

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





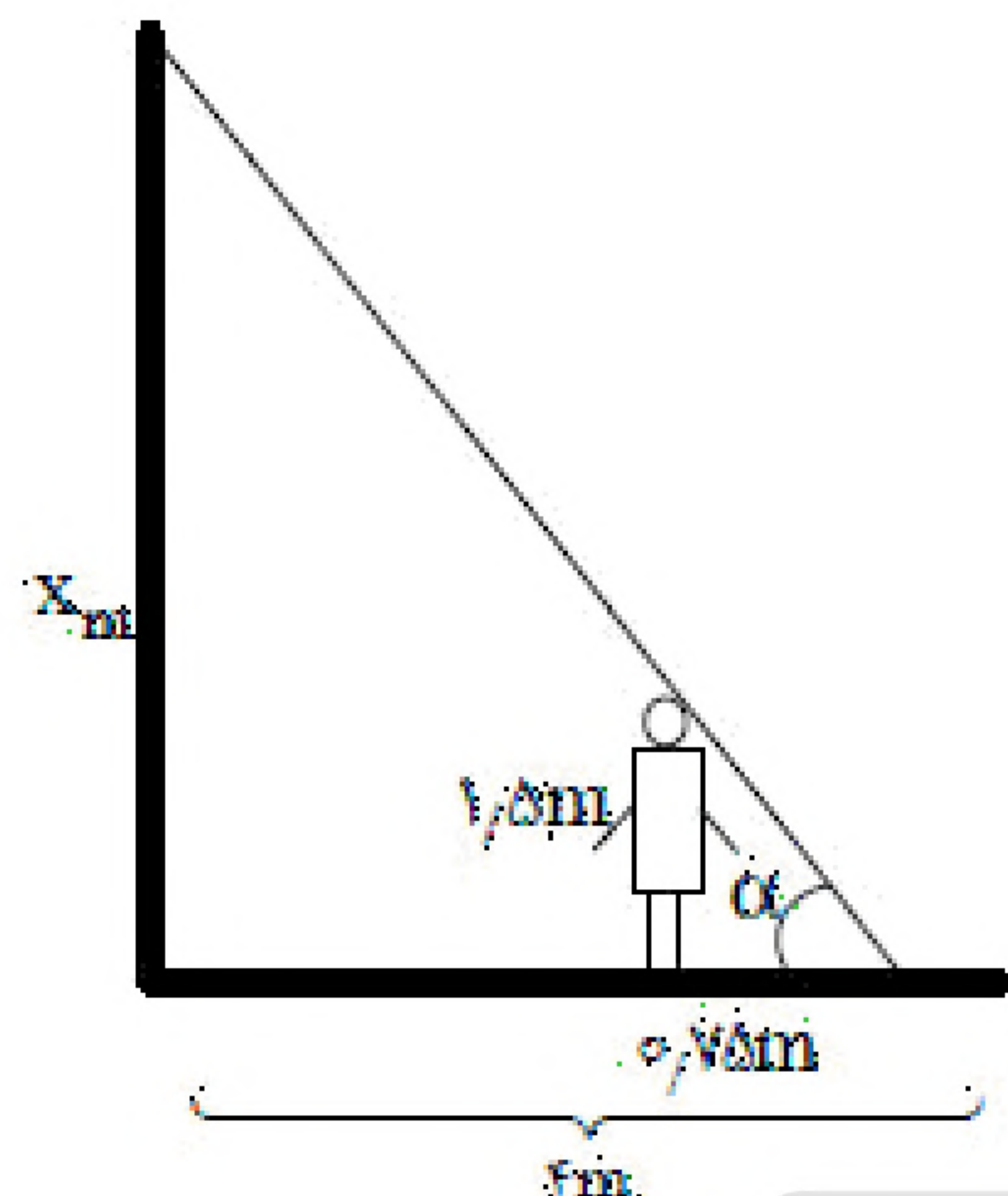
	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1/5}{4/5} = \frac{x}{4} \Rightarrow 4/5 x = 4 \times 1/5 \Rightarrow x = 1 \text{ متر}$$

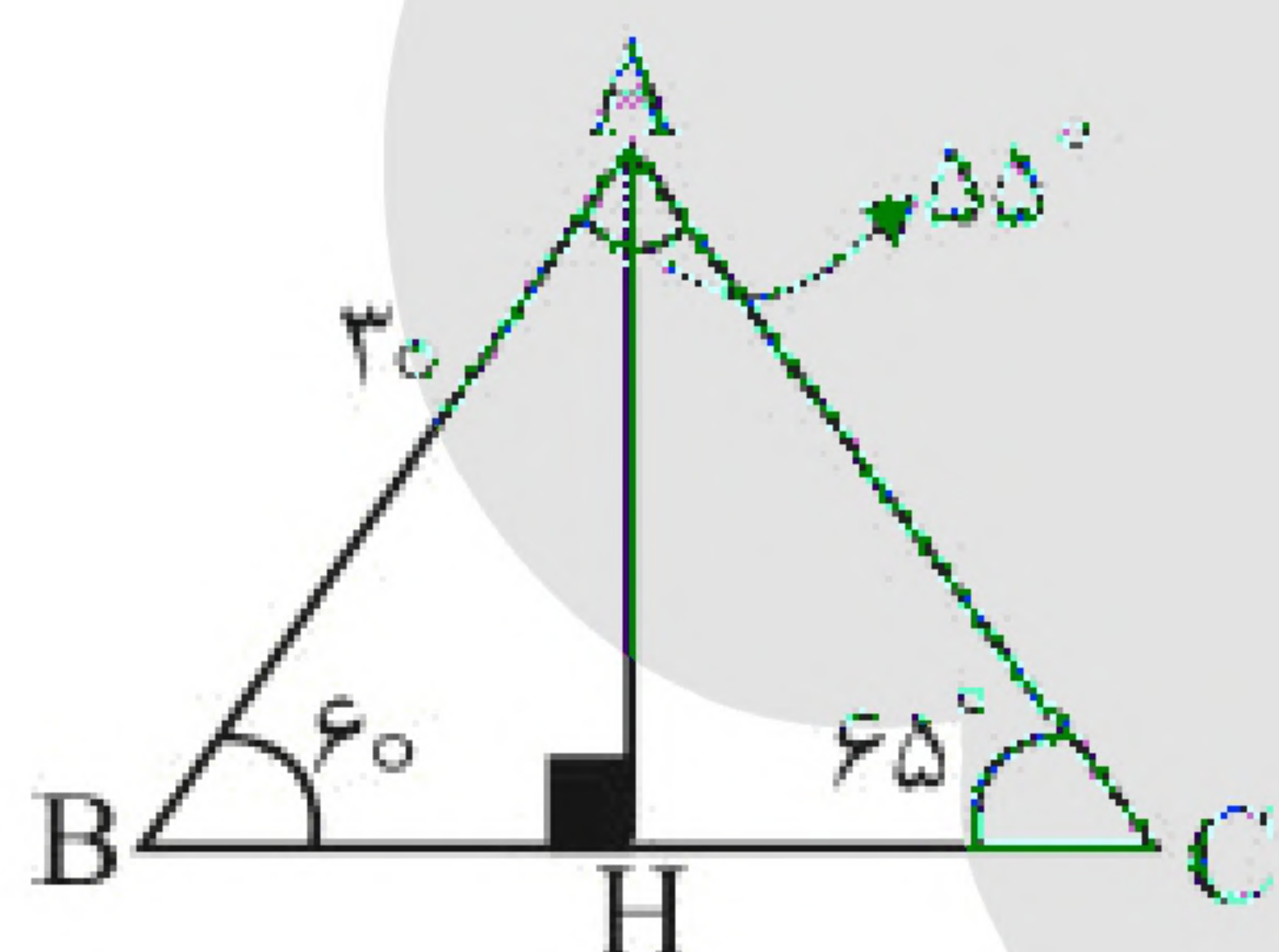
۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هر ۶ مورد درست هستند.

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در خط  $L$  شیب برابر  $m = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$  است:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-4\sqrt{3}) = \sqrt{3}(x - 0)$$

$$y = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \xrightarrow[\text{محل برخورد با محور } x]{y = 0} 0 = \sqrt{3}x - 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{30} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{30} \Rightarrow \frac{1/\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{30} \Rightarrow AH = 25/95$$

$$\sin 65^\circ = \frac{AH}{AC} \Rightarrow 0/91 = \frac{25/95}{AC} \Rightarrow AC = 28/52$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 55^\circ = \frac{1}{2} \times 30 \times 28/52 \times 0/82 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 250/8$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$\text{شیب خط} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{4}, \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = \frac{v + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{v}{\cos^2 \alpha} + \operatorname{tg}^2 \alpha = v(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$= v + 8 \operatorname{tg}^2 \alpha = v + 8 \left( \frac{25}{16} \right) = v + 12/5 = 19/5$$





۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{2}{5}x + \frac{3}{5} \Rightarrow \tan \alpha = m \text{ شیب خط} = \frac{2}{5} \Rightarrow \tan \alpha = 0.4$$

$$\frac{2 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{3 \cos \alpha - 5 \sin \alpha} \xrightarrow[\div \cos \alpha]{\text{صورت و مخرج}} \frac{2 \tan \alpha + 4}{3 - 5 \tan \alpha} = \frac{2(0.4) + 4}{3 - 5(0.4)} = 4/8$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\tan^2 x + \frac{2}{\cos^2 x} = 3 \xrightarrow{\text{به دو طرف ۱ اضافه شود}} 1 + \tan^2 x + \frac{2}{\cos^2 x} = 3 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{3}{\cos^2 x} = 4 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot^2 x = 3 \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\text{عبارت مورد نظر} = \cot^2 x + \frac{2}{\sin^2 x} + \tan^2 \left( \frac{\pi}{2} \right) = 3 + 8 + (\sqrt{3})^2 = 14$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

