

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

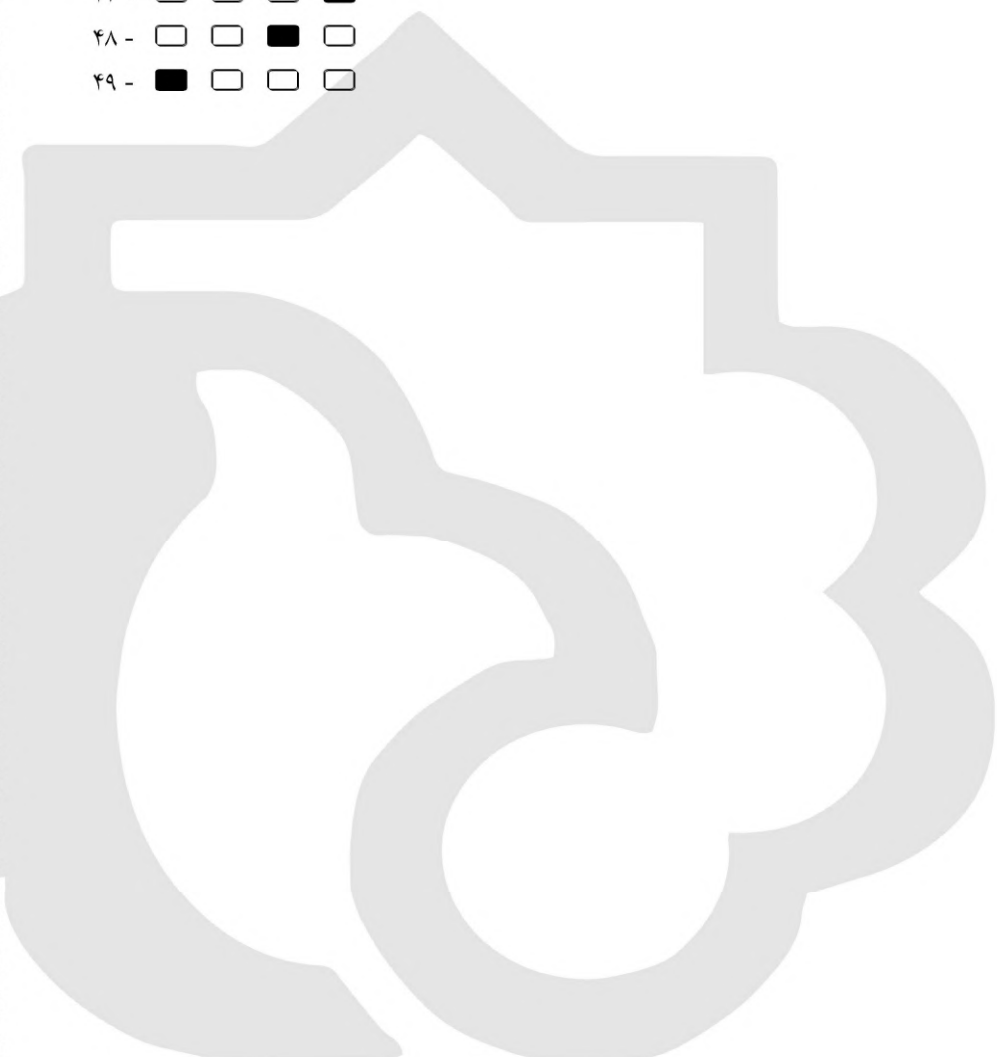
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



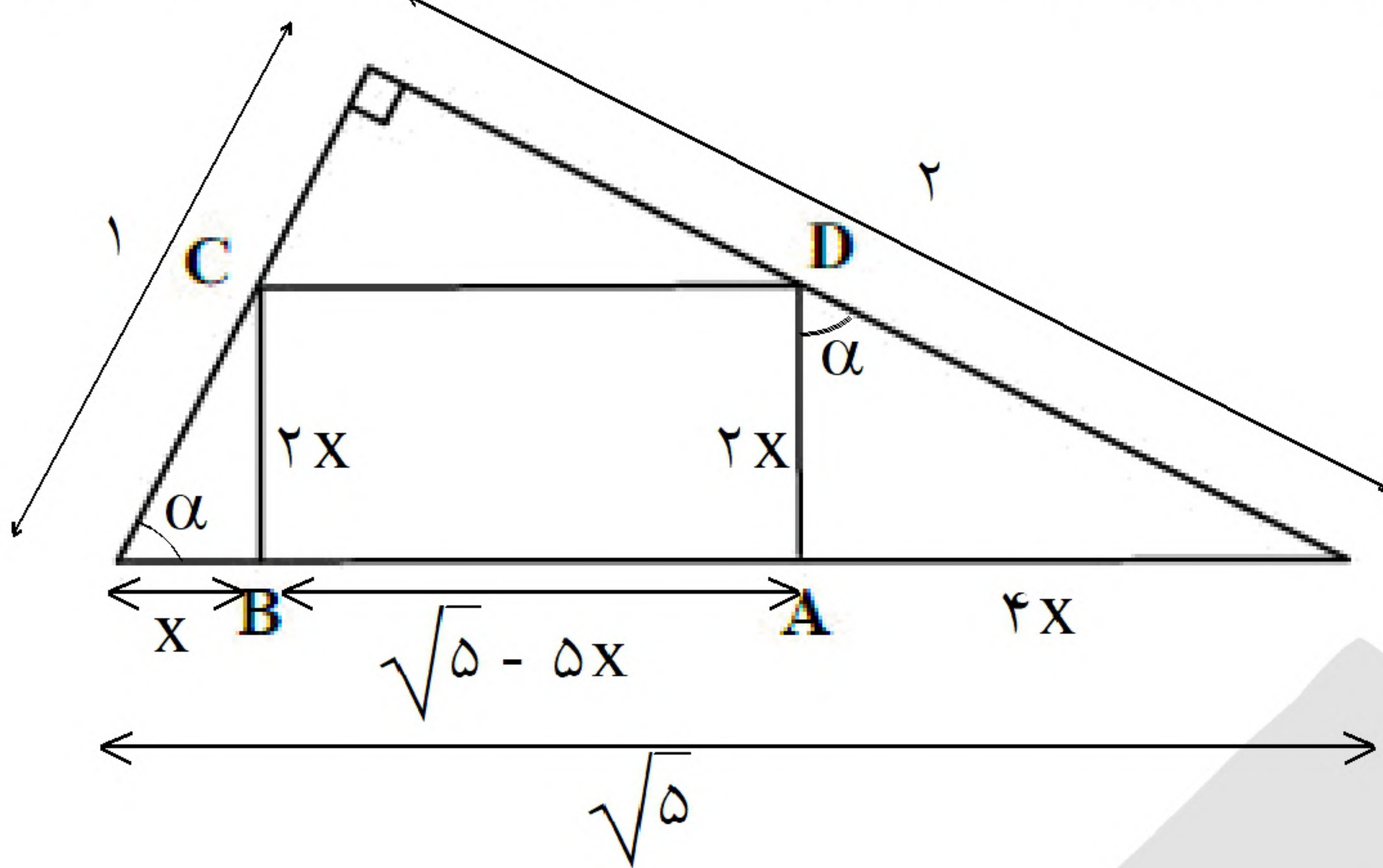
- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|-----|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۱- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۵- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۶- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۷- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۸- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۹- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۰- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۱- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۲- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۳- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۱۴- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۵- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۶- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۷- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۸- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۱۹- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۰- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۱- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۲- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۲۳- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۴- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۵- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۶- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۷- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۸- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۲۹- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۰- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۱- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۲- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۳- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۴- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۳۵- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۶- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۷- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۸- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۳۹- | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۰- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

- | | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
|-----|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ۴۱- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۲- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۳- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۴- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۵- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۶- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۷- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
| ۴۸- | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| ۴۹- | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |





۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون بحث نسبت‌هاست پس مثلاً ضلع کوچک را عدد یک و ضلع بزرگتر را ۲ می‌گیریم.



$$S = 2x(\sqrt{5} - 5x) = -10x^2 + 2\sqrt{5}x$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-2\sqrt{5}}{-20} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

$$\frac{\text{طول}}{\text{عرض}} = \frac{\sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{5}}{\frac{1}{5}\sqrt{5}} = \frac{5}{2} = 2/5$$

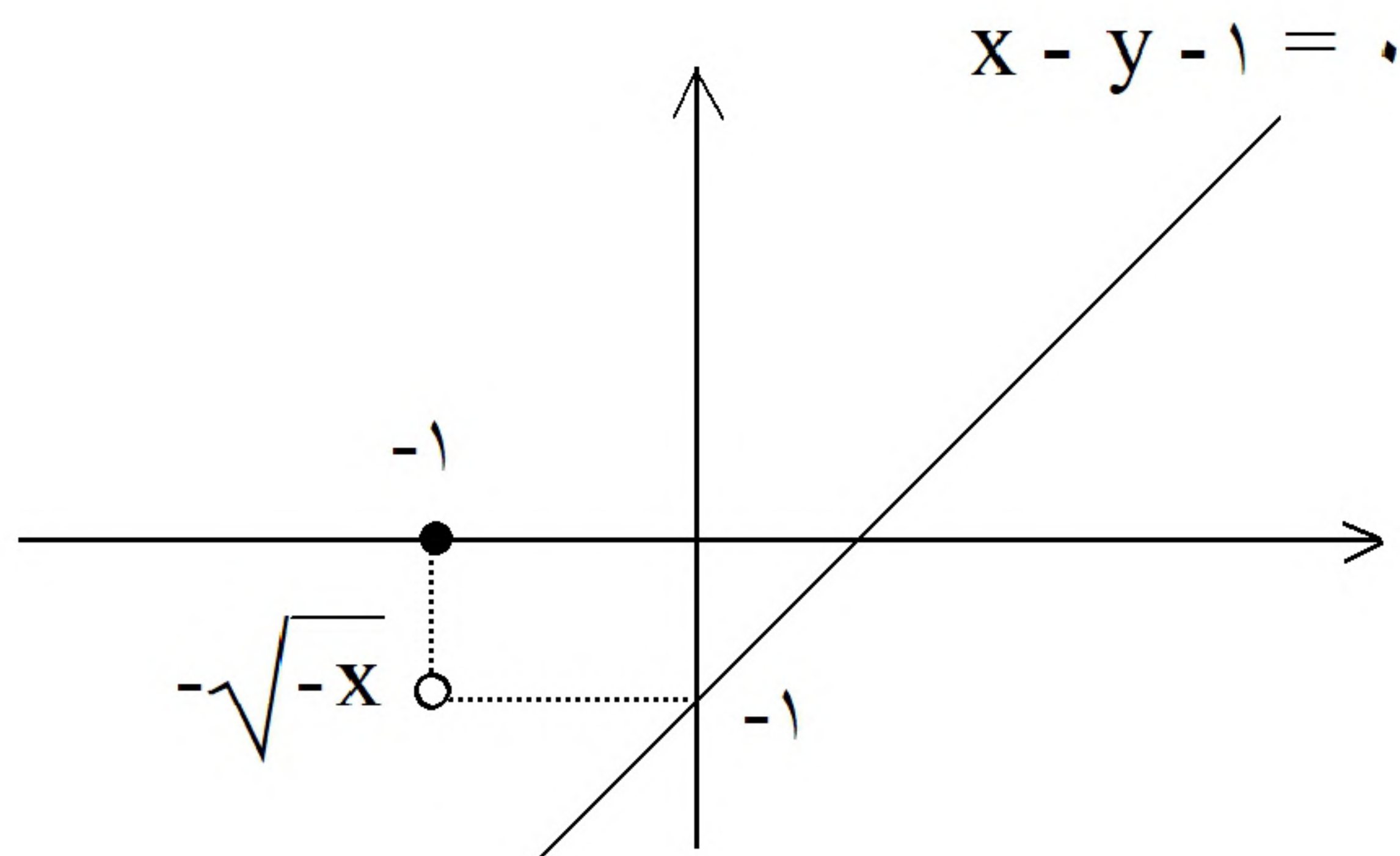
۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{\sqrt{\log_8^x + 4\log_x^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}\log_2^x + \frac{4}{3}\log_x^2}} \xrightarrow{\log_2^x = t} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}\left(t + \frac{4}{t}\right)}}$$

$$t \cdot \frac{4}{t} = 4 \Rightarrow \text{Min}\left(t + \frac{4}{t}\right) = 2 + 2 = 4 \Rightarrow \text{Max } A = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$y = -\sqrt{-x - [x^2]}$$

$$-x - [x^2] \geq 0 \Rightarrow x + [x^2] \leq 0$$

فقط در $[-1, 0]$

$$A(a, -\sqrt{-a})$$

نقطه A را روی $-\sqrt{-x}$ در نظر بگیرید پس داریم:

