

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

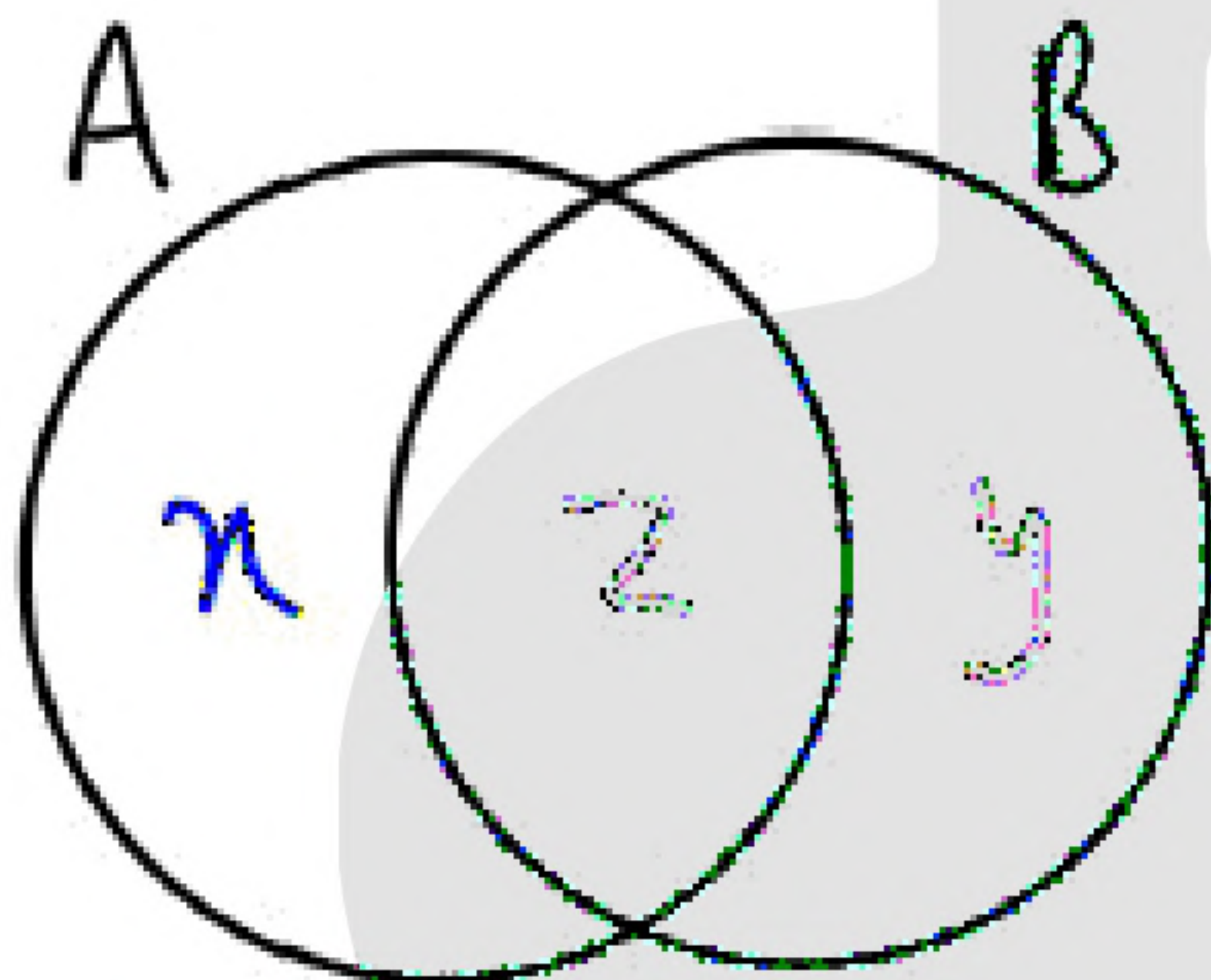
دنباله فوق باید یک دنباله ثابت باشد لذا در دنباله ثابت $d = 0$ و $r = 1$ است پس $r + d = 1$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{فرض: } d = 1 \Rightarrow 6(a+1)^2 = 5(a+2)a + 3(a+1)a \Rightarrow 6a^2 + 12a + 6 = 8a^2 + 13a$$

$$\Rightarrow 2a^2 + a = 6 \begin{cases} a = -2 \Rightarrow a_4 = a + 3 = 1 \checkmark \\ a = 1/5 \Rightarrow a_4 = a + 3 = 4/5 \end{cases}$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} (x+z) - (z+y) = 14 \\ (x+y+z) - z = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 14 \\ x + y = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 17 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$n(B - A) = y = 3$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات دنباله هندسی را $t_1, t_1 r, t_1 r^2, \dots$ در نظر می‌گیریم. پس جملات دنباله