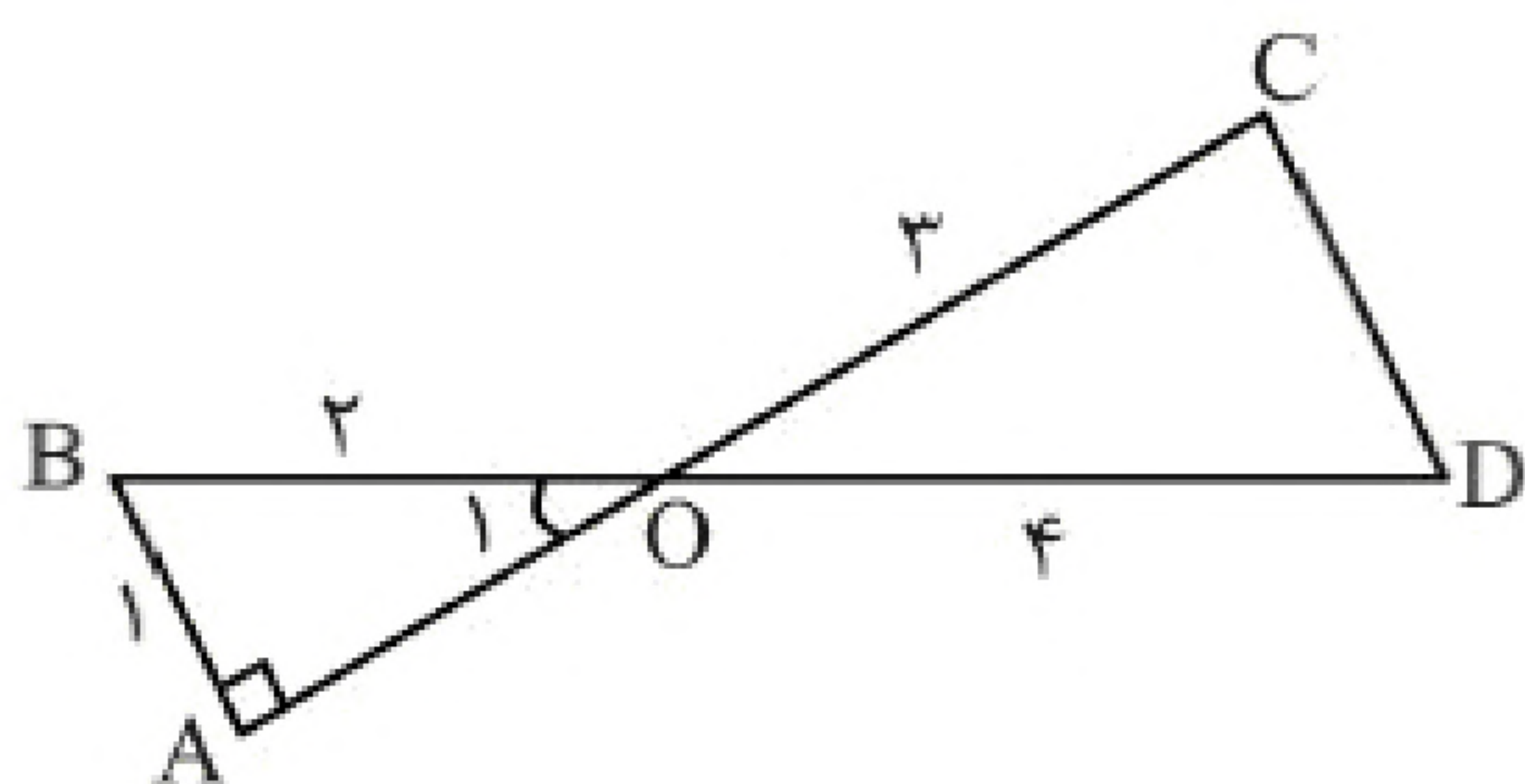
$$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 2$$

$$2 \sin x \cos x = 1 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x} - \left( \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} \right) = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x \cos x)^2} - \frac{\sin x + \cos x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{1}{4}} - \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 4 - 2\sqrt{2} = 2(2 - \sqrt{2})$$

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sin \hat{O}_1 = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ \Rightarrow \hat{O}_1 = 30^\circ = \hat{O}_2$$

$$S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 3$$





۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} 135^\circ = \text{شیب خط} = \frac{-(2a+3)}{-(5-a)}$$

$$-1 = \frac{2a+3}{5-a} \Rightarrow a = -8$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{معادله خط: } -13x - 13y - 78 = 0 \xrightarrow{\div(-13)} x + y + 6 = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} & \text{شیب} = -1 \\ & \text{عرض از مبدا} = -6 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow -7 = \text{مجموع عرض از مبدا و شیب}$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{Cotg} x = 1 \Rightarrow (\sqrt{k}-1)(\sqrt{k}+1) = 1 \Rightarrow k = 2$$

$$\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{1+\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + 1 + \cos^2 x + 2\cos x}{\sin x(1+\cos x)} = \frac{2(1+\cos x)}{\sin x(1+\cos x)} = \frac{2}{\sin x}$$

$$1 + \operatorname{Cotg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow 1 + (\sqrt{2}+1)^2 = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow 4 + 2\sqrt{2} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\text{عبارت مورد نظر سؤال} = \frac{2}{\sin x} = 2\sqrt{4+2\sqrt{2}}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

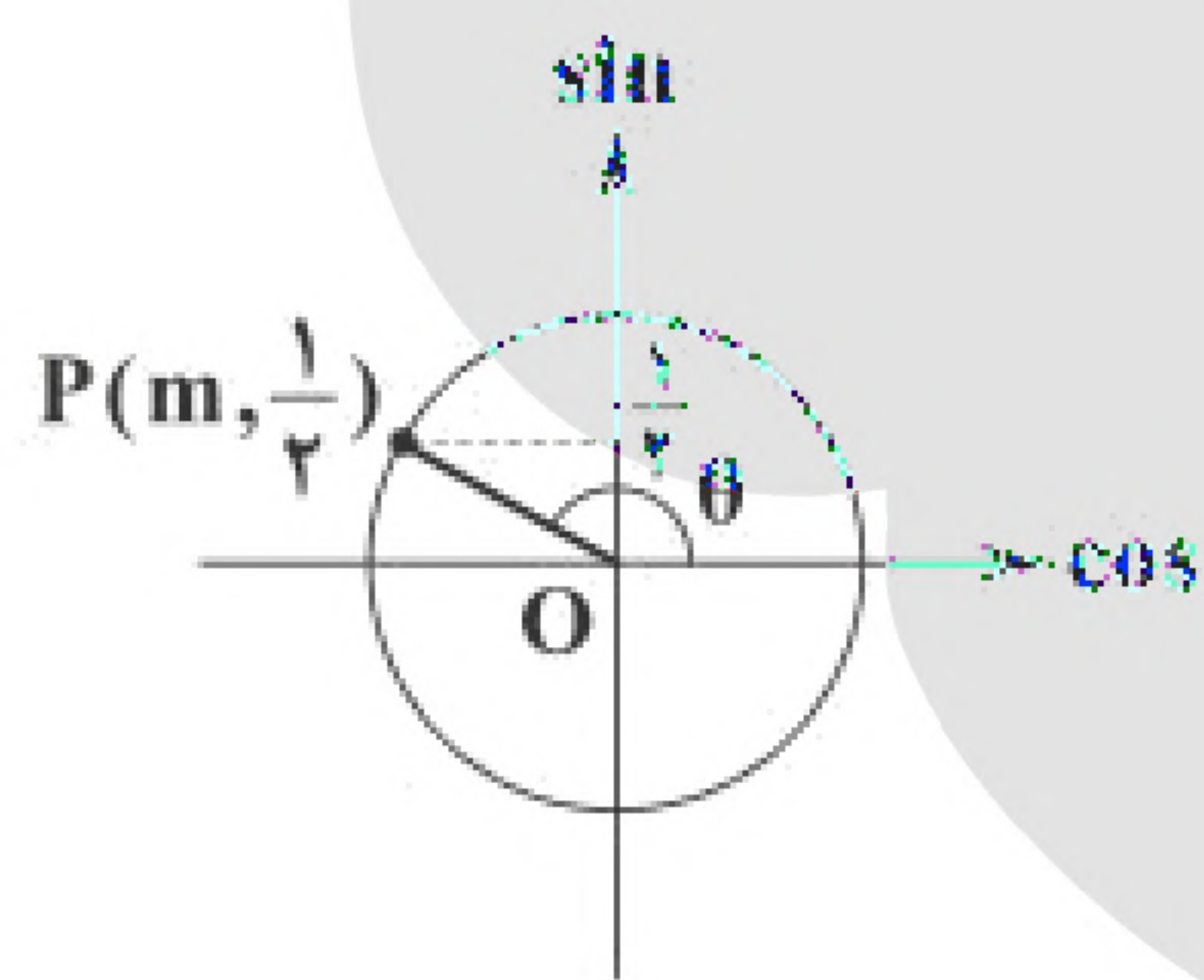
$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} + \cos^2 \theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow[\cos \theta < 0]{\theta \text{ در ربع دوم}} \cos \theta = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3} \cos \theta - 3 \tan \theta = \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 3 \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{3}{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \frac{3}{2}$$