فاصله نقطه A از خط برابر است با:

$$\frac{|a + \sqrt{-a} - 1|}{\sqrt{2}}$$

مشتق

$$1 - \frac{1}{2\sqrt{-a}} = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{|-\frac{1}{4} + \frac{1}{2} - 1|}{\sqrt{2}} = \frac{3}{4\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{k}{2}x^3 - (k+2)x^2 \Rightarrow x_{\text{عطف}} = \frac{k+2}{3(\frac{k}{2})} = \frac{2(k+2)}{3k} < 0 \Rightarrow -2 < k < 0$$

تنها مقدار صحیح $k = -1$ است پس:

$$\left. \begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^3 - x^2 \\ x_{\text{عطف}} &= -\frac{2}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_{\text{عطف}} = -\frac{1}{2} \times \frac{-8}{27} - \frac{4}{9} = \frac{4}{27} - \frac{12}{27} = \frac{-8}{27} < 0$$

پس به ازای $k = -1$ نقطه‌ی عطف در ناحیه سوم است.



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ باشد پس $f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$ است.

$$\frac{\frac{a}{c}}{\frac{d}{c}} = \frac{-\frac{d}{c}}{\frac{a}{c}} \Rightarrow a^2 = d^2 \Rightarrow a = \pm d$$

پس گزینه ۳ جواب می تواند باشد

$$\begin{cases} a = d \rightarrow \frac{ax + b}{cx + a} \Rightarrow \left(-\frac{a}{c}, \frac{a}{c}\right) \Rightarrow y = -x \text{ روی خط} \\ a = -d \rightarrow f = f^{-1} \Rightarrow y = x \text{ روی خط است} \end{cases}$$

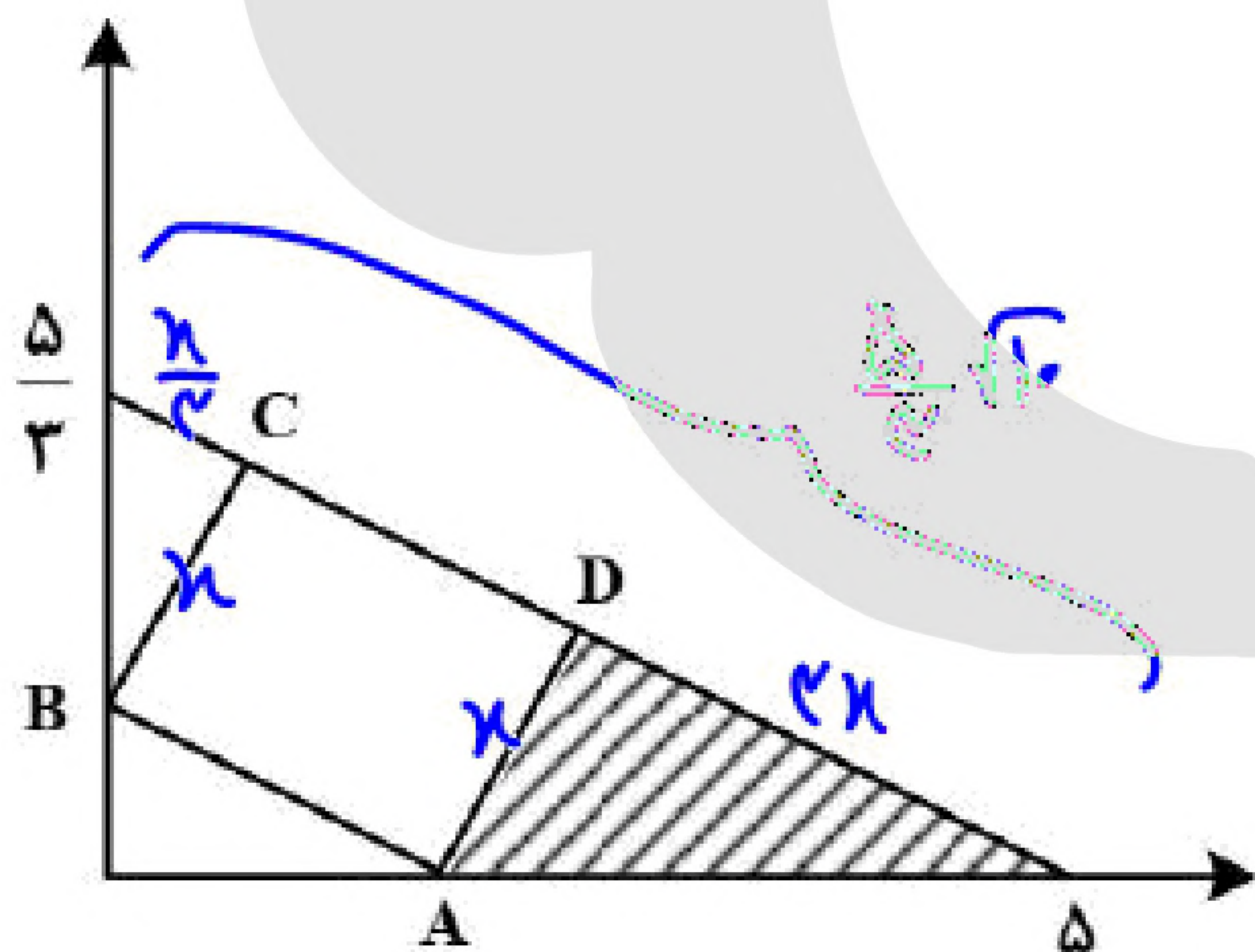
* متوجه نشدید طراح، گزینه ۱ را از کجا آورده! شما می توانید حدس بزنید؟

$$\frac{\text{Log } x}{\text{Log } 9} + \frac{3 \text{Log } 3}{\text{Log } x^2} = \frac{\text{Log } x}{2 \text{Log } 3} + \frac{3 \text{Log } 3}{2 \text{Log } x}$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$ab = \frac{3}{4} \xrightarrow{a, b > 0} \min\{a + b\} \rightarrow a = b = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min\{a + b\} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$S = x \left(\frac{5}{3} \sqrt{10} - \frac{x}{3} - 3x \right) = \frac{1}{3} x (5\sqrt{10} - 10x)$$

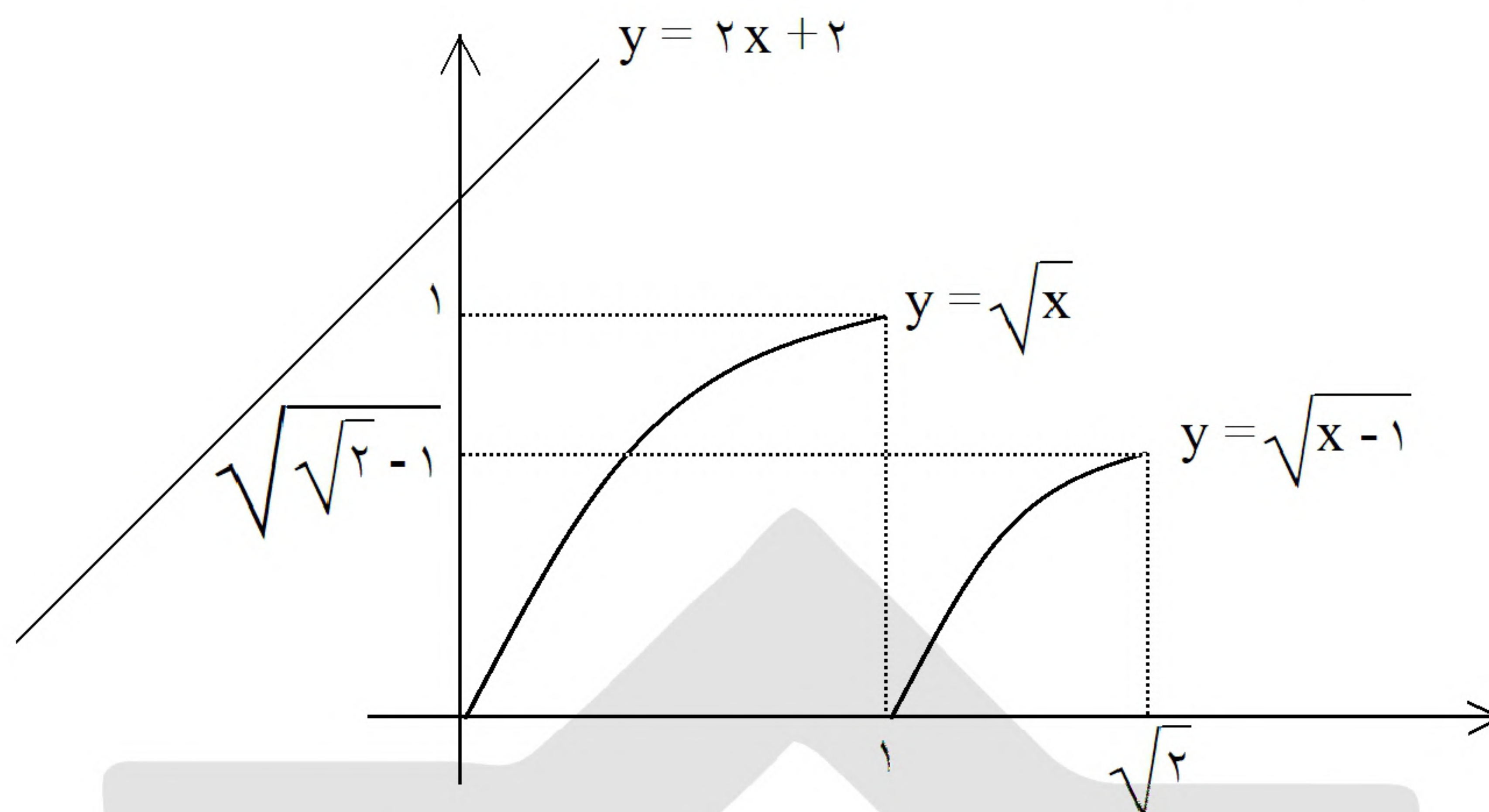
$$= \frac{10}{3} x \left(\frac{\sqrt{10}}{2} - x \right)$$

