

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



# پاسخ کلیدی سوالات تستی (گردآوری)

ریاضی ۱۰ - فصل ۱

	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a_5 = 4a_1 - 45 \Rightarrow a_1 q^4 = 4a_1 - 45 \Rightarrow a_1 (q^4 - 4) = -45 & (1) \\ a_5 = 2a_3 - 5 \Rightarrow a_1 q^4 = 2a_1 q^2 - 5 \Rightarrow a_1 q^2 (q^2 - 2) = -5 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1) \text{ تقسیم بر هم}} \frac{a_1 (q^4 - 4)}{a_1 q^2 (q^2 - 2)} = \frac{-45}{-5} \Rightarrow \frac{a_1 (q^2 - 2)(q^2 + 2)}{a_1 q^2 (q^2 - 2)} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{q^2 + 2}{q^2} = 9 \Rightarrow q^2 + 2 = 9q^2 \Rightarrow 8q^2 = 2 \Rightarrow q^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow q = \pm \frac{1}{2} \xrightarrow[\text{نزولی است}]{\text{چون دنباله}} q = \frac{1}{2}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

چون الگوی داده شده از درجه دوم است پس جمله‌ی عمومی آن به صورت  $t_n = an^2 + bn + c$  می‌باشد و از آنجا که اختلاف اختلاف جملات دنباله برابر  $2a$  می‌باشد پس خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccccccc} 4, & 9, & 18, & 31, & \dots \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ 5 & 9 & 13 & & \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & & & \\ 4 & 4 & & & \end{array}$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} t_1 = 4 \Rightarrow 2 + b + c = 4 \Rightarrow b + c = 2 \\ t_2 = 9 \Rightarrow 8 + 2b + c = 9 \Rightarrow 2b + c = 1 \end{cases} \Rightarrow b = -1 \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 - n + 3 \Rightarrow t_{11} = 2(121) - 11 + 3 = 234$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a^2 = b(15 - a - b) \Rightarrow a^2 = b \times 5 \\ 2(15 - a - b) = a + b \Rightarrow a + b = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 = 5(10 - a) \Rightarrow a^2 + 5a - 50 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 5 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a - b = 0 \\ a = -10 \Rightarrow b = 20 \Rightarrow a - b = -30 \end{cases}$$





۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_5}{a_3} = 16, \frac{a_5}{a_3} = \frac{a_1 q^5}{a_1 q^3} = q^2 \Rightarrow q^2 = 16 \Rightarrow q = \pm 2 \xrightarrow{q > 0} q = +2$$

$$\begin{cases} a_2 = -10 \\ a_2 = a_1 q \end{cases} \Rightarrow a_1 \times 2 = -10 \Rightarrow a_1 = -5$$

$$a_4 = a_1 q^3 = -5 \times 2^3 = -40$$

$$a_6 = a_1 q^5 = -5 \times 2^5 = -160$$

$$|a_6 - a_4| = |-160 - (-40)| = 160 - 40 = 120$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} t_1 &= 1, t_2 = 3, t_3 = 5, t_4 = 7 \\ \Rightarrow t_n &= 2n - 1 \Rightarrow 2n - 1 = 397 \\ \Rightarrow 2n &= 398 \Rightarrow n = 199 \end{aligned}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} &1 \text{ گزینه } 1: (-\infty, 6] \cap (2, 9) = (2, 6] \\ &\text{عضوهای صحیح: } 3, 4, 5, 6 \\ &2 \text{ گزینه } 2: (-3, 0) \cup (-2, 5] = (-3, 5] \\ &\text{عضوهای صحیح: } -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \\ &3 \text{ گزینه } 3: [2, 4) - (3, +\infty) = [2, 3] \\ &\text{عضوهای صحیح: } 2, 3 \\ &4 \text{ گزینه } 4: (3, +\infty) - [2, 4) = [4, +\infty) \\ &\text{عضوهای صحیح: } 4, 5, 6, \dots \end{aligned}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A_1 = \left[ \frac{1-10}{3}, 1 \right] = \left[ -\frac{9}{3}, 1 \right] = [-3, 1]$$

