

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





۱- خط  $5x - y - 7 = 0$  در نقطه  $x = 3$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  مماس است. اگر  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{g(x) - g(8)}{x^2 - x - 56} = \frac{37}{150}$

باشد، حاصل  $(g \circ f)'(3)$  کدام است؟

۱۶/۵ (۴)

۱۸/۵ (۳)

۱۹/۵ (۲)

۱۷/۵ (۱)

۲- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  در بازه  $[4, b]$  برابر  $\frac{7}{6}$  است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در  $x = \frac{b}{4}$  کدام

است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

۱/۲۵ (۱)

۳- آهنگ تغییر متوسط تابع  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{5}}$  در بازه  $[K, K+1]$  با آهنگ تغییر لحظه‌ای این تابع در  $x = 2\sqrt{5}$

برابر است. اختلاف دو مقدار ممکن برای  $K$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۱ (۳)

۹ (۲)

۲۰ (۱)

۴- اگر  $f(x) = x(x+1)(x+2)\dots(x+7)$  باشد، مقدار  $f'(-3)$  کدام است؟

۱۴۴ (۴)

-۱۴۴ (۳)

۱۲۰ (۲)

-۱۲۰ (۱)

۵- اگر  $f'(2) = 4$  و  $f(2) = 3$ ، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 9}{x^2 - x - 2}$  کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۶- اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3h) - f(x-3h)}{5h} = \frac{27x}{\sqrt{x^2 + 5}}$  باشد، مقدار  $f'(2)$  کدام است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۷- براساس نمودار  $f$ ، در کدام نقاط، مقدار تابع از مقدار مشتق

