

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{|f(x)|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\text{شیب خط } g}{\text{شیب خط } f} = \frac{2}{-\frac{2}{3}} = -3$$

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|-3x|}{\frac{3}{4}x} = \frac{-3x}{\frac{3}{4}x} = -4$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + |x|}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - x}{x} = a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 12}}{x+2} \times \frac{2x - \sqrt{x^2 + 12}}{2x - \sqrt{x^2 + 12}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x^2 - 4)}{(2x^2 - x^2 - 12)(x+2)} \times \frac{1}{-4-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3(x+2)(x-2)}{x+2} \times \frac{1}{-8} = \frac{3}{-2}$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + |a|x}{2x - 1 + b} = \frac{1 + |a|}{2}, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x + |a|x}{-2x + 1 + b} = \frac{1 - |a|}{2} \Rightarrow \frac{1 + |a|}{2} = 2 \times \frac{1 - |a|}{2} \Rightarrow |a| = \frac{1}{3}$$

$$|2x - 1| = -b \xrightarrow{b < 0} \begin{cases} 2x - 1 = -b \Rightarrow x = \frac{1-b}{2} \\ 2x - 1 = +b \Rightarrow x = \frac{1+b}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1-b}{2} = 2 \times \frac{1+b}{2} \Rightarrow b = \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow b = -|a|$$

$$a \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \sqrt{3}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \sqrt{3} \cos x - \sin x \Rightarrow \text{نزولی است } \frac{\pi}{3} : x > \frac{\pi}{3} \Rightarrow g(x) < g\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

پس مخرج کسر منفی است.

$$\Rightarrow \text{صورت} > 0 : \sqrt{3} \frac{\pi}{3} + b > 0 \Rightarrow b > \frac{-\pi}{\sqrt{3}} = -1/\dots$$

$$b = -1 = \text{حداقل صحیح } b$$





$$f^{-1}(x) = -\frac{\pi}{m}x + \pi \Rightarrow f(x) = -\frac{m}{\pi}x + m$$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x + \pi}{-\frac{m}{\pi}x + m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-\frac{\pi}{m}x}{-\frac{m}{\pi}x} = \frac{\pi^2}{m^2} = \pi$$

$$\Rightarrow m^2 = \pi \xrightarrow{m < 0} m = -\sqrt{\pi}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{ax^2 + x + 1}}{x + 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x \rightarrow -1^- \Rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow -1^+ \Rightarrow \left[\frac{1}{x}\right] = -1$$

$$-f(-1) = -1 \times \sqrt{\frac{1}{4}(1) - 1 + 1} = -\frac{1}{2}$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $y = 3$  مجانب افقی و  $x = -\frac{1}{2}$  مجانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{bx^2 + 7}{4x^2 + ax + 1} = \frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = 12$$

$x = -\frac{1}{2}$  هم ریشه مخرج است:

$$4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + a\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \frac{b}{a} = 3$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) \times \frac{\sqrt{ax^2 + bx + c}}{x-1} = 6 \Rightarrow \sqrt{ax^2 + bx + c} = 2(x-1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \frac{2(x-1)}{x-1} = 2$$





«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بدون شک  $b < 0$  حال حدهای تابع در بینهایت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|ax| + 2x}{|x|} = |a| - 2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|ax| + 2x}{|x|} = |a| + 2$$

$$\xrightarrow{b < 0} \begin{cases} |a| + 2 = -b \\ |a| - 2 = b \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 + 2x}{|x| - 2} = -3$$

$$\text{پس: } f(x) = \frac{1 + 2x}{|x| - 2} \text{ لذا:}$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + |x| - x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x|}{x} = -1$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2 + x - 4)}{(x-a)(2x-1)^2}$$

۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به این که درجه‌ی عبارت‌های صورت و مخرج برابر هستند، نمودار تابع قطعاً یک مجانب افقی دارد:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3}{4x^3} = \frac{1}{4}$$

پس باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد، یعنی یکی از ریشه‌های مخرج، ریشه‌ی صورت نیز باشد.

