

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

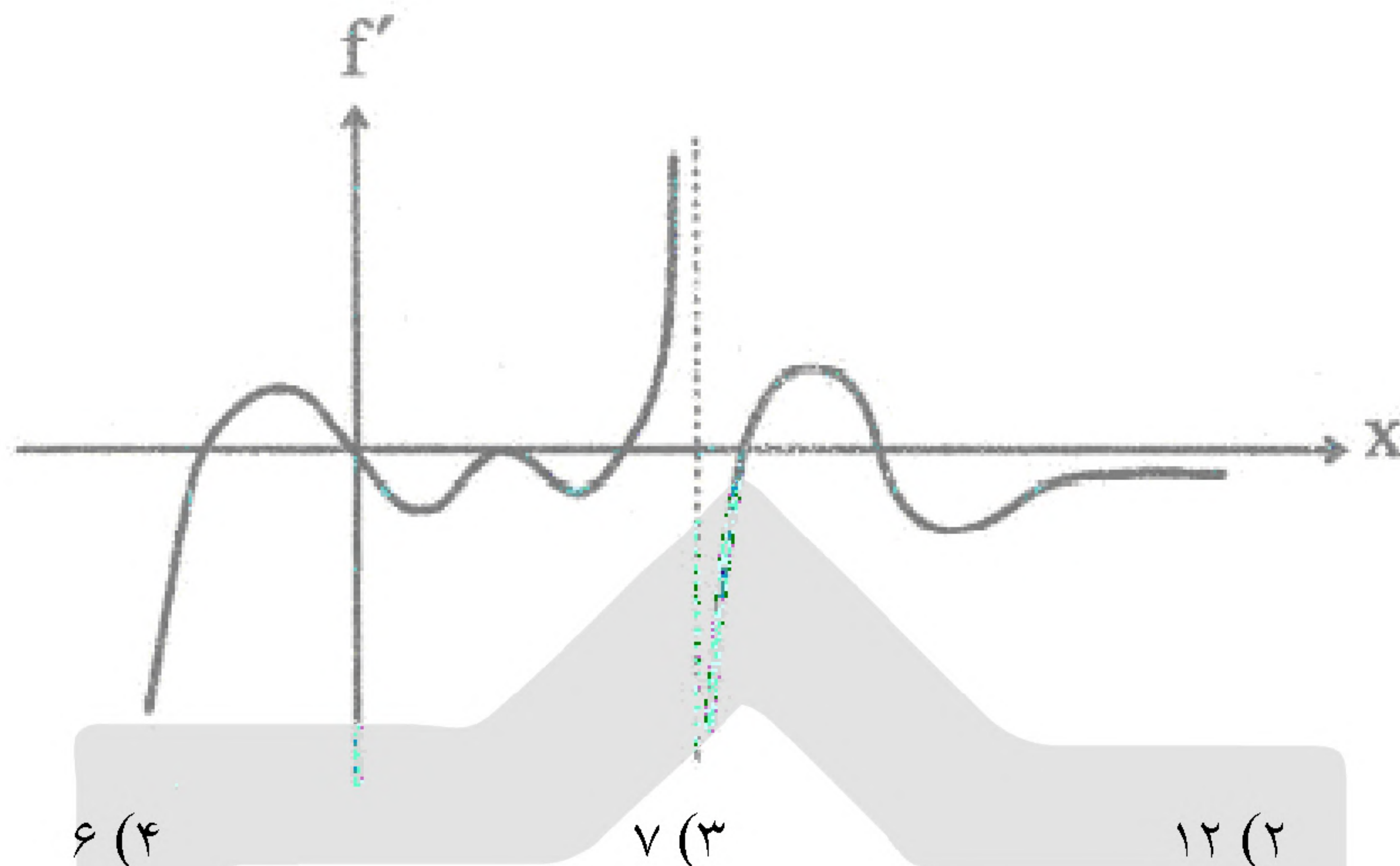
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





۱- اگر تابع  $f$  در  $R$  (مجموعه اعداد حقیقی) پیوسته و نمودار  $f'$  (تابع مشتق) به صورت زیر باشد، آنگاه تابع  $f$  چند اکسترمم نسبی دارد؟

