

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه  $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

$\Rightarrow \cos 2x = \frac{1 + \cos 2x}{2} \times 2 \Rightarrow \cos 2x = 1$

$$2x = 2K\pi$$

$$x = \frac{K\pi}{2}, K \in \mathbb{Z}$$

$$-2\pi \leq x \leq 2\pi \Rightarrow -2\pi \leq \frac{K\pi}{2} \leq 2\pi \Rightarrow -4 \leq K \leq 4 \Rightarrow K \in \mathbb{Z}$$

K شامل ۹ عدد صحیح می‌شود، پس معادله در این بازه دارای ۹ جواب است.

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \xrightarrow[\text{یعنی } x \neq K\pi]{\text{با شرط } \sin x \neq 0} \sin 3x = \sin x$$

$$\begin{aligned} 3x &= 2K\pi + x \\ 2x &= 2K\pi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x &= (2K+1)\pi - x \\ 4x &= (2K+1)\pi \\ x &= \frac{2K+1}{4}\pi, K \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

غ ق ق چون مخرج کسر معادله صفر می‌شود  $x = K\pi$

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{(2K+1)\pi}{4} \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{2K+1}{4} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 2K+1 \leq 8$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2K \leq 7 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq K \leq \frac{7}{2} \Rightarrow K = 0, 1, 2, 3$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = 4\pi$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، نمودار شبیه خود  $y = \sin x$  است، یعنی a و b هم علامت هستند. با

$$T = \frac{2\pi}{|b|\pi} \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{1}{3}$$

توجه به گزینه‌ها  $a > 0$  و  $b > 0$ :

$$\text{ماکزیمم} = |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$3a + 6b = 3(2) + 6\left(\frac{1}{3}\right) = 8$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در تعیین دامنه تابع  $\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}$  مخرج کسر باید مخالف صفر باشد، یعنی

$$\cos \frac{x}{2} = \cos \pi = -1 \neq 0 \quad \text{و این شرط فقط برای } x = 2\pi \text{ برقرار است:}$$





۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خلاصه ضابطه تابع به صورت  $y = a + b \sin x$  می‌شود و طبق نمودار:

$$f\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow 0 = a + b \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$a + b\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow a = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$

در مبدأ  $y > 0$  بنابراین  $a > 0$  و در نتیجه  $b > 0$ . ماکزیمم تابع برابر ۳ است. بنابراین:

$$a + 2a = 3 \xleftarrow{\text{طبق ۱}} a + b = 3 \xleftarrow{b > 0} a + |b| = 3$$

$$3a = 3$$

$$\boxed{a = 1}, \boxed{b = 2} \Rightarrow f(x) = 1 + 2 \sin x$$

$$f\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 + 2 \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 + 2 \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 1 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

ناحیه سوم

$$f(x) = 2(1 - \sin^2 x) - 8 \sin x + 9$$

$$f(x) = -2 \sin^2 x - 8 \sin x + 9 \Rightarrow f(x) = -2(\sin^2 x + 4 \sin x) + 9$$

$$\Rightarrow f(x) = -2[(\sin x + 2)^2 - 4] + 9$$

$$f(x) = -2(\sin x + 2)^2 + 17 \begin{cases} \xrightarrow{\sin x = -1} \text{Max} = 15 \\ \xrightarrow{\sin x = 1} \text{Min} = -1 \end{cases}$$

اختلاف Max, Min تابع ۱۶ = ۱۵ - (-1)

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

چون:

$$T = 2\left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right) = 2 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 2 \Rightarrow |b| = \pi \xrightarrow{b > 0} b = \pi$$

$$f\left(\frac{1}{4}\right) = 0 \Rightarrow a \cos\left(\frac{\pi}{4} + c\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4} + c = \frac{\pi}{2} \Rightarrow c = \frac{\pi}{4}$$

$$f_{\max} = |a| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{1}{4}$$

$$f(x) = \pm \frac{1}{4} \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f(0) = \pm \frac{1}{4} \cos \frac{\pi}{4} \xrightarrow{f(0) > 0} a = \frac{1}{4}$$

$$\frac{b}{ac} = \frac{\pi}{\frac{1}{4} \times \frac{\pi}{4}} = 16$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.





۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو طرف معادله را بر دو تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{3}\sin x + \sin \frac{\pi}{3}\cos x = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = 2K\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2K\pi - \frac{\pi}{12} & (1) \\ x + \frac{\pi}{3} = 2K\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2K\pi + \frac{5\pi}{12} & (2) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = \frac{-\pi}{12}, x = \frac{23\pi}{12} \\ (2) \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = \frac{5\pi}{12} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = \frac{9\pi}{4}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به هم‌ارزی زیر:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

می‌توان معادله را به صورت  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$  خلاصه کرد:

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \pm 1 \Rightarrow x + \frac{\pi}{4} = K\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = K\pi + \frac{\pi}{4}, K \in \mathbb{Z}$$

$$-2\pi \leq K\pi + \frac{\pi}{4} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq K + \frac{1}{4} \leq 2$$

$$\frac{-9}{4} \leq K \leq \frac{7}{4} \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} K = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{در بازه مورد نظر، معادله ۴ جواب دارد.}$$

$$\left. \begin{array}{l} |a| + b = 3 \\ -|a| + b = -7 \end{array} \right\} \Rightarrow b = -2, |a| = 5$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابع در همسایگی راست  $x = 0$  نزولی است، پس  $a > 0$ :

$$f(x) = 5\cos x - 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\cos \frac{\pi}{3} - 2 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$$

$$4f\left(\frac{\pi}{3}\right) + 3 = 4\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = 5$$





۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بیشترین مقدار  $b - a$  برابر با مقدار عددی دوره تناوب تابع  $f(x)$  است:

$$\frac{\pi}{\pi|m|} = 8 \Rightarrow |m| = \frac{1}{8}$$

چون تابع  $f(x)$  در بازه  $(a, b)$  نزول اکید است، پس  $m = -\frac{1}{8}$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{40}{3}\right) &= 2\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\pi\left(\frac{-1}{8}\right)\left(\frac{40}{3}\right)\right) = -2\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= -2\sqrt{3} \left(-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}\right) = +2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6 \end{aligned}$$

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فاکتورگیری علامت منفی در کمان  $\operatorname{tg}$ :  $y = 1 + m \operatorname{tg}\left(Kx - \frac{\pi}{3}\right)$  ضابطه تابع می شود.

چون  $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$  اولین مجانب در سمت چپ مبدأ مختصات است:

$$K\left(-\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow K = 1$$

$$f\left(\frac{13\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow 1 + m \operatorname{tg}\left(\frac{13\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow 1 + m \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$$

$$\xrightarrow{\quad} 1 - m = 0 \Rightarrow m = 1$$

بنابراین، ضابطه تابع به صورت  $y = 1 + \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$  است و

$$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 1 - 1 = 0$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$M = 2(1 - \cos^2 x) - 16 \cos x + 18$$

$$M = -2 \cos^2 x - 16 \cos x + 20$$

$$M = -2(\cos^2 x + 8 \cos x) + 20$$

$$M = -2((\cos + 4)^2 - 16) + 20 \Rightarrow M = -2(\cos + 4)^2 + 52$$

$$\text{چون } -1 \leq \cos \leq 1 \quad \begin{cases} \xrightarrow{\cos x = -1} \text{Max} = 34 \\ \xrightarrow{\cos x = 1} \text{Min} = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف Max, Min} = 32$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.





۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باقیمانده تقسیم عبارت موردنظر بر  $x - \cos \alpha$  برابر با ۱ است، یعنی وقتی ریشه مقسوم علیه را پیدا کرده و در مقسوم قرار می دهیم، حاصل برابر با ۱ می شود:

$$x - \cos \alpha = 0 \Rightarrow x = \cos \alpha$$

$$2x^4 - x^2 - \sin^2 \alpha (2\sin^2 \alpha - 1) \xrightarrow{x = \cos \alpha} 2\cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha - 2\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha$$

$$= 1 \Rightarrow 2(\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha) - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = 1 \quad (*)$$

می دانیم:

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$$

پس عبارت (\*) به این صورت خواهد بود:

$$2\cos 2\alpha - \cos 2\alpha = 1 \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 \Rightarrow 2\alpha = 2k\pi \Rightarrow \alpha = k\pi$$

$$AB = BC$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون مثلث ABC متساوی الساقین است، پس:

طول BC، برابر فاصله بین دو قله و دره متوالی تابع است که برابر با نصف دوره تناوب است.