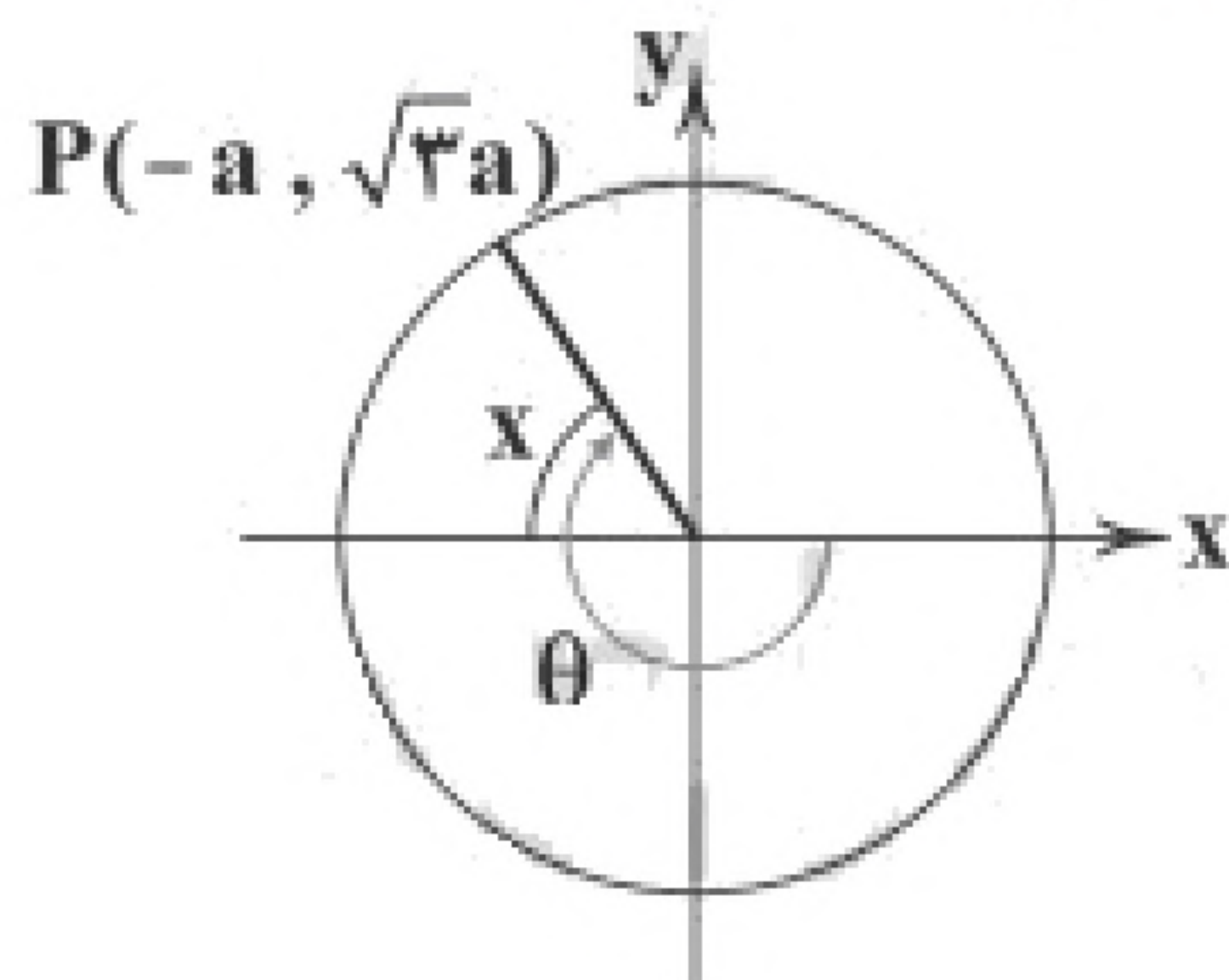






$$\theta = -(180^\circ + x)$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اولاً با توجه به شکل:



$$\tan x = \frac{|\sqrt{3}a|}{|-a|} = \sqrt{3} \Rightarrow x = 60^\circ$$

$$\theta = -(180^\circ + 60^\circ) = -240^\circ$$

از طرفی داریم:

بنابراین:

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{4 \cos^2 60^\circ - \sin^2 30^\circ}{2 \cot^2 60^\circ - \frac{3}{2} \cos^2 45^\circ} = \frac{4 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{4}}{2 \times \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{-\frac{1}{12}} = -9$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول زیر، حاصل عبارت را می‌یابیم:

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	تعریف نشده
cot	$\sqrt{3}$	۱	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

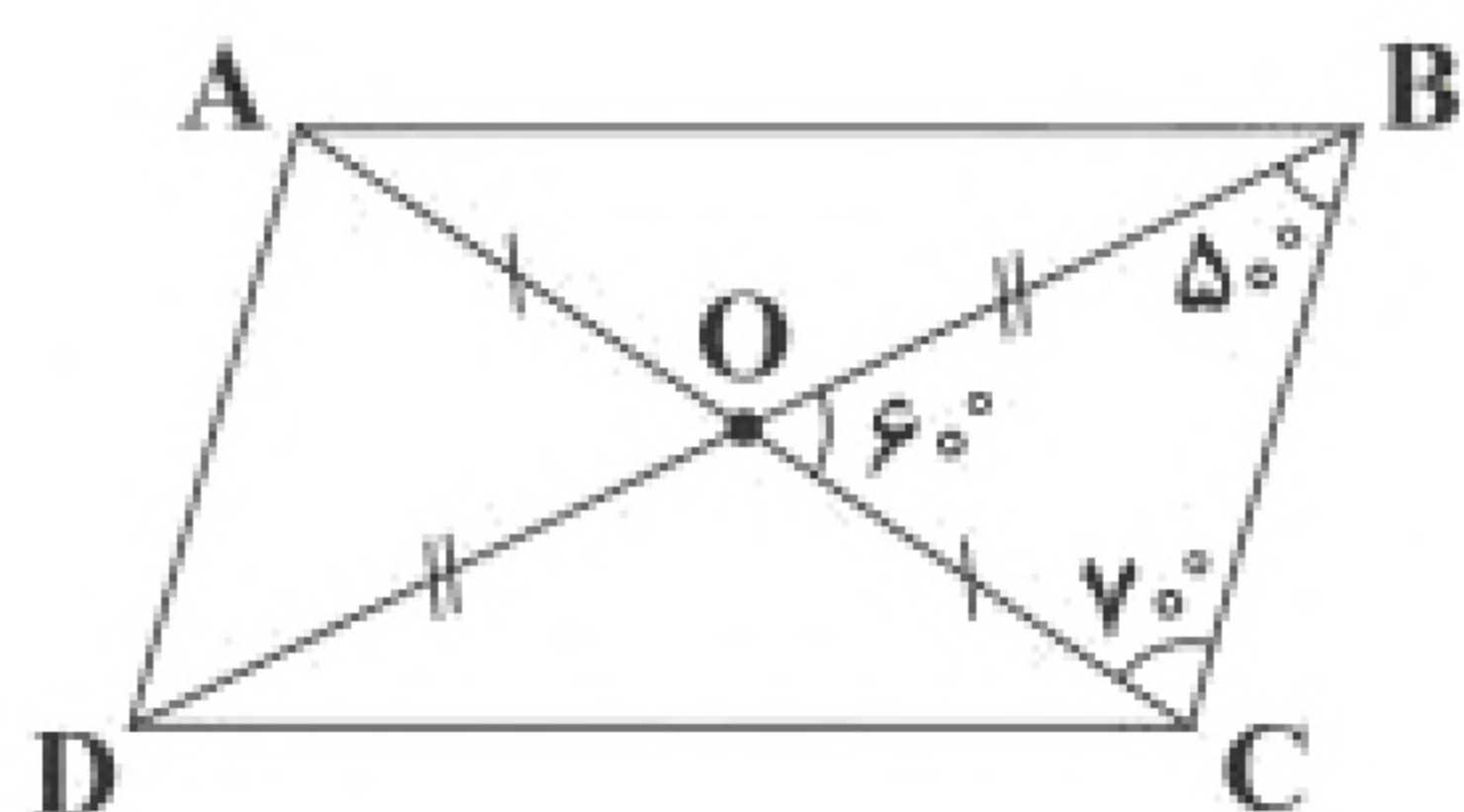
$$\text{حاصل} = \frac{1 + 3\sqrt{3} - 2\left(\frac{1}{2}\right) + \sqrt{3}}{2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1)} = \frac{1 + 3\sqrt{3} - 1 + \sqrt{3}}{2\left(\frac{2}{4}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} - 1}$$

$$= 4 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -8$$





۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\widehat{BOC} = 180^\circ - (\widehat{AOB} + \widehat{COD}) = 180^\circ - (120^\circ + 120^\circ) = 60^\circ$$

$$\sin 60^\circ = \sin(180^\circ - 120^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در متوازی الاضلاع قطرهای منصف‌اند و داریم:

$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle OAB} = 4 \left( \frac{1}{2} OB \times OC \times \sin 60^\circ \right)$$

بنابراین:

$$= 4 \left( \frac{1}{2} \times \frac{BD}{2} \times \frac{AC}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 4 \left( \frac{1}{2} \times \frac{8}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{4 \times 8 \times 5}{16} \times \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta} \xrightarrow{\div \cos \theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{\cos \theta}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = \frac{1 - \tan \theta}{1 + \tan \theta} = \frac{1 - (-2)}{1 + (-2)} = \frac{3}{-1} = -3$$

