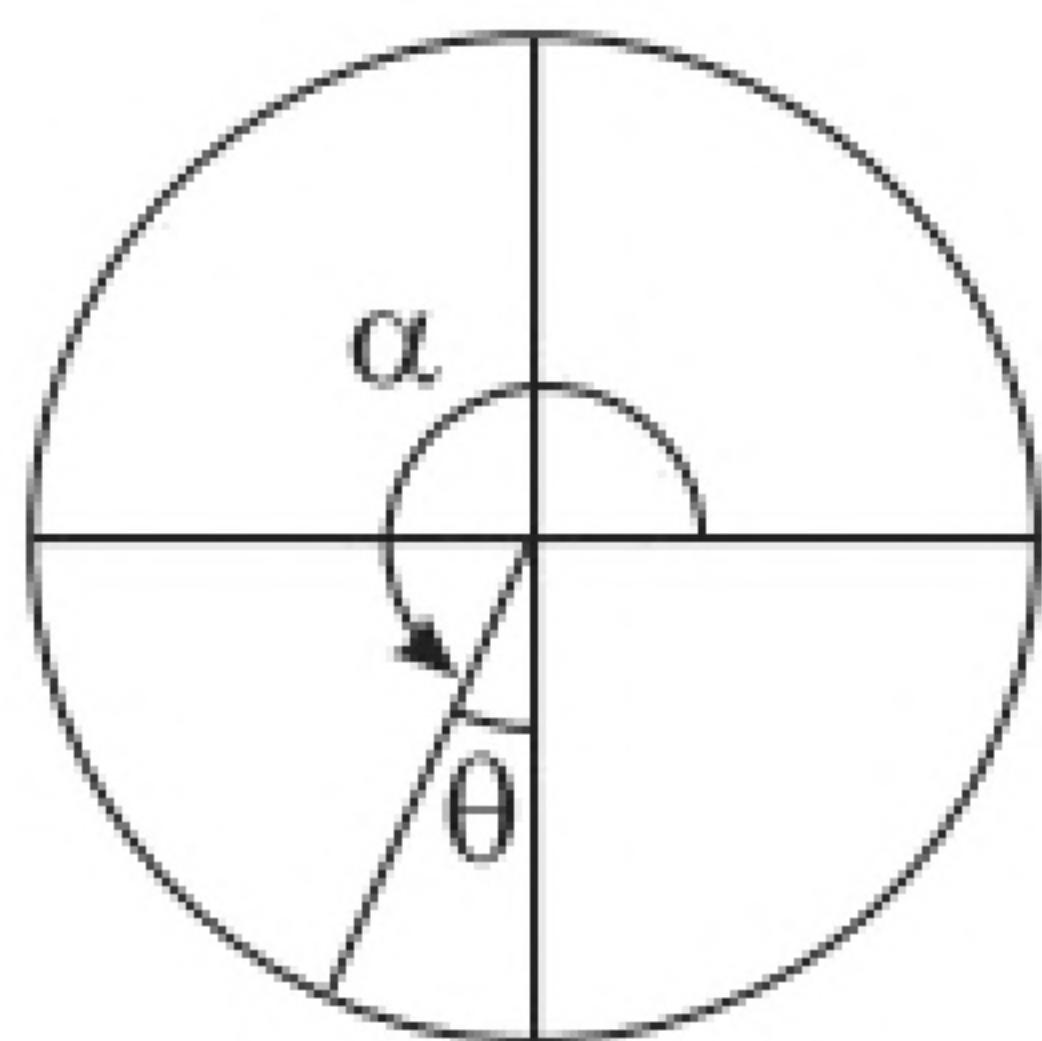


۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(2x+1)^2 + x^2 = 1 \Rightarrow 5x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{-4}{5}$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{-3}{5}, \frac{-4}{5} \right)$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = -\frac{3}{5} \\ \sin \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5}$$



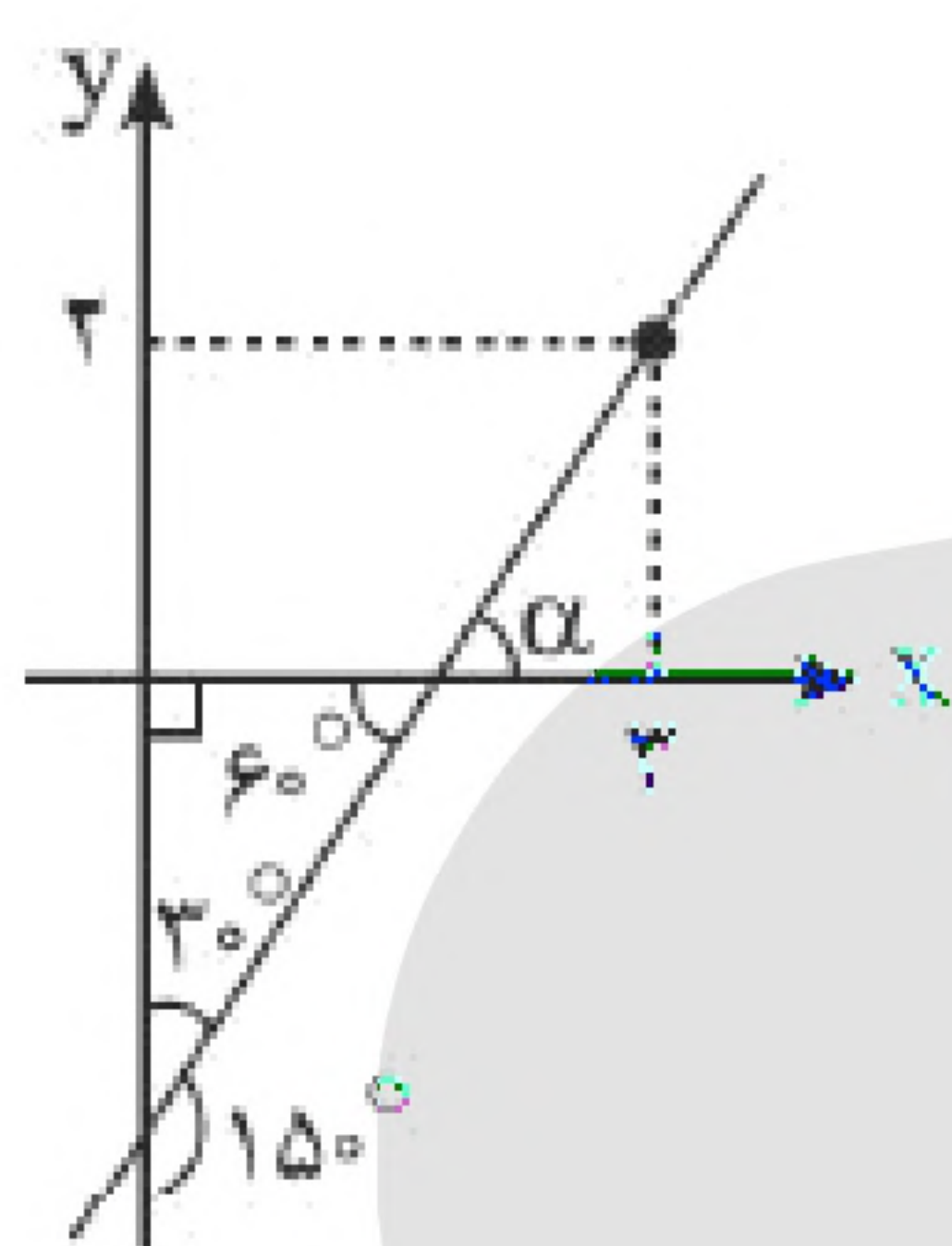
$$S = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin \theta = \frac{3}{10}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شیب این خط برابر است با $\tan \alpha$ مشخص است که $\alpha = 60^\circ$

$$\text{شیب خط} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

و این خط از نقطه‌ی $(3, 2)$ می‌گذرد.