$$BC = \frac{T}{2} = 3 \Rightarrow AB = 3$$

چون در تابع  $f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + b$ ،  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6$  می باشد، پس:

$$\begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

یعنی مقدار ماکزیمم این تابع برابر با ۳ بوده و به این ترتیب به سرعت نتیجه می شود که:

(دقت کنید که شروع نمودار از روی محور yها صعودی بوده و لذا  $a > 0$  است.)

$$a \times b = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$





۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تابع تانژانت، در فاصله بین هر دو خطچین عمودی متوالی در نمودارش، اکیداً یکنواست، به عبارتی این تابع در هر دوره تناوبش اکیداً یکنواست.

پس در اینجا دوره تناوب تابع برابر  $\frac{1}{3}$  است و:

$$T = \frac{\pi}{|m\pi|} = \frac{1}{3} \Rightarrow |m| = 3 \Rightarrow m = \pm 3 \xrightarrow{\text{اکیدا نزولی}} m = -3$$

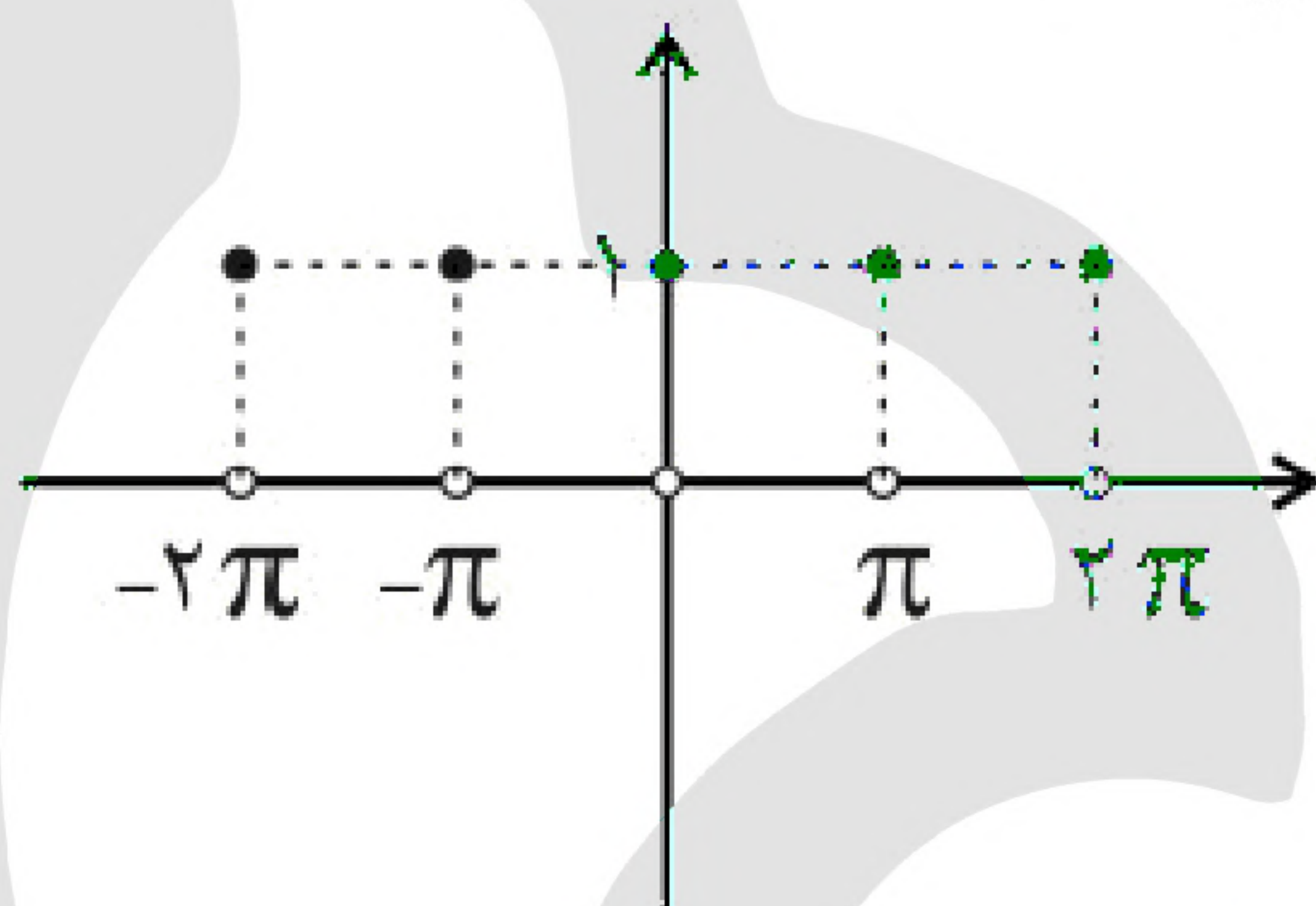
بنابراین باید تعداد نقاط ناپیوستگی تابع  $g(x)$  را در بازه  $\left(\frac{-3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$  بررسی کنیم:

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \cos^{2n}(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos^2 x)^n$$

دو حالت وجود دارد:

$$\begin{cases} x = k\pi \Rightarrow \cos^2 x = 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos^2 x)^n = 1 \\ x \neq k\pi \Rightarrow 0 \leq \cos^2 x < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (\cos^2 x)^n = 0 \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع  $g$  به صورت مقابل است:



واضح است که این تابع در بازه  $\left(\frac{-3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$  در ۴ نقطه  $-\pi$ ، صفر،  $\pi$  و  $2\pi$  ناپیوسته است.

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|\pi} = \frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل،  $a$  و  $b$  هم علامت هستند، چون شکل اولیه  $y = \sin x$  حفظ شده است. بنابراین می توانیم  $a$  و  $b$  را مثبت فرض کنیم:

$$\sin(b\pi x) = 1 \Rightarrow \max(y) = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 6$$





۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع  $tg$  در محل ریشه‌های مخرج کسر  $\infty$  می‌شود، بنابراین:

$$\cos\left(-\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6} = K\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = 2K\pi + \frac{4\pi}{3} \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow a = -\frac{2\pi}{3} & \text{اولین ریشه منفی} \\ x = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{4\pi}{3} & \text{اولین ریشه مثبت} \end{cases}$$

$$y = \operatorname{tg}\left(\frac{-\frac{4\pi}{3}}{-\frac{2\pi}{3}}x\right) \Rightarrow y = \operatorname{tg} 2x \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$$

در بازه صعودی اکید است. (می‌دانیم  $y = \operatorname{tg} x$  در بازه  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  صعودی اکید است.)

$$2\sin x (1 - 2\sin^2 x) + \sin x - 1 = 0$$

$$4\sin^3 x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow (\sin x + 1)(2\sin x - 1)^2 = 0$$

$$\left. \begin{aligned} \sin x + 1 = 0 &\Rightarrow \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \\ 2\sin x - 1 = 0 &\Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \end{aligned} \right\} \text{مجموع جواب ها} = 2/5\pi$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-\sin 3x = \cos^2 2x - \sin^2 2x \Rightarrow -\sin 3x = \cos 4x \Rightarrow \cos 4x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 3x\right)$$

$$\begin{cases} \Rightarrow 4x = 2K\pi + \frac{\pi}{2} + 3x \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = 2K\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \Rightarrow 4x = 2K\pi - \frac{\pi}{2} - 3x \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x = \frac{2K\pi}{7} - \frac{\pi}{14} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{14}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{14}, \frac{15\pi}{14}, \frac{19\pi}{14}, \frac{23\pi}{14}, \frac{27\pi}{14} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب های متمایز (بدون تکرار)} = \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{14} + \frac{11\pi}{14} + \frac{15\pi}{14} + \frac{19\pi}{14} + \frac{23\pi}{14} + \frac{27\pi}{14}$$