$$A_4 = \left[ \frac{4-10}{3}, 4 \right] = \left[ -\frac{6}{3}, 4 \right] = [-2, 4]$$

$$(A_1 \cap A_4) = [-3, 1] \cap [-2, 4] = [-2, 1]$$





۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} aq^2 + aq^4 = 20 \\ aq^6 - aq^4 = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{aq^2(1+q^2)}{-aq^4(1-q^2)} = -\frac{20}{3}$$

$$q^2 = t \Rightarrow \frac{1+t}{t(1-t)} = \frac{20}{3} \Rightarrow 20t^2 - 17t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{4} \text{ یا } \frac{3}{5} \Rightarrow q = \pm \frac{1}{2}, \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 22 \\ 25a + 5b + c = 52 \\ a = \frac{1}{4}(a + b + c) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16a + 2b = 30 \\ 28a + 4b = 52 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 7 \end{cases} \Rightarrow a_{10} = 100a + 10b + c = 197$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3, a_1, \dots, a_n, 136$$

$$\begin{cases} a_n - a_1 = 119 \\ a_n + a_1 = 136 + 3 = 139 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = 129 \\ a_1 = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = 7 \Rightarrow 129 = 3 + n \times 7 \Rightarrow n = 18$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 14 \\ 7a + b = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$a_{15} + a_{20} = (45 + 5) + (60 + 5) = 115$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

یادآوری می‌شود که  $A \cap B' = A - B$  و همچنین  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ ، بنابراین داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$87 = 48 + 61 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 22$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 48 - 22 = 26$$





«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اگر جملات دنباله را به ترتیب  $a, a-d, a+d$  در نظر بگیریم در این صورت خواهیم داشت:

$$(a-d) + a + (a+d) = 33 \Rightarrow 3a = 33 \Rightarrow a = 11$$

$$(11-d) \times 11 \times (11+d) = 1232 \Rightarrow 121 - d^2 = 112 \Rightarrow d^2 = 9$$

چون دنباله نزولی است

$$\Rightarrow d = \pm 3 \xrightarrow{\text{چون دنباله نزولی است}} d = -3$$

$\Rightarrow$  جملات دنباله:  $14, 11, 8, \dots$

$$a_{18} = a_1 + 17d = 14 + 17(-3) = 14 - 51 = -37$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{19} = 0 \Rightarrow a_1 + 18d = 0 \Rightarrow a_1 = -18d$$

$$\frac{a_{25}}{a_{17}} = \frac{a_1 + 24d}{a_1 + 16d} = \frac{-18d + 24d}{-18d + 16d} = \frac{6d}{-2d} = -3 \Rightarrow k = -3$$

$$k^2 - k + 1 = 9 + 3 + 1 = 13, \quad k^2 + k + 1 = 9 - 3 + 1 = 7$$

$$7 \text{ و } 13 \text{ دو عدد حسابی بین دو عدد حسابی} = \frac{13+7}{2} = 10$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزاره «الف» صحیح است زیرا در مجموعه  $A$  اعداد صحیح  $3, -2, -1, 0, \dots, 6$  و در مجموعه  $B$  اعداد صحیح  $2, -1, 0, 1, 2$  وجود دارند، پس در مجموعه  $(A-B)$  اعداد صحیح  $3, 4, 5, 6$  وجود دارند که تعداد آنها برابر ۵ است.

گزاره «ب» نادرست است زیرا علی‌رغم این‌که تساوی  $N-Z = Q \cap Q'$  به دلیل تهی بودن طرفین تساوی برقرار است اما در تساوی  $Z \cup Q = R$ ، سمت چپ تساوی شامل اعداد گنگ نیست در حالی که مجموعه  $R$ ، اعداد گنگ را نیز شامل می‌شود، پس این تساوی برقرار نیست.

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر بین دو عدد  $120$  و  $480$ ، هفت واسطه حسابی درج کنیم، واسطه چهارم، واسطه حسابی بین دو عدد  $120$  و  $480$  خواهد بود (زیرا واسطه چهارم از دو عدد  $120$  و  $480$  به یک فاصله است)، پس:

$$m = \frac{480 + 120}{2} = 300$$

اگر بین دو عدد  $120$  و  $480$ ، پنج واسطه هندسی درج کنیم، واسطه سوم، واسطه هندسی بین دو عدد  $120$  و  $480$  خواهد بود (زیرا واسطه سوم از دو عدد  $120$  و  $480$  به یک فاصله است)، پس:

$$n = \sqrt{480 \times 120} = \sqrt{4 \times 120^2} = 2 \times 120 = 240$$

بنابراین داریم:  $m - n = 60$ .





۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$22, 27, 32, 37, 42, 47, \dots \Rightarrow d_1 = 5$$

$$29, 32, 35, 38, 41, 44, \dots \Rightarrow d_2 = 3$$

اولین جمله مشترک بین دو دنباله، عدد ۳۲ است و قدرنسبت جملات مشترک که از کم قدرنسبت‌های دو دنباله اولیه به دست می‌آید برابر  $d = 15$  است، پس جملات مشترک عبارت‌اند از:

$$32, 47, 62, 77, 92, \dots$$

این جملات مشترک، خود دنباله حسابی جدیدی می‌سازند که جمله عمومی آن به صورت زیر است:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 32 + (n - 1) \times 15$$

$$a_{25} = 32 + 24(15) = 392$$

واسطه حسابی بین جملات دهم و چهارم

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تعداد نقاط در شکل‌های اول، دوم و سوم برابر است با:

$$1^2 + 4(1), 2^2 + 4(2), 3^2 + 4(3)$$

پس در مرحله  $n$  ام برابر است با:  $n^2 + 4(n)$ .

$$21^2 + 4(21) = \text{تعداد نقاط در مرحله بیست و یکم}$$

$$19^2 + 4(19) = \text{تعداد نقاط در مرحله نوزدهم}$$

$$21^2 + 4(21) - 19^2 - 4(19) = 88 = \text{اختلاف تعداد نقاط در مراحل بیست و یکم و نوزدهم}$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$a_7 = 32a_3 \Rightarrow a_1 r^6 = 32a_1 r^2 \Rightarrow r^4 = 32 \quad (1)$$

$$\frac{a_{12}}{a_4} = \frac{a_1 r^{11}}{a_1 r^3} = r^8 = (r^4)^2 = 32^2 = (2^5)^2 = 2^{10} = 1024$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 24 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 24$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = 24 \Rightarrow a_1 + d = 8 \Rightarrow a_2 = 8 \quad (1)$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_6} = \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{a_6} = \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{a_6} = \frac{1}{40} - \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a_6} = \frac{1}{20} \Rightarrow a_6 = 20 \xrightarrow{(1)} d = 3 \xrightarrow{(1)} a_1 = 5$$

$$\Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow 3n + 2 = 134 \Rightarrow 3n = 132 \Rightarrow n = 44$$





۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، داریم:

$$2b = a + c \Rightarrow 2(2x - 5) = 3 - 5x + 4x + 7$$

$$\Rightarrow 4x - 10 = 10 - x \Rightarrow 5x = 20 \Rightarrow x = 4$$

پس دنباله ما به فرم زیر می‌باشد:

$$-17, 3, 23, \dots$$

$$d = 3 - (-17) = 20 \Rightarrow a_n = 20n - 37$$

$$\Rightarrow a_{14} = 20(14) - 37 = 280 - 37 = 243 \Rightarrow \frac{a_{14}}{27} = 9$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

جمله عمومی این دنباله به صورت  $a_n = n^2 - 3$  می‌باشد، پس داریم:

$$\begin{array}{c} 5 \\ \overbrace{-2, 1, 6, 13, \dots} \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ 3 \quad \quad 7 \end{array}$$

$$a_8 = 64 - 3 = 61, a_7 = 49 - 3 = 46$$

$$a_8 - a_7 = 61 - 46 = 15$$

روش دوم: در دنباله درجه دوم، اختلاف هر دو جمله متوالی، یک دنباله حسابی است، داریم:

$$b_n = 2n + 1$$

کافی است در این دنباله  $n$  را برابر با ۷ قرار دهیم:

$$b_7 = 14 + 1 = 15$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون شروع اشتراک عدد ۲- می‌باشد، پس  $3x - 4y$  باید ۲- باشد و چون پایان اشتراک عدد ۳ می‌باشد،  $3y - 7x$  باید ۳ باشد، پس داریم:

$$\begin{array}{l} 3 \times \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 3y - 7x = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x - 12y = -6 \\ 12y - 21x = 12 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \begin{cases} 9x - 12y = -6 \\ -9x = 6 \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{6}{9} \end{array}$$

$$3y - 7x = 3 \Rightarrow 3y = 7x + 3 \Rightarrow 3y = -\frac{42}{9} + 3$$

$$\Rightarrow y = -\frac{14}{9} + 1 \Rightarrow y = \frac{5}{9} \Rightarrow x + y = -\frac{1}{9}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2m + 3n = 12n - m \Rightarrow 3m = 9n \Rightarrow m = 3n \quad (1)$$

$$2m + 3n = 4 - 3n \xrightarrow{(1)} 6n + 3n = 4 - 3n \Rightarrow 12n = 4 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{(1)} m = 1 \Rightarrow m - n = \frac{2}{3}$$





۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

جمله‌های اول و سوم و پنجم، خودشان تشکیل دنباله هندسی می‌دهند.

$$a - \frac{1}{3}, a, 9a \Rightarrow \left(a - \frac{1}{3}\right)(9a) = (a)^2$$

$$\Rightarrow 9a^2 - 24a = a^2 \Rightarrow 8a^2 - 24a = 0$$

$$\Rightarrow 8a(a - 3) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 3$$

چون  $a \neq 0$  است پس  $a = 3$  قابل قبول است.

جملات را با در نظر گرفتن  $a = 3$  بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{3}, b, 3, c, 27$$

$$۱) \frac{1}{3}, b, 3 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{3} \times 3 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

$$۳) 3, c, 27 \Rightarrow c^2 = 3 \times 27 = 81 \Rightarrow c = \pm \sqrt{81} \Rightarrow c = \pm 9$$

$$\text{پاسخ نهایی: } |a| + |b| + |c| = 3 + 1 + 9 = 13$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (۱) \quad & \left. \begin{aligned} & \text{مثلث مرتبه (۱): } \frac{1 \times 2}{2} = 1 \\ & \text{مربع مرتبه (۲): } 2^2 = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 + 4 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۲) \quad & \left. \begin{aligned} & \text{مثلث مرتبه (۲): } \frac{2 \times 3}{2} = 3 \\ & \text{مربع مرتبه (۳): } 3^2 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 + 9 = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (۳) \quad & \left. \begin{aligned} & \text{مثلث مرتبه (۳): } \frac{3 \times 4}{2} = 6 \\ & \text{مربع مرتبه (۴): } 4^2 = 16 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6 + 16 = 22 \end{aligned}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A_2 = \left( \frac{2-3}{2}, \frac{3}{2} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

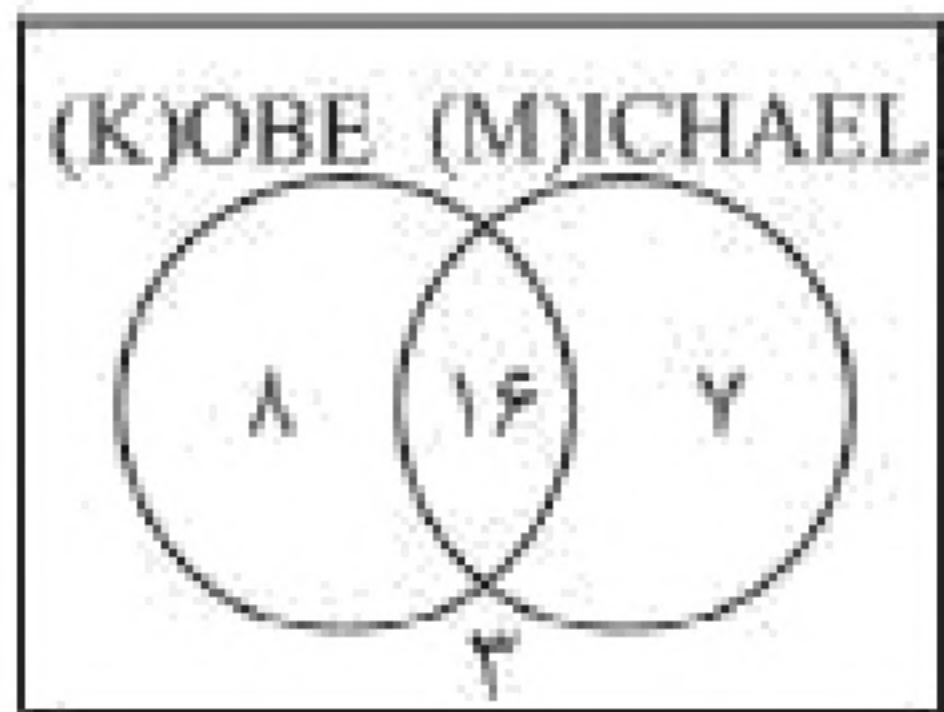
$$A_4 = \left( \frac{4-3}{4}, \frac{3}{4} \right) = \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right)$$

