

گنجینه سوال رایگان  
+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>







۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{Log} \left( \tan \left( \frac{\pi^-}{4} \right) \right) = \text{Log}(+\infty) = +\infty$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+} \frac{ax + \pi}{\sin x + \cos x} = +\infty$$

مخرج کسر وقتی  $x \rightarrow \frac{3\pi}{4}^+$  به سمت  $0^-$  میل می کند. پس صورت کسر باید منفی باشد:

$$a \left( \frac{3\pi}{4} \right) + \pi < 0 \Rightarrow a \left( \frac{3\pi}{4} \right) < -\pi \Rightarrow a < -\frac{4}{3} \Rightarrow [a] \leq -2$$

بیشترین مقدار  $[a]$  برابر  $-2$  می باشد.

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنید  $f(x) = ax + b$  باشد در این صورت  $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + b'$  است. از طرفی  $a = \tan 30^\circ$  است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + b}{\frac{1}{a}x + b'} = \frac{a}{\frac{1}{a}} = a^2 = \tan^2 30^\circ = \frac{1}{3}$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = 2 + \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{2}{x} \right] \left( 2 + \frac{4x-1}{\sqrt{(4x)^2 - 8x}} \right)$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) \left( 2 + \frac{4x}{|4x|} \right) = (-1)(2-1) = -1$$

$$x \rightarrow -\infty$$





۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

صورت کسر ریشه ندارد پس به شرطی فقط یک مجانب قائم داریم که مخرج ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$2x^2 + 12x + a = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 144 - 8a = 0 \Rightarrow a = 18$$

خط  $y = \frac{b}{4}$  مجانب افقی و خط  $x = -3$  مجانب قائم است. نقطه‌ی  $A\left(-3, \frac{b}{4}\right)$  نقطه‌ی برخورد مجانب‌هاست.

$$(OA)^2 = 25 = 9 + \frac{b^2}{4} \Rightarrow |b| = 8$$

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مخرج کسر برابر صفر است.

$$2a + \cos \pi = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

صورت کسر باید منفی باشد.

$$a\pi + b < 0 \Rightarrow b < -\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2b < -\pi \Rightarrow [2b] \leq -4$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{-2x - 1} : \text{قرینه نسبت به } y \text{ ها}$$

$$y = \frac{1}{-2(x-3) - 1} = \frac{1}{5 - 2x} = f(x) : \text{انتقال به راست}$$

$$y = f\left(\frac{2-x}{3}\right) = \frac{1}{5 - 2\left(\frac{2-x}{3}\right)} = \frac{3}{11 + 2x}$$

فاصله‌ی  $x = -\frac{11}{2}$  از خط  $x = \frac{1}{2}$  برابر ۶ است.

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون حاصل حد موجود است، باید درجه‌ی صورت از مخرج کمتر یا مساوی آن باشد، پس قطعاً  $m \geq 3$  است. بنابراین حالات زیر رخ می‌دهد:

$$m=3, n=3 \xrightarrow{\text{حاصل حد}} \frac{1+n}{n} = \frac{4}{3}$$

$$m=4, n=2 \xrightarrow{\text{حاصل حد}} \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

$$m=5, n=1 \xrightarrow{\text{حاصل حد}} \frac{1}{n} = 1$$

مجموع مقادیر ممکن برابر است با:

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{8+3+6}{6} = \frac{17}{6}$$





۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{x+1} - 6}{2^{x+3} + 2} = \frac{2^{-\infty} - 6}{2^{-\infty} + 2} = \frac{0 - 6}{0 + 2} = -3$$

توجه شود که  $2^{-\infty} = \frac{1}{2^{+\infty}} = 0$  بنابراین حد فوق حالت مبهم ندارد.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون حاصل حد تابع در  $x=2$  هم از چپ و هم از راست برابر  $-\infty$  شده است پس قطعاً مخرج کسر دارای ریشه‌ی مضاعف  $x=2$  بوده است (زیرا در غیر این صورت حد تابع در  $x \rightarrow 2^+$  و  $x \rightarrow 2^-$  نامتناهی ولی مختلف‌العلامه می‌شد، یعنی یکی برابر  $+\infty$  و دیگری برابر  $-\infty$  می‌شد)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-2}{3x^2 - ax + b} = -\infty$$

$$3x^2 - ax + b = 3(x-2)^2 \Rightarrow 3x^2 - ax + b = 3(x^2 - 4x + 4)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - ax + b = 3x^2 - 12x + 12 \Rightarrow \begin{cases} -a = -12 \Rightarrow a = 12 \\ b = 12 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{a}{2}} \frac{x^2 - 8x + b}{-x^2 + 6x} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 8x + 12}{-x^2 + 6x} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 8x + 12}{-x^2 + 6x} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{(x-2)(x-6)}{-x(x-6)} = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x-2}{-x} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