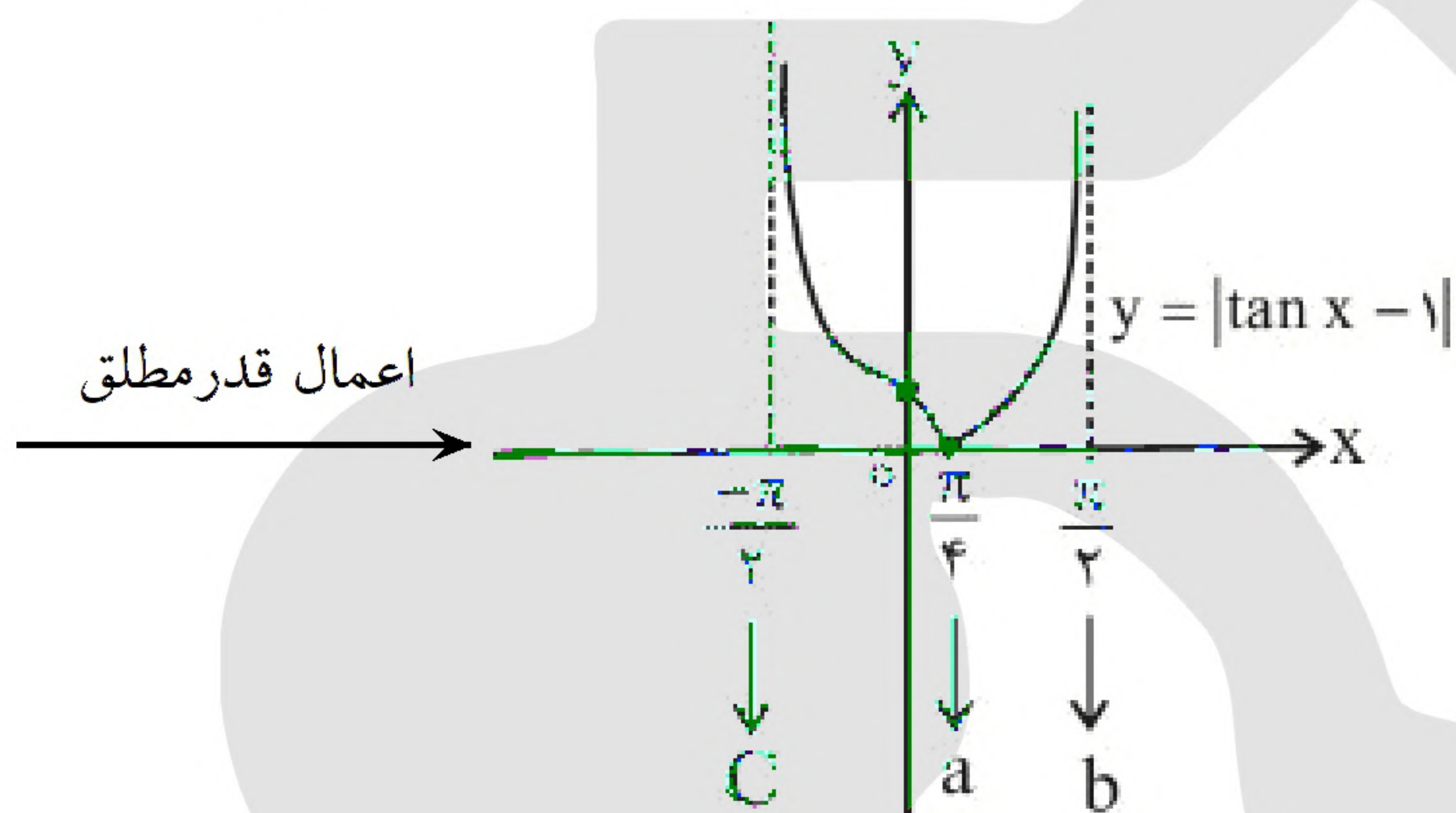
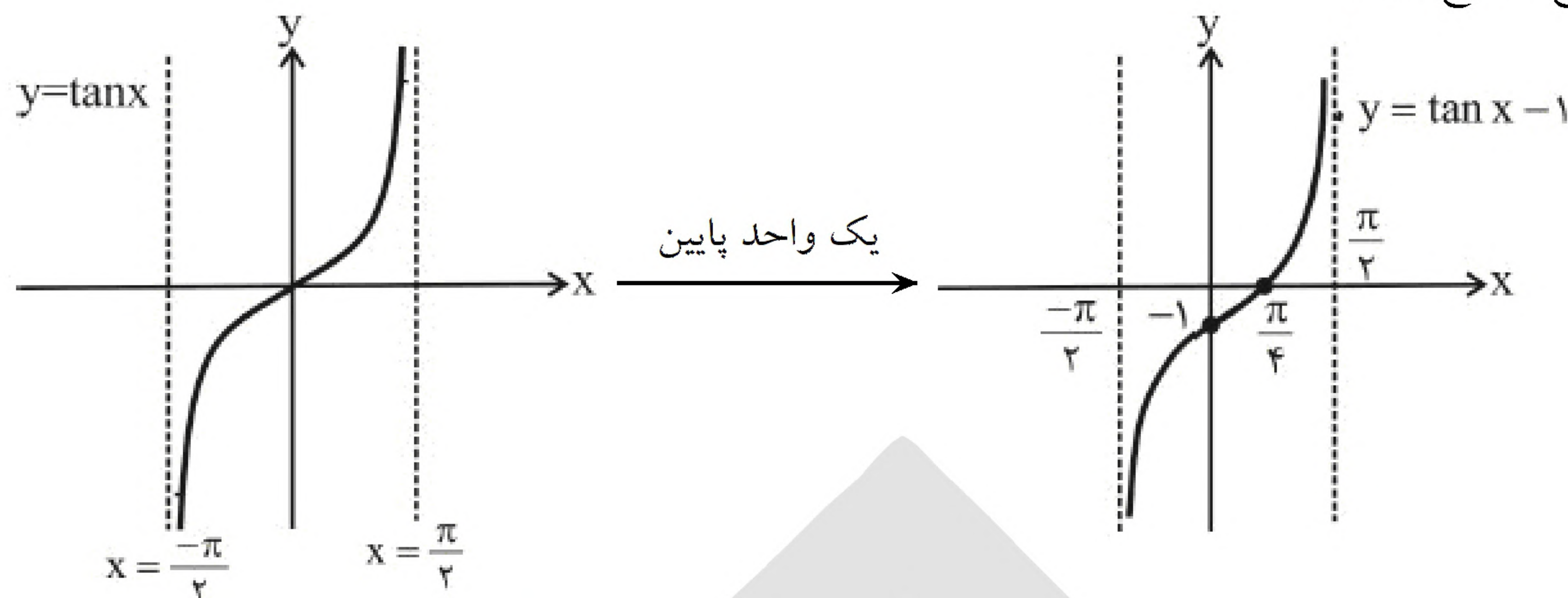
توجه:  $\frac{\pi}{2}$  تکراری است