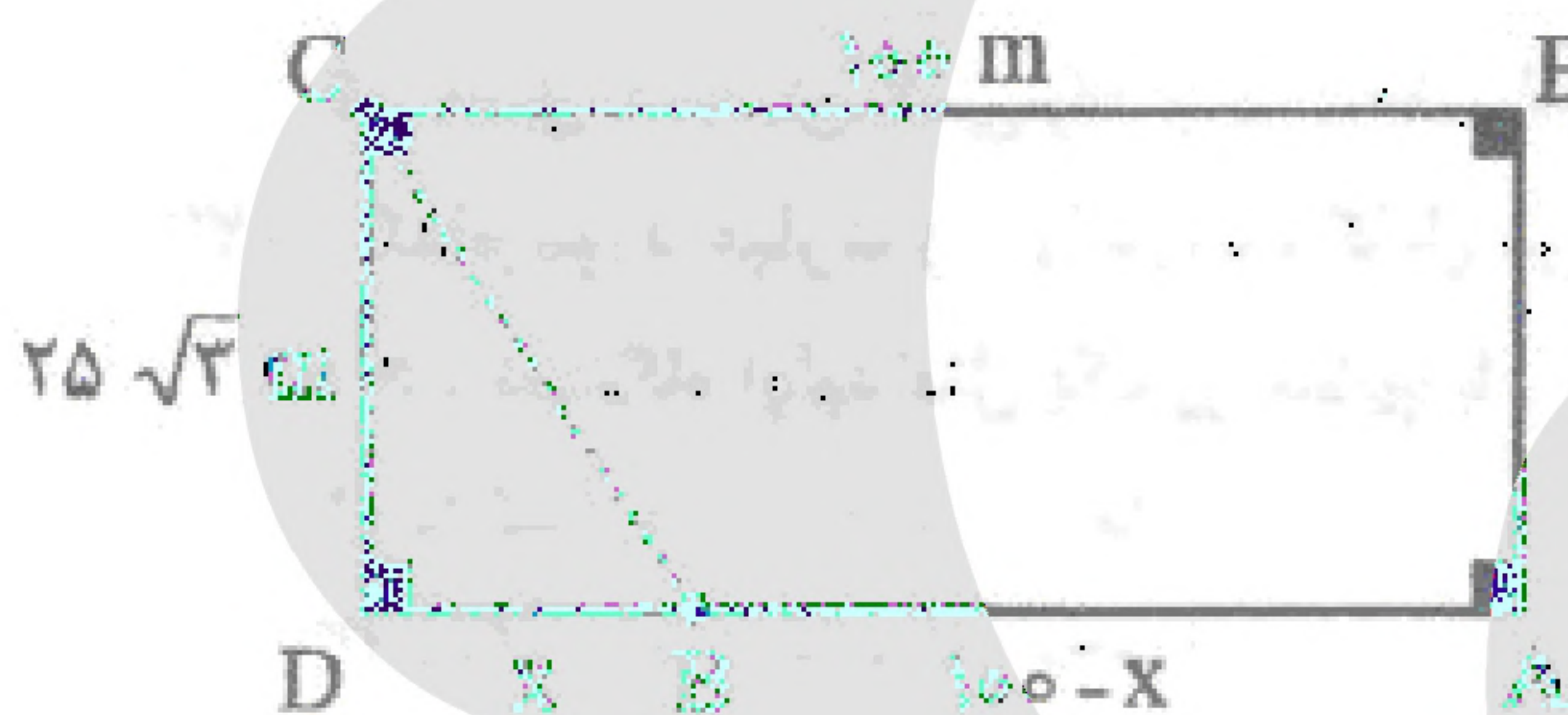


۲- کمترین مقدار حاصل ضرب اکسترمم‌های مطلق تابع  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + K$  در بازه  $[-1, 2]$  کدام است؟

- (۱)  $-20/5$  (۲)  $-20/25$  (۳)  $-22/5$  (۴)  $-22/25$

۳- اگر  $A(2, 1)$  نقطهٔ مینیمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 + bx^2 + d$  باشد، آنگاه مجموع مقادیر ماکزیمم مطلق و نسبی تابع در بازه  $[-4, 4]$  کدام است؟

- (۱) ۲۶ (۲) ۲۲ (۳) ۱۰۶ (۴) ۱۰۲



۴- آروین در موقعیت  $A$  قرار دارد. او می‌خواهد به موقعیت  $C$  که در ۱۰۰ متری غرب و  $25\sqrt{3}$  متری شمال موقعیت فعلی او قرار دارد برود. اگر مسیر  $AB$  را با سرعت ثابت  $\frac{m}{s}$  و مسیر  $BC$  را با سرعت ثابت  $\frac{2m}{s}$  طی کند، آنگاه کمترین زمان ممکن برای رسیدن

آروین از موقعیت  $A$  تا موقعیت  $C$  چند ثانیه است؟

- (۱)  $18/75$  (۲)  $31/25$  (۳)  $43/75$  (۴)  $56/25$

۵- تابع  $f(x) = |x^2 - 4|x| + 1|$  در بازه  $[-4, 4]$  دارای  $m$  نقطهٔ بحرانی،  $n$  ماکزیمم مطلق،  $p$  ماکزیمم نسبی،  $q$

مینیمم مطلق،  $r$  مینیمم نسبی و  $s$  نقطهٔ گوشه‌ای است. حاصل  $m^2 + n^2 + p^2 + q^2 + r^2 + s^2$  کدام است؟

- (۱) ۱۱۹ (۲) ۱۳۴ (۳) ۱۴۲ (۴) ۱۵۱

۶- مستطیل محاط در دایره‌ای به محیط  $6\pi$  را حول طول آن دوران می‌دهیم تا استوانه‌ای قائم ایجاد شود. وقتی حجم این استوانه بیشترین مقدار خود را دارد، مساحت مستطیل اولیه کدام است؟