$$(A_2 \cup A_4) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right) \cup \left( \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right) = \left( -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$





۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} n(K) &= 24 \\ n(K - M) &= 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n(K \cap M) = 24 - 8 = 16$$

$$n(M - K) = 23 - 16 = 7 \Rightarrow 24 - (8 + 16 + 7) = 3$$

۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \{14, 21, 28, 35, 42, 49, \dots, 98\}$$

$$B = \{14, 28, 42, 56, \dots\}$$

$$A - B = \{21, 35, 49, 63, 77, 91\} \rightarrow 4 \text{ گزینه}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به شکل‌های شماره‌ی فرد توجه کنید:

	۱	۳	۵	۷	...	n
تعداد کل دایره‌ها	۴	۱۰	۲۰	۳۶	...	$\frac{(n+1)(n+7)}{2}$
تعداد دایره‌های رنگی	۲	۶	۱۰	۱۴	...	$\frac{2}{3}(n+1)$
تعداد دایره‌های سفید	۰	۴	۱۰	۲۲	...	$\frac{1}{3}(n^2 - 1)$

پس تعداد دایره‌های سفید در شکل نوزدهم برابر است با:

$$\frac{1}{3}(19^2 - 1) = \frac{1}{3}(19 - 1)(19 + 1) = \frac{1}{3} \times 18 \times 20 = 120$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به قانون دمورگان داریم:  $(A' \cap B)' = A \cup B'$ ، بنابراین  $A \cup B'$  متمم  $A' \cap B$  است.

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون بین اعداد ۷ و ۴۴۸، پنج واسطه‌ی هندسی درج شده است، پس اعداد ۷ و ۴۴۸، نقش جملات اول و هفتم دنباله‌ی هندسی را خواهند داشت. بنابراین داریم:

$$a_7 = a_1 q^6 \Rightarrow 448 = 7 \times q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow q = \pm 2$$

چون دنباله غیریکنواست، پس  $q = -2$  قابل قبول است (اگر  $q = 2$  باشد، دنباله صعودی خواهد بود) در نتیجه، جملات دنباله به صورت زیر خواهند بود:

$$7, -14, 28, -56, 112, -224, 448$$

$$= (-14) + 28 + (-56) + 112 + (-224) = -154$$





۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اعداد  $(3\sqrt{2} - x)$  و  $x$  و  $(3\sqrt{2} + x)$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی اند بنابراین:

$$x^2 = (3\sqrt{2} - x)(3\sqrt{2} + x) \Rightarrow x^2 = 18 - x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

دنباله حسابی داده شده به صورت زیر خواهد بود:

$$(x^2 - 4), (2x + 1), (3x), \dots$$

$$\xrightarrow{x=3} 5, 7, 9, \dots \Rightarrow \text{قدرنسبت} = 2$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: اگر مجموعه افرادی که والیبال بازی می کنند را  $A$  و مجموعه افرادی که بسکتبال بازی می کنند را  $B$  بنامیم، در این صورت با فرض  $n(A \cap B) = k$  خواهیم داشت:

$$n(A) = 35, n(B) = 25, n(A \cap B) = k$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 35 + 25 - k = 60 - k$$