فرض می‌کنیم  $f(x) = ax + b$  در این صورت  $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$  است و داریم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + b}{\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax}{\frac{1}{a}x} = a^2$$

طبق فرض شیب خط منفی است  $\Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6 \xrightarrow{\text{طبق فرض شیب خط منفی است}} a = -6$

$$\Rightarrow f(x) = -6x + b \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 5 \Rightarrow -6\left(\frac{1}{2}\right) + b = 5$$

$$\Rightarrow b = 8 \Rightarrow f(x) = -6x + 8 \Rightarrow f(-1) = 14$$





۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$x = a$  مجانب قائم  $f$  است. پس با قرار دادن  $a = 2 - \frac{x}{3}$  مجانب قائم تابع بع دست می آید لذا:

$$\frac{x}{3} = 2 - a \Rightarrow x = 6 - 3a$$

از طرفی  $3 + 2a$  مجانب قائم تابع است پس:

$$3 = 2a = 6 - 3a \\ \Rightarrow 5a = 3 \Rightarrow a = 0.6$$

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \log_2 2 = 1 \Rightarrow y = 1 \text{ مجانب افقی}$$

تابع  $y = \frac{2x}{x+1}$  تابعی تکه تکه صعودی اکید است پس  $y = \log_2 \frac{2x}{x+1}$  تابعی صعودی اکید خواهد بود پس گزینه ۱ صحیح است.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = 3 \Rightarrow 9c - 18 - 9 = 0 \Rightarrow c = 3$$

$$y = -1 \Rightarrow \frac{a}{c} = -1 \Rightarrow a = -c \Rightarrow x = -3$$

$$y = \frac{-3x^2 + bx + 2}{3x^2 - 6x - 9} = \frac{-3x^2 + bx + 2}{(x-3)(3x+3)}$$

$x = -1$  نمی تواند مجانب قائم باشد پس باید ریشه ی صورت باشد.

$$-3 - b + 2 = 0 \Rightarrow b = -1$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