- (۱)  $6\sqrt{3}$  (۲)  $6\sqrt{2}$  (۳)  $12\sqrt{3}$  (۴)  $12\sqrt{2}$





- ۷- تابع  $f(x) = (-1)^{[x]}([x] - x)$  در بازه  $[-2, 2]$  به ترتیب، چند اکسترمم نسبی و چند اکسترمم مطلق دارد؟  
(کروشه در ضابطه تابع، نماد جزء صحیح است.)
- (۱) ۴ - ۳ (۲) ۳ - ۴ (۳) ۳ - صفر (۴) صفر - صفر

- ۸- اگر  $[a, b]$  بزرگترین بازه‌ای باشد که تابع با ضابطه  $f(x) = 2x + \sqrt{36 - x^2}$  در آن بازه صعودی اکید است، حاصل  $a\sqrt{5} - b$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

- ۹- نقطه  $(2, 16)$  ماکزیمم نسبی تابع  $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2a^2x$  است. حاصل  $a \times b$  کدام است؟
- (۱) -۸ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) -۱۶

- ۱۰- در کره‌ای به شعاع  $3\sqrt{3}$  یک استوانه محاط کرده‌ایم. بیشترین حجم استوانه کدام است؟

(۱)  $118\pi$  (۲)  $108\pi$  (۳)  $98\pi$  (۴)  $96\pi$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

- ۱۱- اگر تعداد نقاط بحرانی، تعداد نقاط ماکزیمم مطلق، تعداد نقاط مینیمم مطلق، تعداد نقاط ماکزیمم نسبی، تعداد نقاط مینیمم نسبی در تابع  $f(x) = |x^2 - x - 6|$  را در بازه  $[-4, 4]$  به ترتیب با  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  نمایش دهیم، حاصل  $a + 2b + 3c + 4d + 5e$  کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۶ (۳) ۲۸ (۴) ۲۹

- ۱۲- تابع  $f(x) = \sqrt[4]{\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۳

- ۱۳- تفاوت مقادیر مینیمم و ماکزیمم مطلق، تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 15x + 7$  در بازه  $[-4, 3]$  چقدر است؟

(۱) ۴۷ (۲) ۴۹ (۳) ۷۰ (۴) ۷۲

- ۱۴- تابع  $f(x) = |(m-1)x^2 + (m-1)x + 1|$  فقط دارای یک نقطه مینیمم نسبی است. چند مقدار صحیح برای  $m$  وجود دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۱۵- تابع  $f(x) = |(m+3)x^2 + (m+3)x + 1|$  فقط دارای یک نقطه بحرانی است. چند مقدار صحیح برای  $m$  وجود دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۵





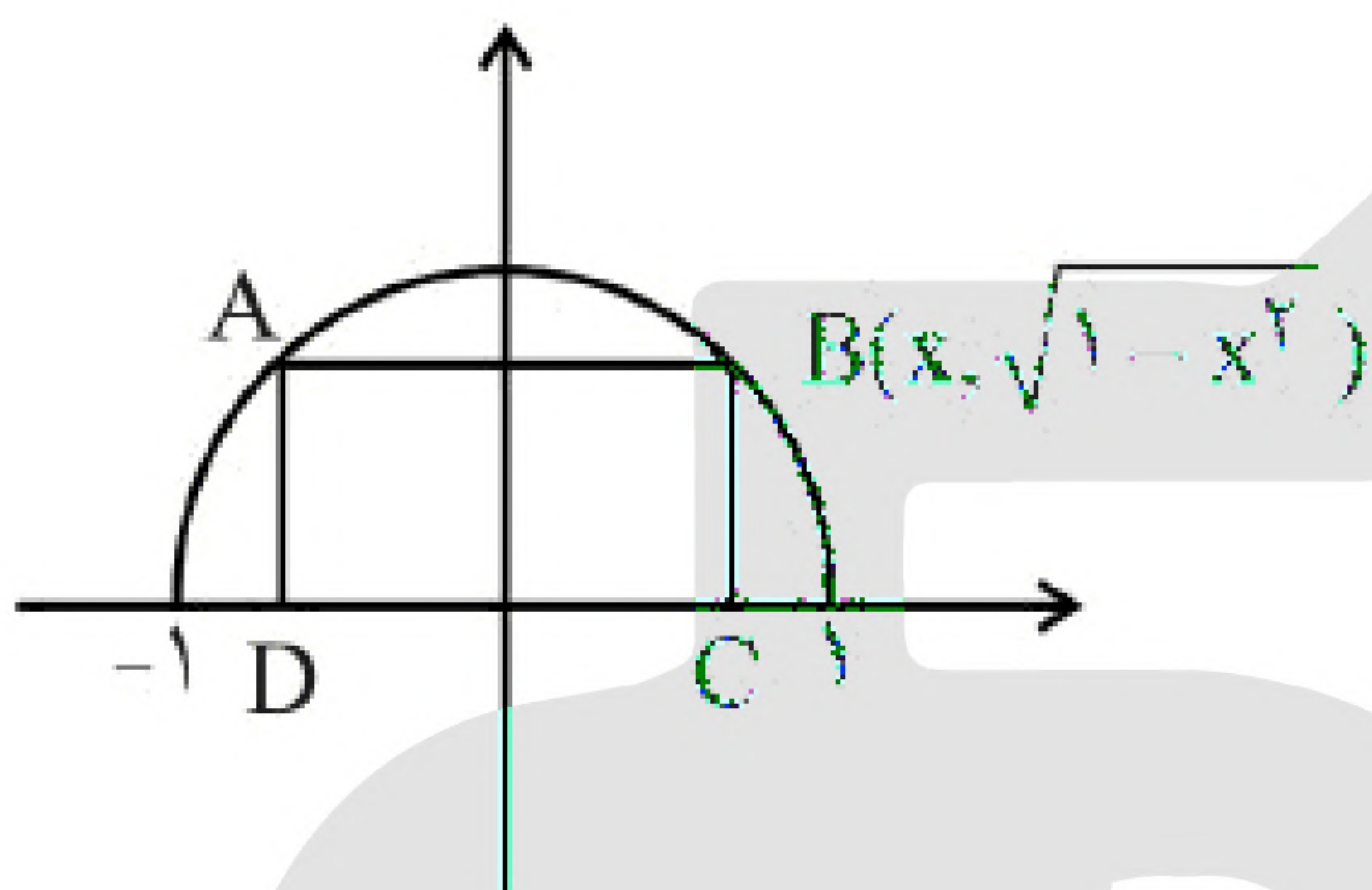
۱۶- اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - |2x - 6| + x$  باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن نامساوی  $f'(x) \geq 0$  برقرار باشد

کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -2)$  (۲)  $(-\infty, 3)$  (۳)  $(3, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, +\infty)$

۱۷- اندازه‌ی بزرگ‌ترین بازه‌ای که در آن تابع  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 - 56x - 13$  نزولی اکید است، کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶



۱۸- در شکل مقابل، مستطیل ABCD، داخل نیم‌دایره‌ای به معادله

$y = \sqrt{1 - x^2}$  و به شعاع ۱ واحد محاط شده است. بیشترین

مقدار مساحت ممکن، برای این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۹- اگر مجموع طول‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع  $f(x) = x^3 - ax^2 - 9x$  برابر ۲ باشد، حاصل جمع عرض‌های ماکزیمم و مینیمم نسبی تابع  $f$  کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) -۲۲ (۳) ۳۲ (۴) -۳۲

۲۰- در بازه  $[1, 3]$  بیشترین مقدار تابع  $f(x) = x^3 - 12x + K$  دو برابر کمترین مقدار آن است. فاصله نقطه عطف تابع تا مبدأ مختصات چقدر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۲ (۳) ۲۳ (۴) ۲۴

۲۱- حاصل جمع عرض‌های نقاطی که بر نمودار تابع  $f(x) = -x^2 + 4$  قرار داشته و فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی  $A(0, 2)$  کم‌ترین مقدار باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲) ۱۰ (۳)  $\frac{5}{4}$  (۴) ۵

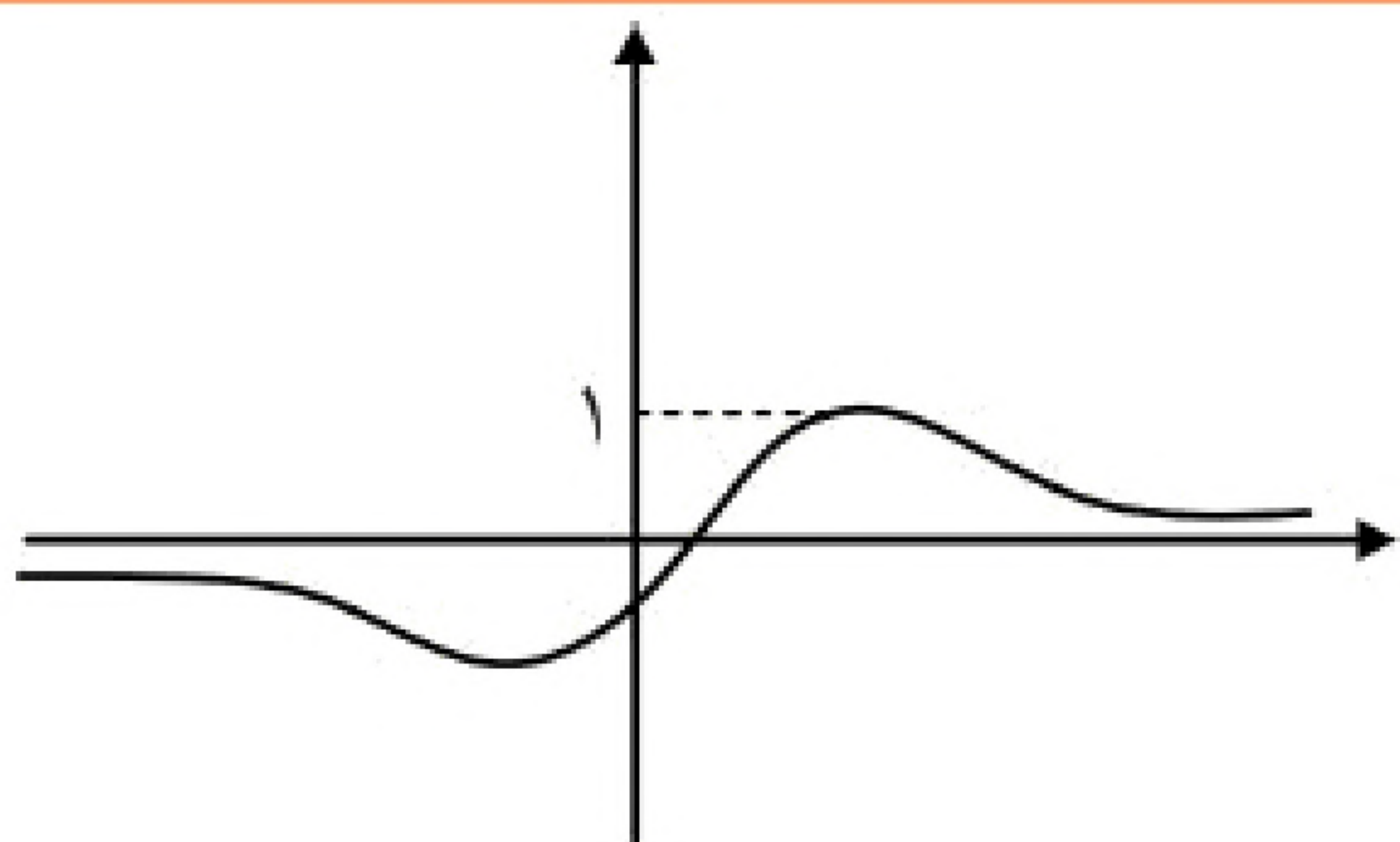
۲۲- طول قطر مستطیلی که مساحت آن ۲۵۶ متر مربع و محیط آن کم‌ترین مقدار باشد، کدام است؟