حداکثر S در $x = \frac{\sqrt{10}}{4}$ رخ می دهد. پس مساحت هاشورخورده برابر است با:

$$\frac{1}{3} x \times 3x = \frac{3}{2} x^2 = \frac{3}{2} \times \frac{10}{16} = \frac{15}{16}$$



۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = \sqrt{x - [x^2]}$ و خط $y = 2x + 2$ را در شکل زیر می بینیم:



کمترین فاصله نقاط تابع از خط موردنظر، کمترین فاصله نقاط روی نمودار $y = \sqrt{x}$ از خط $2x - y + 2 = 0$ است.

$$d = \frac{|2\alpha - \sqrt{\alpha} + 2|}{\sqrt{5}}$$

نقطه $(\alpha, \sqrt{\alpha})$ را در نظر می گیریم؛ فاصله برابر است با:

در نقطه بحرانی $d(\alpha)$ ، کمترین مقدار رخ می دهد:

$$d'(\alpha) = 0 \Rightarrow 2 - \frac{1}{2\sqrt{\alpha}} = 0 \Rightarrow \sqrt{\alpha} = \frac{1}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow d_{\min} = \frac{|\frac{1}{8} - \frac{1}{4} + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{\frac{15}{8}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{8}$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه عطف نمودار تابع $y = ax^3 + bx^2$ نقطه $I\left(-\frac{b}{3a}, \frac{2}{27}, \left(\frac{b}{a}\right)^{\frac{3}{2}}\right)$ است،

برای اینکه این نقطه در ربع دوم قرار گیرد، باید داشته باشیم:

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b^3}{a^2} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a, b > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k > 0 \\ k+1 > 0 \end{array} \right. \Rightarrow k > -1$$

حال در این سؤال داریم:

که این بازه شامل هیچ عدد صحیح و منفی نمی باشد.



$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

$$g(x) = \frac{cx + d}{ax + b} \Rightarrow g^{-1}(x) = \frac{-bx + d}{ax - c}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{g^{-1}(x)} = \frac{\frac{a}{c}}{-\frac{b}{a}} = -\frac{a^2}{bc}$$

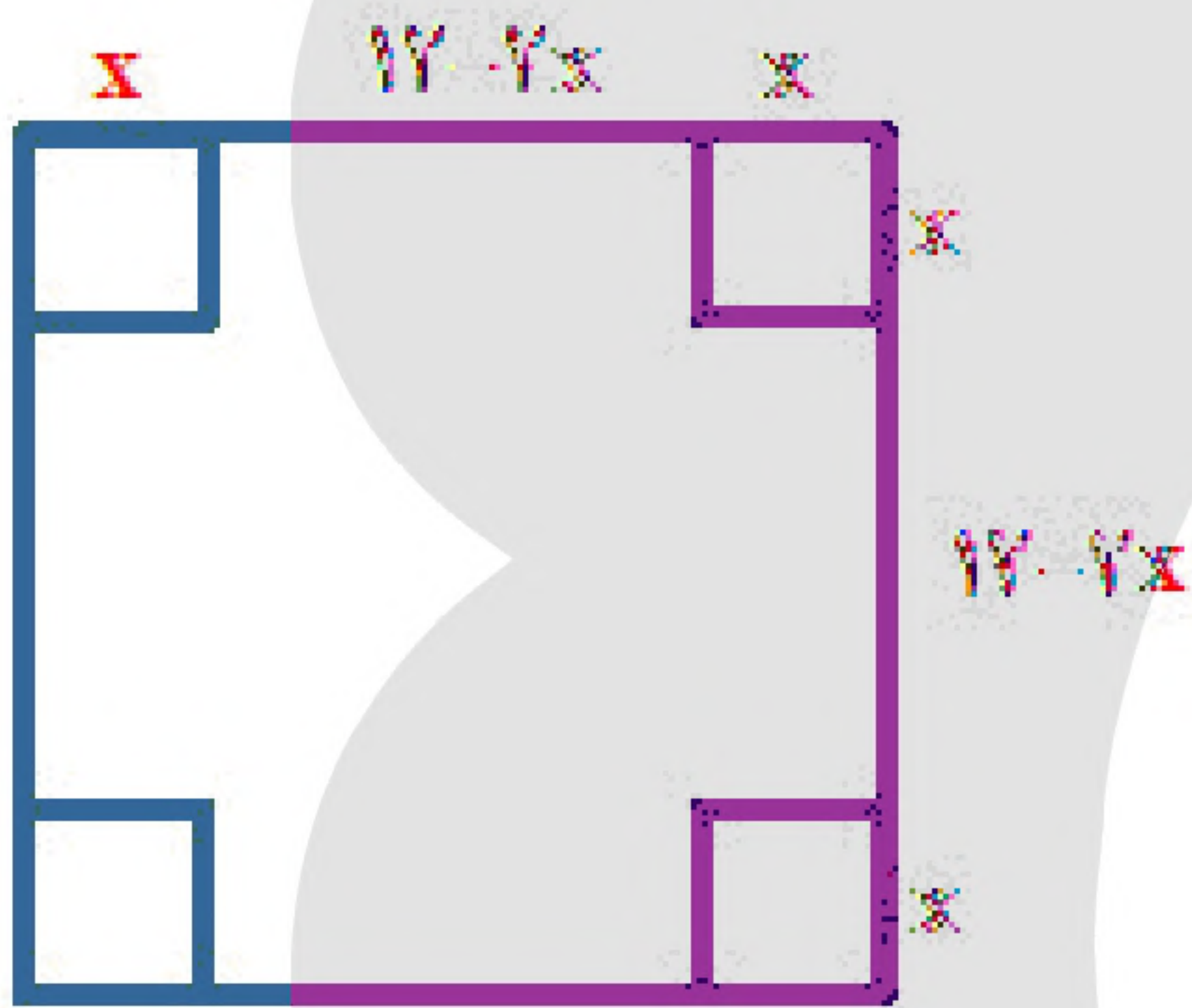
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{g(x)} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c}$$

$$\Rightarrow -\frac{a^2}{bc} = -\frac{b}{c} \xrightarrow{c \neq 0} \frac{a^2}{b} = b \Rightarrow a^2 = b^2$$

$$\Rightarrow a = \pm b \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) = -\frac{b}{a} = \pm 1$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$V(x) = x(12 - 2x)^2$$

$$\Rightarrow V'(x) = (12 - 2x)^2 - 2 \times 2x(12 - 2x) = 0$$

$$\Rightarrow (12 - 2x)(12 - 2x - 4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

$x = 6$ حجم را صفر (می‌نیمم) می‌کند پس $x = 2$.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{(1 - \alpha)x - 3}{(1 - \alpha)x - \alpha} \Rightarrow ad - bc = 0 \Rightarrow (1 - \alpha)(-\alpha) + 3(1 - \alpha) = 0$$

$$\alpha = 3 \Rightarrow f(x) = 1 \xrightarrow{y + 3 = 0 \Rightarrow y = -3} 1 - (-3) = 4$$

$$\alpha = 1 \Rightarrow f(x) = 3 \xrightarrow{y + 1 = 0 \Rightarrow y = -1} 3 - (-1) = 4$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = 8$$

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x < 0 \Rightarrow y = ax^2 - bx \Rightarrow y' = 2ax - b \xrightarrow{y'(-1) = 0} -2a - b = 0 \quad \otimes$$

$$A(-1, 2) \in y \Rightarrow 2 = a + b \xrightarrow{\otimes} a = -2, b = 4 \Rightarrow ab = -8$$



$$D_f = \left[0, \frac{a}{2} \right]$$

۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-2}{2\sqrt{a-2x}} = 0 \Rightarrow \sqrt{a-2x} = 2\sqrt{x} \Rightarrow a-2x = 4x \Rightarrow x = \frac{a}{6}$$

$$f\left(\frac{a}{6}\right) = \sqrt{\frac{a}{6}} + \sqrt{\frac{2a}{3}} = \frac{3}{\sqrt{6}}\sqrt{a} \rightarrow \max$$

$$f(0) = \sqrt{a}$$

$$f\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{a}{2}} \rightarrow \min$$

$$\max . \min = \frac{3}{\sqrt{12}}a = \sqrt{12} \Rightarrow a = 4$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{m-2}{m^2+1}$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S'(m) = \frac{m^2 - 4m - 1}{(m^2 + 1)^2} \xrightarrow{s'(m)=0} m^2 - 4m - 1 = 0 \Rightarrow m = 2 \pm \sqrt{5}$$

جدول تغییرات رفتار تابع $S(m)$ را می‌نویسیم:

m

پس در $m = 2 + \sqrt{5}$ تابع S بیشترین مقدار است.

تذکر:

اصل سؤال به صورت $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ بوده که در آن حالت، سؤال غلط می‌شد. چون نه $\frac{m-2}{m^2-1}$ ماکزیمم داشت و نه حتی به ازای $m = 2 + \sqrt{3}$ که ماکزیمم نسبی ایجاد می‌شد، معادله درجه ۲، ریشه می‌داشت.



۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع روی دامنه‌اش یعنی $\mathbb{R} - \{1\}$ پیوسته است:

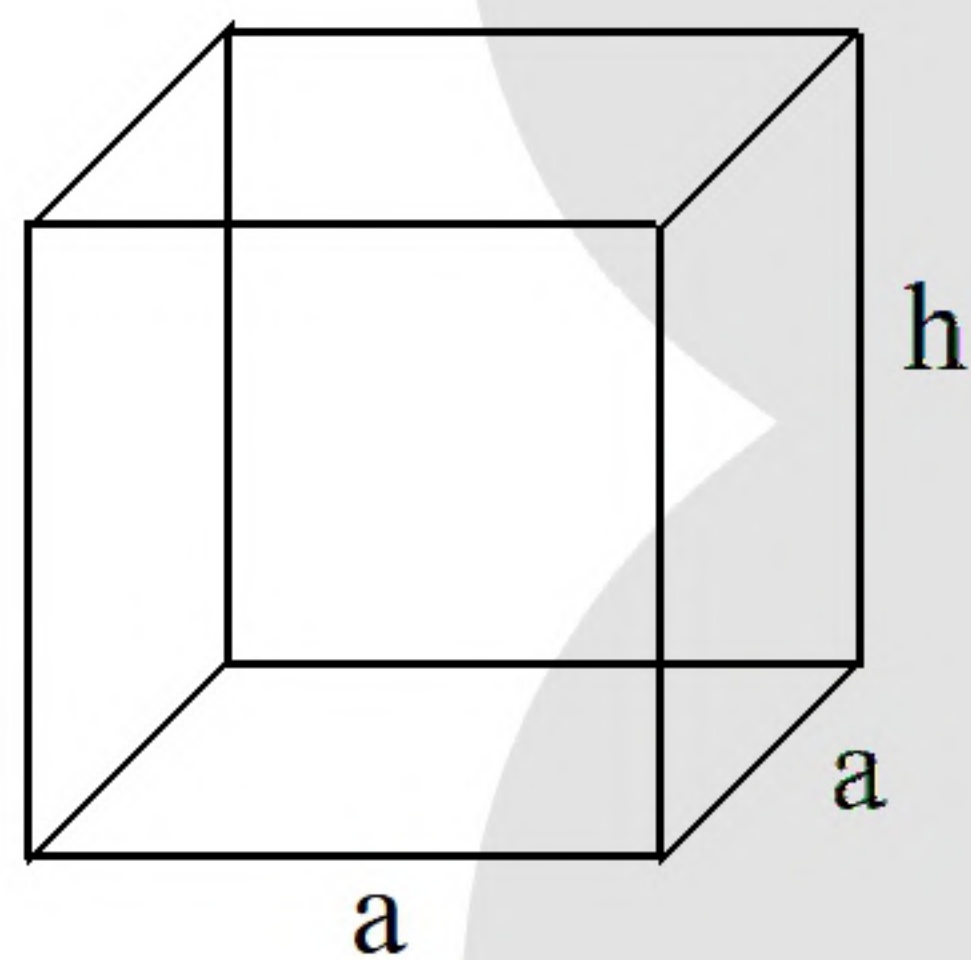
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+x^2} & ; x < 0 \\ \frac{x}{1-x^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & ; x < 0 \\ \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$f'(-1) = 0$$