$$y = \sqrt{3}x + b$$

$$\Rightarrow 2 = 3\sqrt{3} + b$$

$$\Rightarrow b = -3\sqrt{3} + 2 \Rightarrow y = \sqrt{3}x - 3\sqrt{3} + 2$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin^2 \theta + 5 \cos^2 \theta = \frac{11}{4} \Rightarrow 2 \sin^2 \theta + 2 \cos^2 \theta + 3 \cos^2 \theta = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow 2(\underbrace{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}_1) + 3 \cos^2 \theta = \frac{11}{4} \Rightarrow 2 + 3 \cos^2 \theta = \frac{11}{4}$$

$$\Rightarrow 3 \cos^2 \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 \Rightarrow \tan^2 \theta = \frac{1}{\frac{1}{4}} - 1$$

$$\Rightarrow \tan^2 \theta = 4 - 1 = 3 \Rightarrow \tan \theta = \pm \sqrt{3} \xrightarrow{\theta \text{ ناحیه } 3} \tan \theta = +\sqrt{3}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) = \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$



- ۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
چون $\sin \alpha < 0$ پس α زاویه‌ای در ربع سوم یا چهارم است و چون $\tan \alpha < 0$ پس α زاویه‌ای در ربع دوم یا چهارم است. در کل α زاویه‌ای در ربع چهارم است.

- ۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} S_{OAC} &= \frac{1}{2} OA \times OC \times \sin 75^\circ \\ S_{OBD} &= \frac{1}{2} OD \times OB \times \sin 75^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow OA \times OC = OB \times OD$$

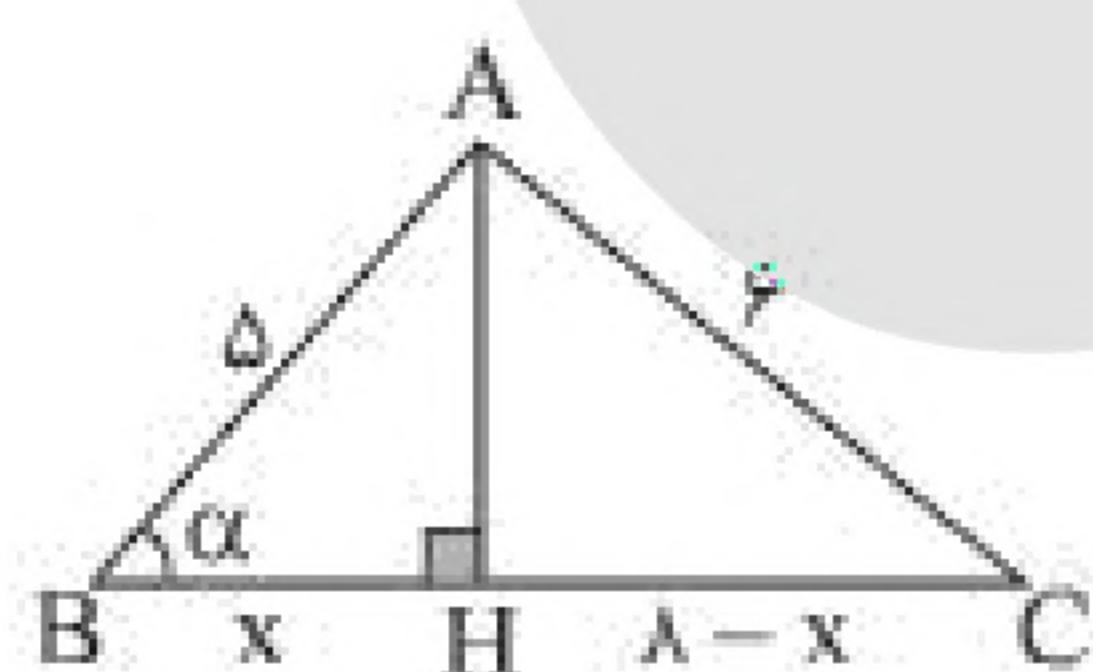
$$\Rightarrow 2x(3x-1) = x(4x+1) \xrightarrow{x \neq 0} 2(3x-1) = 4x+1$$

$$\Rightarrow 6x-2 = 4x+1 \Rightarrow 2x=3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow OC = \frac{7}{2}, OD = \frac{3}{2} \Rightarrow CD = 5$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

- ۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
اگر در مثلث ABC ، ارتفاع AH را رسم کنیم در این صورت با توجه به رابطه فیثاغورس در مثلث‌های ABH و ACH داریم:



$$ABH: x^2 + y^2 = 25 \quad (1)$$

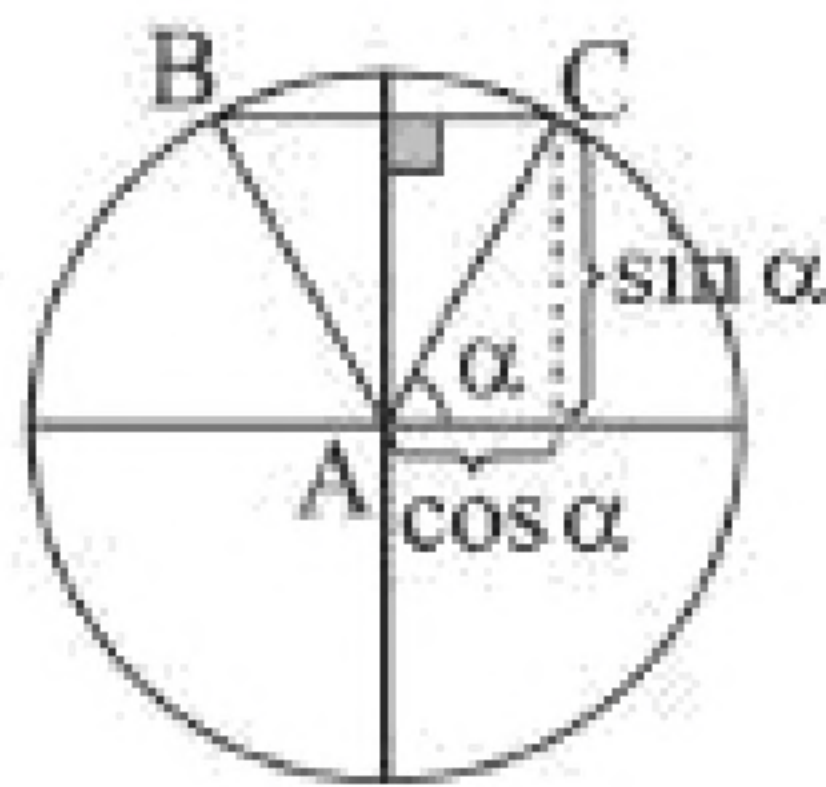
$$ACH: y^2 + (8-x)^2 = 36 \Rightarrow y^2 + 64 + x^2 - 16x = 36$$

$$\xrightarrow{(1)} 25 + 64 - 16x = 36 \Rightarrow 16x = 53 \Rightarrow x = \frac{53}{16}$$

$$ABH: \cos \alpha = \frac{x}{5} = \frac{\frac{53}{16}}{5} = \frac{53}{80}$$



۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



مطابق شکل، ارتفاع مثلث $\sin \alpha$ و قاعده آن $2 \cos \alpha$ است:

$$S = \frac{2 \cos \alpha \times \sin \alpha}{2} = \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\cot^3 \alpha + \tan^3 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)(\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha - 1)$$

می‌دانیم $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 5$ پس:

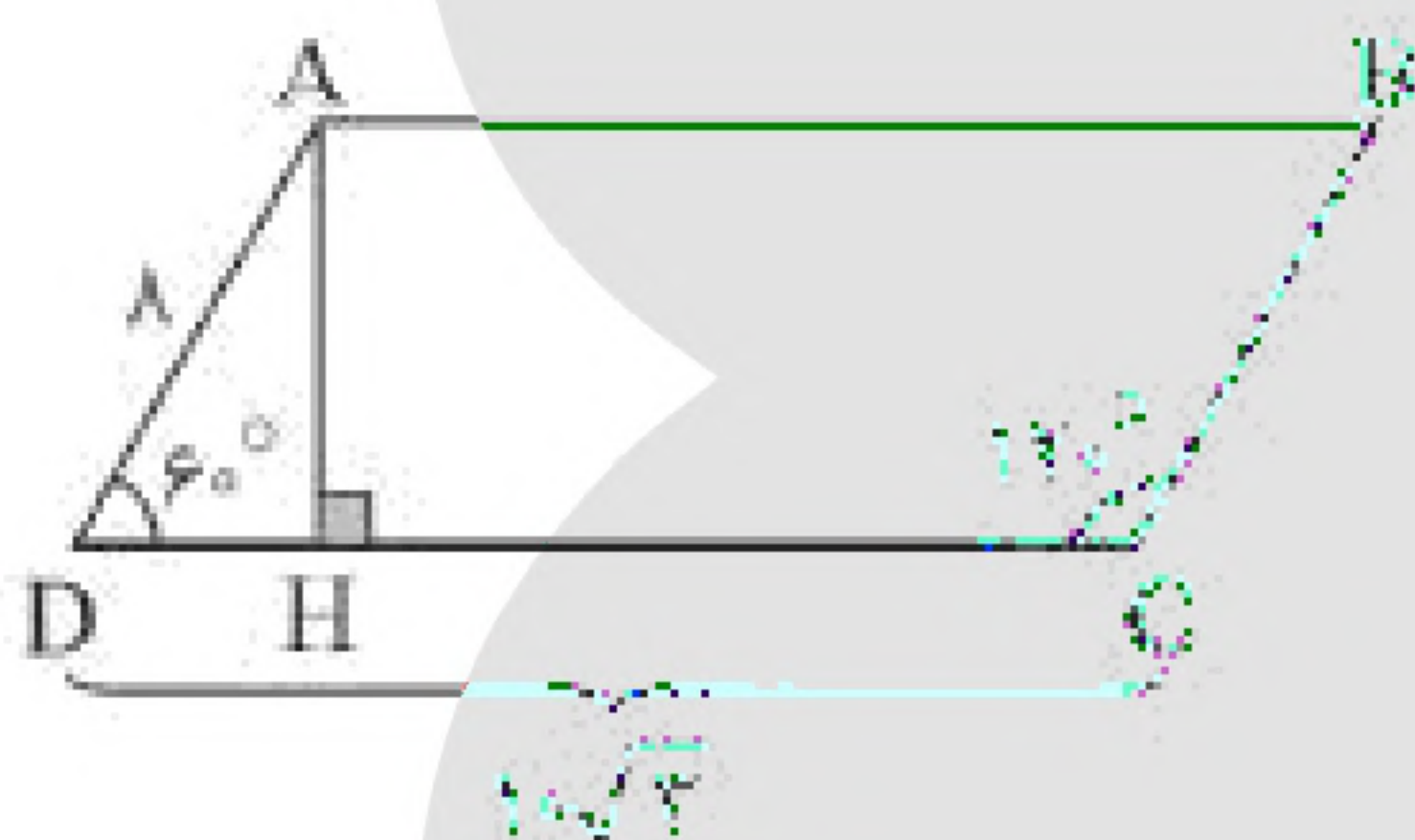
$$\tan \alpha + \cot \alpha = 5 \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 = 25 \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 23$$

پس مقدار خواسته شده برابر است با:

$$(5)(23 - 1) = 5 \times 22 = 110$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD را محاسبه می‌کنیم:



$$S_{ABCD} = 8 \times 10\sqrt{3} \times \sin 60^\circ = 8 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 120$$

حال مساحت مثلث ADH را محاسبه می‌کنیم:

$$\triangle ADH: \cos \hat{D} = \frac{DH}{AD} \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{DH}{8} \Rightarrow DH = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \Rightarrow S_1 = 16$$

$$S_{ABCH} = S_{ABCD} - S_{\triangle ADH} = 120 - 16 = 104 \Rightarrow S_2 = 104$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{104}{16} = \frac{13}{2} = 6.5$$

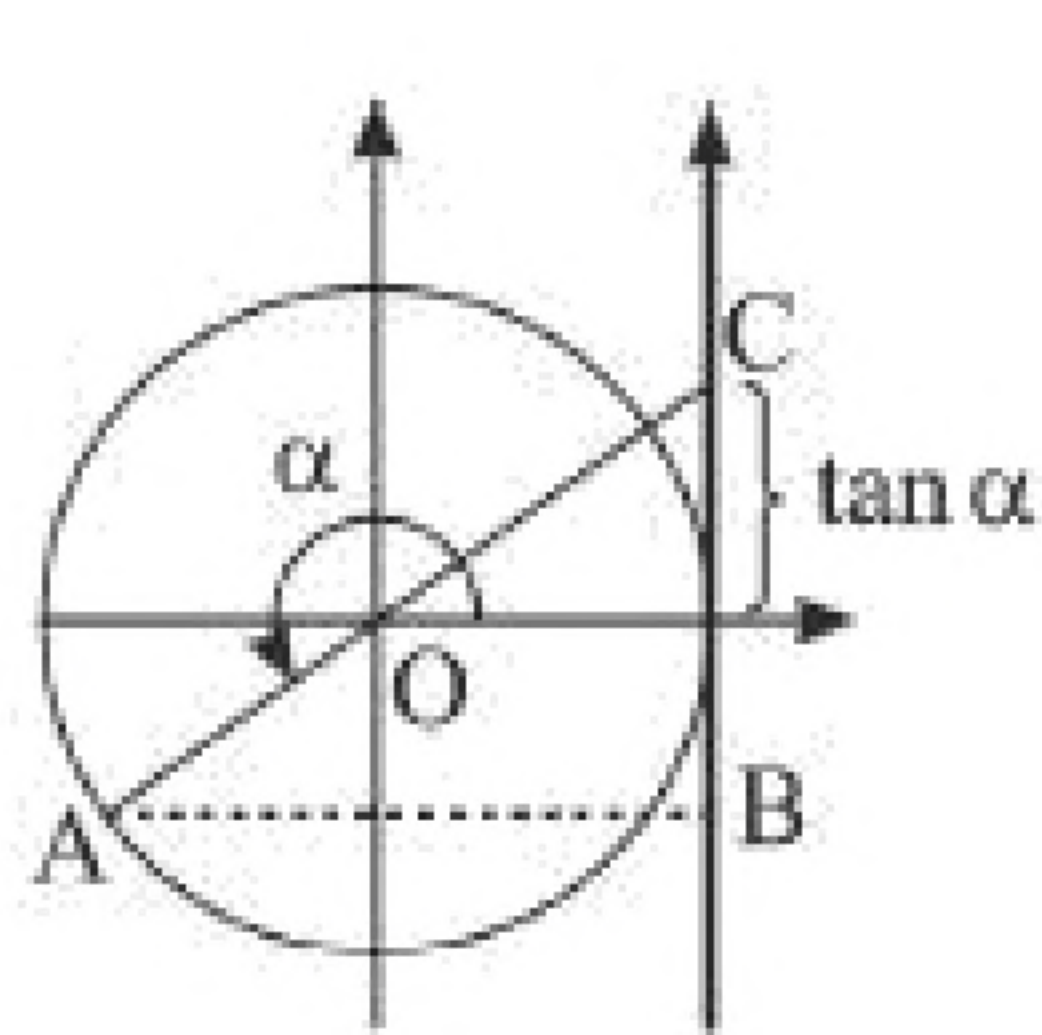
۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ، ابتدا مقدار m را محاسبه می‌کنیم:

$$3m - 1 + \frac{m+1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{15m - 5 + m + 1}{5} = 1 \Rightarrow 16m - 4 = 5 \Rightarrow 16m = 9 \Rightarrow m = \frac{9}{16}$$



۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$x_A = -\frac{1}{2}$$

$$y_A = y_B = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$$

$$BC = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 1 + |x_A| = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{\frac{3}{2} \times \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