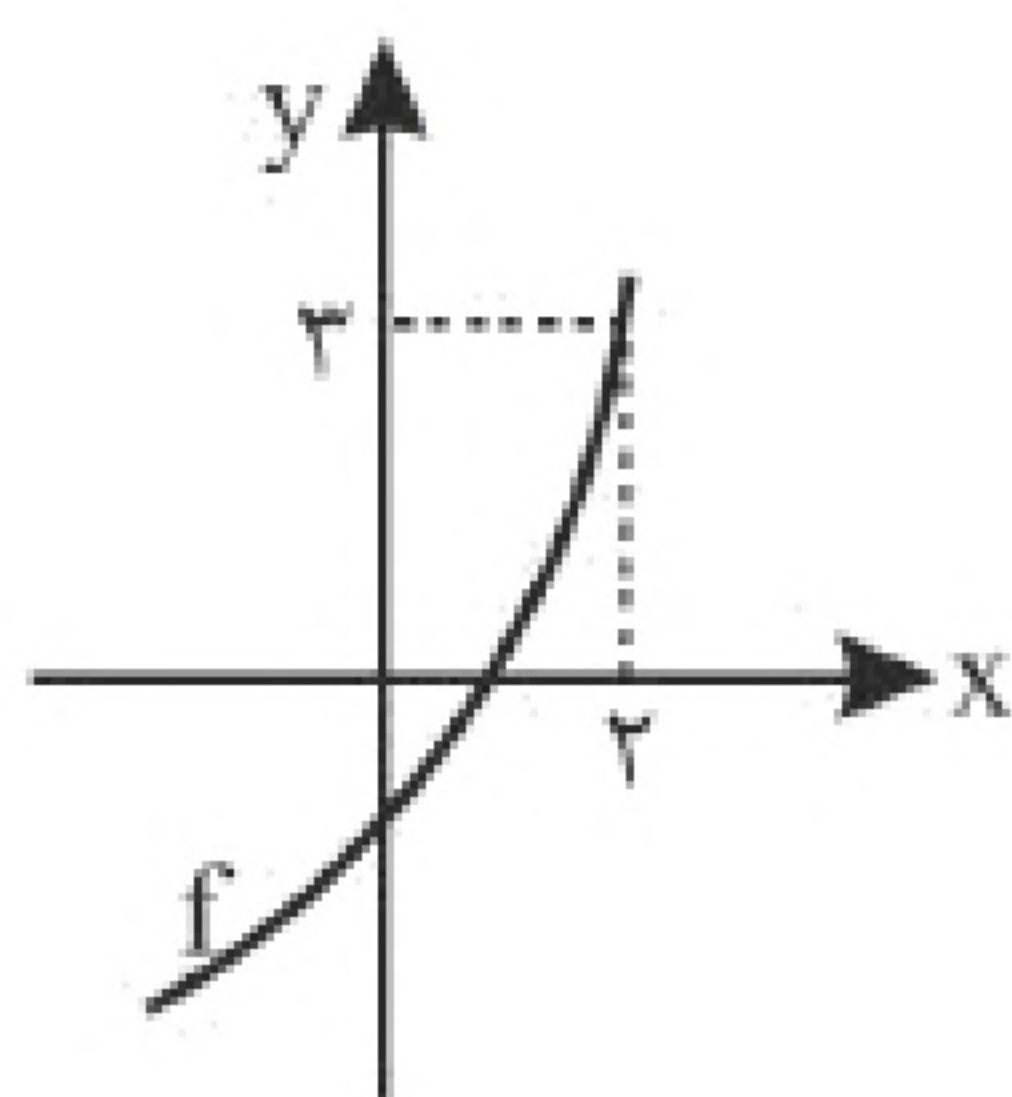
چون  $f$  با دامنه ی  $R$  اکیدا صعودی است و  $f(2) = 3$  پس می توانیم به ۲ روش عمل کنیم یا  $f(x) = x + 1$  و با این تابع حرکت کنیم و یا آنکه نمودار  $f$  را به صورت مقابل فرض کنیم.

البته  $f = 0$  حداکثر یک ریشه دارد.

برای آنکه تابع  $y = \frac{1}{a + f(3 + ax)}$  مجانب قائم داشته باشد آنگاه باید  $a = -3$  و به این ترتیب داریم:

$$3 + ax = 2 \Rightarrow x = \frac{-1}{a} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

و با توجه به آنکه  $-3 + f(3 - 3x)$  تابعی نزولی اکید است پس  $y$  اطراف مجانب قائم صعودی اکید می شود.







۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} 2x + [-2x] = 2 - 3 = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x + [-2x] = 2 - 2 = 0$$

پس می‌توانیم تابع را با ضابطه‌ی  $-(x-1)^2$  در نظر بگیریم تا

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + [-2x]}{-(x-1)^2} = +\infty$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x+1}{ax+|x|} = \frac{6}{a-1} = -3 \Rightarrow a = -2$$

$$-2x + \sqrt{x^2 + 9} = 0 \Rightarrow x^2 + 9 = 4x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

↓  
غ ق ق

$x = \sqrt{3}$  مجانب قائم  $f$  است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \left[ \frac{\sqrt{x^2 + x}}{x+1} \right]$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{\sqrt{x^2 + x}}{\sqrt{(x+1)^2}} \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \sqrt{\frac{x(x+1)}{(x+1)^2}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \sqrt{\frac{x}{x+1}} \right] = [1^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{\sqrt{x^2 + x}}{-\sqrt{(x+1)^2}} \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ -\sqrt{\frac{x^2 + x}{(x+1)^2}} \right]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ -\sqrt{\frac{x}{x+1}} \right] = [-(1^+)] = [(-1)^-] = -1$$

بنابراین حاصل تست برابر  $-2 = 2 - 0$  است.





۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \left[ \frac{1}{\sin x} \right] = \left[ \frac{1}{(-1)^+} \right] = [-1/\dots] = -2$$

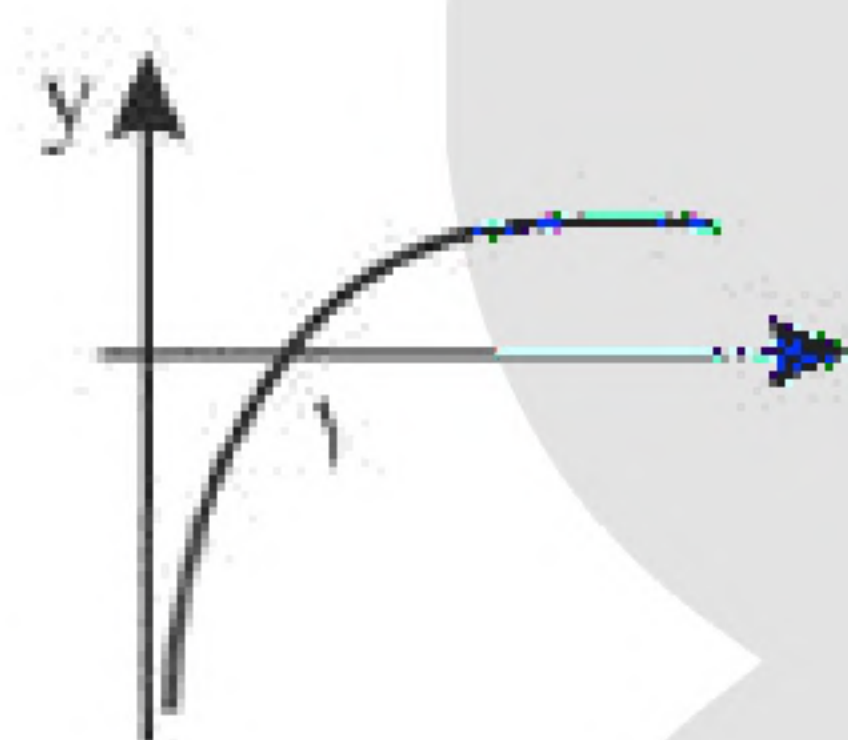
$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^-} \left[ \frac{1}{\sin x} \right] = \left[ \frac{1}{(-1)^-} \right] = [-1/\dots] = -2$$

چون حدهای چپ و راست تابع در نقطه  $x = \frac{3\pi}{2}$  موجود و برابر هستند، حد تابع موجود است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|4x| + [x]}{[4x] + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x + 0}{0 + x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4x}{x} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|4x| + [x]}{[4x] + |x|} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-4x - 1}{-1 - x} = 1$$

بنابراین حد موجود نیست.



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \log(x-1) = \log(0^+) = -\infty$$

توجه شود که حاصل حد طبق شکل برابر  $-\infty$  است و چون حاصل حد برابر عددی مشخص نیست، حد موجود نیست.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x^4 - 1} = \sqrt{1^+ - 1} = \sqrt{0^+} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x^4 - 1} = \sqrt{1^- - 1} = \sqrt{0^-} = 0 \text{ تعریف نشده}$$

پس حد تابع در  $x = 1$  موجود نیست.

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x+1| - 2}{|-x-1| - ax} &= 3 \xrightarrow{\text{پرتوان}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a|x|}{|-x| - ax} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-ax}{-x - ax} \\ &= \frac{-a}{-1-a} = 3 \Rightarrow -a = -3 - 3a \Rightarrow 2a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$





۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.  
بررسی گزینه‌ها:

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{f(x) - 2} = \frac{1}{2^- - 2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{f(x) - 3} = \frac{1}{3^- - 3} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{[x]}{f(x)} = \frac{-1 \text{ یا } -2}{0^+} = -\infty$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{f(x)} = \begin{cases} 2^+ \rightarrow \frac{-1}{0^-} = +\infty \\ 2^- \rightarrow \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{x} - \pi\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} - \pi\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi^-}{2} - \pi\right) = \operatorname{tg}\left(\left(-\frac{\pi}{2}\right)^-\right) = +\infty$$

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{[x]} = \frac{0^+}{\text{صفر مطلق}} \text{ موجود نیست.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x} = \frac{[0^-]}{0^-} = +\infty$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [g(f(x))] = \lim_{t \rightarrow -\infty} [g(t)] = \lim_{s \rightarrow 2^-} [s] = 1$$





۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  
خط  $x = 2$  مجانب قائم است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \frac{(-1)^2}{f(-2^-)} = \frac{1}{+\infty} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \frac{(-1)^1}{f(-2^+)} = \frac{1}{-\infty} = -\infty$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. خط  $y = 2$  مجانب افقی است. پس تابع فقط یک مجانب قائم دارد. در واقع منخرج فقط ریشه‌ی مضاعف  $x = -\frac{a}{2}$  دارد.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 2}{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2}$$

تابع را با خط  $y = 2$  تقاطع می‌دهیم.

$$\frac{2x^2 + 2}{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2} = 2 \xrightarrow{x = -\frac{4}{3}} \frac{\frac{32}{9} + 2}{\left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right)^2} = 2$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{4}{3} + \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow -\frac{4}{3} + \frac{a}{2} = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow a = 6 \text{ یا } -\frac{2}{3}$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بزرگ‌ترین درجه منخرج  $\frac{1}{2}$  است پس  $a - 4 = 0$  است و در نتیجه  $a = 4$  است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{bx+1}}{\sqrt{4x+3}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{b}}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow b = 9$$





۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون حد چپ و راست هر دو  $+\infty$  شده، پس باید مخرج ریشه مضاعف  $X = \frac{2}{3}$  داشته

باشد یعنی مخرج باید به شکل  $k\left(x - \frac{2}{3}\right)^2$  باشد:

$$kx^2 - \frac{4k}{3}x + \frac{4}{9}k$$

$\frac{4}{9}k$  باید ۸ باشد:

$$\frac{4}{9}k = 8 \Rightarrow k = 18$$

پس مخرج به صورت زیر است:

$$kx^2 - \frac{4k}{3}x + \frac{4}{9}k = 18x^2 - 24x + 8 = 0$$

در نتیجه:

$$a - b = 18 - (-24) = 42$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g = \frac{-x - 2|x+3|}{x - 2|x-3|} = \frac{2|x+3| + x}{2|x-3| - x}$$

$$2|x-3| - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 6 - x = 0 \Rightarrow x = 6 \\ -2x + 6 - x = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

$$x \rightarrow +\infty : y = \frac{3x+6}{x-6} \Rightarrow y = 3$$

$$x \rightarrow -\infty : y = \frac{-x-6}{-3x+6} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$S = (6-2)\left(3-\frac{1}{3}\right) = 4 \times \frac{8}{3} = \frac{32}{3}$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \left( \sqrt{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^2-1}} - \sqrt{\frac{3}{x+1} + \frac{2}{2x-1}} \right)$$

$x \rightarrow +\infty$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{\frac{1}{x} + \frac{2x}{x^2-1}} - \sqrt{\frac{3x}{x+1} + \frac{2x}{2x-1}} \right) = \sqrt{0+0} - \sqrt{3+1} = -2$$

$x \rightarrow +\infty$





۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$n < 3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{nx^n + 5x^3} \sim \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{5x^3} = \frac{1}{5}$$

$$n = 3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{3x^3 + 5x^3} = \frac{1}{8}$$

$$n > 3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{nx^n + 5x^3} \sim \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{nx^n} = 0$$

پس حاصل جمع مقادیر این حد برابر است با:

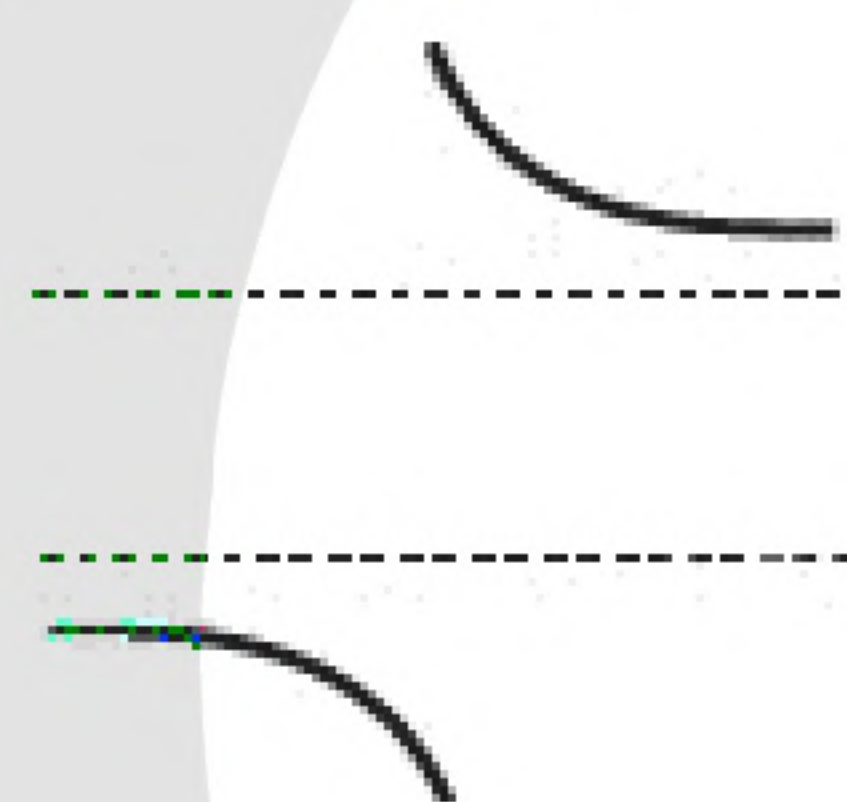
$$\frac{1}{5} + \frac{1}{8} + 0 = \frac{13}{40}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = x - f(x) = x - \frac{x^2 + 3x + 1}{x + 2} = \frac{-x - 1}{x + 2} = -1 + \frac{1}{x + 2}$$

$$x \rightarrow +\infty : y > -1$$

$$x \rightarrow \infty : y < -1$$



۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^-} \frac{2 - [6x]x}{3x - [x]} &= \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^-} \frac{2 - \left[6 \times \left(-\frac{1}{3}\right)\right] \times x}{3x - \left[-\frac{1}{3}\right]} \\ &= \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{3}\right)^-} \frac{2 - [(-2)]x}{3x + 1} = \frac{2 - (-3)\left(-\frac{1}{3}\right)}{(-1)^- + 1} = \frac{2 - 1}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$





۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x(2x - \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 1}{x(2x - |x|)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x(2x + x)} = \frac{1}{3}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون وقتی  $x \rightarrow 2$  میل می‌کند، صورت به ۳ میل می‌کند، مخرج باید به  $0^+$  میل کند، پس دارای ریشه مضاعف  $x = 2$  است:

$$ax^2 + \lambda x + b = a(x - 2)^2 \Rightarrow ax^2 + \lambda x + b = ax^2 - 4a + 4a \Rightarrow \begin{cases} -4a = \lambda \Rightarrow a = -2 \\ 4a = b \Rightarrow b = -8 \end{cases}$$

حال حد خواسته شده را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{bx^2 - 1}{ax^2 + \lambda x + b} = \frac{b}{a} = \frac{-8}{-2} = 4$$





۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

گزینه (۲):

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{x + |x|} = \frac{-1}{\text{صفر مطلق}} = \text{موجود نیست}$$

گزینه (۳):