تابع در $x = 0$ مشتق دارد و برابر یک است. $(f'(0) = 1)$
و با توجه به دامنه هر ضابطه فقط در $x = -1$ مشتق برابر صفر دارد:
پس تابع فقط یک نقطه بحرانی دارد.
دقت کنید که $x = 1$ عضو دامنه تابع نیست و نباید لحاظ شود.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$V = a^2 h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{a^2}$$

$$S = a^2 + 4ah = a^2 + \frac{16}{a}$$

$$S' = 2a - \frac{16}{a^2} = 0 \Rightarrow 2a = \frac{16}{a^2} \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow \begin{matrix} a = 2 \\ h = 1 \end{matrix}$$

$$S = a^2 + 4ah = 4 + 4 \times 2 \times 1 = 12$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{matrix} y' = 3x^2 + 2ax - 2b \\ x = 0 \Rightarrow b = 0 \end{matrix} \right\} y' = 3x^2 + 2ax \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 12 - 4a = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow y = x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow \left. \begin{matrix} (0, -4) \\ (-2, 0) \end{matrix} \right\} \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه $A(0, 0)$ نقطه اکسترم نمودار تابع است $(f'(0) = 0)$ و $(f(0) = 0)$ ، پس تابع باید عامل x^2 را داشته باشد، در نتیجه $c = d = 0$ و $f(x) = ax^3 + bx^2$ است.

$$B \in f \Rightarrow f(1) = a + b = 1 \quad (I)$$

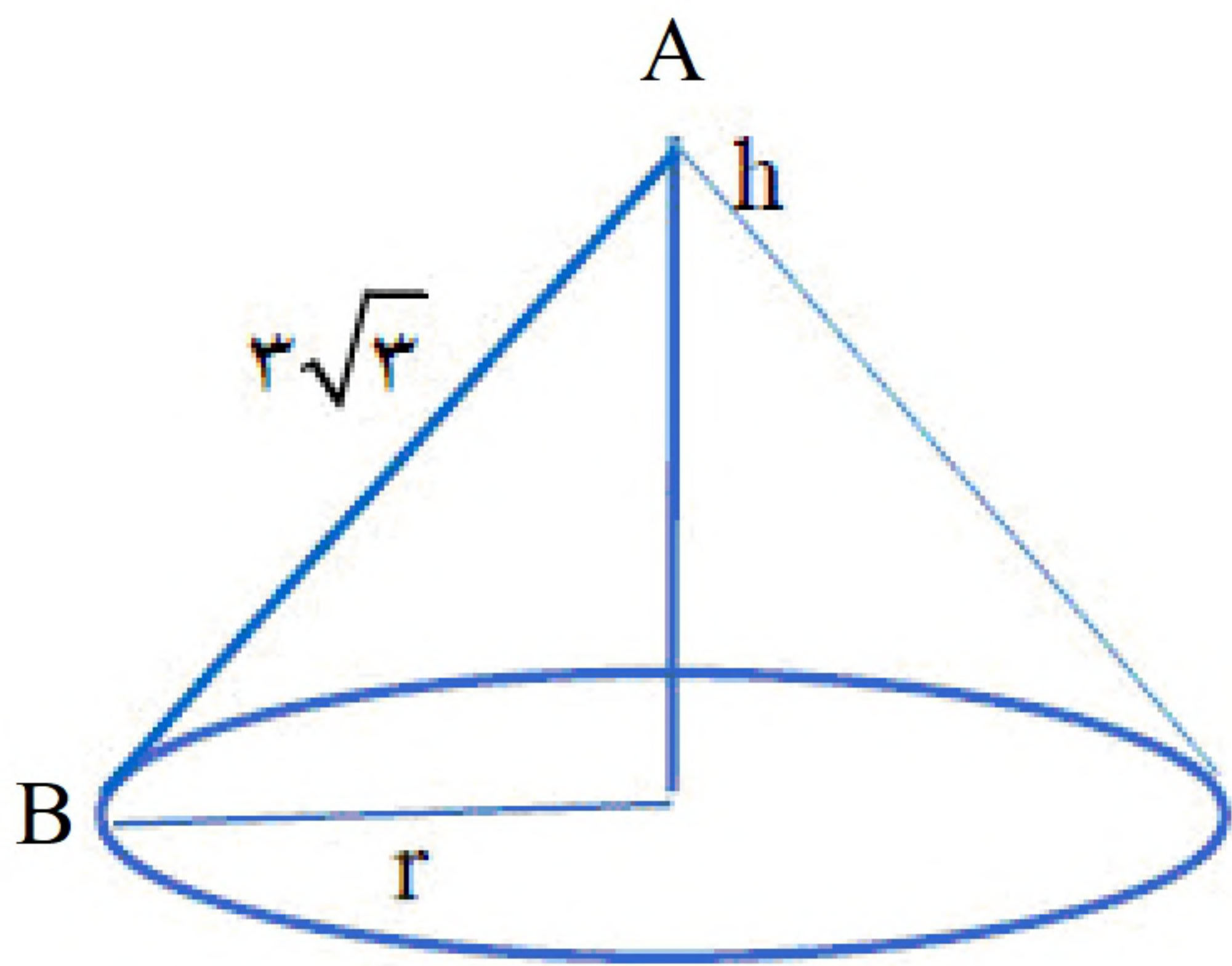
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx \xrightarrow{f'(1) = 0} 3a + 2b = 0 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I)} a = -2, b = 3 \Rightarrow ab = -6$$

$$\xrightarrow{(II)}$$



۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$r^2 + h^2 = (3\sqrt{3})^2 \Rightarrow r^2 = 27 - h^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (27 - h^2)h = \frac{\pi}{3}(27h - h^3)$$

$$V' = 0 \Rightarrow 27 - 3h^2 = 0 \Rightarrow h = 3$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $y' = 3x^2 + 2ax + b = 0$, $y'(0) = 0 \Rightarrow b = 0$, $f(0) = 4 \Rightarrow c = 4$

$$x(3x + 2a) = 0 \Rightarrow x = -\frac{2a}{3}$$

$$\frac{-8a^3}{27} + \frac{4a^3}{9} + 4 = 0 \Rightarrow a^3 = -27 \Rightarrow a = -3$$

$$x = \frac{-2a}{3} = 2$$

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. محل تلاقی مجانب‌ها همان مجانبهای قائم و افقی تابع است.

$$y = \frac{a}{a+1} \text{ مجانب افقی و } x = \frac{-(a-1)}{a+1} \text{ مجانب قائم}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1}{3}$$

طول نقطه مینیمم:

$$\frac{-(a-1)}{a+1} = \frac{-1}{3} \Rightarrow a = 2$$

با مساوی قرار دادن دو تا X داریم:

پس تابع هموگرافیک داده شده به صورت $y = \frac{2x+3}{3x+1}$ میباشد که محل تلاقی آن با محور طولها $x = \frac{-3}{2}$ است.

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = x^2|x| + 3ax^4 + b \xrightarrow{(-1, 1)} 1 = 1 + 3a + b \Rightarrow 3a + b = 0 \Rightarrow b = -3a \Rightarrow \frac{b}{a} = -3$$

با فرض اول به جواب رسیدیم، ولی ادامه حل:

$$\Rightarrow y' = -3x^2 + 6ax = -3(-1)^2 + 6a(-1) = 0 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{-1}{2}} = -3$$

$b = \frac{3}{2}$ و داریم:



$$y = \pm 2\sqrt{x} \Rightarrow A(x, \pm 2\sqrt{x}) \quad M(3, 0)$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AM = \sqrt{(x-3)^2 + (\pm 2\sqrt{x} - 0)^2} \Rightarrow AM = \sqrt{x^2 - 2x + 9}$$

همواره $+4x$

$$AM_{\text{Min}} \Rightarrow (AM)' = 0 \Rightarrow \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x+9}} = 0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow AM = \sqrt{1-2+9} = 2\sqrt{2}$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} A(x^3, -x) \\ A'(x, -x^3) \end{array} \right\} AA' = \sqrt{(x^3-x)^2 + (-x-(-x^3))^2}$$

$$AA' = \sqrt{2(x^3-x)^2} \Rightarrow 0 = AA' \text{ ماکزیمم شود پس مشتق}$$

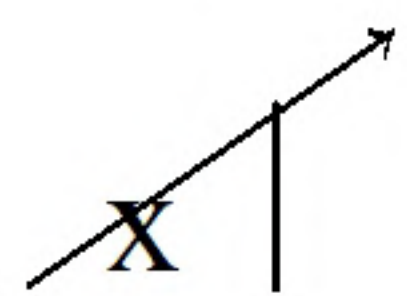
$$AA' = \sqrt{2}(x^3-x) \Rightarrow (AA')' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AA' = \sqrt{2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{2} \times \frac{2}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{6}} \Rightarrow AA' = \frac{4}{3\sqrt{6}}$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \begin{cases} x(3-x^2) & |x| \leq \sqrt{3} \\ x(x^2-3) & |x| > \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 3 & |x| \leq \sqrt{3} \Rightarrow f'(x) = 0 \\ 3x^2 - 3 & |x| > \sqrt{3} \Rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$



$$x_{\text{min}} = -1 \Rightarrow f(x) = -1(3-1) = -2$$



۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3) \xrightarrow{f'(x)=0} x = 0 \text{ یا } \pm\sqrt{3}$$

$$f''(x) = 12x^2 - 12 \xrightarrow{f''(x)=0} x = \pm 1$$

جدول تغییرات رفتار f را می‌نویسیم:

x	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$
f''	+	+	-	-	+
f'	-	+	+	-	+
f	\searrow	-4	\nearrow	5	\searrow
	min	عطف	max	عطف	min

نقاط $A(-\sqrt{3}, -4)$ و $B(\sqrt{3}, -4)$ مینیمم نسبی و نقاط $C(-1, 0)$ و $D(1, 0)$ عطف نمودار تابع هستند. شیب هر دو پاره‌خط AB و CD برابر صفر است، بنابراین موازی هستند و زاویه بین آنها صفر است.