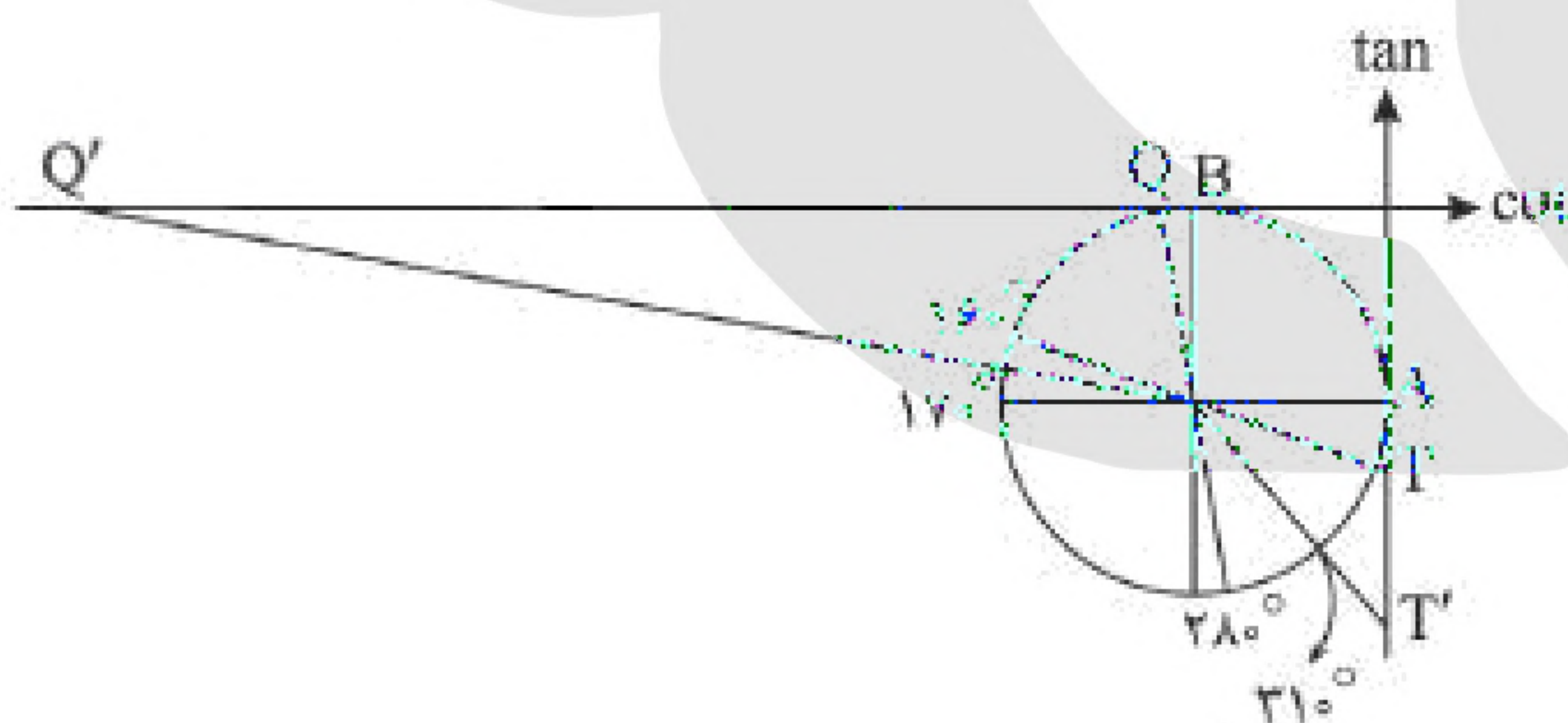
$$\sqrt{3} \sin \alpha + 9 \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sqrt{3} \sin \alpha = -9 \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{9}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{9}{\sqrt{3}} \Rightarrow \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{9}$$

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \Rightarrow -\frac{9}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{9} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{-81 - 49}{63} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \Rightarrow -\frac{130}{63} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{63}{130}$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با دقت در دایره مثلثاتی مشخص می‌شود که:

$$\operatorname{tg} 16^\circ = AT$$

$$\operatorname{Cotg} 28^\circ = BQ$$

$$\operatorname{tg} 31^\circ = AT'$$

$$\operatorname{Cotg} 17^\circ = BQ'$$

توجه شود که همه مقادیر فوق منفی هستند و بنابراین $\operatorname{Cotg} 17^\circ$ از سایرین کوچک‌تر است.



۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{Cotg} \alpha &= \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 3 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{3} \\ \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} 1 - \sin^2 x - \sin x &= \frac{1}{25} \Rightarrow 25 \sin^2 x + 25 \sin x - 24 = 0 \\ \Rightarrow (5 \sin x + 8)(5 \sin x - 3) &= 0 \\ \xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} \sin x &= \frac{3}{5} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5} \\ P = \sin^2 x - |\cos x| &= \frac{9}{25} - \frac{4}{5} = -\frac{11}{25} = -0.44 \end{aligned}$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هر یک از اضلاع AB و BC برابر $\sqrt{2}$ است. فرض کنید $OC = a$ باشد:

$$\begin{aligned} \triangle OBA \text{ در فیثاغورس: } OA^2 &= OB^2 + AB^2 \Rightarrow 20 = (a + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 \\ \Rightarrow (a + \sqrt{2})^2 &= 18 \Rightarrow a + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{AB}{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} A &= 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 + 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1 + 1 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \\ B &= 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1 - 1 + \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \\ 3A &= \frac{15}{4}, 5B = \frac{15}{4} \Rightarrow 3A = 5B \end{aligned}$$



۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1 + \tan^2 x}{2 - \tan^2 x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4 + 4 \tan^2 x = 6 - 3 \tan^2 x$$

$$\Rightarrow 7 \tan^2 x = 2 \Rightarrow \tan^2 x = \frac{2}{7} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{9}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{9}{7} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{2}{9}$$

$$\frac{1 + \sin^2 x}{2 - \sin^2 x} = \frac{1 + \frac{2}{9}}{2 - \frac{2}{9}} = \frac{\frac{11}{9}}{\frac{16}{9}} = \frac{11}{16}$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل می‌دانیم مثلث OAH متساوی‌الساقین است، پس طول و عرض نقطه A با هم برابر هستند، اما چون در ناحیه چهارم y ها منفی می‌باشند، پس باید داشته باشیم:

$$-y = x$$

$$-5a + 6b = 3a - b \Rightarrow -8a = -7b \Rightarrow a = b \Rightarrow A(2a, -2a)$$

از طرفی طول OA باید یک باشد (چون شعاع دایره مثلثاتی برابر با یک است).

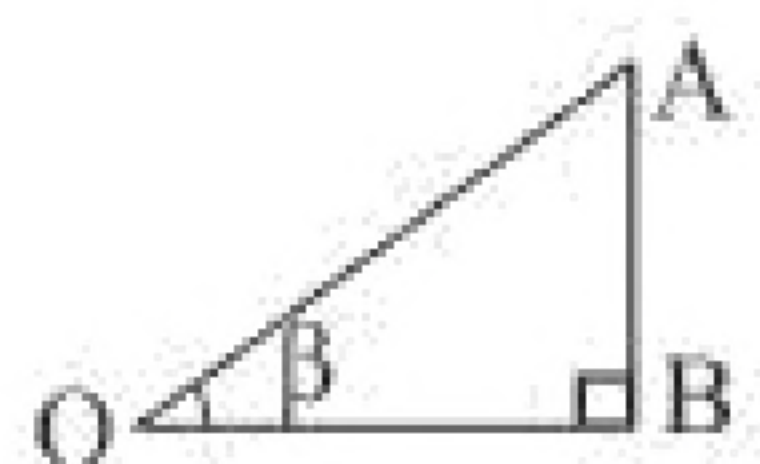
$$\sqrt{4a^2 + 4a^2} = 1 \Rightarrow 8a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow 4 \cdot a^2 = \frac{1}{2}$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فقط موارد «د» و «ه» صحیح می‌باشند.