تعداد افرادی که ورزش نمی کنند برابر  $3k$  خواهد بود (یعنی در هیچ یک از دو رشته فعالیت ندارند)، بنابراین داریم:

$$n((A \cup B)') = 3k$$

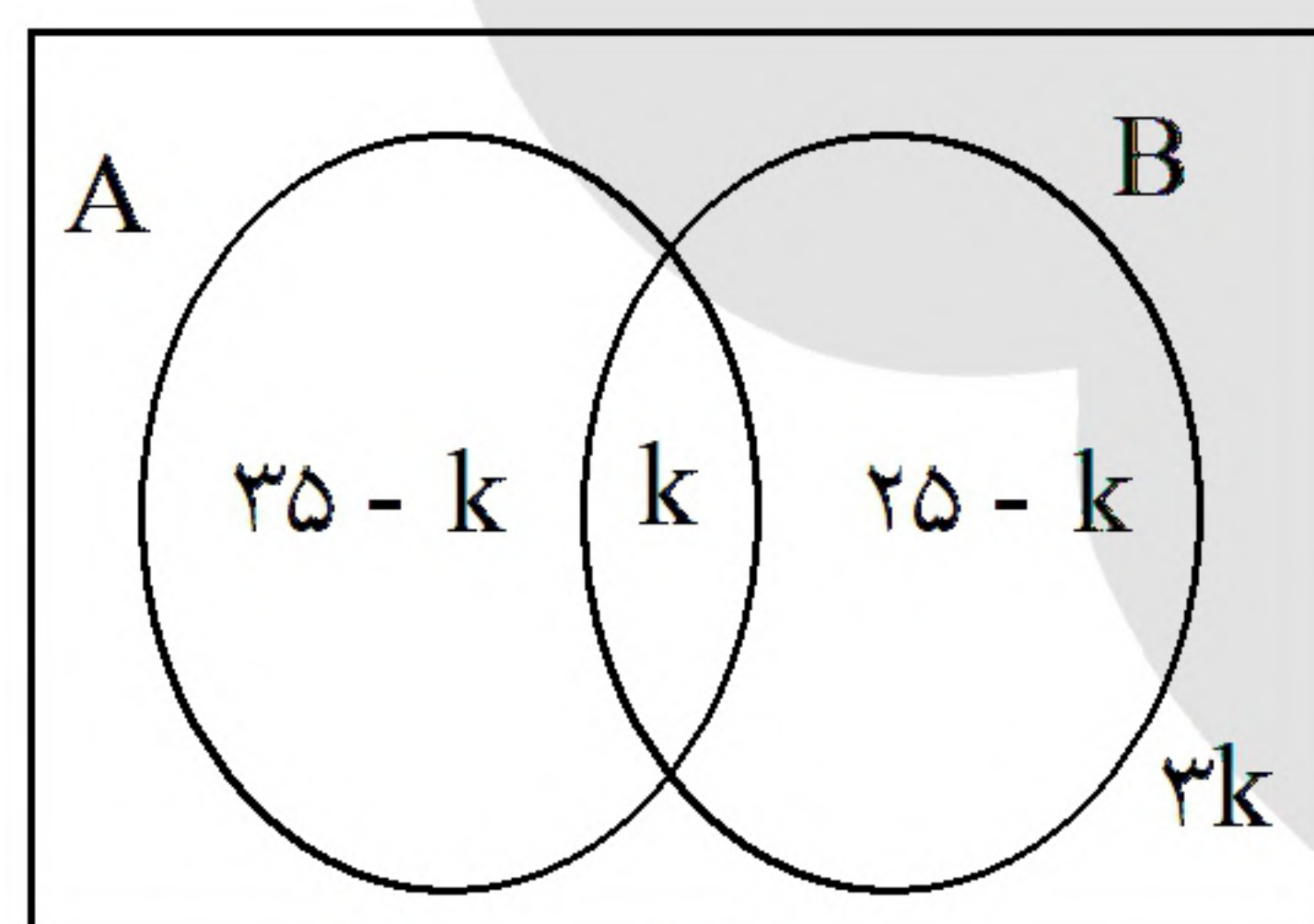
از طرفی چون  $n((A \cup B)') + n(A \cup B) = 80$  پس خواهیم داشت:

$$3k + 60 - k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$n(A - B)$  = تعداد افرادی که فقط والیبال بازی می کنند

$$= n(A) - n(A \cap B) = 35 - 10 = 25$$

راه حل دوم:



$$(35 - k) + (k) + (25 - k) + 3k = 80 \Rightarrow 2k = 20 \Rightarrow k = 10$$

$$= 35 - k = 35 - 10 = 25$$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A' \cap B \subseteq A \cup B' \Rightarrow A' \cap B \subseteq (A' \cap B)'$$