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. f' باید منفی باشد.

$$f'(x) = \frac{4x^3(x^2 - 2) - 2x(x^4 - 3)}{(x^2 - 2)^2} = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x}{(x^2 - 2)^2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{2x(x^2 - 1)(x^2 - 3)}{(x^2 - 2)^2}$$

جدول تغییرات رفتار تابع را در بازه‌ی $(-2, 2)$ می‌نویسیم:

x	-2	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	-1	0	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	2
f'	-	+	+	-	+	-	-	+	+
f	\searrow	\nearrow	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow	\searrow	\nearrow	\nearrow
		$+\infty$	$-\infty$			$-\infty$	$+\infty$		

پس نمودار تابع روی بازه‌های $(-\sqrt{3}, -\sqrt{2})$ ، $(-1, 0)$ ، $(1, \sqrt{2})$ و $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ اکیداً نزولی است.



«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضابطه‌ی f را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} - x & ; x \leq 0 \\ \sqrt[3]{x} + x & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 1 & ; x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

روی بازه‌ی $(0, +\infty)$ ، مشتق تابع همواره مثبت است بنابراین تابع اکیداً صعودی است. حال برای مقادیر $x < 0$

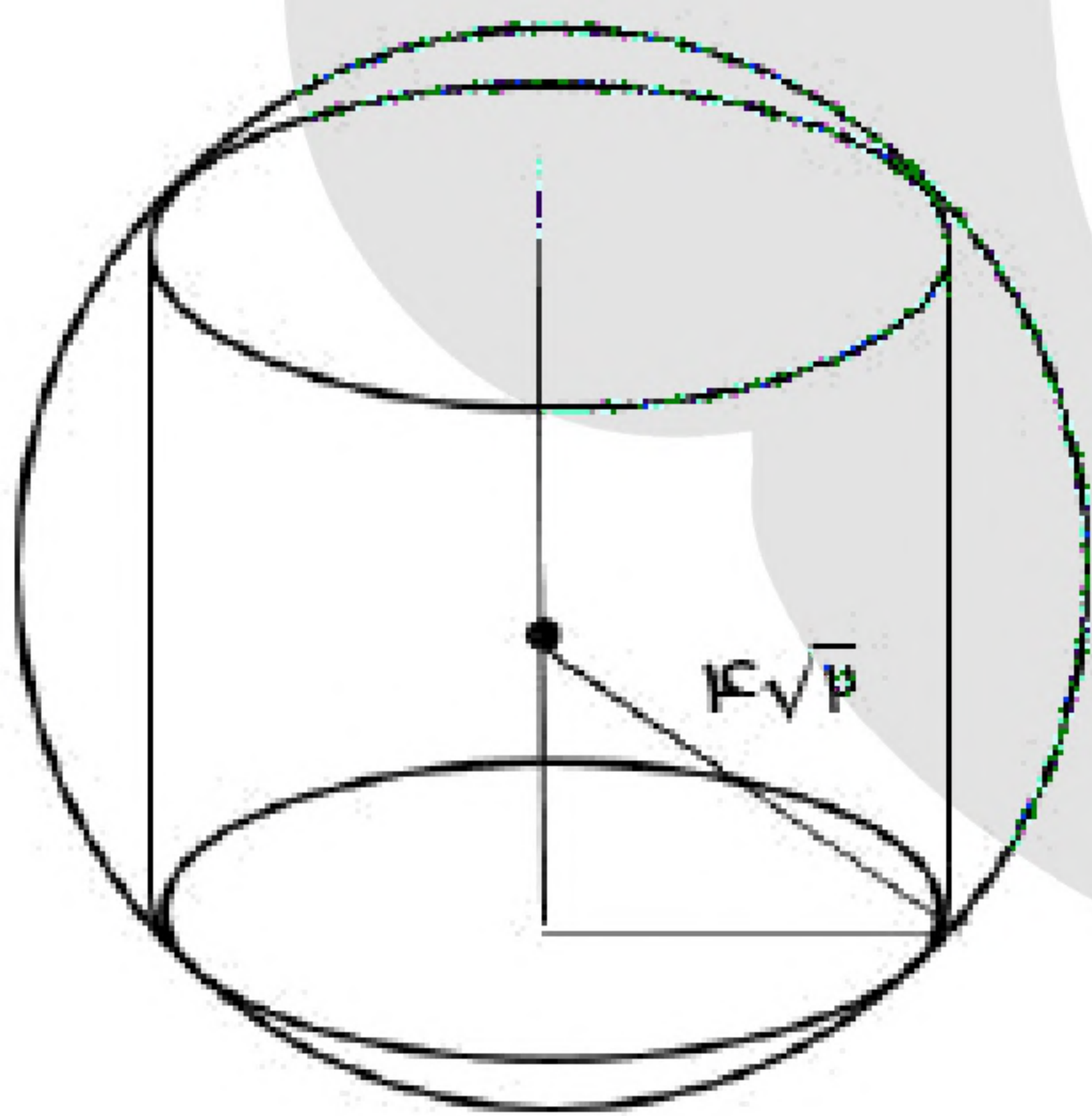
$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2} \leq 1$$

داریم:

$$\Rightarrow x^2 \leq 1 \xrightarrow{x < 0} -1 \leq x < 0$$

چون تابع f پیوسته است پس فاصله‌ی صعودی کل بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ است.

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$S = 2\pi rh = 4\pi \sqrt{r^2} \sqrt{\frac{h^2}{4}}$$

$$\Rightarrow r^2 + \frac{h^2}{4} = 32, \quad 2r^2 = 32, \quad r = 4$$

$$\Rightarrow \frac{r^2}{\frac{1}{4}} = \frac{h^2}{\frac{1}{4}} \Rightarrow r^2 = \frac{h^2}{4}$$

$$S_{\max} = 64\pi$$



۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا محل برخورد $y = x^2$ و نیمساز ربع اول و سوم را حساب می‌کنیم.
 $y = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$
 بنابراین نقطه A دارای طولی بین صفر و یک است. ($0 < \alpha < 1$)

$$A(\alpha, \alpha^2) \Rightarrow A'(\alpha^2, \alpha)$$

$$AA' = \sqrt{(\alpha^2 - \alpha)^2 + (\alpha - \alpha^2)^2} = \sqrt{2} |\alpha - \alpha^2|$$

چون $0 < \alpha < 1$ است بنابراین درون قدرمطلق مثبت است.

$$AA' = \sqrt{2}\alpha - \sqrt{2}\alpha^2$$

کافی است در معادله درجه ۲ ایجاد شده رأس سهمی را حساب کنیم.

$$\alpha_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-\sqrt{2}}{-2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow AA' = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$



۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $x = 0$ ریشه زوج تکرار تابع است پس یک نقطه اکسترمم نسبی است. نقاط $x = \pm 2$ ، نقاط گوشه تابع با توجه به همواره مثبت بودن تابع در اطراف آنها نیز نقاط اکسترمم تابع می‌باشد. مشتق تابع نیز فقط ریشه $x = 0$ را دارد.

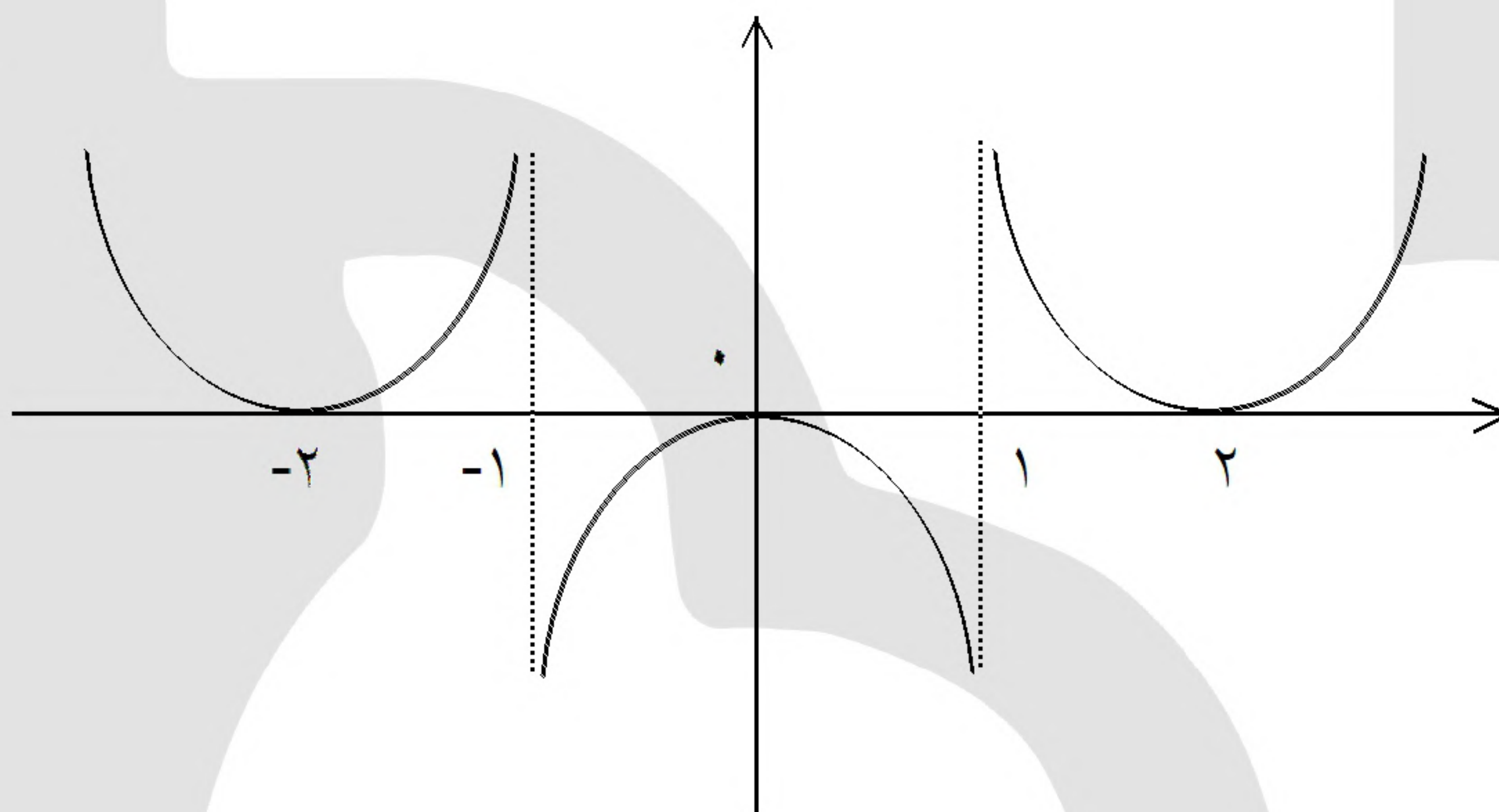
$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} |x^2 - 2| = +\infty$$