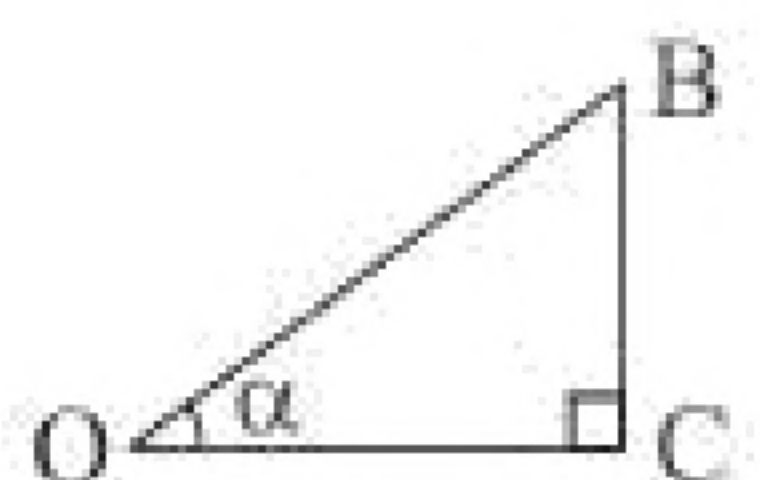
۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در مثلث OAB داریم:



$$\cos \beta = \frac{OB}{OA} \Rightarrow OB = OA \cos \beta \quad (1)$$

هم‌چنین در مثلث OBC داریم:



$$\cos \alpha = \frac{OC}{OB} \Rightarrow OC = OB \cos \alpha \xrightarrow{(1)} OC = OA \cos \beta \cos \alpha$$



۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

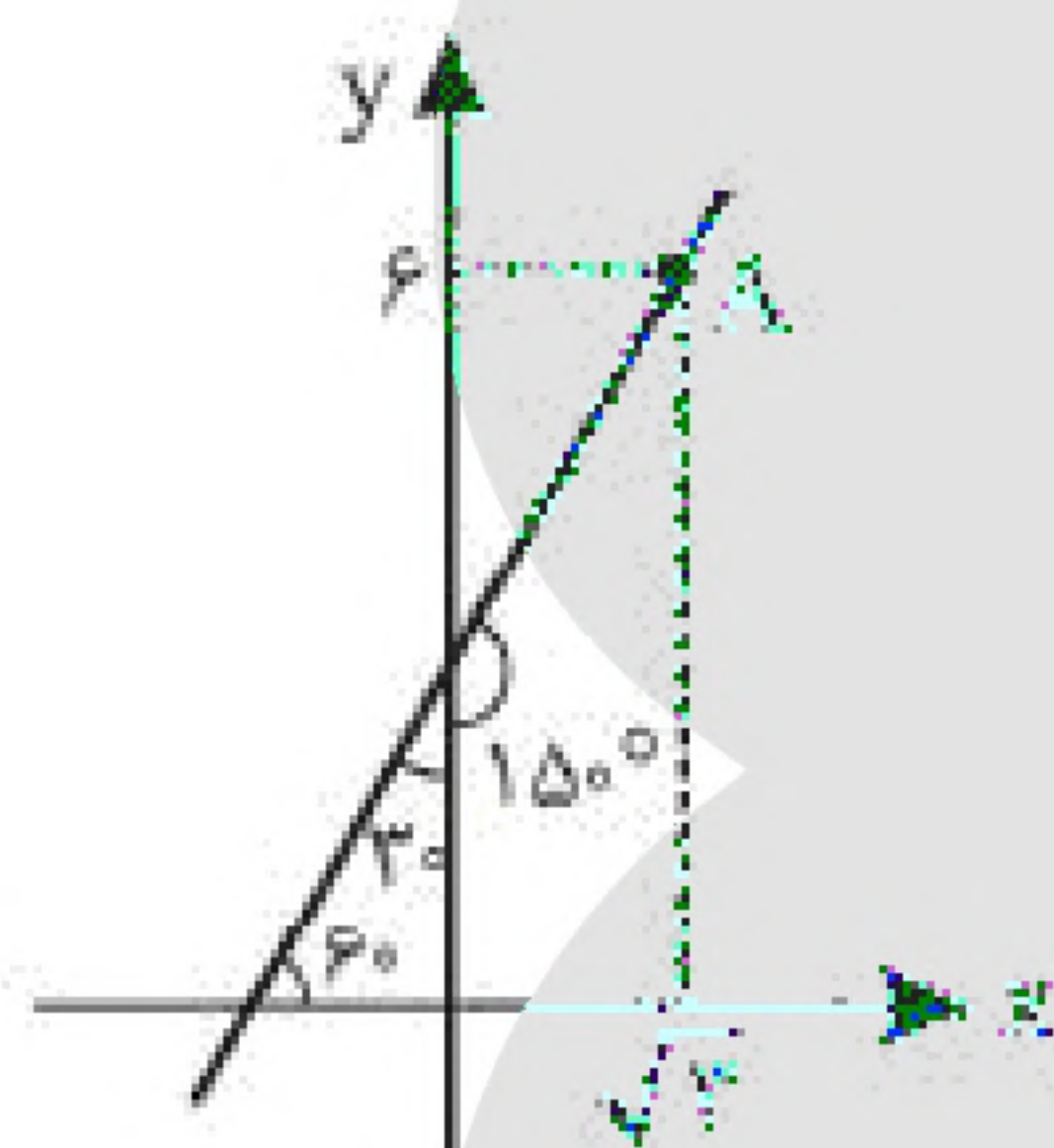
$$\sin^2 x + 2 \cos^2 x = \frac{313}{169} \Rightarrow \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 + \cos^2 x = \frac{313}{169}$$

$$\Rightarrow 1 + \cos^2 x = \frac{313}{169} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{144}{169}$$

$$\Rightarrow 1 - \cos^2 x = \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{144}{169} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{25}{169}$$

$$\cot^2 x = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{\frac{144}{169}}{\frac{25}{169}} = \frac{144}{25}$$

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 6 = \sqrt{3}(x - \sqrt{3})$$

$$\Rightarrow y - 6 = \sqrt{3}x - 3 \Rightarrow y = \sqrt{3}x + 3$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

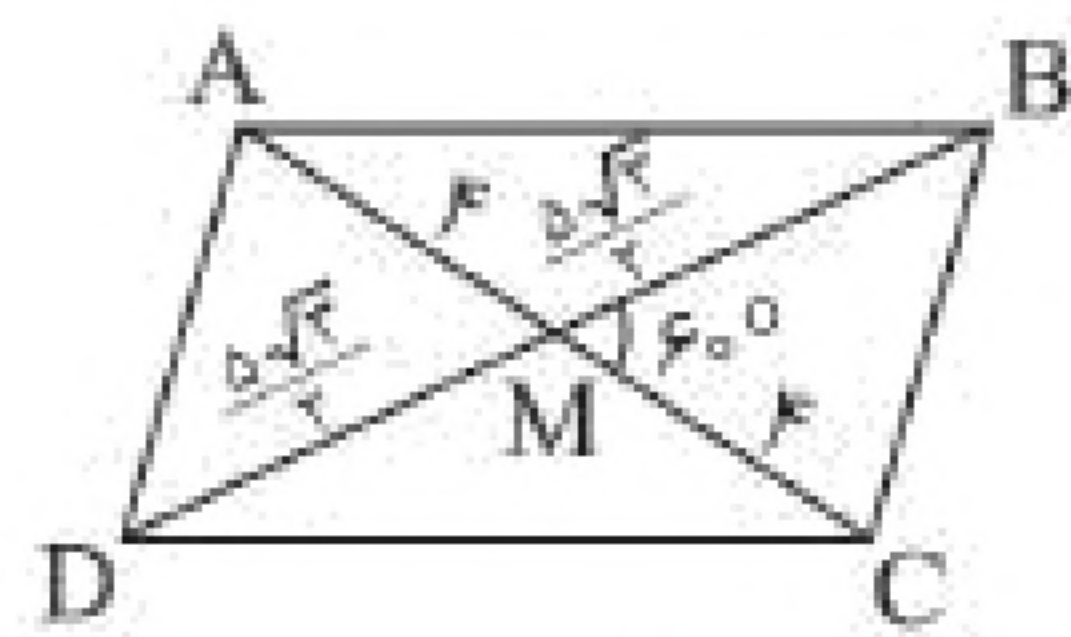
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$$

$$\xrightarrow{\text{ناحیه دوم}} \cos \theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{9}{41}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{81}{1681}} = -\sqrt{\frac{1600}{1681}} = -\frac{40}{41}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{9}{41}}{-\frac{40}{41}} = -\frac{9}{40}$$



۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



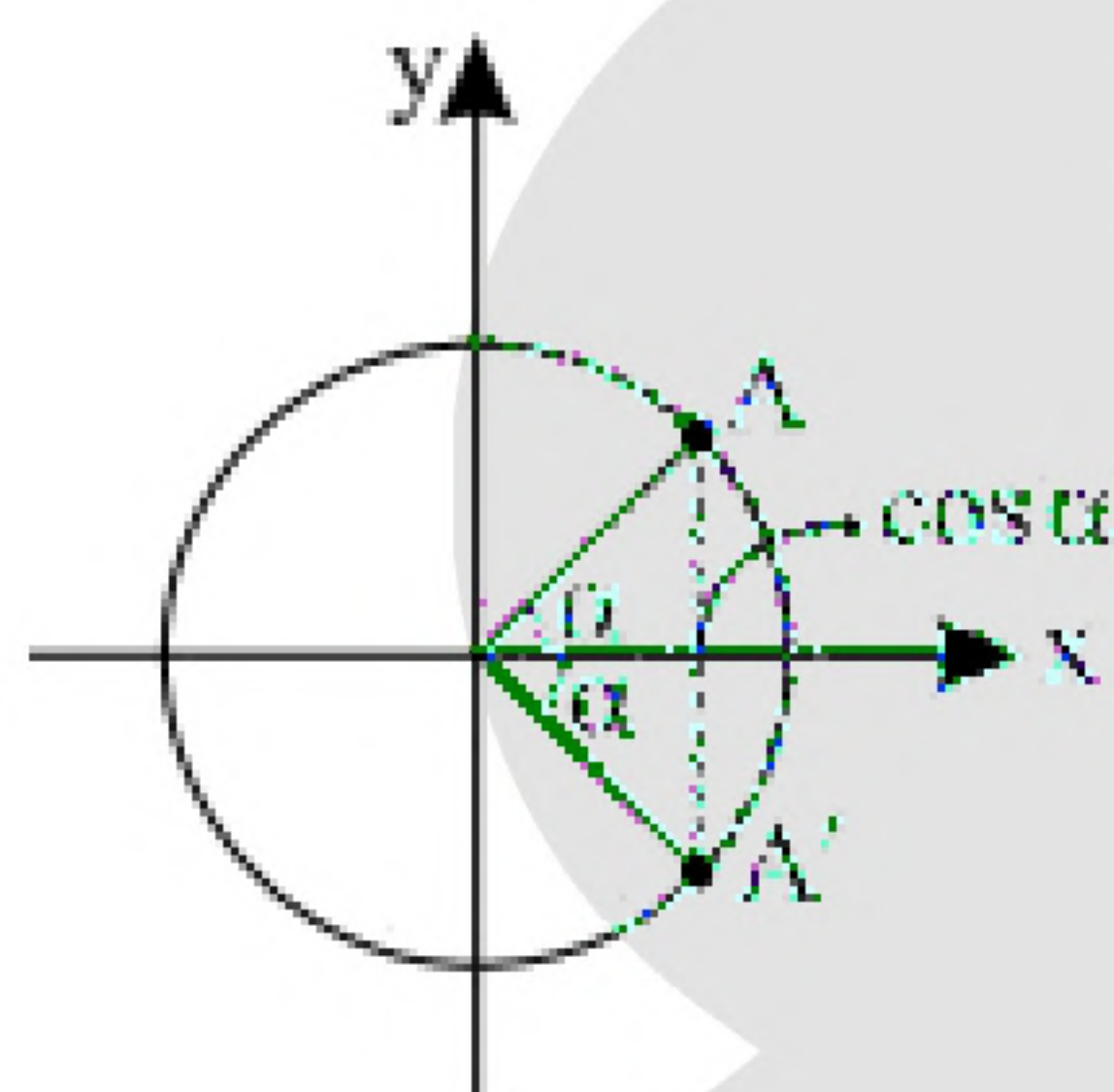
$$S_{ABCD} = 4 \times S_{\triangle AMD}$$

$$S_{\triangle AMD} = \frac{1}{2} \times AM \times DM \times \sin \hat{M}_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{2}$$

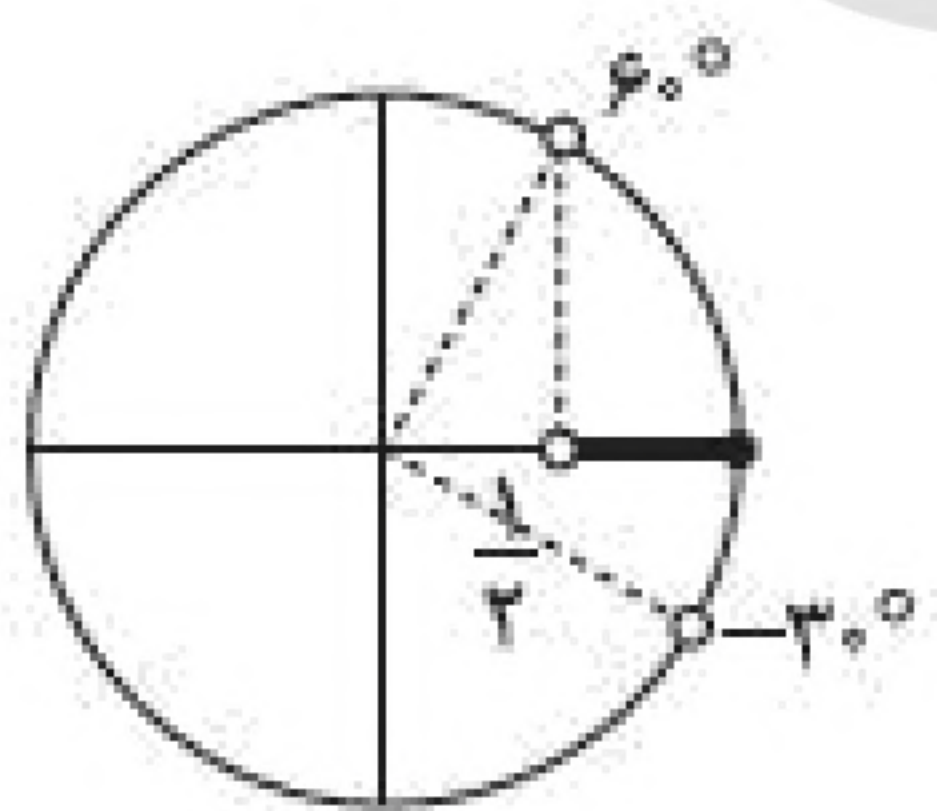
$$S_{ABCD} = 4 \times \frac{15}{2} = 30$$

در متوازی الاضلاع قطرهای چهار مثلث هم‌مساحت پدید می‌آورند.

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نقطه‌ی A را نسبت به محور Xها قرینه کنیم، طول آن تغییری نمی‌کند در این صورت نسبت مثلثاتی کسینوس مربوط به این دو نقطه با هم برابر خواهد بود.



۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



با توجه به دایره مثلثاتی، اگر $60^\circ < \alpha < 30^\circ$ باشد، آنگاه $\frac{1}{2} < \cos \alpha \leq 1$ خواهد بود:

$$\frac{1}{2} < \frac{2m-1}{3} \leq 1 \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{2} < 2m-1 \leq 3 \xrightarrow{+1} \frac{5}{2} < 2m \leq 4 \xrightarrow{\div 2} \frac{5}{4} < m \leq 2$$

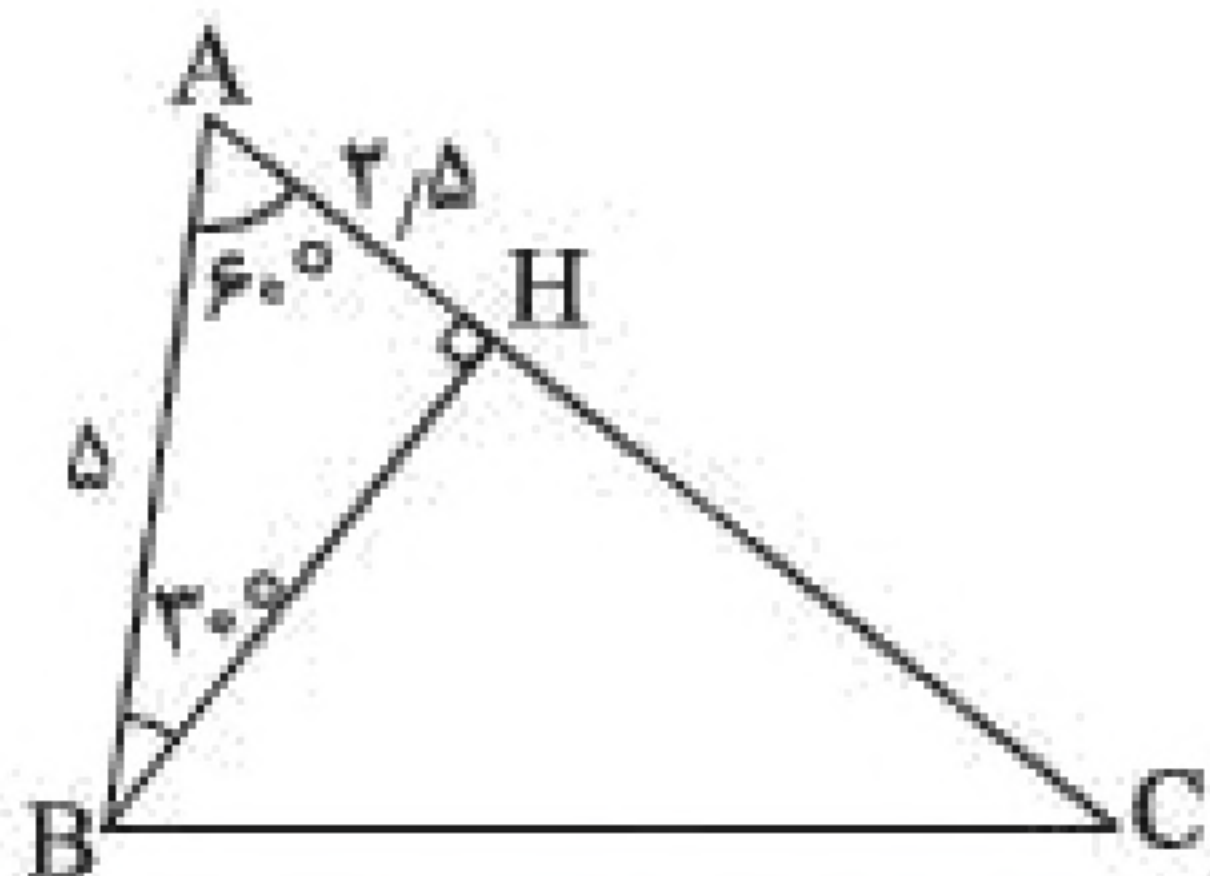


۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S_{ABC} = 10\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 5 \times AC \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \Rightarrow AC = 8$$

ارتفاع BH را رسم می‌کنیم:



$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AH}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = \frac{5}{2} \Rightarrow HC = \frac{5}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{BH}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\triangle BHC: BC^2 = BH^2 + HC^2 = \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{75}{4} + \frac{25}{4} = \frac{100}{4} = 25 \Rightarrow BC = 5$$

توجه: از قضیه کسینوس‌ها هم می‌توان استفاده کرد و BC را به دست آورد.

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 9 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 8$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2} \text{ (ناحیه دوم)} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$



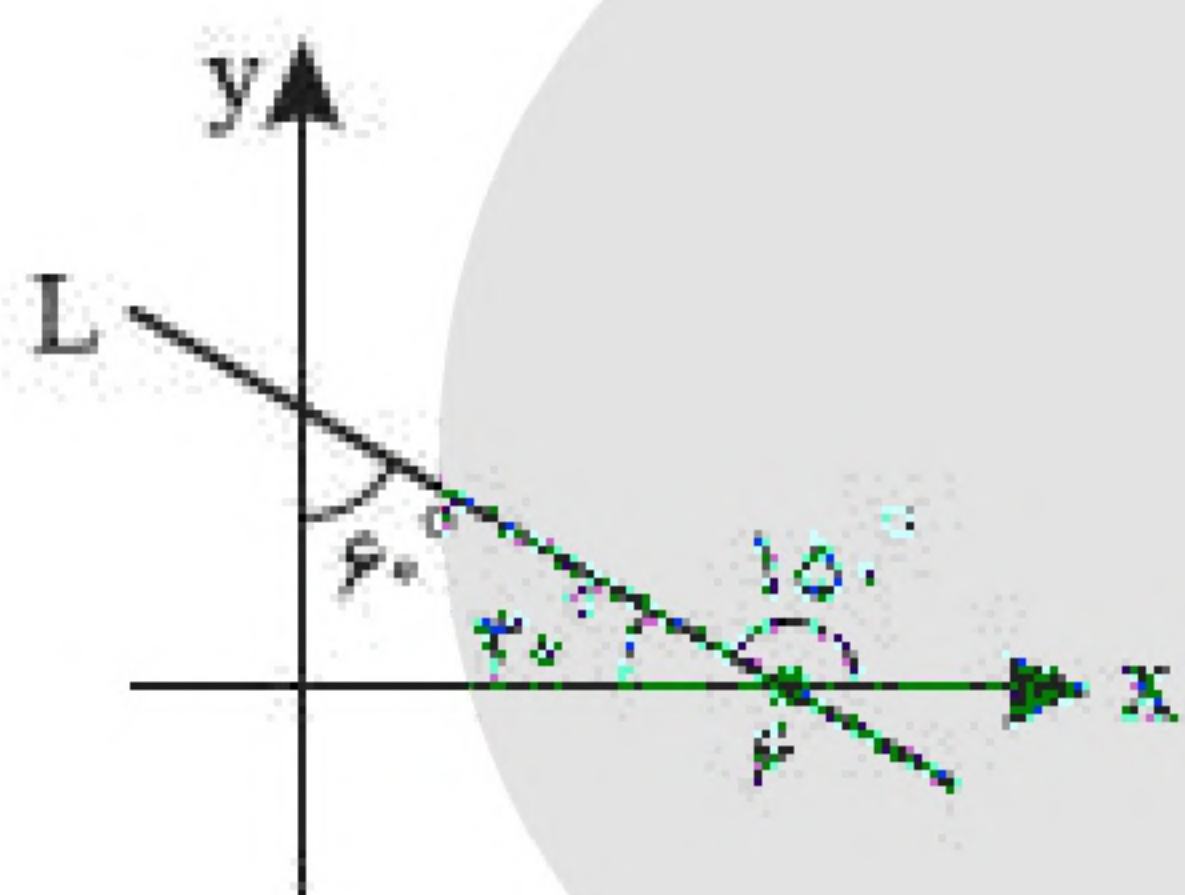
«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos^2 x - \cot^2 x}{\sin^2 x - \tan^2 x} = \frac{\cos^2 x - \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}}{\sin^2 x - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{\sin^2 x \cos^2 x - \cos^2 x}{\sin^2 x}}{\frac{\sin^2 x \cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}} =$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\overbrace{\cos^2 x (\sin^2 x - 1)}^{-\cos^2 x}}{\sin^2 x}}{\frac{\underbrace{\sin^2 x (\cos^2 x - 1)}^{-\sin^2 x}}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{-\cos^2 x}{\sin^2 x}}{\frac{-\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \cot^2 x$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\text{شیب خط} = m = \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