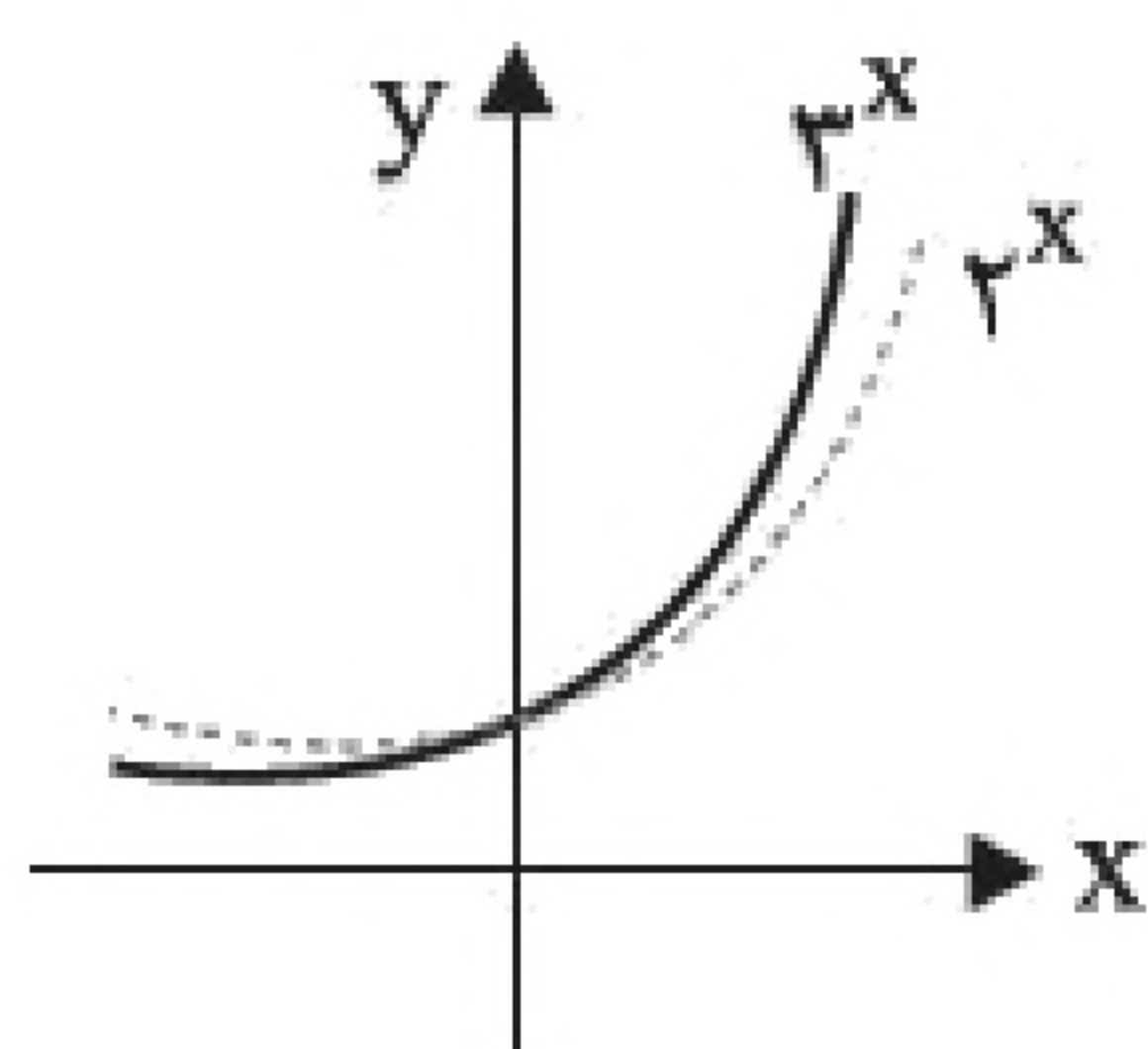
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+} \frac{\cos x}{2 \sin x - 1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0^+} = +\infty$$

تذکر: دقت کنید که وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{6}^+$  داریم:  $\sin x \rightarrow \frac{1}{2}^+$

گزینه (۴):

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[x]}{x} = \frac{\text{صفر مطلق}}{\text{صفر حدی}} = \text{صفر}$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty$$





۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{f(x) - g(x)} = \frac{2}{+} = +\infty$$

در همسایگی ۲، f بالای g است.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{g(x) - 2}{g(x) - f(x)} = \frac{1 - 2}{+} = \frac{-1}{+} = -\infty$$

در همسایگی -۱، g بالای f است.

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ریشه‌ی مخرج کسر داده شده برابر ۲ است. پس  $x = 2$  مجانب قائم نمودار تابع داده شده است.

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(-1)^{[x]}}{f(-x)} = \frac{(-1)^1}{f(-2)^+} = \frac{-1}{+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-1)^{[x]}}{f(-x)} = \frac{(-1)^2}{f(-2)^-} = \frac{1}{-} = +\infty$$

۴۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{a}{x} \text{ مجانب افقی} \Rightarrow \frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = 4$$

باید  $x = 3$  ریشه مضاعف مخرج باشد.

$$2x^2 + bx + c = 2(x - 3)^2$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x^2 + 1}{2(x - 3)^2} \Rightarrow f(2) = 1/5$$