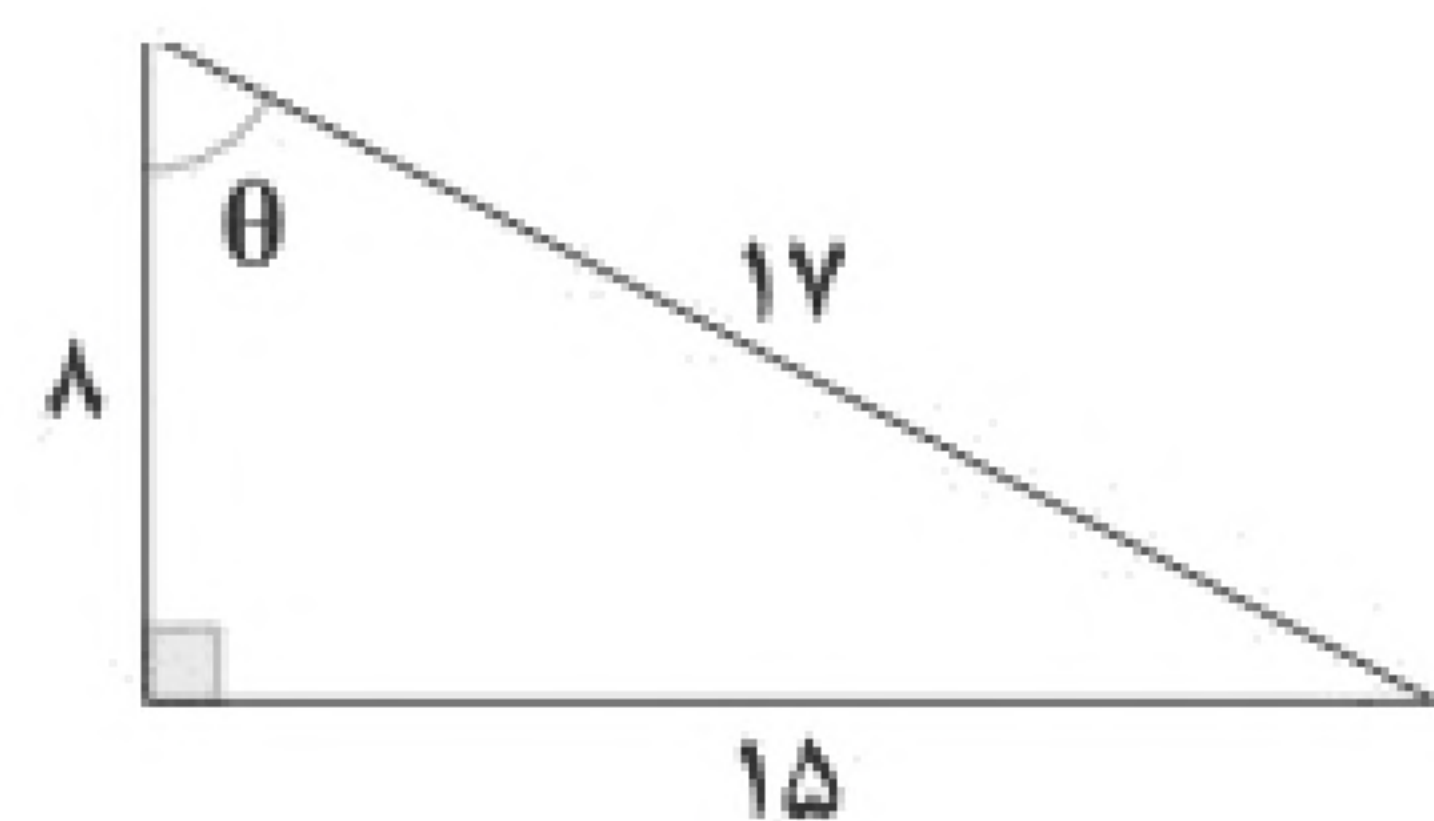
۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \cos^2 \theta$$

$$\left( \tan \theta + \frac{1}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) (\cos^2 \theta) = \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} (1 - \sin \theta) \cos^2 \theta$$

$$= \frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta) (\cancel{\cos \theta})}{\cancel{\cos \theta}} = (1 - \sin^2 \theta) \cos \theta = \cos^2 \theta \times \cos \theta = \cos^3 \theta$$

۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شیب خط داده شده  $\frac{15}{8}$  است. پس  $\tan \theta = \frac{15}{8}$  خواهد بود. برای راحتی محاسبه مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر را در نظر می‌گیریم، سه عدد ۸، ۱۵ و ۱۷ اعداد فیثاغورسی هستند.



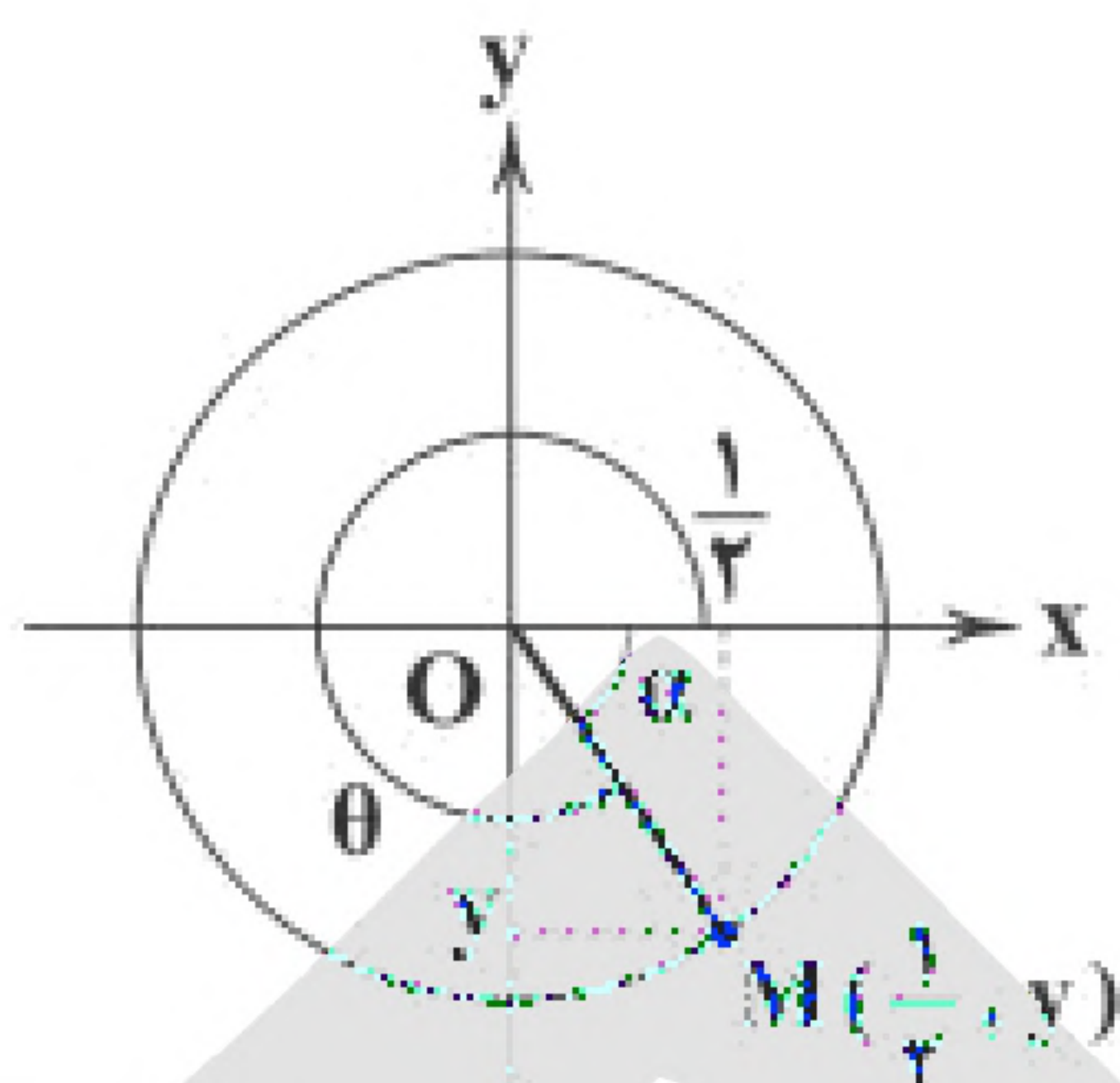
$$8 \tan \theta + 17 \sin \theta = 8 \times \frac{15}{8} + 17 \times \frac{15}{17} = 30$$





۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\cos \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{OM} = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \Rightarrow \theta = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = -y = -\sin \alpha = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \theta = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \tan \theta = -\sqrt{3}$$

$$\frac{4 \cos \theta - 2 \sin \theta}{2 + \tan \theta} = \frac{4\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{4 + 3 + 4\sqrt{3}}{4 - 3} = 7 + 4\sqrt{3}$$





۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3 \sin^2 \theta \cos \theta}{1 - \tan \theta} \cdot \frac{\times \cos \theta}{\times \cos \theta} = \frac{3 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos \theta - \sin \theta}$$

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{14}}{5} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{14}{25}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = 0.56 - 1 = -0.44 \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = -0.22 \quad (۱)$$