- (۱)  $32\sqrt{2}$  (۲)  $24\sqrt{2}$  (۳)  $16\sqrt{2}$  (۴)  $12\sqrt{2}$

۲۳- در تابع  $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x + 1}$ ، اختلاف عرض اکسترم‌های نسبی تابع کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{3}$  (۲) ۳ (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴) ۲





۲۴- شکل مقابل نمودار تابع  $f(x) = \frac{(a-1)x^2 + bx}{x^2 + 4}$  است.

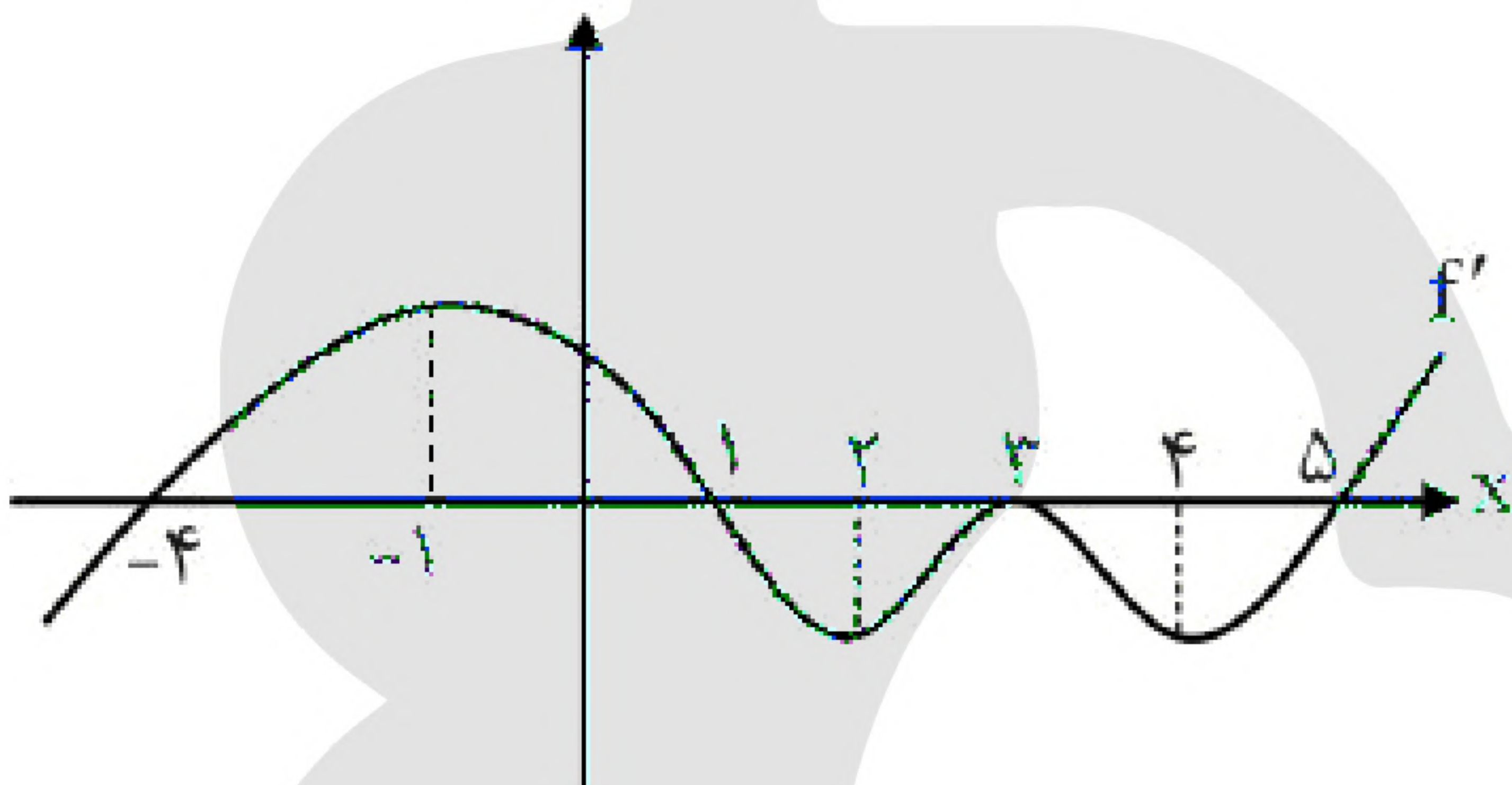
مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۲۵- حاصل جمع طول‌های نقاط اکسترم نسبی تابع  $f(x) = (x-1)\sqrt[3]{x^2}$  از حاصل جمع اکسترم‌های مطلق آن در