و این خط از نقطه $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 6) \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

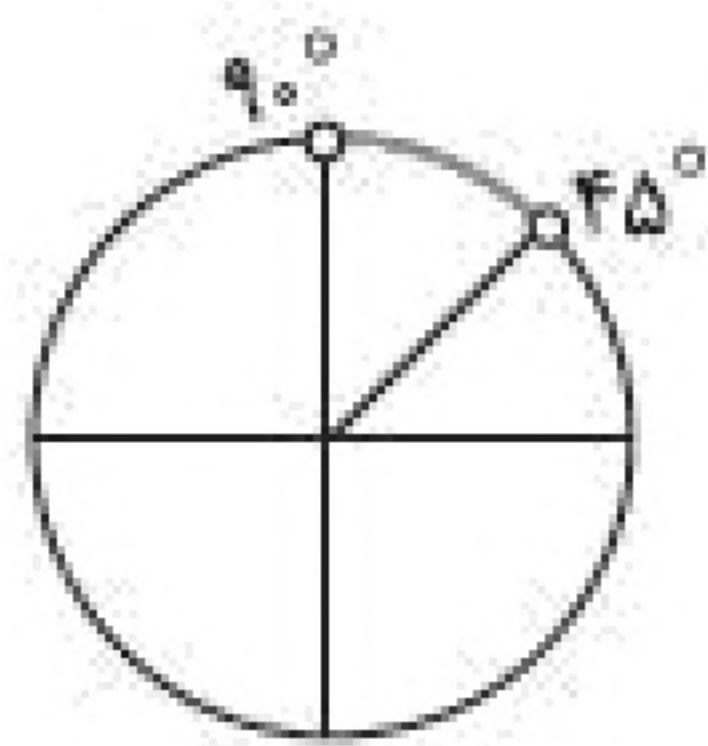
$$(\sin x - \cos x)^2 + \frac{2}{\tan x + \cot x} = 1 - 2\sin x \cos x + \frac{2}{\frac{1}{\sin x \cos x}}$$

$$= 1 - 2\sin x \cos x + 2\sin x \cos x = 1$$



۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر $45^\circ < x < 90^\circ$ ، آن گاه $\sin x > \cos x$ ، در نتیجه:



$$|\cos x - \sin x| = -\cos x + \sin x$$

منفی

در همین محدوده داریم:

$$\frac{\cos x}{\sin x} > \frac{\cos x}{1}$$

(توجه کنید که صورت کسرها با هم برابرند و در مخرجها $\sin x < 1$ بنابراین: $\cot x > \cos x$)

$$\Rightarrow |\cot x - \cos x| = \cot x - \cos x$$

$$A = |\cos x - \sin x| - |\cot x - \cos x| - \sin x$$

$$= -\cos x + \sin x - \cot x + \cos x - \sin x = -\cot x$$

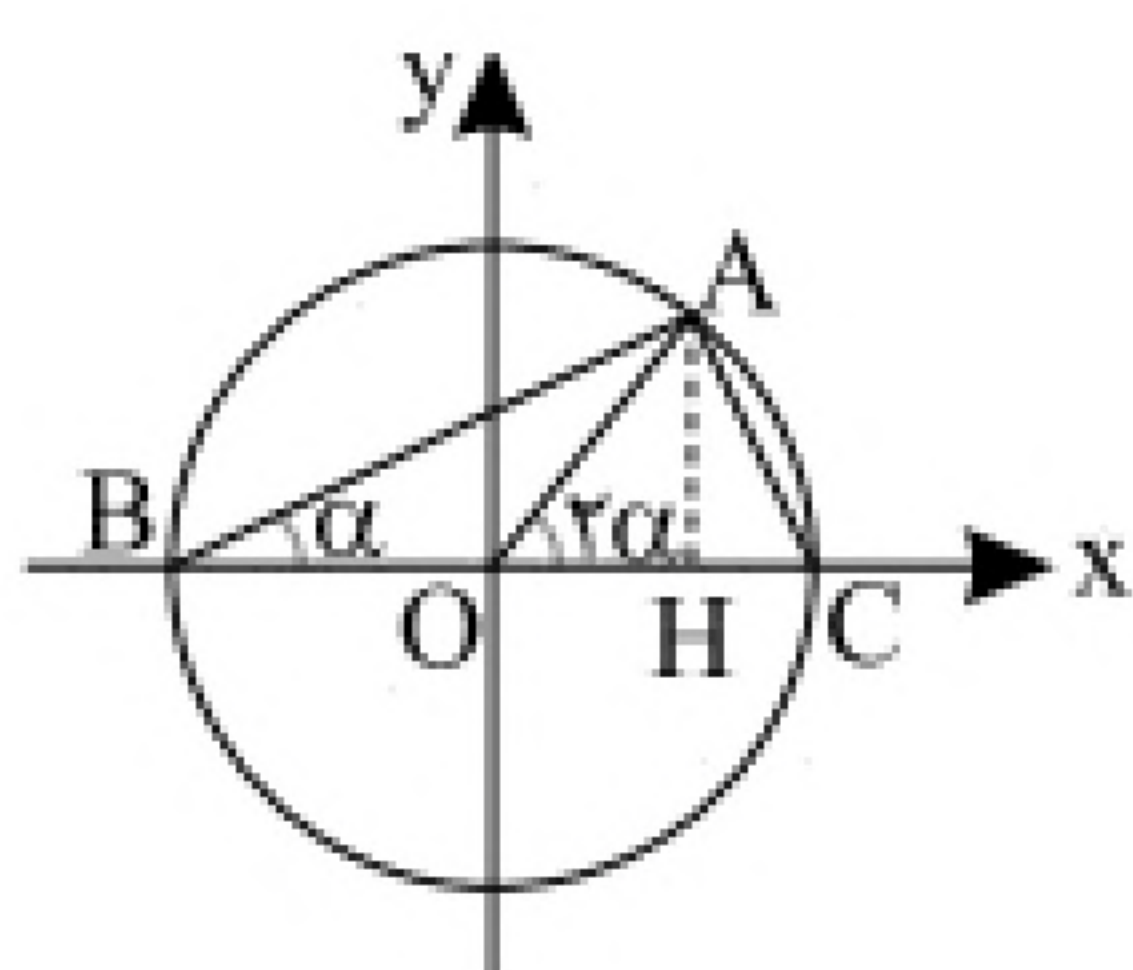
۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ \times \sin 30^\circ - \sin^2 40^\circ \times \cos 60^\circ}{2 \cos^2 40^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ \times \frac{1}{2} - \sin^2 40^\circ \times \frac{1}{2}}{2 \cos^2 40^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} (\sin^2 70^\circ + \cos^2 70^\circ - \sin^2 40^\circ)}{2 \cos^2 40^\circ}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} (1 - \sin^2 40^\circ)}{2 \cos^2 40^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \cos^2 40^\circ}{2 \cos^2 40^\circ} = \frac{1}{4}$$



۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر \widehat{ABC} برابر α باشد پس \widehat{AOH} برابر 2α است.

$$\sin 2\alpha = \frac{AH}{OH} = \frac{AH}{1}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = AH$$



۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} \Rightarrow 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{9}{4} \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{5}{4}$$

ناحیه چهارم $\rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \operatorname{Cotg} \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & (2 \sin x - 2 \cos x)^2 + \frac{8}{\operatorname{tg} x + \operatorname{Cotg} x} \\ &= 4 \sin^2 x + 4 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x + \frac{8}{\frac{1}{\sin x \cos x}} \\ &= 4(\sin^2 x + \cos^2 x) - 8 \sin x \cos x + 8 \sin x \cos x = 4 \end{aligned}$$