به علاوه داریم:

$$(\cos \theta - \sin \theta)^2 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 1 - 2(-0.22) = 1/44$$

$$\xrightarrow{\text{در ربع دوم}} \frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta - \sin \theta} = -\sqrt{1/44} = -1/2 \quad (۲)$$

$$\text{حاصل} = \frac{3 (\sin \theta \cos \theta)^2}{\cos \theta - \sin \theta} \xrightarrow{(۲) \text{ و } (۱)} \frac{3 (-0.22)^2}{-1/2} = \frac{3 \times \frac{22}{100} \times \frac{22}{100}}{-\frac{12}{100}}$$

$$= -\frac{11 \times 11 \times 3}{100 \times 100 \times 10} = -\frac{121}{10000} = -0.00121$$





۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به جدول زیر داریم:

	۳۰°	۶۰°	۴۵°	۹۰°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۱
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۰
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	۱	تعریف نشده
cot	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	۰

$$\frac{2 + 2 \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 45^\circ \cos 90^\circ}{\sqrt{3} \sin 60^\circ \sin 90^\circ - \tan 60^\circ \sin 45^\circ - 1}$$

$$= \frac{2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) (0)}{\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) (1) - (\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - 1} = \frac{2 + \frac{1}{2}}{\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} - 1} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}}$$

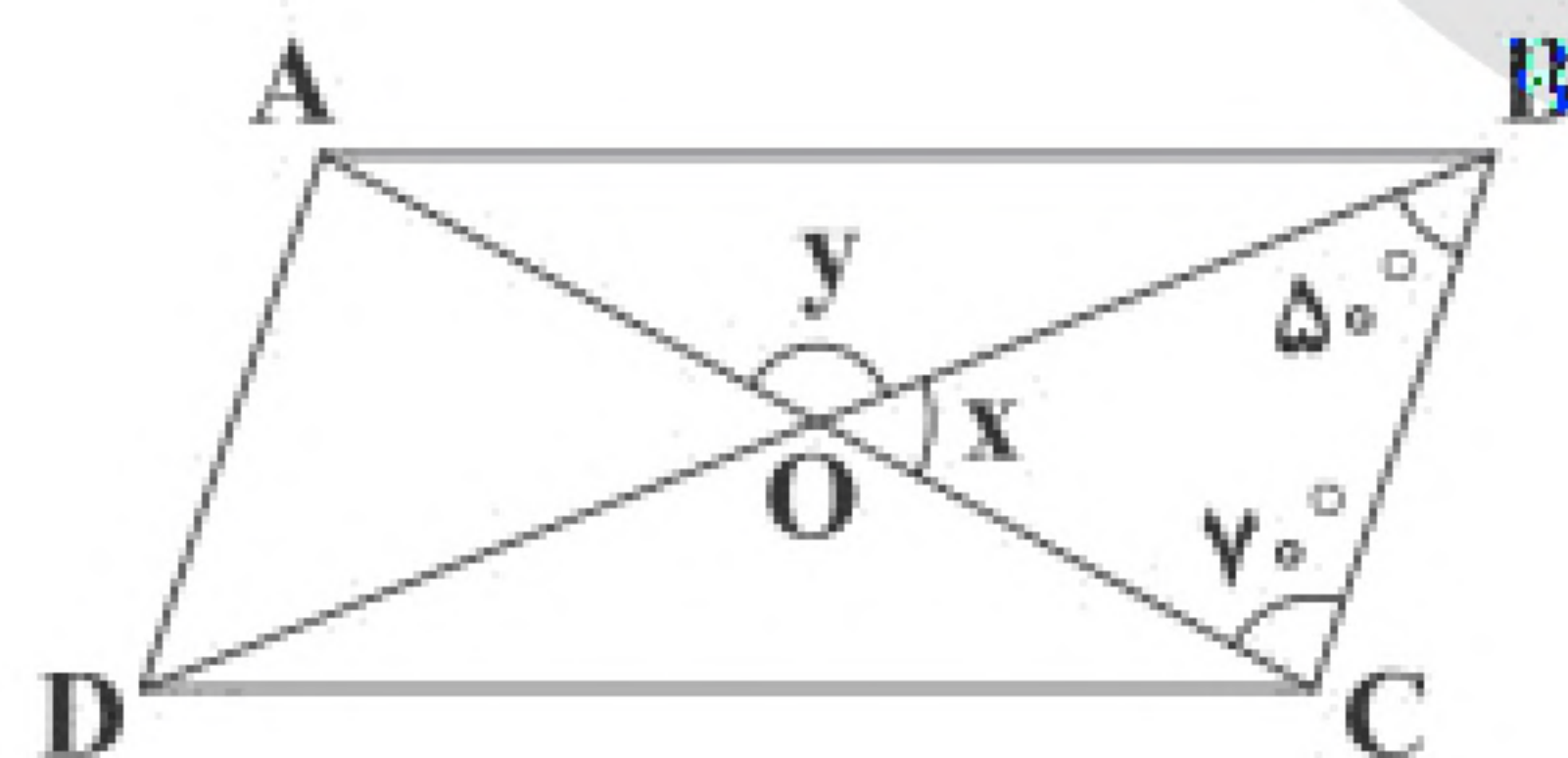
$$= \frac{5}{1 - \sqrt{6}} \times \frac{1 + \sqrt{6}}{1 + \sqrt{6}} = \frac{5(1 + \sqrt{6})}{1 - 6} = \frac{5(1 + \sqrt{6})}{-5} = -(1 + \sqrt{6}) = -1 - \sqrt{6}$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \sin x (2 + \cos x) > \tan x (2 + \cos x) \\ \cos x (1 + \cot^2 x) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x > \tan x \quad (1) \\ \cos x > 0 \quad (2) \end{cases}$$

در نواحی دوم و چهارم رابطه‌ی (۱) و در نواحی اول و چهارم رابطه‌ی (۲) برقرار است. پس  $x$  در ناحیه‌ی چهارم قرار دارد.

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$OB = OD = \frac{8}{2} = 4$$

$$OA = OC = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = 70^\circ + 50^\circ = 120^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$S_{ABCD} = 2 S_{OBC} + 2 S_{OAB}$$

$$= OB \times OC \times \sin x + OA \times OB \times \sin y$$

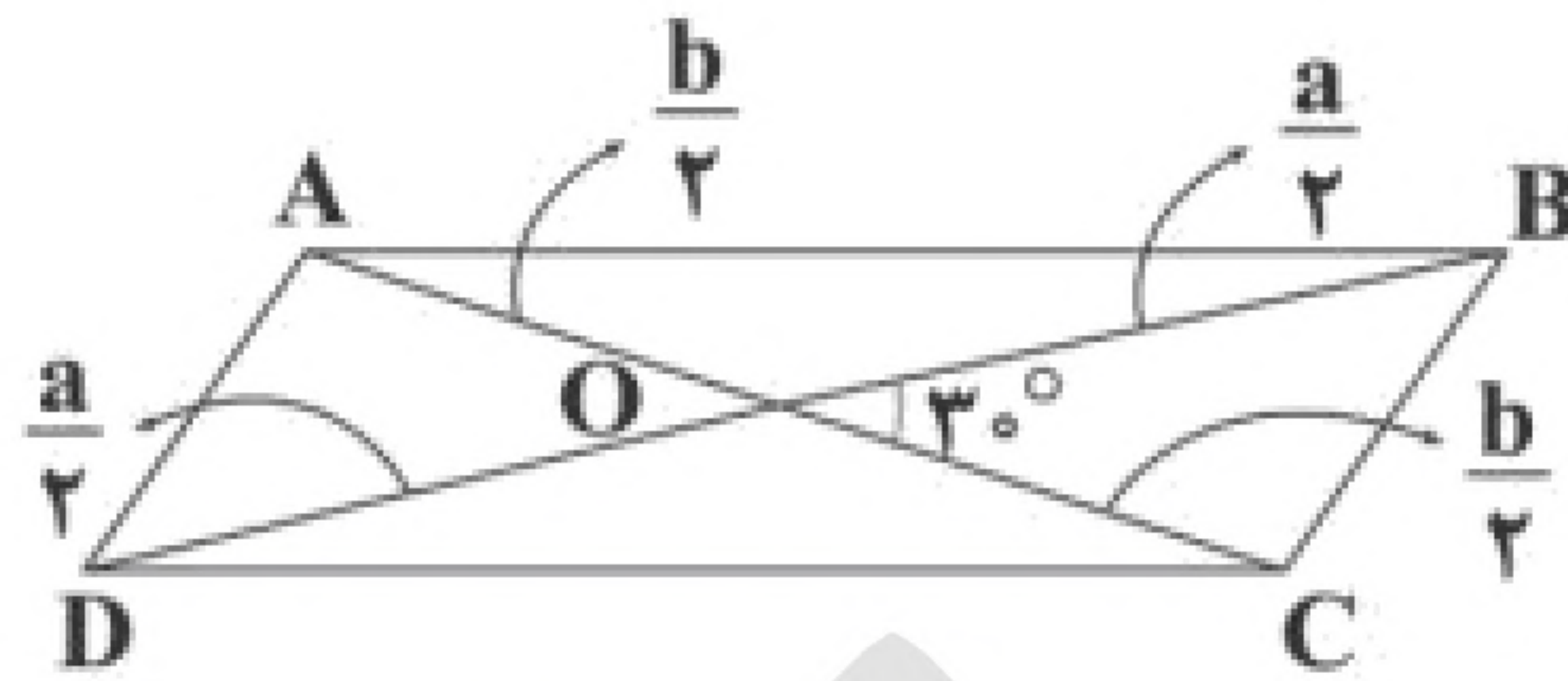
$$= 4 \times 3 \times \sin 60^\circ + 4 \times 3 \times \sin 120^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$





۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث OAB و OBC در رأس B هم ارتفاع‌اند و قاعده‌های OA و OC با هم برابرند. در نتیجه:  
از طرفی داریم:

$$S_{\triangle OAB} = S_{\triangle OBC} \quad (*)$$



$$\begin{cases} S_{\triangle OAB} = S_{\triangle ODC} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{b}{2} \times \sin 150^\circ \\ S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{b}{2} \times \sin 30^\circ \end{cases} \xrightarrow{(*)} \sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 4S_{\triangle OBC} = 4 \left( \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{24}{2} \times \sin 30^\circ \right) = 4 \left( \frac{1}{2} \times \frac{15}{2} \times \frac{24}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{4 \times 15 \times 24}{4} = 90$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مختصات نقاط روی دایره مثلثاتی همواره به صورت  $(\cos \theta, \sin \theta)$  است  $\theta$  زاویه مثلثاتی براساس دوران نقطه ساخته می‌شود.

$$\left( -\frac{x}{4} \right)^2 + \left( \frac{\sqrt{x+14}}{4} \right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{x+14}{16} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \text{ ق ق} \Rightarrow P \left( -\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4} \right) \Rightarrow P' = \left( \frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4} \right) \\ x=-2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

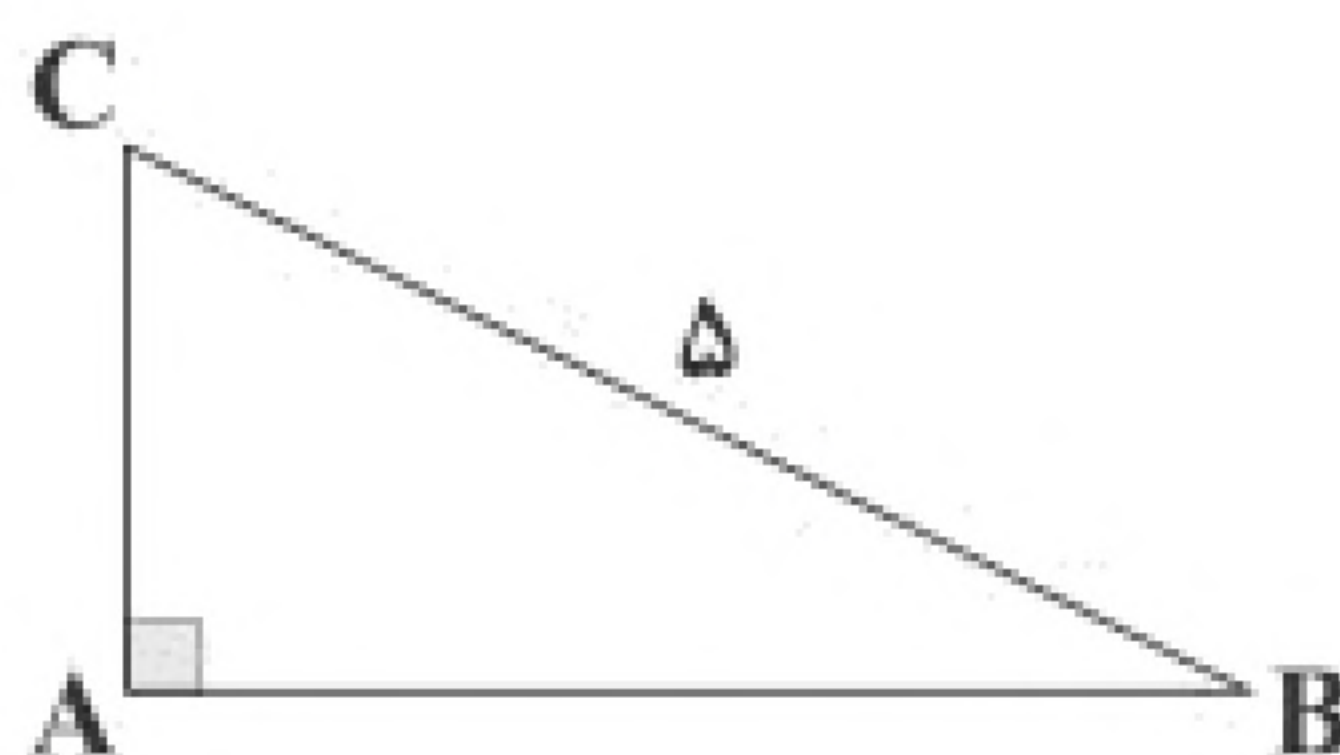
$$\triangle DCE: \hat{D} = 90^\circ, \hat{E} = 30^\circ \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$

$$S_{ABCF} = CB \times CF \times \sin \hat{C} = 5\sqrt{3} \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30$$





۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2AC \quad (*)$$

از طرفی بنا به رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow[\text{BC}=5]{(*)} 2AC^2 + AC^2 = 25 \Rightarrow 3AC^2 = 25$$

$$\Rightarrow AC^2 = \frac{25}{3} \Rightarrow AC = \sqrt{\frac{25}{3}} \xrightarrow{(*)} AB = 2AC = 2\sqrt{\frac{25}{3}}$$

$$\widehat{ABC} \text{ مساحت} = \frac{AC \times AB}{2} = \frac{\sqrt{\frac{25}{3}} \times 2\sqrt{\frac{25}{3}}}{2} = 25$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

$$\sin^2 \theta \neq \sin^2 \theta \quad (\sin 36^\circ \neq (\sin 6^\circ)^2)$$

(۱) نادرست است:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

(۲) درست است:

$$\cos(36^\circ + 6^\circ) \neq \frac{\cos 36^\circ + \cos 6^\circ}{2}$$

(۳) نادرست است:

$$\sin 6^\circ = \sin(2 \times 3^\circ) \neq 2 \sin 3^\circ$$

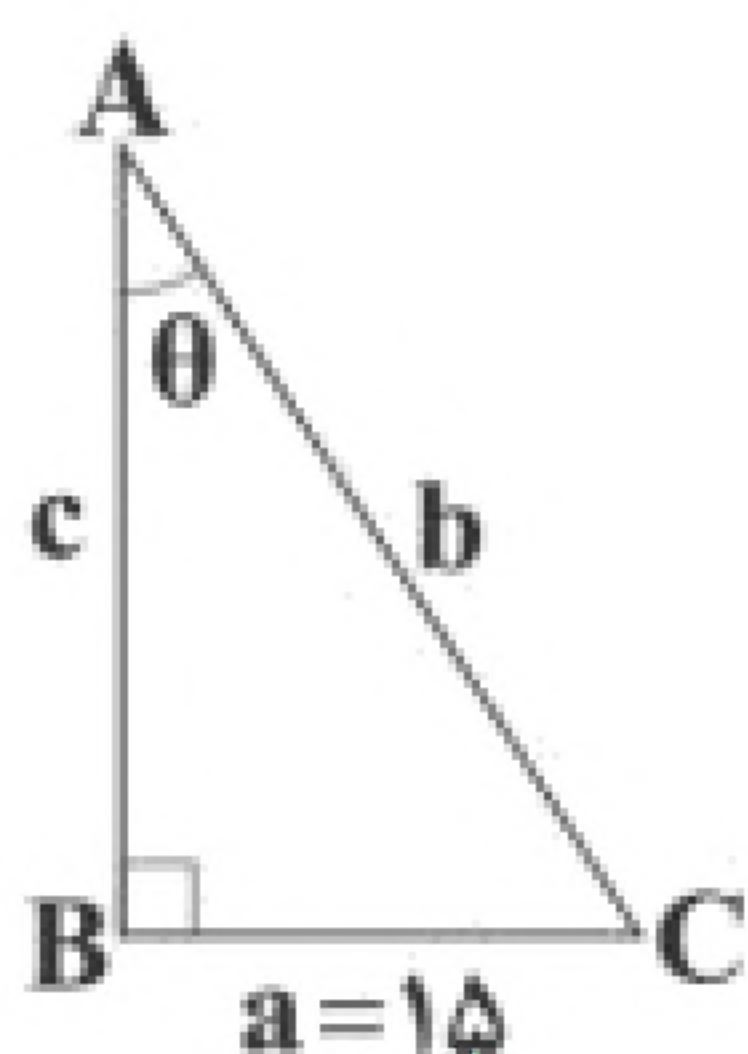
(۴) نادرست است:





«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\tan \hat{A} = \tan \theta = \frac{a}{c} = \frac{15}{c} = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{60}{3} = 20$$