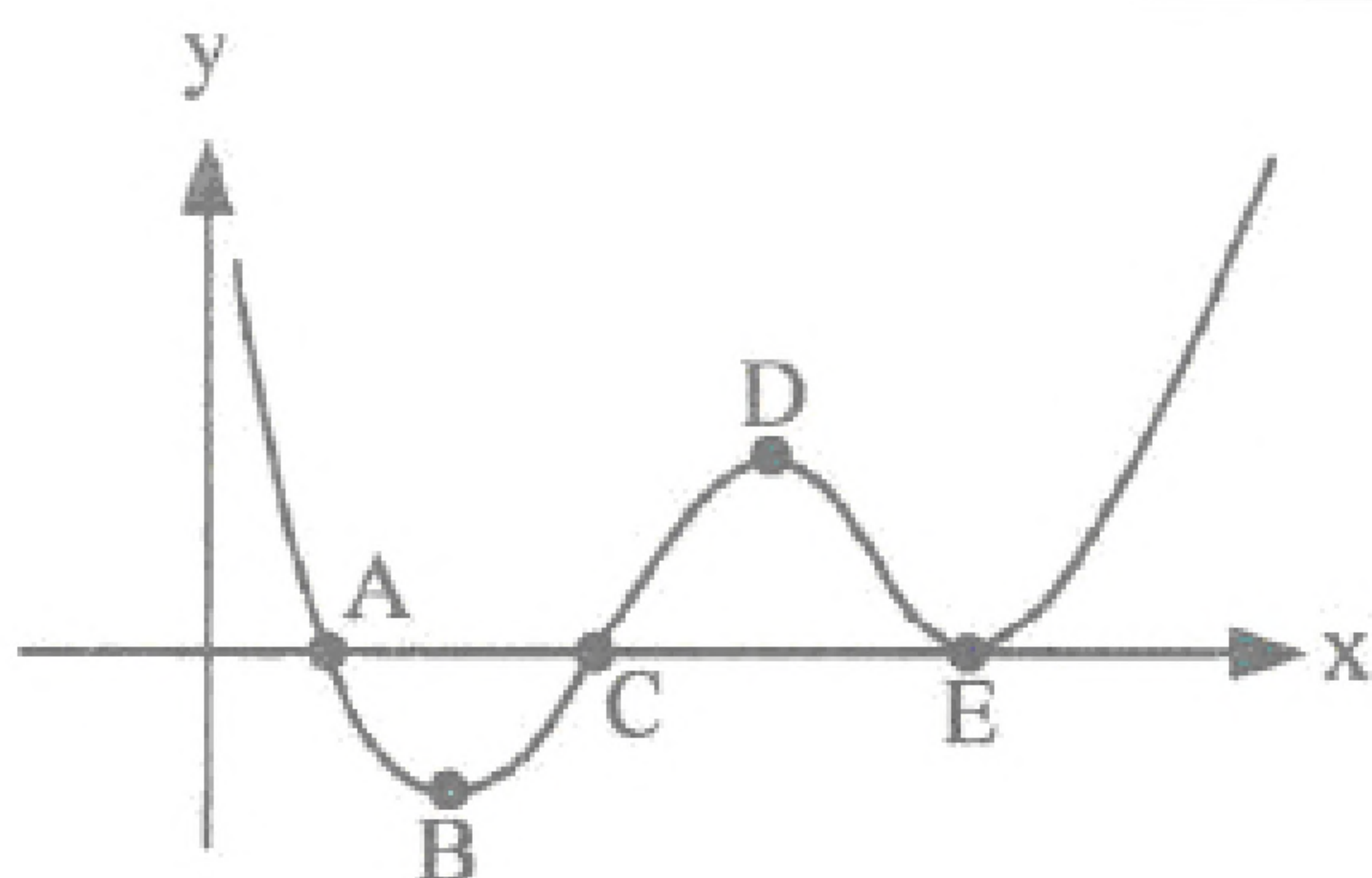
تابع در آن نقاط بیشتر است؟

(۱) D و E

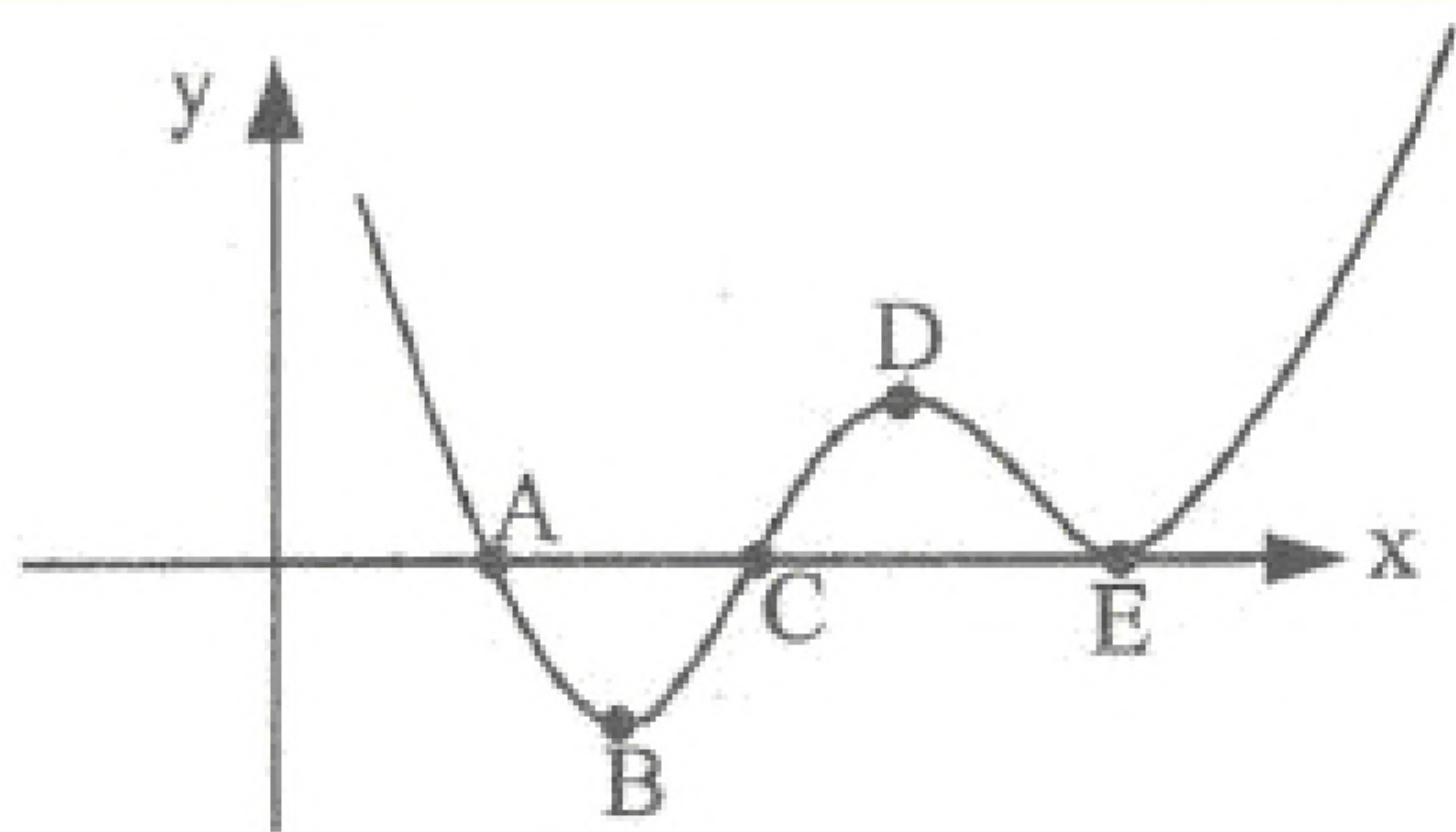
(۲) D و B

(۳) B و A

(۴) D و A







۸- نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. در کدام نقاط، مقدار تابع از مقدار مشتق تابع در آن نقاط کمتر است؟

- (۱) A و D  
(۲) B و C  
(۳) B و D  
(۴) A و E

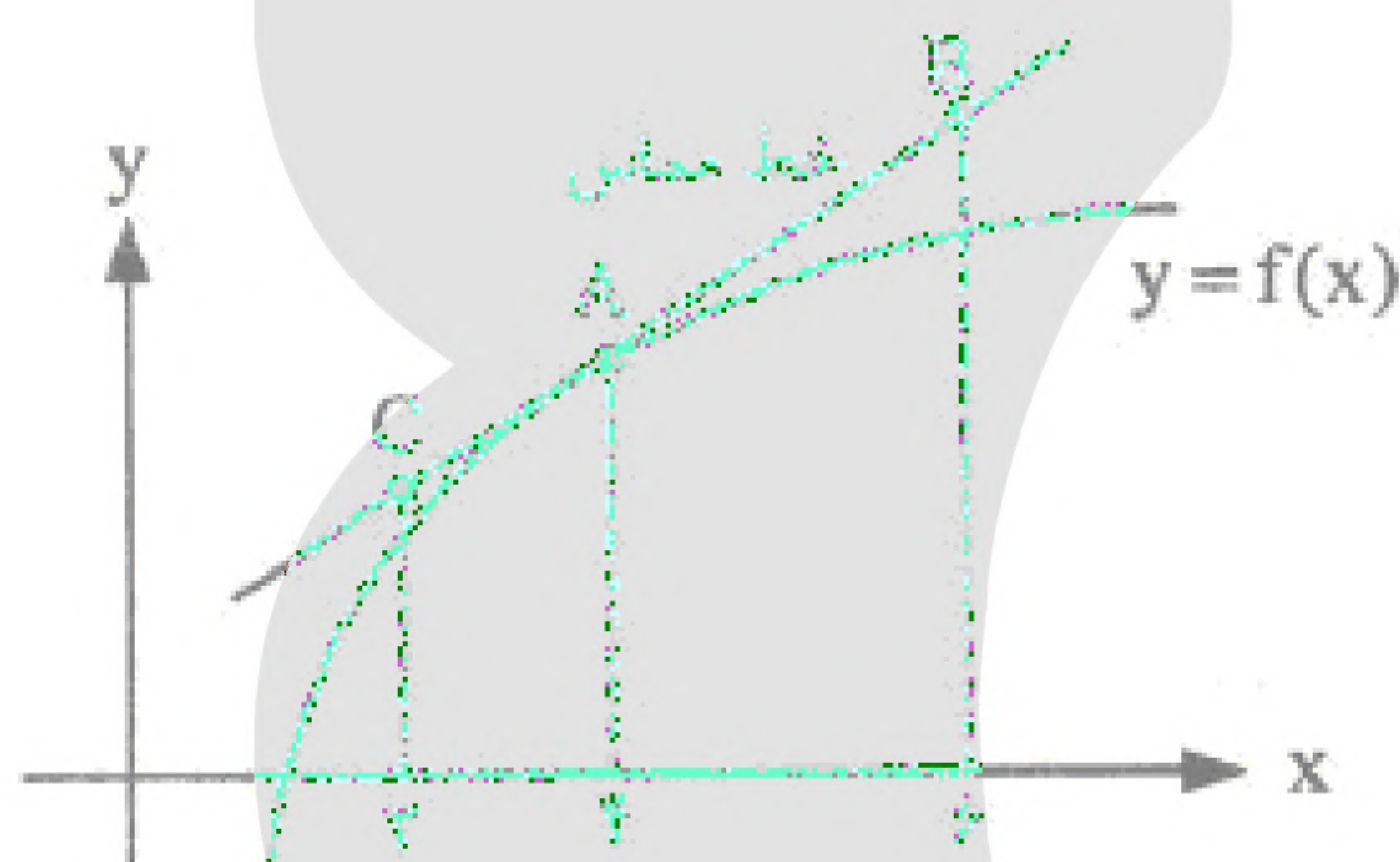
۹- اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt[5]{x^3 - 33x}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) -۳

۱۰- خط گذرا بر دو نقطه  $A(1, 2)$  و  $B(-1, 3)$  بر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = 3$  مماس است. حاصل

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f''(x) + 4f(x) - 5}{3 - x}$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



۱۱- برای تابع شکل مقابل  $f'(4) = 2$  و  $f(4) = 20$  است.