بازه‌ی  $[-1, 1]$  چه مقدار بیش‌تر است؟

- (۱)  $-2/4$
- (۲)  $2/4$
- (۳)  $-1/6$
- (۴)  $1/6$



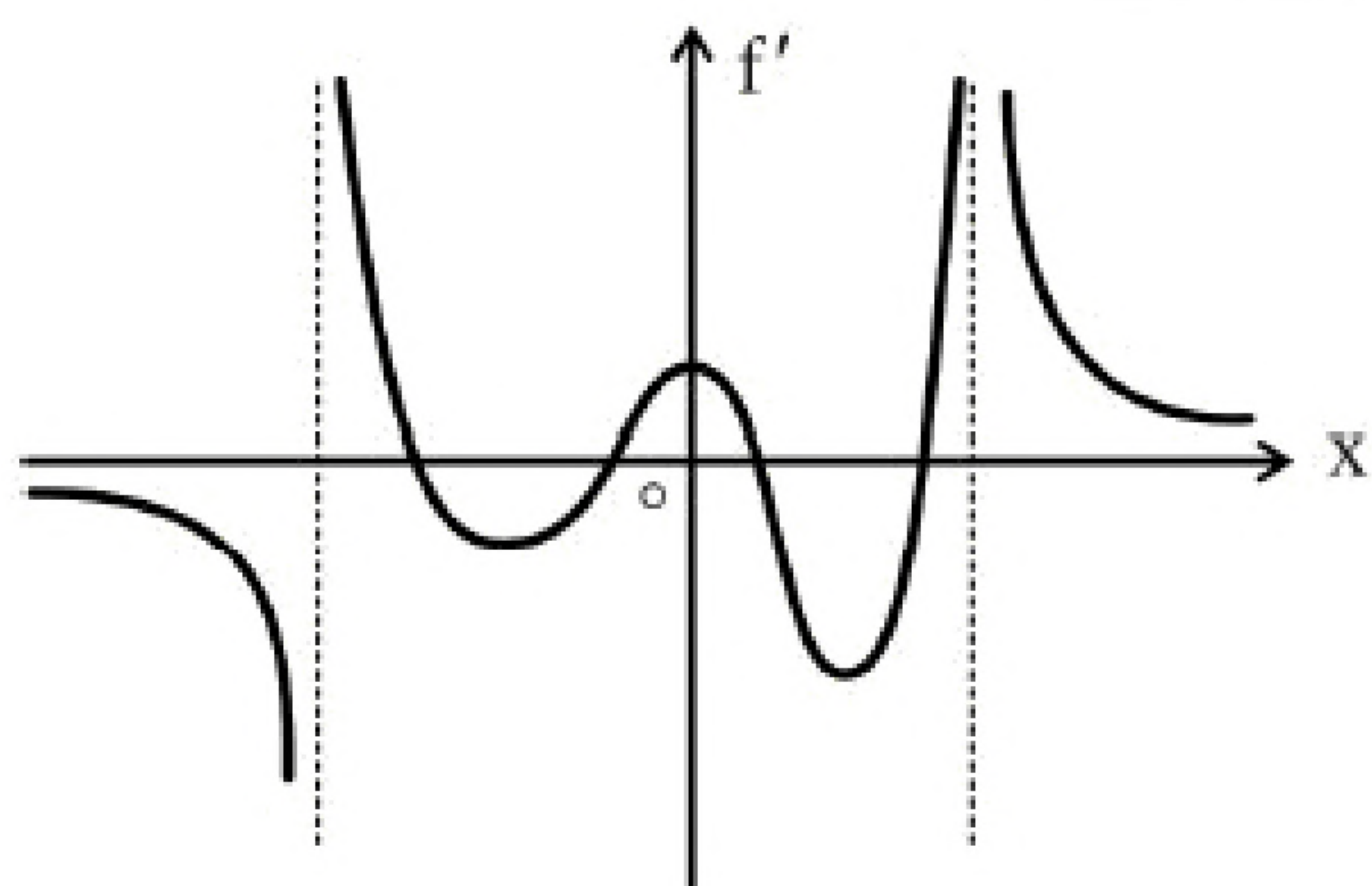
۲۶- شکل مقابل، نمودار مشتق تابع  $f$  یعنی  $f'$  است.