ریشه‌های صورت ۱،  $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$  و  $\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$  و ریشه‌های مخرج نیز  $\frac{1}{2}$  و  $a$  هستند. بنابراین برای این که صورت ومخرج ریشه‌ی مشترک داشته باشند،  $a$  باید برابر ۱،  $\frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$  یا  $\frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$  باشد. از طرفی اگر  $a = \frac{1}{2}$  باشد،

عبارت مخرج فقط یک ریشه دارد و شرط مسئله برقرار است:

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2} + 1 + \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2}$$





۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $x$  از راست به  $-\frac{1}{4}$  نزدیک شود،  $x^2$  از چپ به  $\frac{1}{4}$  و در نتیجه  $\frac{1}{x}$  از راست به ۴

نزدیک می‌شود. بنابراین  $-\frac{2}{x}$  از چپ به ۸- و  $\frac{3}{x}$  از راست به ۱۲ نزدیک می‌شود پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - \left[-\frac{2}{x}\right]}{24x + \left[\frac{3}{x}\right]} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x - (-9)}{24x + 12} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{4}\right)^+} \frac{16x + 9}{12(2x + 1)} = \frac{1}{+} = +\infty$$

۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید  $\sqrt{x}$  را در کل رادیکال‌ها ضرب کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}} = \sqrt{1+1} - \sqrt{0-0} = \sqrt{2}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[50]{a^{2+2+\dots+100} x^{2+2+\dots+100}}}{a^{49} x^k} = \frac{\sqrt[50]{a^{2550} x^{2550}}}{a^{49} x^k} = \frac{-|a^{51}| x^{51}}{a^{49} x^k} = -1 \Rightarrow \begin{cases} k=51 \\ \text{و} \\ a=1 \end{cases}$$

گزینه ۱  $\times$   $\frac{-2x^2 + 2}{2x + 2}$

گزینه ۲  $\times$   $\frac{8x^3 - 10x^2 + 2}{8x^3 - 10x + 2} = \frac{8x^3 - 10x^2 + 2}{(x-1)(8x^2 + 8x - 2)}$

گزینه ۳  $\times$   $\frac{-2x^3 + 2}{-2x^3 + 2}$

گزینه ۴  $\checkmark$   $\frac{-8x^3 + 6x^2 + 2}{-8x^3 + 6x^2 + 2} = \frac{4x^3 - 3x^2 - 2}{4x^3 - 3x - 1} = \frac{(x-1)(4x^2 + x + 2)}{(x-1)(4x^2 + 4x + 1)}$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:





۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x < -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{x^2} < 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{x^2} < 12 \Rightarrow \left[ \frac{3}{x^2} \right] = 11 \\ \frac{-2}{x^2} > -8 \Rightarrow \left[ \frac{-2}{x^2} \right] = -8 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + \left[ \frac{3}{x^2} \right]}{16x - \left[ \frac{-2}{x^2} \right]} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x - 5 + 11}{16x - (-8)} = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{10x + 6}{16x + 8} = \frac{-5 + 6}{-8} = -\frac{1}{8}$$

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به وجود فقط یک مجانب قائم در تابع یعنی مخرج دارای ریشه مضاعف است:

$$2x^2 + bx + c = 2(x - 2)^2$$

$$f(3) = 6 \Rightarrow 6 = \frac{9a + 21}{2(3 - 2)^2} \xrightarrow{b = -8, c = 8} a = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2 + 7x}{2x^2 - 8x + 8}$$

$$= \frac{-1}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$$

۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای پیدا کردن حد در بی‌نهایت و رفع ابهام حد  $\frac{\infty}{\infty}$  می‌توان از حد پرتوان استفاده نمود:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n} - 3^{-2n+1}}{2 \times 3^{2n} + 3^{-2n+1}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{2n}}{2 \times 3^{2n}} = \frac{1}{2}$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^n - 6x^2 + 1}{ax^3 + 7x^2 - 2} = 2 \Rightarrow n = 3, a = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^3 - 6x^2 + 1}{2x^3 + 7x^2 - 2} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Hop}} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{12x^2 - 12x}{6x^2 + 14x} = \frac{3 - 6}{\frac{3}{2} + 7} = \frac{-3}{\frac{17}{2}} = \frac{-6}{17}$$