حسابی $\dots, \frac{t_1 r^2}{2}, \frac{t_1 r}{2}, \frac{t_1}{2}$ خواهند بود. حال با توجه به ویژگی جملات متوالی دنباله حسابی داریم:

$$\frac{t_1}{2} + \frac{t_1 r^2}{2} = 2 \left(\frac{t_1 r}{2} \right) = t_1 r \Rightarrow 1 + r^2 = 2r \Rightarrow r^2 - 2r + 1 = (r-1)^2 = 0 \Rightarrow r = 1$$

یعنی هر دو دنباله ثابت هستند، پس $d = 0$ و در نتیجه $r + d = 1$ است.

$$a_1 + a_3 + a_5 = 152 \Rightarrow a + aq^1 + aq^2 = 152$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_4 + a_5 + a_6 = 513 \Rightarrow aq^3 + aq^4 + aq^5 = 513 \Rightarrow q^3(a + aq^1 + aq^2) = 513 \Rightarrow q^3 = \frac{513}{152}$$

$$= \frac{27}{8} \Rightarrow q = \frac{3}{2}$$

$$a + aq^1 + aq^2 = 152 \Rightarrow a \left(1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{4} \right) = 152 \Rightarrow a \left(\frac{19}{4} \right) = 152 \Rightarrow a = 32$$



۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{مجموعه مورد نظر} &= [B' \cap (A' \cup B')] \cap [(A' \cup B') \cap (A \cup B)] = [B' \cap (A' \cup B')] \cap (A \cup B) \\ &= B' \cap (A \cup B) = \underbrace{(B' \cap A) \cup (B' \cap B)}_{\emptyset} = A \cap B' = A - B \end{aligned}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n(A) = x \Rightarrow 2^x - 2^{\frac{x}{2}} = \frac{3}{4} \times 2^x \Rightarrow \frac{1}{4} \times 2^x = 2^{\frac{x}{2}} \Rightarrow 2^{x-2} = 2^{\frac{x}{2}} \Rightarrow x-2 = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$n(B) = y \Rightarrow 2^y - 2^{\frac{y}{2}} = \frac{1}{2} \times 2^y \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2^y = 2^{\frac{y}{2}} \Rightarrow 2^{y-1} = 2^{\frac{y}{2}} \Rightarrow y-1 = \frac{y}{2} \Rightarrow \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow y = 2$$

$$\frac{n(B)}{n(A)} = \frac{y}{x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