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \Rightarrow 1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{\left(\frac{c}{b}\right)^2} \Rightarrow 1 + \frac{9}{16} = \frac{b^2}{c^2} \Rightarrow \frac{25}{16} = \frac{b^2}{20^2}$$

$$\Rightarrow b^2 = \frac{25 \times 400}{16} = 25 \times 25 \Rightarrow b = 25$$

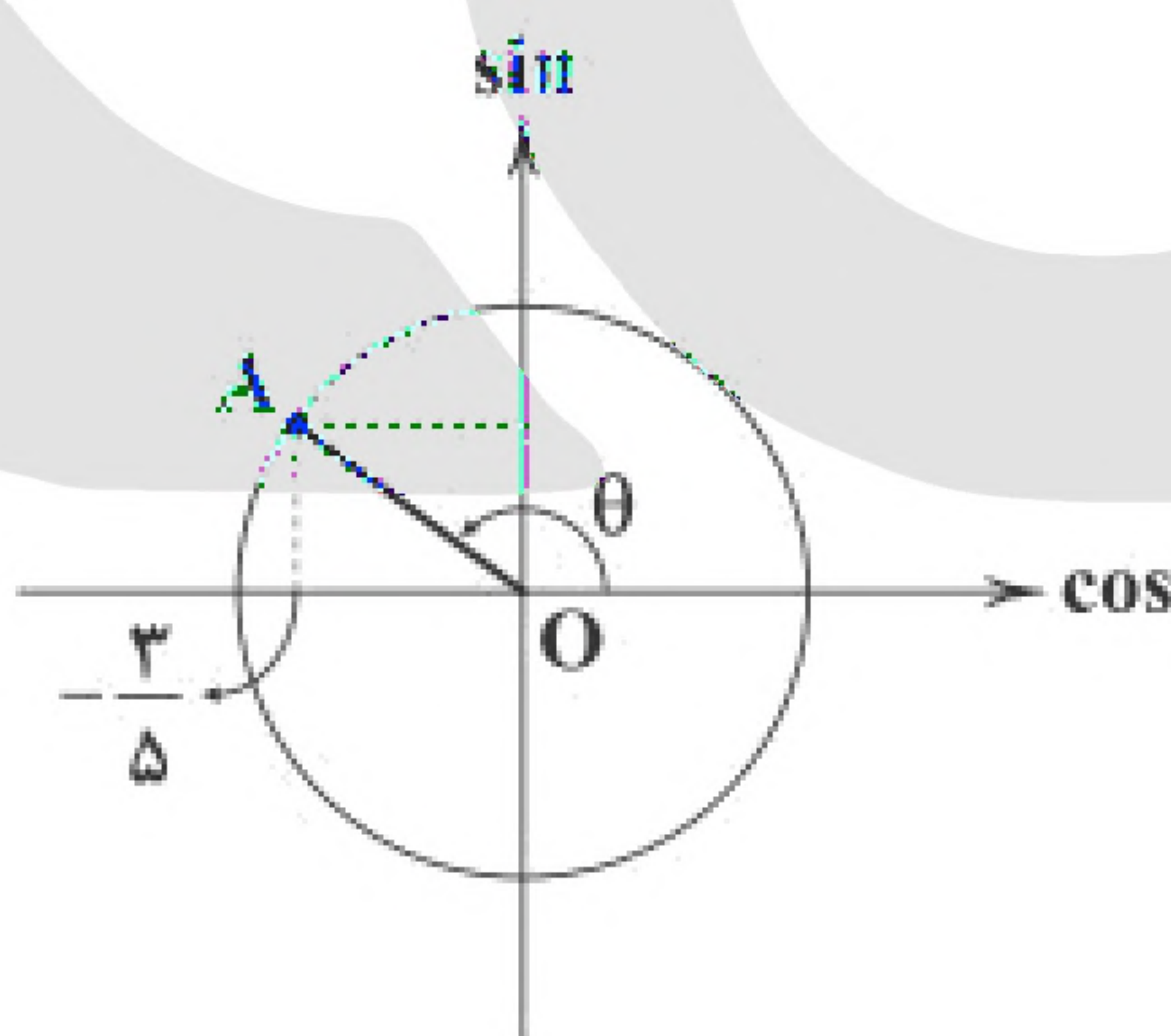
$$\Rightarrow \text{محیط} \Rightarrow a + b + c = 15 + 25 + 20 = 60$$

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\cos \theta = -\frac{3}{5}$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} \Rightarrow \sin \theta = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$

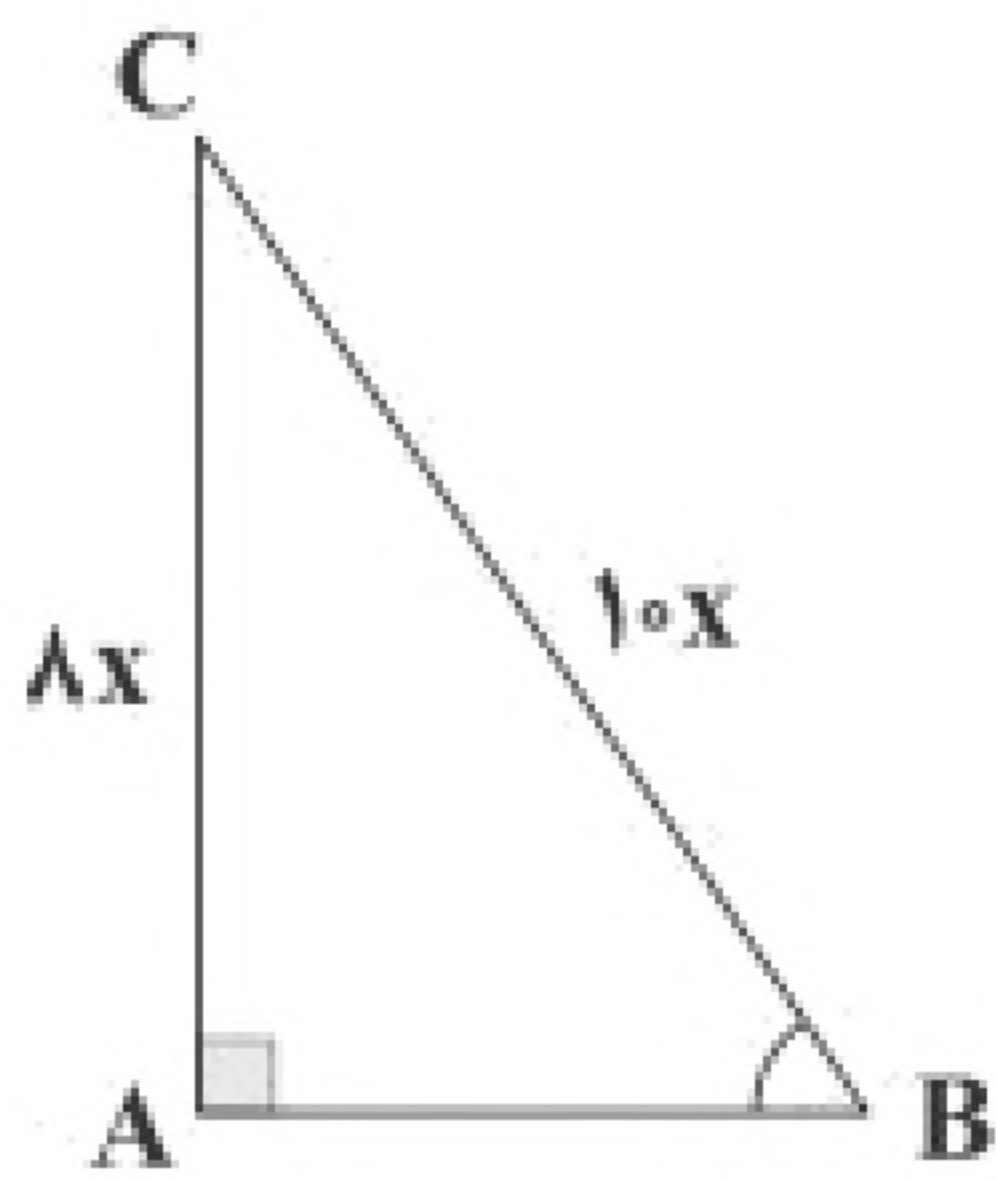


$$\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\tan \theta} = \frac{\frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right)}{-\frac{4}{3}} = \frac{\frac{7}{5}}{-\frac{4}{3}} = -\frac{7 \times 3}{4 \times 5} = -\frac{21}{20}$$





۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} \Rightarrow \begin{cases} AC = 8x \\ BC = 10x \end{cases}$$

پس بنا به رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 100x^2 - 64x^2 = 36x^2 \Rightarrow AB = 6x$$

$$\Rightarrow \tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{6x}{8x} = \frac{3}{4} = 0.75$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2 \sin \alpha + \cos \alpha = 2 \xrightarrow{\text{توان دو}} 4 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 4 \sin \alpha \cos \alpha = 4$$

$$\Rightarrow 4 \sin^2 \alpha + 1 - \sin^2 \alpha = 4(1 - \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$\Rightarrow 1 - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{3 \sin^2 \alpha + 1}{4}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$4 \sin^2 x + 4 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \sin x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

چون  $\sin x < 0$  است و  $x$  در ناحیه‌ی چهارم قرار ندارد پس در ناحیه‌ی سوم قرار دارد.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{\pm \sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\cos x < 0} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot x = \sqrt{3}$$

$$A = \frac{-\frac{1}{2} + \sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\sqrt{3} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \right)} = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{1 + 3} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$





۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در این دو زاویه  $\theta$  و  $OAB$  با هم برابرند.

$$\sin(\theta) = \sin(\widehat{OAB}) = \frac{|OB|}{|OA|} \Rightarrow |OA| \sin \theta = |OB| = 1$$