رابطه ی بالا فقط وقتی برقرار است که  $A' \cap B \subseteq \emptyset$  باشد.

$$A' \cap B \subseteq \emptyset \Rightarrow B - A = \emptyset$$

بنابراین،  $B - A$  متناهی است.





۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$M = \{1, 2, \dots, 120\}$$

$$A = \{1, 3, 5, \dots, 119\}$$

$$B = \{3, 9, 15, \dots, 117\} \Rightarrow B \text{ تعداد عضوهای } : \frac{117-3}{6} + 1 = 19 + 1 = 20$$

۳۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{13} - a_7 = 24 \Rightarrow (a_1 + 12d) - (a_1 + 6d) = 24 \Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

$$a_9 = 5a_4 \Rightarrow a_1 + 8d = 5(a_1 + 3d) \Rightarrow a_1 + 8d = 5a_1 + 15d$$

$$\Rightarrow -4d = 4a_1 \xrightarrow{d=4} -16 = 4a_1 \Rightarrow a_1 = -4$$

$$\frac{a_{14}}{a_4} = \frac{a_1 + 13d}{a_1 + 3d} = \frac{-4 + 13 \times 4}{-4 + 3 \times 4} = \frac{-4 + 52}{-4 + 12} = \frac{48}{8} = 6$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مجموعه مرجع و  $A = \{1, 2\}$  و  $B = \{3, 4, 5\}$  باشد در این صورت  $A' = \{3, 4, 5\}$  و  $B' = \{1, 2\}$  خواهد بود و  $A' \cap B' = \emptyset$  پس گزینه (۱) نادرست است.  
از مثال ذکر شده می توان نتیجه گرفت که گزینه (۲) هم نادرست است. می دانیم اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند،  $B \subseteq A'$  است، بنابراین:  $A' \cup B' = U$  (مجموعه مرجع است).

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_7 + a_3 + a_4 = 3(a_5 - a_2) \Rightarrow aq + aq^3 + aq^4 = 3(aq^2 - aq)$$

$$\xrightarrow{\div aq} 1 + q + q^3 = 3(q^2 - 1)$$

$$\Rightarrow 1 + q + q^3 = 3(q^2 - 1)(1 + q + q^2)$$

$$\Rightarrow 3(q^2 - 1) = 1 \Rightarrow q^2 - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

نسبت جمله ی دوم به چهارم:

$$\frac{1}{q^2} = \frac{9}{16}$$





۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزاره «الف» نادرست است، به عنوان نمونه اگر  $A = R$  و  $B = N$  باشد، مجموعه  $(A - B)$  یعنی  $R - N$  مجموعه‌ی نامتناهی است.

گزاره «ب» درست است، زیرا اگر  $A$  متناهی و  $B$  نامتناهی باشد و  $B \subset C$  باشد، پس قطعاً  $C$  نیز نامتناهی است و  $(A \cap C)$  نیز متناهی است (زیرا اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای متناهی است) و تفاضل یک مجموعه متناهی از مجموعه نامتناهی، قطعاً مجموعه‌ای نامتناهی است.

گزاره «ج» نادرست است، زیرا بین دو عدد حقیقی صفر و ۱، بی‌شمار عدد گویا و بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد.

(به عنوان نمونه، تمام اعداد به شکل  $\frac{\sqrt{2}}{n}$  به ازای اعداد طبیعی  $n \geq 2$ ، اعدادی گنگ هستند که در بازه  $(0, 1)$  قرار دارند.)

بنابراین فقط یکی از گزاره‌های داده شده صحیح است.