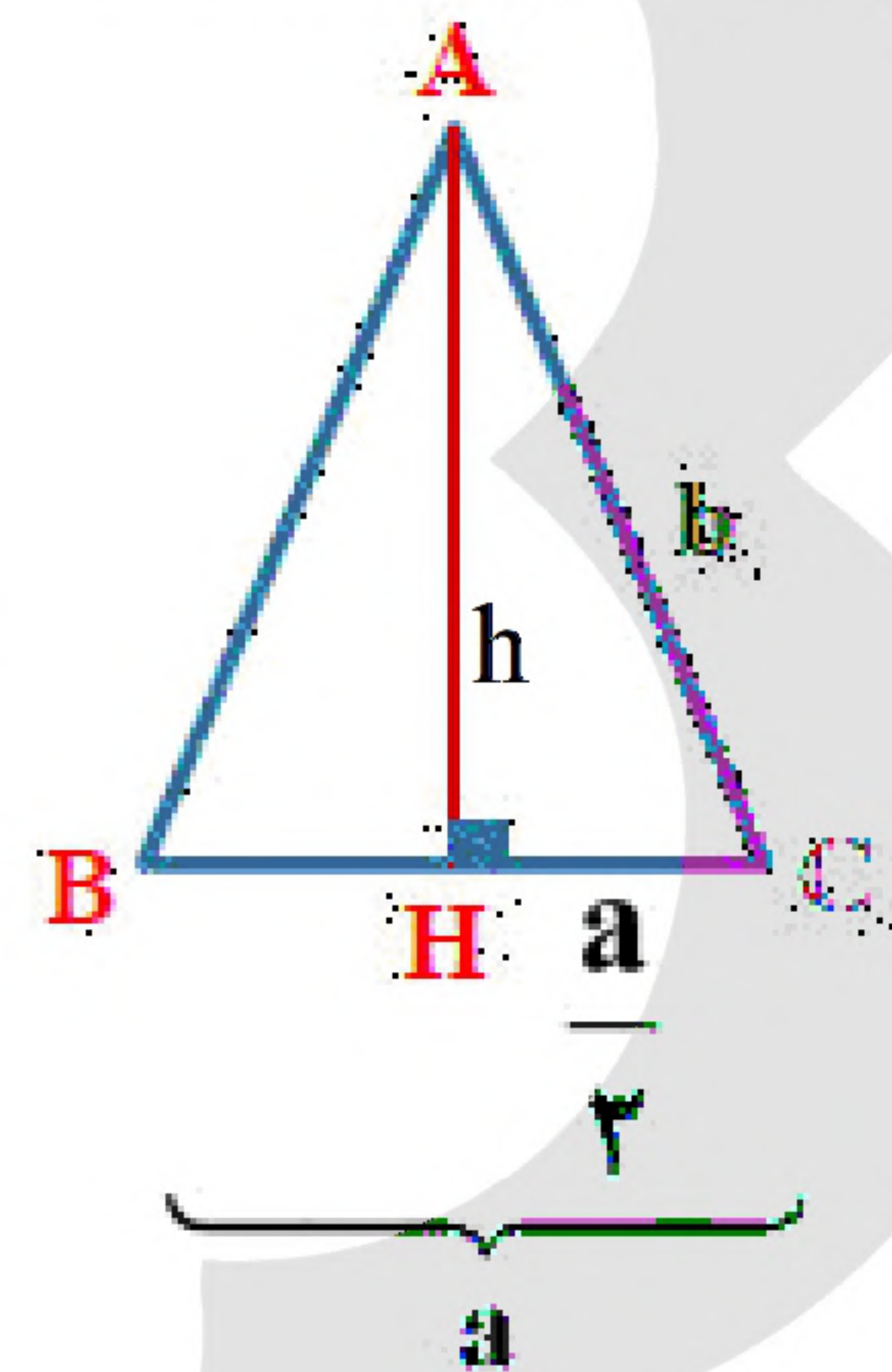
تذکر: وقتی زاویه بین دو ساق از 60° کمتر است، پس ضلع سوم، ضلع کوچکتر می‌شود.

$$\frac{a}{2}, h, b \Rightarrow \frac{b + \frac{a}{2}}{2} = h \Rightarrow b = 2h - \frac{a}{2} \quad (1)$$

$$\widehat{ABC} \Rightarrow b^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$\xrightarrow{(1)} \left(2h - \frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow a = \frac{2h}{3} \Rightarrow h = \frac{2}{3}a$$

$$d = h - \frac{a}{2} = \frac{2a}{3} - \frac{a}{2} = \frac{a}{6} \Rightarrow a = 6d$$



۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

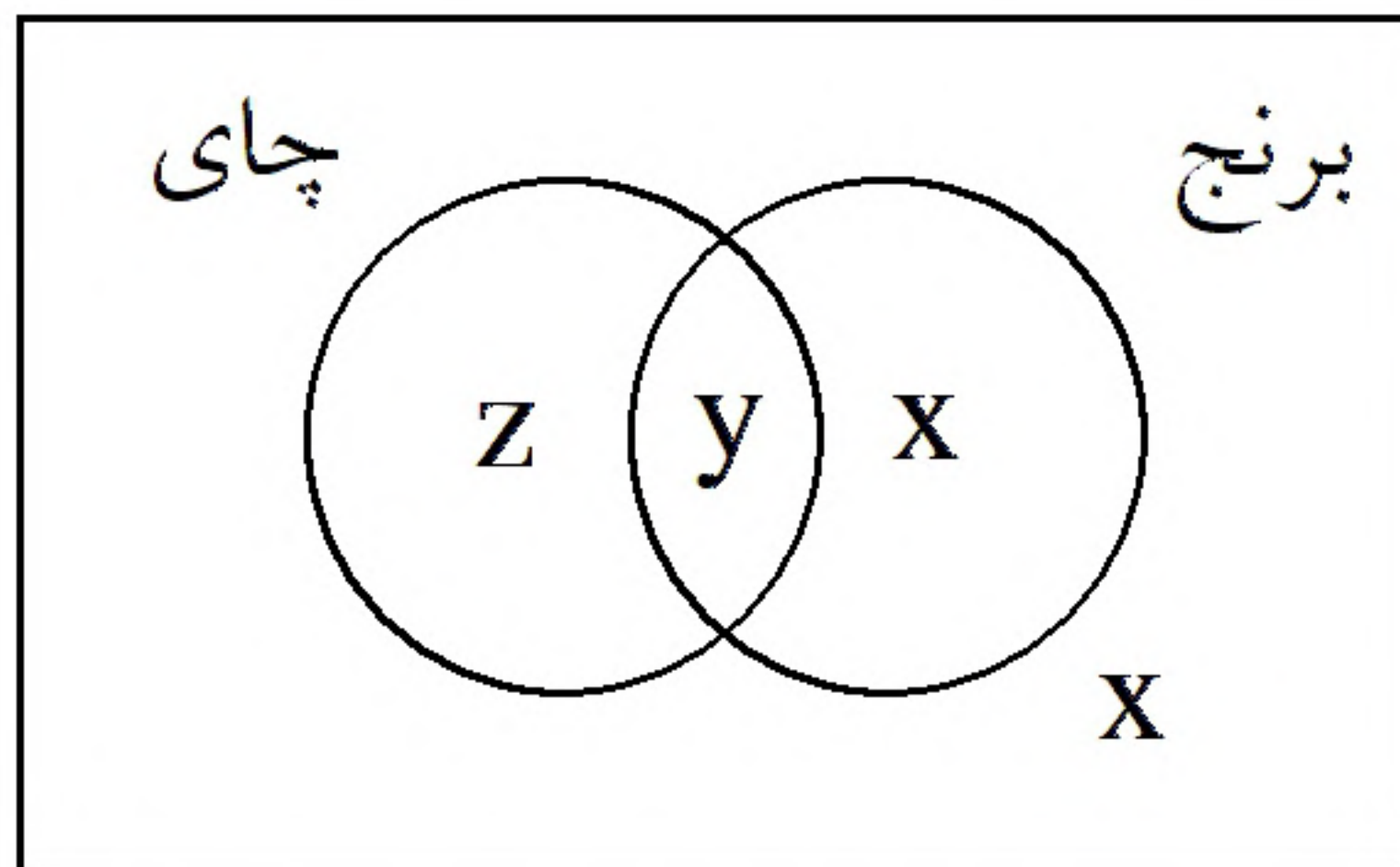
$$\left. \begin{aligned} \frac{a_8 - a_4}{4} &= d \\ \frac{b_7 - b_2}{5} &= d' \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \frac{d'}{d} &= \frac{4}{5} & b_n &: \text{الگوی خطی} \\ a_n &: \text{دنباله حسابی} \end{aligned}$$

$$b_{10} = 0 \Rightarrow b_1 + 9d' = 0$$

$$\frac{b_{15}}{d} = \frac{b_1 + 14d'}{d} = \frac{-9d' + 14d'}{d} = \frac{5d'}{d} = 5 \left(\frac{4}{5}\right) = 4$$



۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} x + y = 200 \\ y + z = 370 \\ 2x + y + z = 500 \end{cases} \xrightarrow{-} 2x = 130 \Rightarrow x = 65$$

$$\Rightarrow y = 200 - 65 = 135$$

$$\Rightarrow z = 370 - 135 = 235$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جملات دنباله هندسی را aq, aq^2, aq^4 در نظر می‌گیریم. پس دنباله حسابی به صورت $4a, 8aq, 16aq^2$ خواهد بود که باید داشته باشیم:

$$2(8aq) = 4a + 16aq^2 \xrightarrow{\div 4a} 4q = 1 + 4q^2 \Rightarrow 4q^2 - 4q + 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{دنباله هندسی: } a, \frac{1}{2}a, \frac{1}{4}a \\ \text{دنباله حسابی: } 4a, 4a, 4a \end{array} \right\} a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{16}a^2 = 12a \Rightarrow \frac{21a^2}{16} = 12a \Rightarrow a = \frac{16 \times 12}{21} = \frac{64}{7}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} a_n = an^2 + bn + c \\ a = -\frac{1}{5}(14) = -\frac{1}{5} \end{array} \right\} a_n = -\frac{1}{5}n^2 + bn + c$$