مجموع عرض‌های نقاط B و C کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۰ (۳) ۴۴ (۴) ۴۶

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۲- مشتق دوم تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + \sqrt[5]{x^{22}}}{x\sqrt{x}}$  در  $x = 1$  کدام است؟

(۱) ۵/۷۱ (۲) ۵/۵۱ (۳) ۱۲/۶۱ (۴) ۱۲/۹۱

۱۳- اگر  $f(x) = \log(x - \sqrt{x^2 - 4})$  و  $g(x) = \log(\sqrt[3]{x + \sqrt{x^2 - 4}})$  باشد، حاصل  $\frac{f'(3+2\sqrt{2})}{g'(3+2\sqrt{2})}$  کدام

- است؟  
(۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) -۲ (۴) -۳





۱۴- تابع  $f(x) = \frac{|x^3 - 9x|}{x}$  در چند نقطه از دامنه‌اش، نقطه گوشه‌ای دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۱۵- در تابع  $f(x) = x^3 - [2x^2] + |x^2 - 2|$  حاصل  $f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{2}) + 3f'(\sqrt{2})$  کدام است؟ (به

علامت جزء صحیح و قدرمطلق توجه کنید.)

- (۱)  $26 + 4\sqrt{2}$  (۲)  $34 + 4\sqrt{2}$  (۳) ۳۴ (۴) ۲۶

۱۶- خط مماس بر منحنی  $f(x) = \sqrt[3]{(1-3x)^2}$ ، بر خط  $x + y + 13 = 0$  عمود است. اگر معادله نهایی خط مماس

$ax + by + c = 0$  باشد، حاصل  $a^2 + b^2 + c^2$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۲۶ (۴) ۵۱

۱۷- با فرض  $f(x) = \frac{4}{5}x - \frac{1}{5}|x|$  و  $g(x) = 4x + |x|$  کدام گزینه درباره مشتق توابع مرکب  $(fog)(x)$  و  $(gof)(x)$

درست است؟

- (۱)  $x \in \mathbb{R}$  و  $(gof)'(x) = -3$  و  $(fog)'(x) = 3$  (۲)  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$  و  $(gof)'(x) = -3$  و  $(fog)'(x) = 3$   
(۳)  $x \in \mathbb{R}$  و  $(gof)'(x) = (fog)'(x) = 3$  (۴)  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$  و  $(gof)'(x) = (fog)'(x) = 3$

۱۸- اگر  $f(x) = |\sin x| - |\cos x|$  و با فرض  $7 = g'(3) = 8g(3)$  داشته باشیم:

$h(x) = (3x^2 - 2x + 4) \cdot g(\sqrt{x})$ ، حاصل  $(f'_+(\pi) - f'_-(\pi)) \cdot h'(1)$  کدام است؟

- (۱) -۲۸ (۲) -۳۲ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = [x] + \left[2x + \frac{1}{2}\right]$  در چند نقطه از بازه  $(0, 5)$  مشتق‌ناپذیر است؟ (کروشه علامت جزء

صحیح است.)