نمودار تابع  $f$  در کدام بازه‌ها صعودی و در کدام بازه‌ها نزولی است؟

- (۱) در بازه‌های  $(-4, -1)$  و  $(4, +\infty)$  صعودی و در بازه‌های  $(1, 3)$  و  $(3, 4)$  نزولی
- (۲) در بازه‌های  $(-4, -1)$  و  $(2, 3)$  و  $(4, 5)$  صعودی و در بازه‌های  $(-1, 2)$  و  $(3, 4)$  نزولی
- (۳) در بازه‌های  $(-\infty, -1)$  و  $(2, 3)$  و  $(4, +\infty)$  صعودی و در بازه‌های  $(-1, 2)$  و  $(3, 4)$  نزولی
- (۴) در بازه‌های  $(-4, 1)$  و  $(5, +\infty)$  صعودی و در بازه‌های  $(1, 5)$  و  $(-\infty, -4)$  نزولی

۲۷- کدام عبارت درباره‌ی اکسترم نسبی تابع و آزمون مشتق اول عبارتی، درست است؟

- (۱) اگر  $f'(x_0) = 0$  آن‌گاه  $f(x_0)$  اکسترم نسبی تابع  $f$  است.
- (۲) در نقاط اکسترم نسبی تابع  $f$ ،  $f'$  موجود و برابر صفر است.
- (۳) در اکسترم نسبی تابع  $f$ ، اگر  $f'$  وجود داشته باشد آن‌گاه  $f' = 0$ .
- (۴) اگر  $f'(x_0)$  موجود و برابر صفر باشد، آن‌گاه  $f$  در  $x_0$  دارای ماکزیمم یا مینیمم نسبی است.



۲۸- نمودار مشتق اول تابع پیوسته  $f$  مطابق شکل مقابل است. تابع

$f$  به‌ترتیب چند ماکزیمم نسبی و چند مینیمم نسبی دارد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

- (۱) ۳ و ۳
- (۲) ۲ و ۳
- (۳) ۲ و ۲
- (۴) ۲ و ۳





«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۲۹- به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، خط  $y = m$  نمودار تابع  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$  را در سه نقطه قطع می‌کند؟

۲۴ (۴)

۲۵ (۳)

۲۶ (۲)

۲۷ (۱)

۳۰- بیش‌ترین مقدار مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع  $4\sqrt{2}$  محاط می‌شود، با فرض  $\pi = 3$  کدام است؟

۹۶ (۴)

۱۹۲ (۳)

۲۵۶ (۲)

۵۱۲ (۱)

۳۱- اگر تابع  $f(x) = ax^3 + (a+4)x^2 - 3x + 2$  فقط یک نقطه‌ی بحرانی در  $R$  داشته باشد،  $a$  چند مقدار دارد و مجموع تمام مقادیر آن کدام است؟

۲ و ۱۵- (۴)

۲ و ۱۷- (۳)

۳ و ۱۵- (۲)

۳ و ۱۷- (۱)

۳۲- خطی که از نقاط ماکزیمم و مینیمم مطلق نمودار تابع  $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$  می‌گذرد، محور  $x$  را با کدام طول قطع می‌کند؟

 $\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$  (۴) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$  (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2} - 1$  (۲) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (۱)

۳۳- حداکثر مساحت جانبی استوانه‌ای که درون یک کره به شعاع  $4\sqrt{2}$  محاط شده است، کدام است؟

 $128\pi$  (۴) $64\pi$  (۳) $48\pi$  (۲) $32\pi$  (۱)

۳۴- اگر  $x = -3$  طول یکی از کسیرم‌های نسبی تابع  $f(x) = x^3 + mx^2 - 9x - 19$  باشد، مقدار اکسیرم نسبی دیگر تابع کدام است؟

۱۷ (۴)

-۱۷ (۳)

-۲۴ (۲)

۸ (۱)

۳۵- فاصله نقطه ماکسیمم نسبی تابع  $f(x) = x + 4 + \sqrt{4x - x^2}$  از نیمساز ناحیه اول دستگاه مختصات چقدر است؟

 $2 - \sqrt{2}$  (۴) $2 + \sqrt{2}$  (۳) $2\sqrt{2} + 1$  (۲) $2\sqrt{2} - 1$  (۱)

۳۶- به ازای چند عدد صحیح  $k$ ، خط  $y = 4x + k$  نمودار تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 1$  را الزاماً در ۳ نقطه متمایز قطع می‌کند؟

۳۲ (۴)

۳۱ (۳)

۳۰ (۲)

۲۹ (۱)