$$a_5 = 14 \Rightarrow -5 + 5b + c = 14 \Rightarrow 5b + c = 19$$

$$a_7 = 17/2 \Rightarrow -\frac{49}{5} + 7b + c = 17/2 \Rightarrow 7b + c = 27 \Rightarrow b = 4, c = -1$$

$$a_n = -0.2n^2 + 4n - 1$$

$$\frac{a_{15}}{a_1} = \frac{-0.2 \times 225 + 60 - 1}{-0.2 + 4 - 1} = \frac{14}{2/8} = 5$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در هر مرحله مساحت را ۹ برابر می‌کنیم، یعنی طول ضلع را ۳ برابر می‌کنیم، پس در هر مرحله محیط هم ۳ برابر می‌شود.

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_5 = 8 \\ a_{10} = 5 \end{cases} \Rightarrow a_1 = \frac{52}{5}, d = \frac{-3}{5} \Rightarrow a_{16} = \frac{52}{5} + 15\left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{7}{5} = 1/4$$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}, a_n = a_1 + (n - 1)d$$
 یادآوری:



۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد جملات هر دسته دنباله‌ای به صورت روبه‌رو تشکیل می‌دهند:

$$1, 2, 3, 6, 12, 24, \dots$$

به جز دو جمله اول بقیه دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ هستند و آخرین عضو هر دسته به جز دو دسته اول برابر

$$3 \times 2^{n-2} \text{ می باشد.}$$

$$\text{آخرین عضو دسته دوازدهم} = 3 \times 2^{12-2} = 3 \times 2^{10} = 3072$$

$$\text{اولین جمله دسته سیزدهم} = 3072$$

$$\text{آخرین عضو دسته سیزدهم} = 3 \times 2^{13-2} = 3 \times 2^{11} = 6144$$

$$\text{میانگین برابر است با: } \frac{3072 + 6144}{2} \text{ یعنی } 4608/5$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون ۵ جمله داریم پس جمله آخر $a_5 = a_1 q^4 \leq 100$ و قدر نسبت $q > 1$ است.

پس:

$$\text{مورد ۶} \quad a_1 (2)^4 \leq 100 \Rightarrow 16a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad \text{اگر } q = 2 \text{ باشد:}$$

$$\text{مورد ۱} \quad a_1 (3)^4 \leq 100 \Rightarrow 81a_1 \leq 100 \Rightarrow a_1 = 1 \quad \text{اگر } q = 3 \text{ باشد:}$$

پس در کل ۷ دنباله‌ی هندسی با این مختصات می‌توان نوشت.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموع جملات a_1 تا a_q را برابر ۱۹ قرار می‌دهیم:

$$a_0 + a_1 + \dots + a_q = (a_0 + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8)$$

$$= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + 2 + 0) + (1 + a + 1 + a + 2 + a)$$

$$= 25 + 3a = 19 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow \begin{cases} a_{30} = 2^{10} = 1024 \\ a_{29} = \left[\frac{29}{9+2} \right] - 2 = 2 - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات ۲۹ و ۳۰} = \frac{a_{29} + a_{30}}{2} = \frac{2^{10}}{2} = 2^9 = 512$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چند جمله‌ای اول دنباله را می‌نویسیم:

$$a_n: -1, 3, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \frac{9}{7}, \frac{11}{9}, \dots = \frac{+1}{-1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{3}, \frac{7}{5}, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{2n-1}{2n-3} \Rightarrow a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{100}$$

$$= (-1) \times \frac{3}{1} \times \frac{5}{3} \times \dots \times \frac{197}{195} \times \frac{199}{197} = (-1) \times 199 = -199$$