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

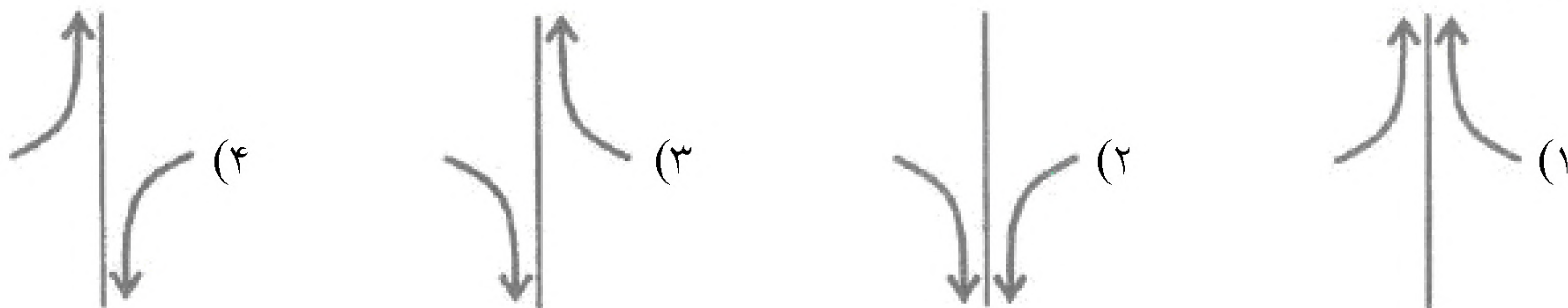
۲۰- تابع  $f(x) = (x^3 - x)|x^3 + 3x^2 + 2x|$  چند نقطه گوشه‌ای دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴





۲۱- نمودار تابع  $f(x) = (x^2 + 3x)\sqrt[3]{x+2}$  در  $x = a$  مماس قائم دارد. نمودار تابع مشتق در همسایگی  $a$  کدام است؟



۲۲- معادله خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  در نقطه‌ای که مقدار مشتق اول و دوم تابع  $f$ ، موجود و برابر هستند، به صورت  $ax + by + c = 0$  است. حاصل  $a^3 + b^3 + c^3$  کدام است؟

(۱) ۴۵۸ (۲) ۴۸۵ (۳)  $27\sqrt[3]{9}$  (۴)  $81\sqrt[3]{9}$

۲۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & ; x \geq 1 \\ \sqrt[3]{x} & ; x < 1 \end{cases}$  به ترتیب در چند نقطه مشتق‌ناپذیر است و در چند نقطه خط مماس ندارد؟

(۱) ۲ - ۳ (۲) ۳ - ۳ (۳) ۲ - ۲ (۴) ۳ - ۲

۲۴- اگر  $f(x) = x\sqrt{2x-1} - \frac{8}{x}$  باشد، حاصل مشتق تابع  $y = x^3 \times f\left(\frac{2}{x}\right)$  در نقطه  $x = 2$  کدام است؟

(۱) -۴۸ (۲) ۱۲۴ (۳) -۱۲۴ (۴) ۴۸

۲۵- خط مماس در دو نقطه از نمودار تابع  $f(x) = \frac{1-5x}{2x+1}$  بر خط  $7x - y - 2 = 0$  عمود است. فاصله بین این دو نقطه کدام است؟

(۱)  $7\sqrt{13}$  (۲)  $5\sqrt{13}$  (۳)  $7\sqrt{2}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

۲۶- تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1+4x} & ; x \geq 2 \\ ax^2 + bx + 2 & ; x < 2 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق‌پذیر است. مقدار  $(b - a)$  ۲۴

کدام است؟  
(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۷- گنجایش ظرفی ۴۰۰ لیتر مایع است. در لحظه  $t = 0$  سوراخی در ظرف ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی مانده در

ظرف پس از  $t$  دقیقه از رابطه  $V = 400 \left(1 - \frac{t}{40}\right)^2$  به دست آید، در چه زمانی برحسب دقیقه، آهنگ تغییر

لحظه‌ای حجم برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه زمانی شروع تخلیه تا پایان تخلیه مایع درون ظرف می‌شود؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۵





۲۸- اندازه آهنگ لحظه‌ای تابع  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  در  $\frac{\sqrt{5}}{10}$  چند برابر اندازه آهنگ متوسط این تابع در بازه  $[\frac{1}{5}, \frac{1}{4}]$  است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲۰

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۹- اگر  $f(x) = \frac{3x-2}{2x+1}$  و  $(g \circ f)'(3) = 24$  باشد،  $g'(1)$  کدام است؟

(۱) ۱۶۸ (۲) ۱۶۲ (۳) ۱۴۶ (۴) ۱۴۴

۳۰-  $\pi$  برابر آهنگ متوسط تغییر تابع  $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x + \tan^2 x$  در بازه  $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$  چقدر با آهنگ لحظه‌ای

این تابع در  $x = \frac{3\pi}{4}$  اختلاف دارد؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۲

۳۱- خط  $3x - y + 4 = 0$  در نقطه‌ای به طول ۸ بر نمودار تابع  $f(x)$  مماس است. عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی

$g(x) = x^2 \cdot f(17 - x^2)$  در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن کدام است؟