$$x \rightarrow \pm\infty$$

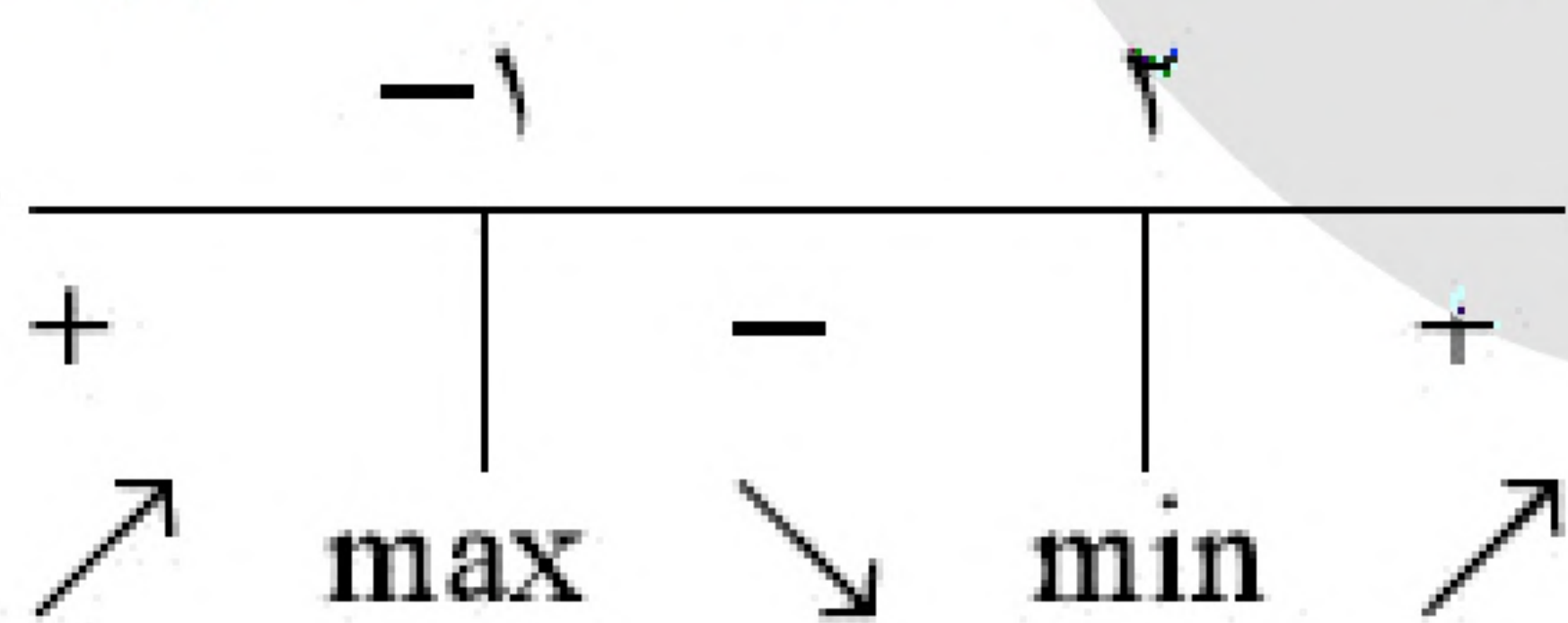
بنابراین نمودار تقریبی به صورت زیر است:



با توجه به شکل تابع سه نقطه اکسترمم نسبی دارد.

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$



$x = -1$ مینیمم و $x = 2$ ماکزیمم تابع است.

$$A \begin{vmatrix} -1 \\ 8 \end{vmatrix} \quad B \begin{vmatrix} 2 \\ -19 \end{vmatrix} \quad m_{AB} = \frac{8 + 19}{-1 - 2} = \frac{27}{-3} \Rightarrow m_{AB} = -9$$

$$f'(x) = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 12 = -9 \Rightarrow 6x^2 - 6x - 3 = 0$$

$\Delta > 0$
 دو جواب دارد پس دو نقطه یافت می‌شود. \longrightarrow



۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^6 - 24x^3}{(x^3 - 8)^2} = \frac{x^3(x^3 - 24)}{(x^3 - 8)^2} = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, \quad x^3 = 24 \Rightarrow x = \sqrt[3]{24} \approx 2.88 \dots$$

x	$-\infty$	0	2	$\sqrt[3]{24}$	$+\infty$
f'	+	-	-	+	
f					

فاصله‌های نزولی: (0, 2) و (2, $\sqrt[3]{24}$) که طول بازه‌ها به ترتیب 2 و $\sqrt[3]{24} - 2$ است که $\sqrt[3]{24} - 2$ کوچکتر است.

$$\text{جواب} = \sqrt[3]{24} - 2 = 2\sqrt[3]{4} - 2 = 2(\sqrt[3]{4} - 1)$$

۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = 2x^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}(x^2 - 1)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = 2\left(\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)(2x)(x^2 - 1)^{-\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{x}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$$

x	0	1	$+\infty$
f'		+	+
f			

این تابع در فواصلی که تعریف شده است، صعودی است.



۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{3x^2(x-2) - x^3}{(x-2)^2} = \frac{2x^3 - 6x^2}{(x-2)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{(6x^2 - 12x)(x-2)^2 - 2(x-2)(2x^3 - 6x^2)}{(x-2)^4}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{(x-2)((6x^2 - 12x)(x-2) - 2(2x^3 - 6x^2))}{(x-2)^4} =$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{6x^3 - 12x^2 - 12x^2 + 24x - 4x^3 + 12x^2}{(x-2)^3} =$$

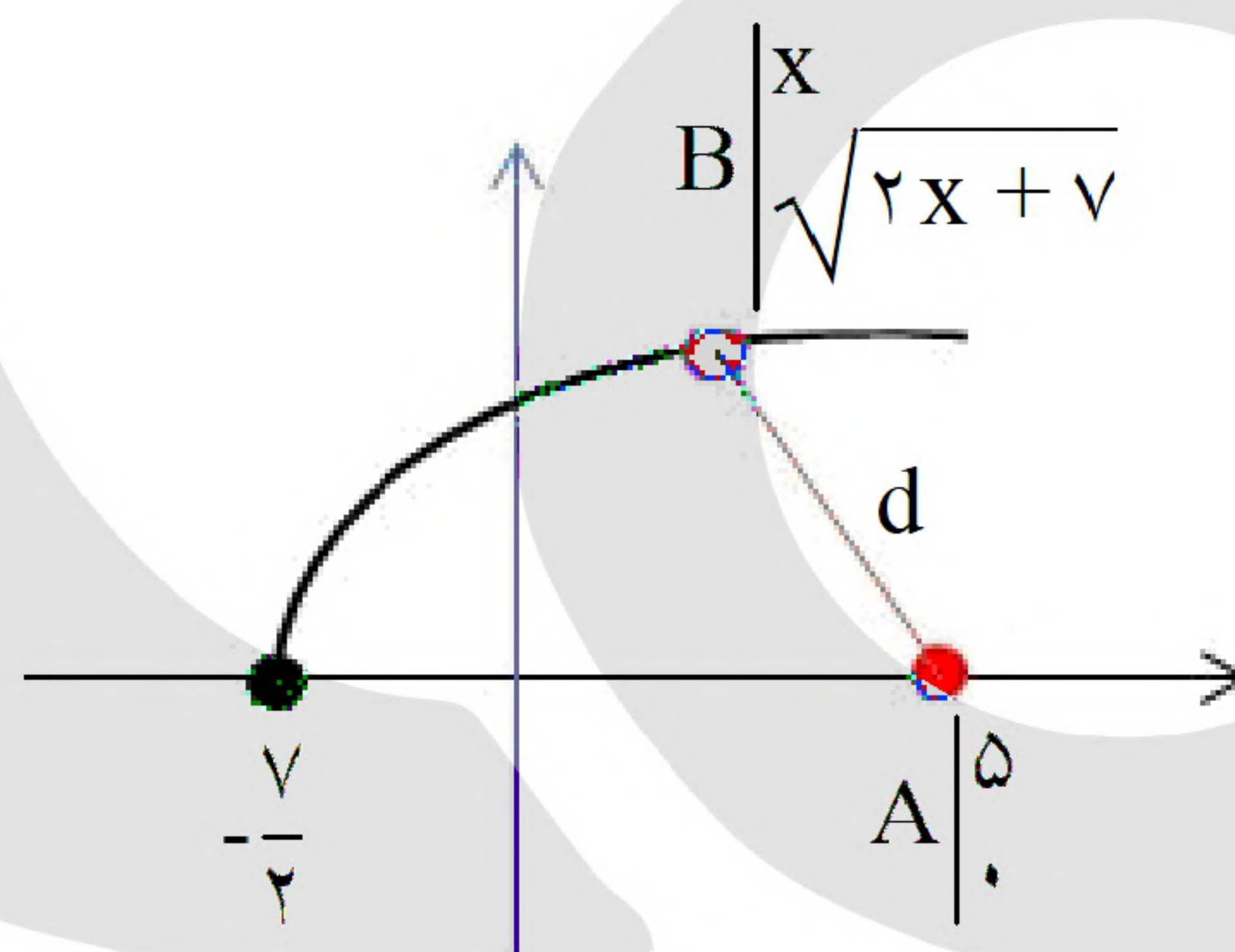
$$\Rightarrow 2x^3 - 12x^2 + 24x = 0 \Rightarrow x(2x^2 - 12x + 24) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 - 12x + 24 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \end{cases}$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow A(0, 0)$$

فاصله نقطه عطف $A(0, 0)$ تا خط $y + 2 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|0 + 2|}{\sqrt{1}} = 2$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} A(5, 0) \\ B(x, \sqrt{2x+7}) \end{cases} \Rightarrow AB = \sqrt{(x-5)^2 + (\sqrt{2x+7}-0)^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 25 + 2x + 7}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2 - 8x + 32} \Rightarrow AB' = \frac{2x - 8}{2\sqrt{x^2 - 8x + 32}} = 0 \Rightarrow x = 4$$



۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x + 2)(x^2 + 1) - 2x(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 + 1)^2}$$

روش اول:

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{\cancel{2x} + 2x^2 + 2x + 2 - \cancel{2x} - 4x^2 + 6x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2x^2 + 8x + 2}{(x^2 + 1)^2}$$

$$\Rightarrow -2x^2 + 8x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 1 \xrightarrow{+4} x^2 - 4x + 4 = 5$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 = 5 \Rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \\ x = 2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

x		$2 - \sqrt{5}$		$2 + \sqrt{5}$	
y'		-	o	+	o
y					
			min	max	

$$\Rightarrow f(2 + \sqrt{5}) = \frac{(2 + \sqrt{5})^2 + 2(2 + \sqrt{5}) - 3}{(2 + \sqrt{5})^2 + 1} = \frac{9 + 4\sqrt{5} + 4 + 2\sqrt{5} - 3}{9 + 4\sqrt{5} + 1} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{10 + 4\sqrt{5}}$$

$$= \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{5 + 3\sqrt{5}}{5 + 2\sqrt{5}} \times \frac{5 - 2\sqrt{5}}{5 - 2\sqrt{5}} = \frac{25 - 10\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 30}{25 - 20} = \frac{5\sqrt{5} - 5}{5} = \sqrt{5} - 1$$

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 1} = m$$

روش دوم:

$$(m - 1)x^2 - 2x + m + 3 = 0$$

$$\Delta' = 1 - (m - 1)(m + 3) \Rightarrow m^2 + 2m - 4 = 0$$

$$m = -1 \pm \sqrt{5} \Rightarrow m = -1 + \sqrt{5} \text{ ق ق}, m = -1 - \sqrt{5} \text{ ق ق}$$



۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

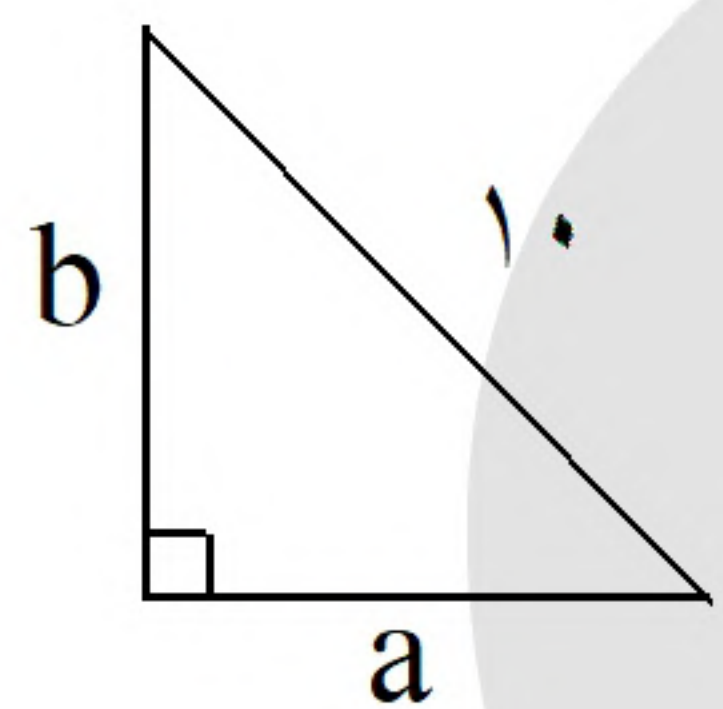
$$f(x) = \frac{x^2 - 6}{x^2 + 3} \Rightarrow f(x) = \frac{(x^2 + 3) - 9}{x^2 + 3} = 1 - \frac{6}{x^2 + 3} \Rightarrow f'(x) = \frac{12x}{(x^2 + 3)^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = 12 \times \frac{1(x^2 + 3)^2 - 12x(x^2 + 3)x}{(x^2 + 3)^4}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{(x^2 + 3)}_{\text{مخالف صفر}} \cdot \underbrace{((x^2 + 3) - 12x^2)}_{3 - 11x^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -\frac{5}{4} \\ x = -1 \Rightarrow y = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

فاصله ی بین دو نقطه ی $(1, -\frac{5}{4})$ و $(-1, -\frac{5}{4})$ برابر با $2 = |1 - (-1)|$ است.

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$a^2 + b^2 = 100 \Rightarrow a^2 = 100 - b^2$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi a^2 b \Rightarrow \frac{\pi}{3}(100 - b^2)b \Rightarrow V_{\text{مخروط}} = \frac{\pi}{3}(100b - b^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3}(100 - 3b^2) = 0$$

$$3b^2 = 100 \Rightarrow b = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a^2 = 100 - \frac{100}{3} = \frac{200}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{200} \times 10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{10\sqrt{3}\sqrt{2}}{3}}{\frac{10\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$



$$P'(x) = 1 + \frac{-2x+4}{2\sqrt{4x-x^2}} = 0$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{-2x+4}{2\sqrt{4x-x^2}} = -1 \xrightarrow{\times -1} \frac{-2x+4}{2\sqrt{4x-x^2}} = 1 \Rightarrow -2x+4 = 2\sqrt{4x-x^2}$$

$$\Rightarrow y(-x+2) = y\sqrt{4x-x^2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 4x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 8 \Rightarrow x = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} x = 2 + \sqrt{2} \\ \longrightarrow y = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{4(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})^2} = 2 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2} \text{ max} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 2 - \sqrt{2} \\ \longrightarrow y = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{4(2 - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2})^2} = 2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 \text{ min} \end{aligned}$$

$$(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2}) \Rightarrow d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad y - x = 0 \quad \frac{|2 + 2\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$$

۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{(2-2x)(x+1)^2 - (2x-x^2)(2(x+1))}{(x+1)^4} = \frac{2(x+1)((1-x)(1+x) - 2x + x^2)}{(x+1)^4}$$

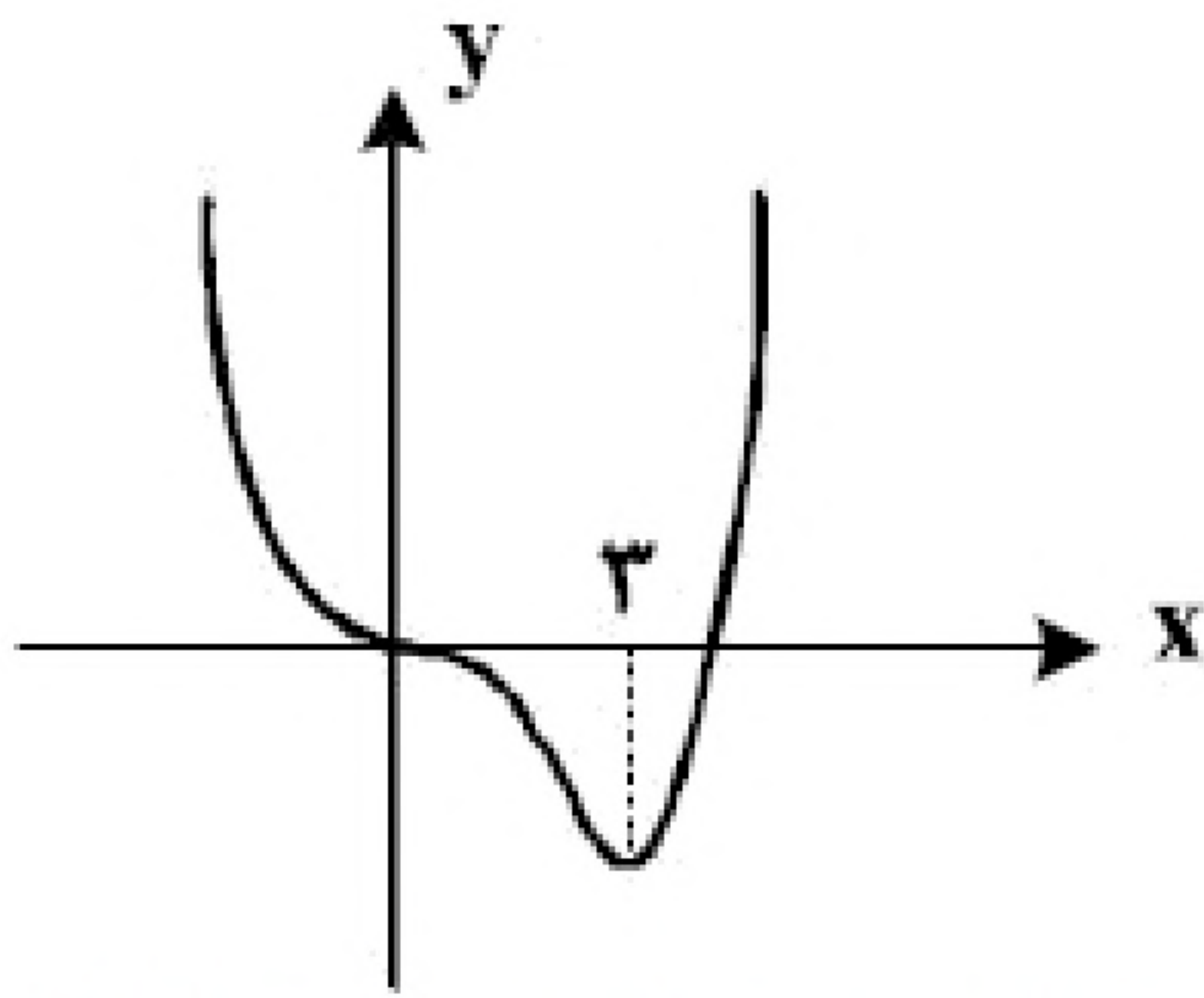
$$f'(x) = \frac{2(1-x^2-2x+x^2)}{(x+1)^3} = \frac{2(1-2x)}{(x+1)^3}$$

$$\left. \begin{aligned} f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{3} \text{ ماکزیمم نسبی} \\ \text{فاصله } y = -1 \text{ مجانب افقی} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{فاصله} = \left| \frac{1}{3} - (-1) \right| = \frac{4}{3}$$



«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx$$

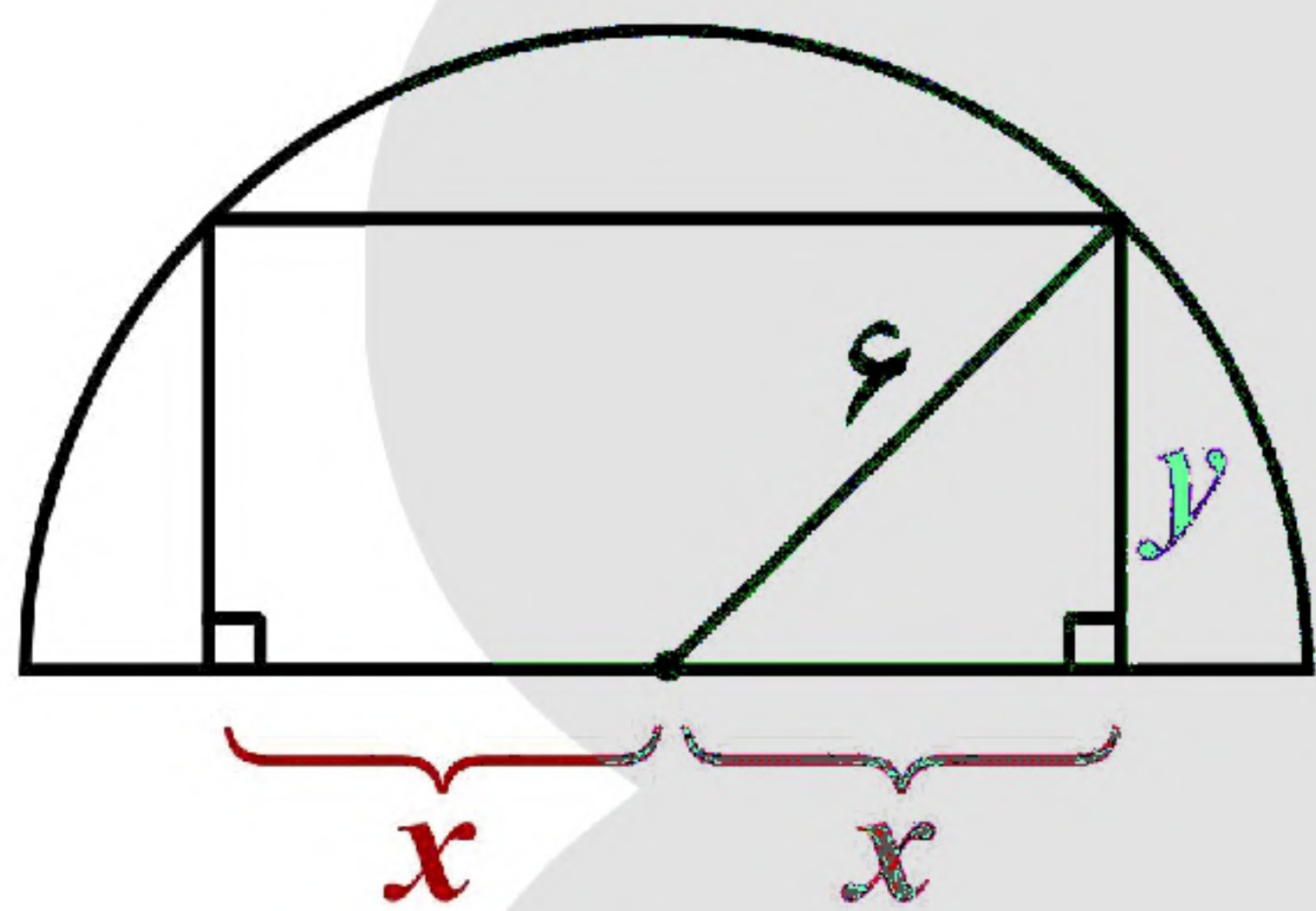
$$f''(x) = 12x^2 + 6ax + 2b$$

$$f''(3) = 0 \Rightarrow 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$f'(3) = 0 \Rightarrow 4(3)^3 + 3a(3)^2 + 0 = 0 \Rightarrow 3^3(4 + a) = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$f(x) = x^4 - 4x^3 \Rightarrow f(-2) = 16 + 32 = 48$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$S = 2xy$$