$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1} \Rightarrow a_{99} = \frac{1}{a_{100} - 1} = \frac{1}{\frac{k}{m} - 1} = \frac{1}{\frac{k-m}{m}} = \frac{m}{k-m}$$

$$\Rightarrow a_{98} = \frac{1}{a_{99} - 1} = \frac{1}{\frac{m}{k-m} - 1} = \frac{1}{\frac{m-k+m}{k-m}} = \frac{k-m}{2m-k}$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$1, 5, 11, 19, \dots \Rightarrow a_n = n^2 + n - 1$$

$$\xrightarrow{n=40} a_{40} = 40^2 + 40 - 1 = 1600 + 39 = 1639$$

$$A - (A - B) = A \cap B$$

$$B \cap (A \cap B)' = B \cap (A' \cup B') = (B \cap A') \cup (B \cap B') = (B - A) \cup \emptyset = B - A$$

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (B - A) = B$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \neq \emptyset$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 10d \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} b^2 = ac \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 10d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 20d^2 \Rightarrow 5a_1d - 6d^2 = 0 \Rightarrow d(5a_1 - 6d) = 0$$

$$a_1 = \frac{6}{5}d \xrightarrow{\text{در رابطه (۱)}} \frac{16}{5}d, \frac{36}{5}d, \frac{81}{5}d \Rightarrow q = \frac{\frac{36}{5}d}{\frac{16}{5}d} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

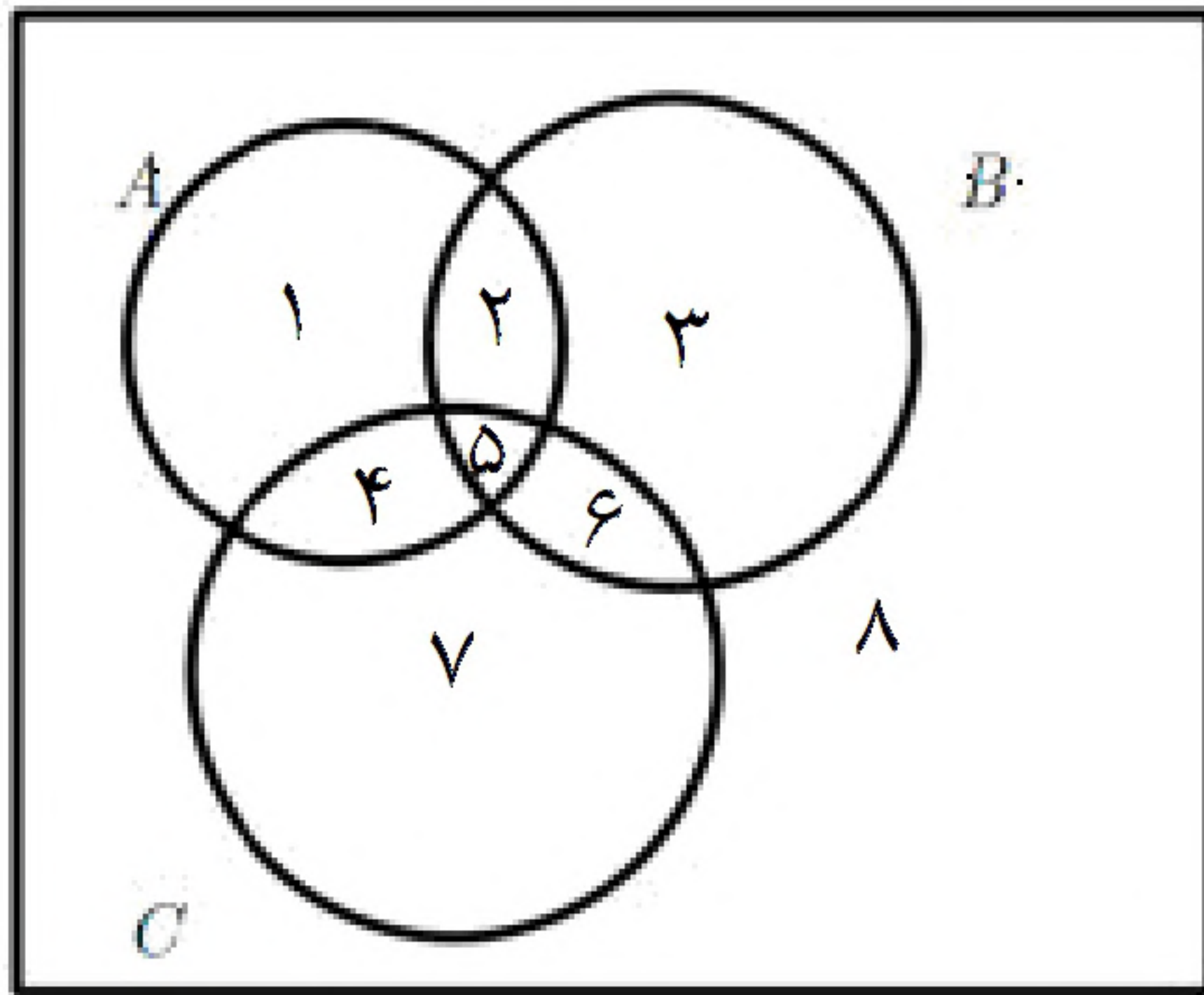
$$a_3, a_7, a_{16} \Rightarrow q = \frac{9}{4}$$