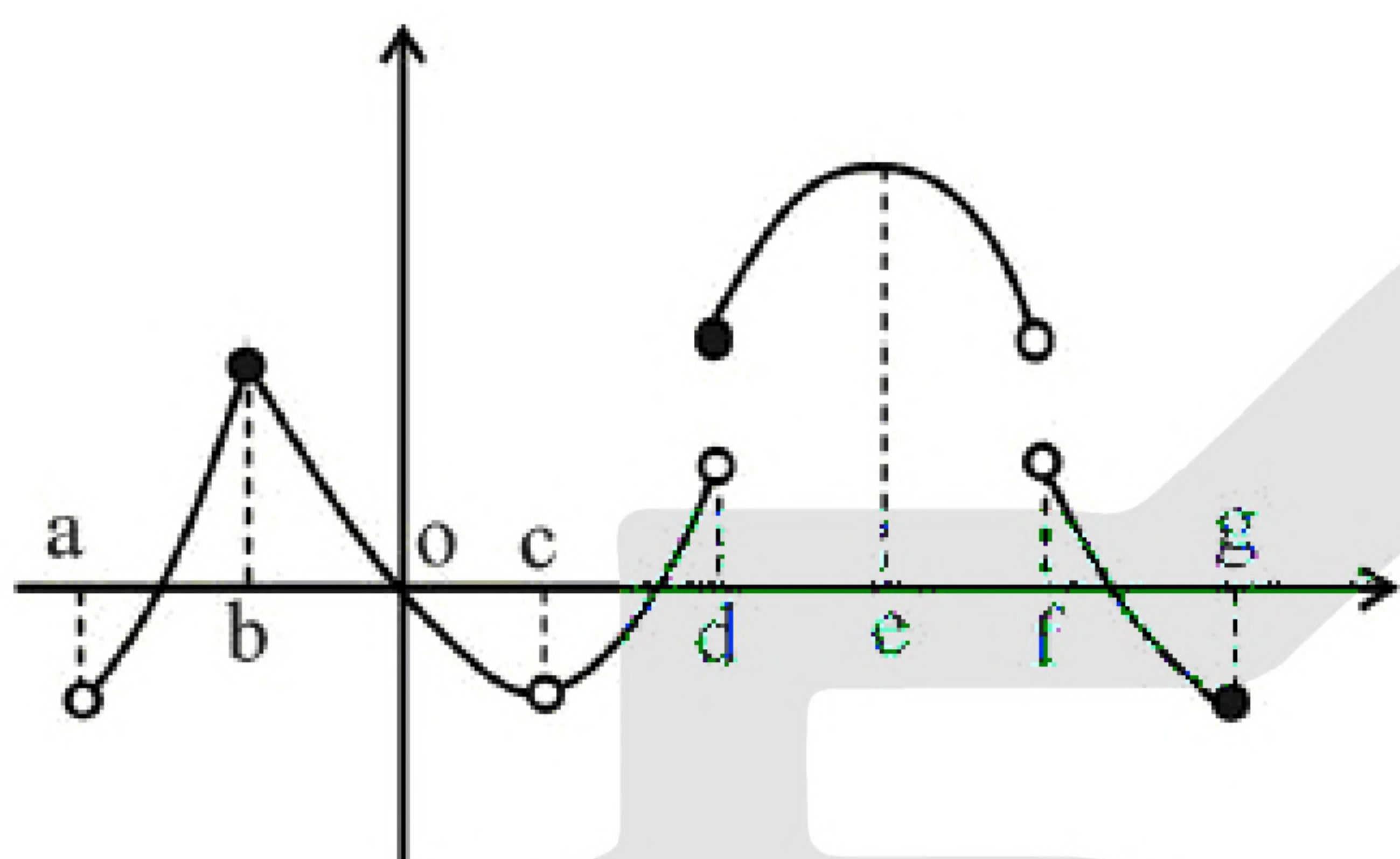


۳۷- برای تابع  $f(x) = \begin{cases} 2 - x^3 & x < 1 \\ -x^2 + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ ، نقطه به طول  $x = 1$  چه نوع نقطه‌ای است؟

- (۱) نه ماکزیمم نسبی و نه مینیمم نسبی  
(۲) هم ماکزیمم نسبی و هم مینیمم نسبی  
(۳) ماکزیمم نسبی  
(۴) مینیمم نسبی

۳۸- شکل مقابل نمودار تابع  $f$  است. نقاط بحرانی تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $b, e, f, g$   
(۲)  $b, d, e, g$   
(۳)  $a, b, c, g$   
(۴)  $b, c, e, f$



۳۹- اگر تابع  $f(x) = \frac{ax - 3}{a + 2 - x}$  در بازه  $(1, +\infty)$  اکیداً نزولی باشد، حدود  $a$  کدام است؟

- (۱)  $(a < -3) \cup (a > 1)$   
(۲)  $-1 < a < 3$   
(۳)  $(a < -1) \cup (a > 0)$   
(۴)  $-3 < a < 1$

۴۰- اگر شکل مقابل نمودار تابع  $f$  باشد، نمودار تابع  $f'$  کدام است؟