$$x^2 + y^2 = 36 \Rightarrow y = \sqrt{36 - x^2}$$

$$\Rightarrow S = 2x\sqrt{36 - x^2} \xrightarrow{x > 0} 2\sqrt{36x^2 - x^4} \Rightarrow S' = 2 \left(\frac{72x - 4x^3}{2\sqrt{36x^2 - x^4}} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 72x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 72 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

$$S_{\max} = 2(3\sqrt{2})\sqrt{36 - 18} = 2(3\sqrt{2})(3\sqrt{2}) = 36$$

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x|x| - 2x = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 0 \\ -x^2 - 2x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 2 & x \geq 0 \\ -2x - 2 & x < 0 \end{cases}$$

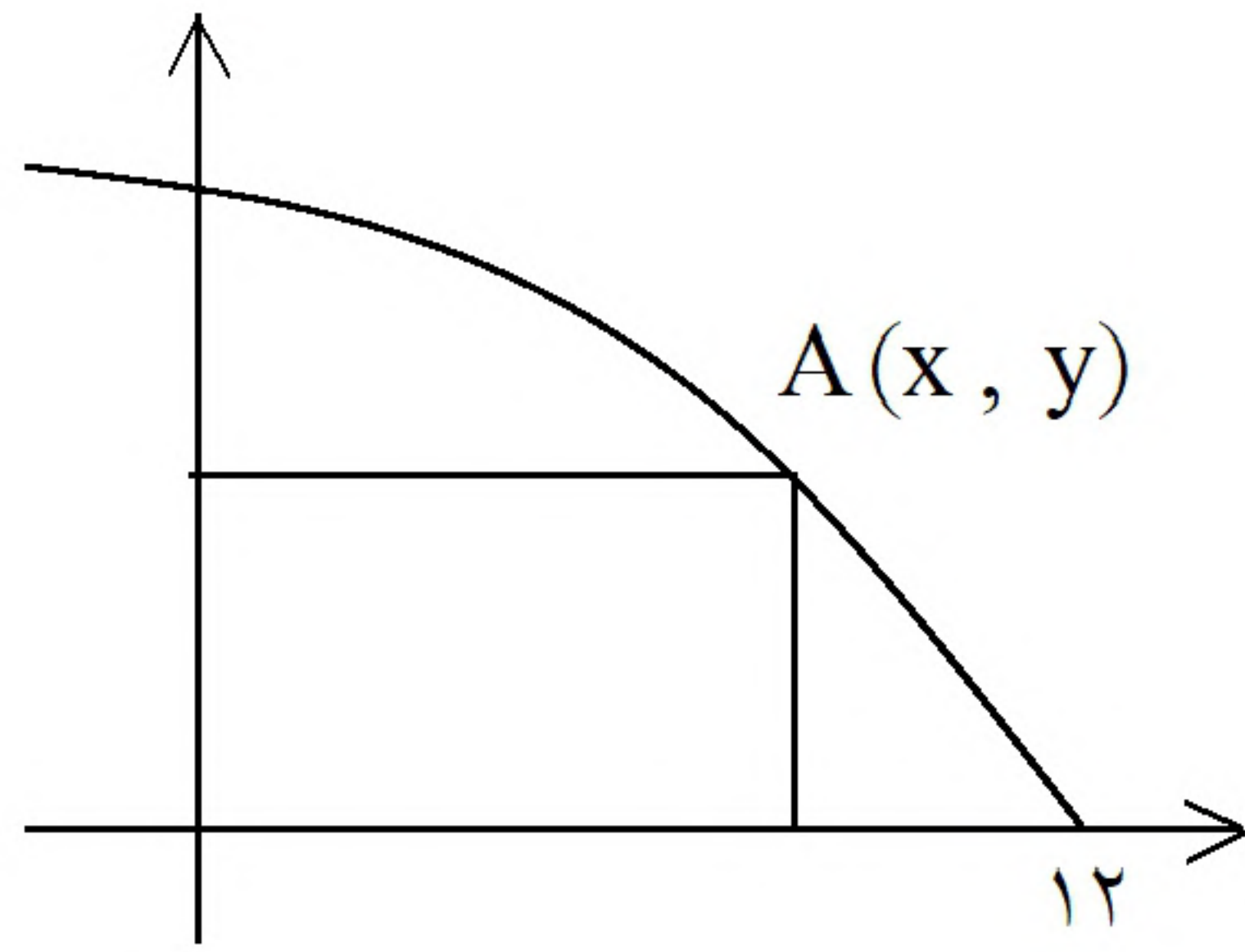
$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ min} \\ -2x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ max} \end{cases}$$

$$A(1, -1) \Rightarrow AB = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2}$$

$$B(-1, 1)$$



۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$S = xy = x\sqrt{12-x}$$

$$S' = \sqrt{12-x} + x \left(\frac{-1}{2\sqrt{12-x}} \right) = \frac{24 - 2x - x}{2\sqrt{12-x}} = 0 \Rightarrow 24 - 3x = 0 \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow S_{\max} = 8\sqrt{12-8} = 16$$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x|x-4| = \begin{cases} x^2 - 4x & x \geq 4 \\ -x^2 + 4x & x < 4 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 4 & x > 4 \\ -2x + 4 & x < 4 \end{cases}$$

$$f' = 0 \Rightarrow x = 2$$

f' وجود ندارد $\Rightarrow x = 4$

x	2	4
f'	+ ○ - ○ +	
f	↗ max ↘	↙ min ↘
	4	0

$$\max(2, 4) \Rightarrow d = \sqrt{(2-4)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x-1)^2}$$

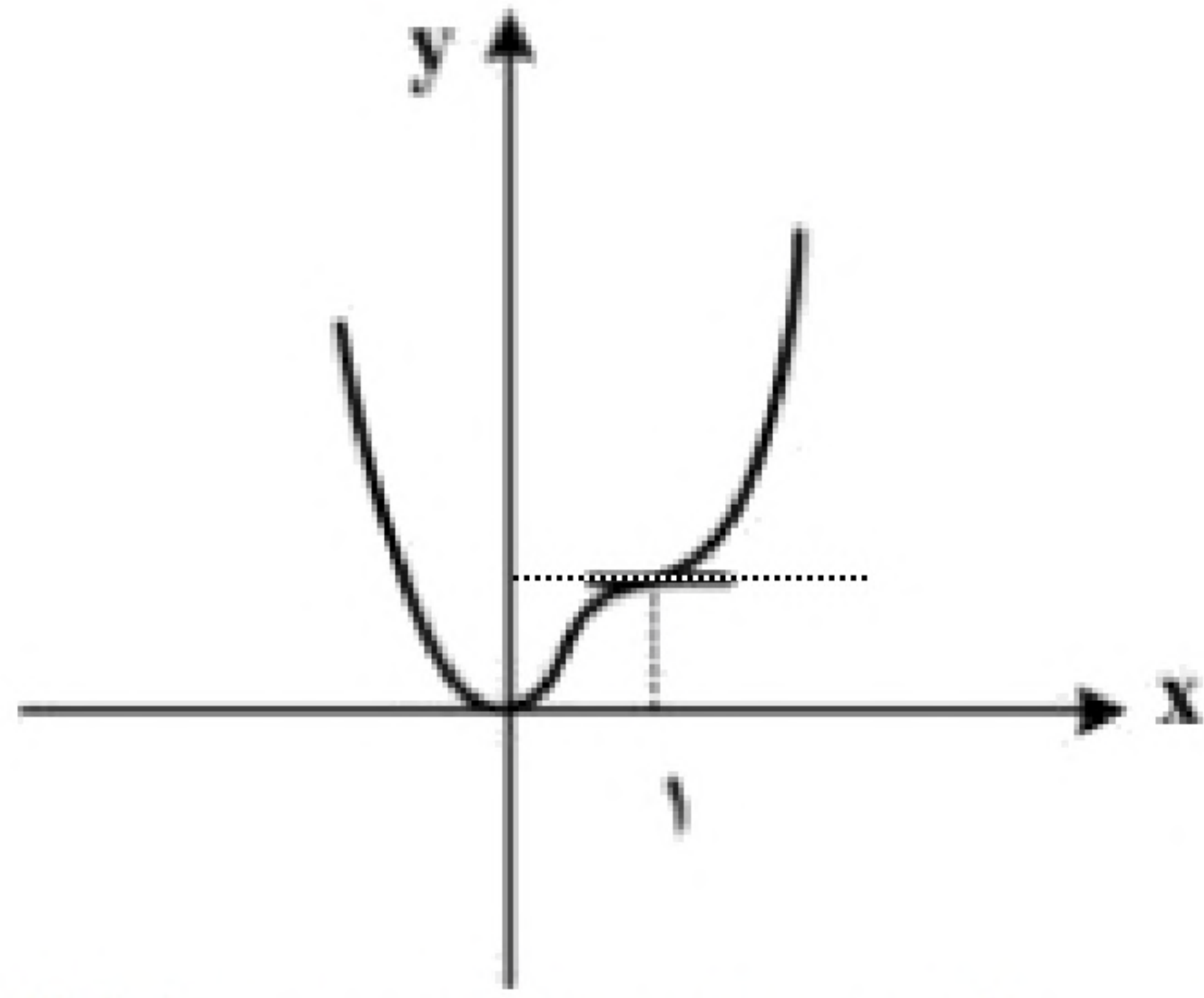
$$f'(x) = \frac{(2x+2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2+2x)}{(x-1)^4} = \frac{2(x-1)((x+1)(x-1) - x^2 - 2x)}{(x-1)^4}$$

$$= \frac{2(x^2 - 1 - x^2 - 2x)}{(x-1)^3} = 0 \Rightarrow \left. \begin{aligned} -1 - 2x = 0 &\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ (x-1)^2 = 0 &\Rightarrow x = 1 \end{aligned} \right\} \text{مجاناب قائم}$$

$$\text{فاصله} = \left| 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| = \frac{3}{2}$$



۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$$

$$f'(x) = 12x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 36x^2 + 6ax + 2b$$

$$f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\left. \begin{aligned} f'(1) = 0 &\Rightarrow 12 + 3a + 2b = 0 \\ f''(1) = 0 &\Rightarrow 36 + 6a + 2b = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 24 + 3a = 0 \Rightarrow a = -8$$