روش دوم:

$$\xrightarrow{\quad \quad \quad} \xrightarrow{\quad \quad \quad}$$



۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) \\ = \{1, 4\} \cup \{1, 4, 7, 8\} = B'$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. واضح است که سه گزینه‌ی دیگر درست هستند.

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دسته‌ی نهم اولین عدد آن یک واحد بیش‌تر از هشتمین مربع و عدد آخر آن نهمین مربع است.

مربع‌ها: ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹, ۶۴, ۸۱, ۱۰۰

$$\begin{array}{cc} ۱ & ۱ \\ ۲ & ۲ \\ ۳ & ۳ \\ ۴ & ۴ \\ ۵ & ۵ \\ ۶ & ۶ \\ ۷ & ۷ \\ ۸ & ۸ \\ ۹ & ۹ \\ ۱۰ & ۱۰ \end{array}$$

دسته‌ی نهم (۶۴ + ۱, ..., ۸۱)

$$b = \frac{۸۱ + ۶۵}{۲} = \frac{۱۴۶}{۲} = ۷۳$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} = \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right) \\ = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مجموعه‌ای که «اعضای آن عضو هیچ گروهی نیستند»، متمم مجموعه‌ای است که «اعضا آن حداقل در یکی از گروه‌ها هستند». بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= ۱۵ + ۱۲ - ۷ = ۲۰$$

$$\Rightarrow ۲۲ = ۴۲ - ۲۰ = \text{تعداد افرادی که در هیچ گروهی نیستند}$$



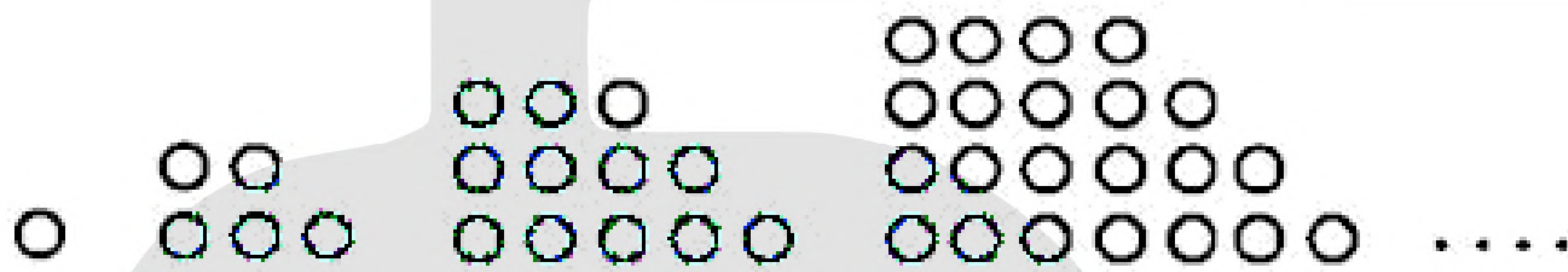
۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{دنباله حسابی: } \begin{cases} a_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)(3) \Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

روش دوم: الگوی مورد نظر خطی است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} a_1 = 5 \Rightarrow a + b = 5 \\ a_2 = 8 \Rightarrow 2a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = 2 \Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow a_{12} = 3(12) + 2 = 38$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