(۱) ۲۷۰ (۲) ۲۷۶ (۳) ۲۴۰ (۴) ۲۳۴

۳۲- مجموع طول‌های نقاط برخورد نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x|$  با نمودار تابع مشتق آن  $f'(x)$  کدام است؟

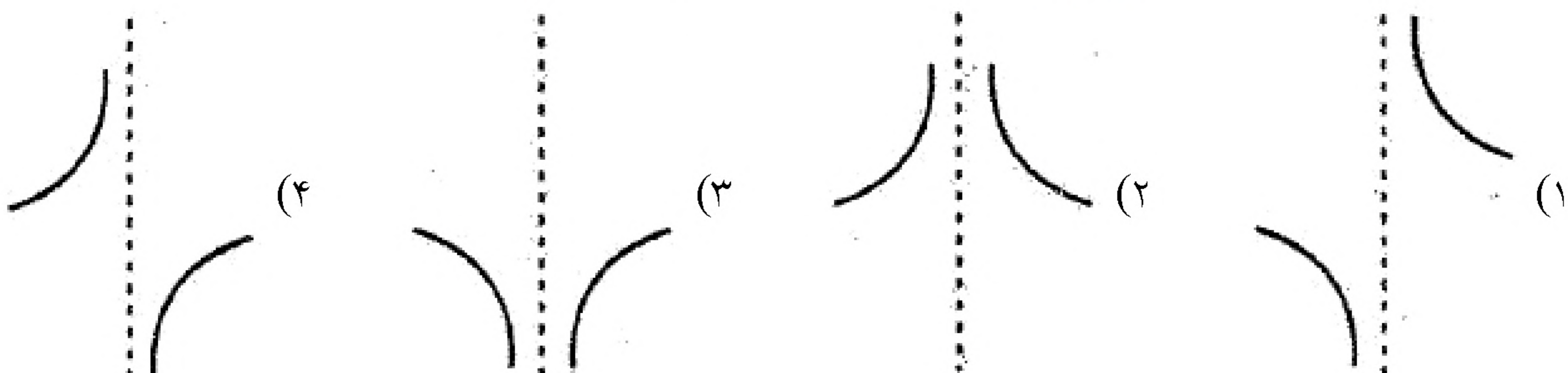
(۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۳۳- تابع  $f(x) = |(m-1)x^2 + 2x - 8|$  فقط در نقطه  $x = \alpha$  و تابع  $g(x) = |4x^2 + nx + 1|$  در دو نقطه  $x = \beta$

و  $x = \gamma$  مشتق‌ناپذیر است. اگر حدود  $n$  را به صورت  $R - [a, b]$  نمایش دهیم، حاصل  $f'(b) - f'(a)$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۳۴- اگر  $g(x) = f(2 - x^3)$  و  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  باشد، نمودار تابع  $g''(x-1)$  در اطراف  $x = 1$  چگونه است؟







- ۳۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{f(x)} = +\infty$  و  $f(x)$  یک جمله‌ای از درجه ۵ باشد، تابع  $g(x) = f(x) \left[ \frac{x}{3} \right]$  در بازه  $(0, 10)$  حداکثر در چند نقطه صحیح مشتق‌پذیر است؟ ([ نماد جزء صحیح است.)
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

- ۳۶- اگر  $f(x) = \text{Log}(\sqrt{x^2+3} - x)$  و  $g(x) = \text{Log}(\sqrt{x^2+3} + x)$  باشد، حاصل  $\frac{f(\sqrt[4]{6})}{g'(\sqrt[4]{6})}$  کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) غیرقابل محاسبه

- ۳۷- اگر  $f$  تابعی خطی و  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2x) - 4}{x - 1} = 4$  باشد، حاصل  $f'(2) \times f^{-1}(2)$  کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

- ۳۸- خط  $y = 2x + 3$  در نقطه  $x = 1$  بر نمودار  $y = f(x)$  مماس است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'''(x) - f'''(1)}{x^3 - 1}$  کدام است؟
- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۷۵ (۴) ۵۰

- ۳۹- با فرض  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x^2 + 4x - 32} = 2$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+3h) - f(4-3h)}{h^3 + 3h}$  کدام است؟
- (۱) ۷۲ (۲) ۹۶ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

- ۴۰- خطی که دو نقطه به طول‌های ۱ و -۱ واقع بر نمودار تابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + 2x$  را به هم وصل می‌کند، بر نمودار همین تابع مماس است. حاصل  $f(-1) \times f(1)$  کدام است؟
- (۱) -۹ (۲) -۸ (۳) -۱۸ (۴) -۱۶