$$y = -1 \Rightarrow \frac{-2}{a} = -1 \Rightarrow a = 2$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \frac{-b}{2} \Rightarrow -1 = \frac{-b}{2} \Rightarrow b = 2 \\ P = \frac{c}{2} \Rightarrow -2 = \frac{c}{2} \Rightarrow c = -4 \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{-2-3}{2-2-4} = \frac{5}{-4} = -1/4$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{2n} \times 2 - \frac{2}{2^{2n}}}{2 \times 2^{2n} + 3 \times \frac{2}{2^{2n}}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2^{2n})^2 \times 2 - 2}{(2^{2n})^2 \times 2 + 6} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2(2^{4n})}{2(2^{4n})} = 1$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax - \sqrt[3]{x^2 - 1}}{4x^n - 12} = \frac{1}{6} \xrightarrow{n=1} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax}{4x} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{HOP}} \frac{a - \frac{2x}{3\sqrt[3]{(x^2-1)^2}}}{4} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{6}{12}}{4} = \frac{\frac{1}{6}}{4} = \frac{1}{24}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{[x] + 3}{x + 2} = \frac{[-2^-] + 3}{-2^- + 2} = \frac{-3 + 3}{0^-} = \frac{\text{صفر مطلق}}{0^-} = 0$$



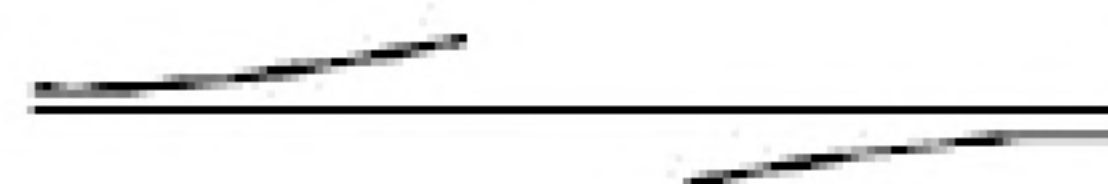


۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{2x^2 - x - 2}{-5x - 2} \Big| \frac{x^2 + 2x}{2} \Rightarrow y = 2 + \frac{(-5x - 2)}{x^2 + 2x}$$

$$x \rightarrow +\infty : y = 2 + 0^- < 2$$

$$x \rightarrow -\infty : y = 2 + 0^+ > 2$$



۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2 + x}}{x} \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - |2x|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - (-2x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3 \end{aligned}$$

۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{2\pi}{3}\right)^+} \frac{\sin x}{1 + 2\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^-} = -\infty$$

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(2x)^2 - 4x^2 - x}{2x - \sqrt{4x^2 + x}} = \frac{-x}{2x - \sqrt{4x^2}} = \frac{-x}{2x - (-2x)} = -\frac{1}{4}$$

روش دوم (با هم ارزی بی نهایت):

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4x^2 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 2x + \sqrt{4} \left| x + \frac{1}{4} \right| \right) = 2x - 2x - \frac{2}{4} = -\frac{1}{4}$$





۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + |x|} = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{2x} & x > 0 \\ \text{تعریف نشده} & x \leq 0 \end{cases}$$

تابع به ازای  $x \leq 0$  تعریف نمی‌شود بنابراین گزینه‌ی ۱ و ۲ نادرست می‌باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{2x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. باید  $x = 2$  ریشه‌ی مضاعف مخرج باشد پس:

$$x^2 + ax + b = (x - 2)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 4x + 4$$
$$\left. \begin{matrix} a = -4 \\ b = 4 \end{matrix} \right\} a + b = 0$$