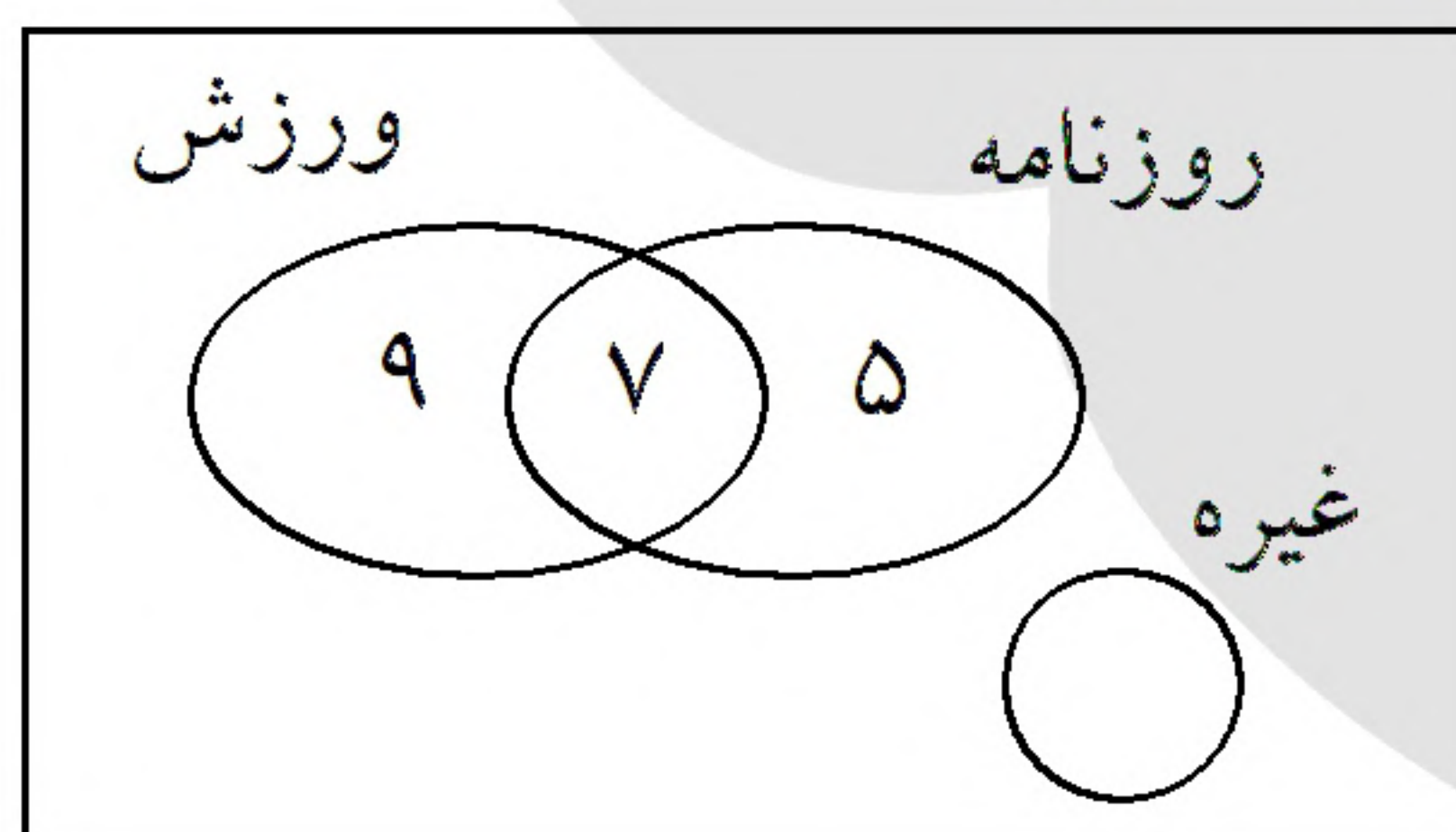


$$1^2 + 0, 2^2 + (1+0), 3^2 + (2+1+0), 4^2 + (3+2+1+0), \dots$$

$$a_n = n^2 + (1+2+\dots+(n-1)) = n^2 + \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow a_9 = 9^2 + \frac{9 \times 8}{2} = 81 + 36 = 117$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$M = 39$$



$$\text{اجتماع ورزش و روزنامه} - \text{کل} = \text{غیره} = 39 - [9 + 7 + 5] = 18$$

روش دوم:

$$\begin{aligned} n(A' \cap B') &= n((A \cup B)') = n(\text{کل}) - n(A \cup B) \\ &= n(\text{کل}) - \underbrace{[n(A) + n(B) - n(A \cap B)]}_{\text{فقط ورزش}} = 39 - [12 + 9] = 18 \end{aligned}$$