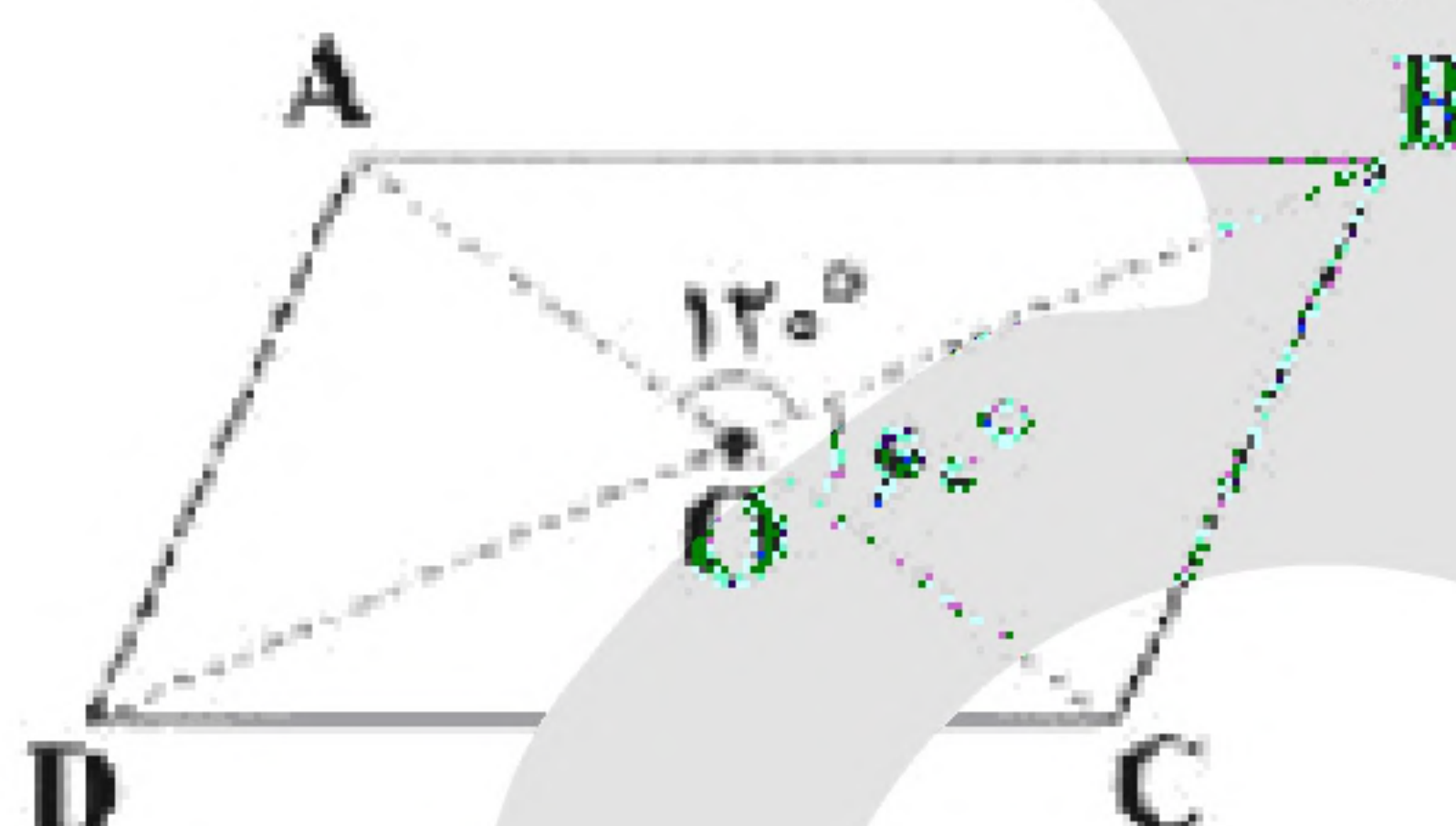
۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\tan \alpha = \sqrt{3} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده}} \alpha = 60^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha + \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{1 + \cos \alpha - \cot(\alpha - 15^\circ)} = \frac{\sin 60^\circ + \sin 30^\circ}{1 + \cos 60^\circ - \cot 45^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} - 1} = \frac{\frac{\sqrt{3}+1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 + \sqrt{3}$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یادآوری: در متوازی‌الاضلاع، قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند. همچنین می‌دانیم قطرهای متوازی‌الاضلاع آن را به چهار مثلث معادل (هم‌مساحت) تقسیم می‌کند.



$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle OBC}$$

از طرفی دو زاویه  $\widehat{AOB}$  و  $\widehat{BOC}$  مکمل یکدیگرند، بنابراین  $\widehat{BOC} = 60^\circ$  است و داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} \times OB \times OC \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{BD}{2} \times \frac{AC}{2} \times \sin 60^\circ = \frac{1}{8} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{8} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع با داشتن دو قطر و زاویه‌ی بین آن‌ها برابر است با:

$$S_{ABCD} = 4S_{\triangle OBC} \Rightarrow S_{ABCD} = 4 \times \frac{15\sqrt{3}}{4} = 15\sqrt{3}$$





۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: دو طرف تساوی را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin x \cancel{\cos x}}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + \tan x = 1 + \tan^2 x \Rightarrow \tan x = 1 \Rightarrow x = 45^\circ$$

روش دوم: گزینه‌ها را چک می‌کنیم، فقط  $x = 45^\circ$  صدق می‌کند.

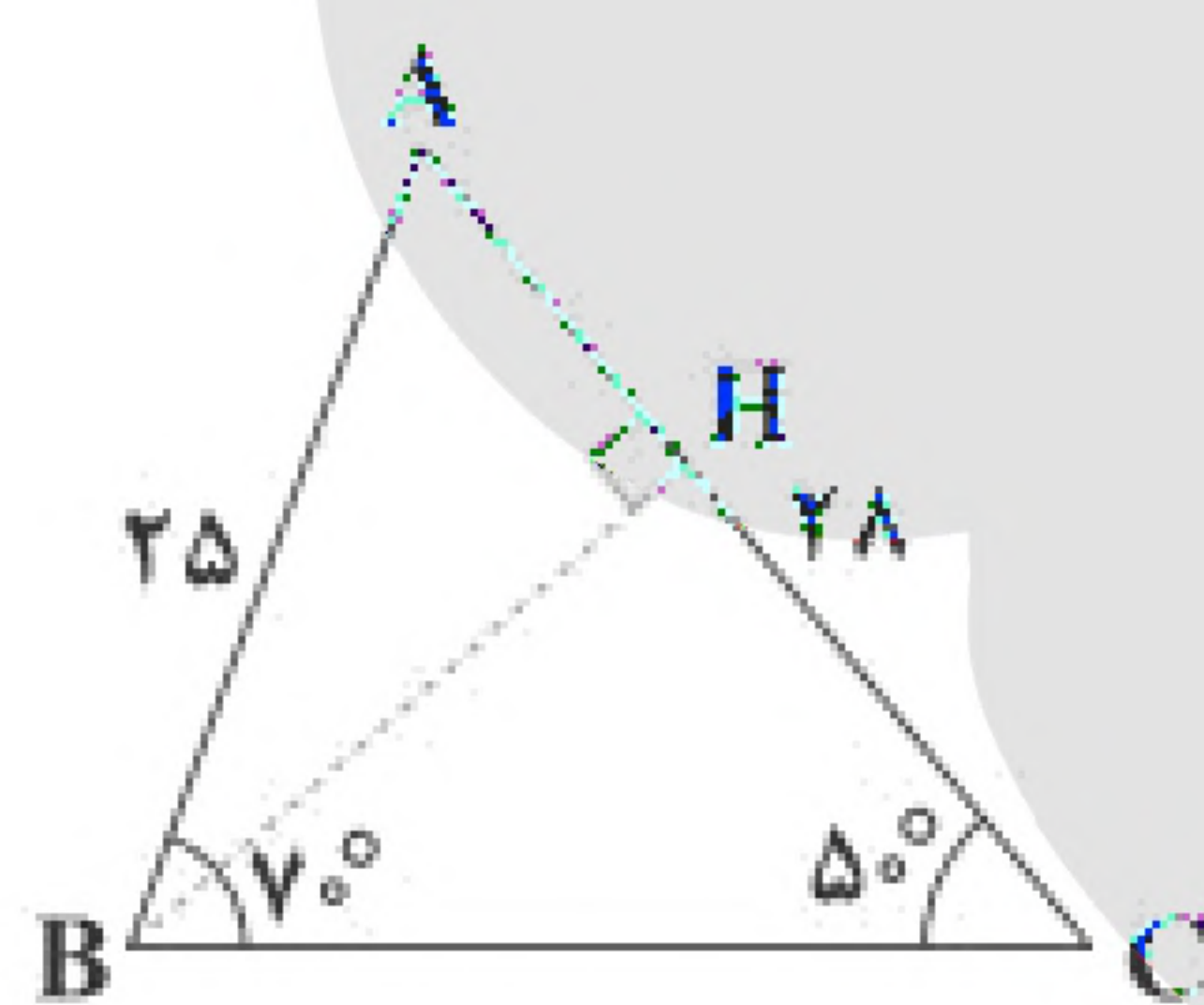
۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ،  $\hat{A} = 90^\circ$ . بنابراین دو زاویه  $B$  و  $C$  متمم یک‌دیگرند و می‌دانیم برای دو زاویه متمم  $B$  و  $C$  رابطه‌های زیر برقرار است:

$$\sin \hat{C} = \cos \hat{B}, \cos \hat{C} = \sin \hat{B}$$

با توجه به این روابط داریم:

$$\frac{\sin^2 \hat{C} + \sin^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{B}}{\cos^2 \hat{A} + \cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C}} \stackrel{A=90^\circ}{=} \frac{\sin^2 \hat{C} + 1 + \cos^2 \hat{C}}{1 + \cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B}} = \frac{1+1}{1} = 2$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\hat{A} = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 25 \times 28 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 25 \times 7 \times \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 175\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BH \times AC \Rightarrow 175\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times BH \times 28$$

$$\Rightarrow 14BH = 175\sqrt{3} \Rightarrow BH = \frac{175\sqrt{3}}{14} = 25 \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\frac{1}{2}\sqrt{3}$$