$$= \frac{105\pi}{14} = 7/5\pi$$





۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$[a, b) = [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$  صعودی اکید

$(c, b] = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}] \Rightarrow$  نزولی اکید

$$\frac{a - c}{b - a} = \frac{\frac{\pi}{4} - (-\frac{\pi}{2})}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3\pi}{4}}{\frac{\pi}{4}} = 3$$





۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با فرض  $x \neq \frac{K\pi'}{3} \Rightarrow \sin^3 x \neq 0$  دو طرف معادله را بر  $\sin^3 x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{Cotg} 3x \Rightarrow \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right) \Rightarrow x - \frac{\pi}{3} = K\pi + \left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$$

$$4x = K\pi + \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{K\pi}{4} + \frac{5\pi}{24} \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} x \neq \frac{K'\pi}{3}$$

$$X \in [0, 2\pi] \Rightarrow 0 \leq \frac{K\pi}{4} + \frac{5\pi}{24} \leq 2\pi \xrightarrow{\times \left(\frac{24}{\pi}\right)} 0 \leq 6K + 5 \leq 48$$

$\Rightarrow 0 \leq K \leq 7 \Rightarrow$  معادله ۸ جواب دارد

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \max = 2 &\Rightarrow \begin{cases} a + |b| = 2 \\ a - |b| = -6 \end{cases} \Rightarrow a = -2, |b| = 4 \Rightarrow \\ \min = -6 &\Rightarrow \end{aligned}$$

با توجه به شکل،  $b$  و  $C$  هم‌علامت هستند، بنابراین  $b$  و  $C$  را مثبت فرض می‌کنیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow -2 + 4\sin(cx) = 0 \Rightarrow \sin(cx) = \frac{1}{2} \Rightarrow cx = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

$$\begin{cases} C\alpha = \frac{\pi}{6} \\ C \times 5 = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow C = \frac{\pi}{6}, \alpha = 1 \end{cases} \begin{cases} f(x) = -2 + 4\sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) \\ f(3\alpha) = f(3) = -2 + 4\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \end{cases}$$





۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = a + b \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$y_{\max} = a + |b| = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به شکل } b < 0} a - b = \frac{5}{2} \quad (1)$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \rightarrow a + b \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \rightarrow a + b \cos\frac{\pi}{3} = 0 \rightarrow a + \frac{b}{2} = 0 \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow a = \frac{5}{6}, b = -\frac{5}{3}$$

$$f(x) = \frac{5}{6} - \frac{5}{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{3\pi}{2}\right) + 2\sqrt{3}f(\pi) &= \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)\right) + 2\sqrt{3}\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \\ &= \frac{5}{3} + \frac{5\sqrt{3}}{3} + 5 = \frac{5(4 + \sqrt{3})}{3} \end{aligned}$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، دوره‌ی تناوب  $\pi$  است. لذا  $T = \frac{2\pi}{|b|} = \pi$ ،  $|b| = 2$ . از طرفی مقادیر ماکزیمم و مینیمم به ترتیب ۴ و -۲ است:

$$\begin{cases} |a| + c = 4 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow c = 1, |a| = 3$$

(البته با در نظر گرفتن  $f(0) = 1$  با توجه به نمودار مقدار  $c = 1$  مستقیماً هم به دست می‌آید.) با توجه به تأثیری که منفی بودن هر کدام از  $a$  و  $b$  بر قرینه شدن نمودار تابع نسبت به محورهای  $x$  و  $y$  دارد، هر دوی آن‌ها باید مثبت باشند:

$$f(x) = 3\sin(2x) + 1$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \sin(2x) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cos 4x = 1 - 2\sin^2 x(2x)$$

$$\cos 4x = 1 - 2\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{7}{9} \Rightarrow \cos 8x = 2\cos^2(4x) - 1 = 2\left(\frac{7}{9}\right)^2 - 1 \Rightarrow \cos 8x = \frac{17}{81}$$





۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin(\pi \cos 4x) = 1 \Rightarrow \pi \cos 4x = 2K\pi + \frac{\pi}{2}, K \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \cos 4x = 2K + \frac{1}{2}, K \in \mathbb{Z} \xrightarrow{\text{فقط } K=0 \text{ درست است}} \cos 4x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 4x = 2K\pi \pm \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div 4} x = \frac{K\pi}{2} \pm \frac{\pi}{8}$$

$$\textcircled{1} \quad 0 \leq \frac{K\pi}{2} + \frac{\pi}{8} \leq 2\pi \xrightarrow{\times \frac{2}{\pi}} 0 \leq K + \frac{1}{4} \leq 4 \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} K = 0, 1, 2, 3$$

$$\textcircled{2} \quad 0 \leq \frac{K\pi}{2} - \frac{\pi}{8} \leq 2\pi \xrightarrow{\times \frac{2}{\pi}} 0 \leq K - \frac{1}{4} \leq 4 \xrightarrow{K \in \mathbb{Z}} K = 1, 2, 3, 4$$

این معادله در بازه  $[0, 2\pi]$  مجموعاً به تعداد ۸ جواب متمایز دارد.

$$\begin{aligned} \max : |x| + c &= 3 \\ \min : -|a| + c &= 1 \end{aligned} \Rightarrow c = 2 \Rightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = 1$$

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$y = \cos \frac{x}{2} + 2$$

$$a + b + c = 1 + \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$\frac{\cos^2 x + 5 \cos x + 3 \sin^2 x}{\sin x \cos x} = 0$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos^2 x + 5 \cos x + 3(1 - \cos^2 x) = 0 \Rightarrow -2 \cos^2 x + 5 \cos x + 3 = 0$$

$$\cos x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{-4} = \begin{cases} 3 & \text{غ ق} \\ -\frac{1}{2} & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

$$\frac{4\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$





$$2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = 121$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\cos x = \frac{9 \pm 11}{4} \begin{cases} \cos x = 5 \text{ غ ق ق} & (-1 \leq \cos x \leq 1) \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \begin{matrix} \xrightarrow{k=0} x_1 = \frac{2\pi}{3} \\ \xrightarrow{k=1} x_2 = \frac{4\pi}{3} \end{matrix}$$

$$\text{مجموع جوابها} = x_1 + x_2 = 2\pi$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ماکزیمم این تابع ۵ است. بنابراین  $a \sin(bx) + 2 \leq 5$  یعنی  $a = 3$ . دوره تناوب  $\frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{3}$  است، در نتیجه:  $\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$  (با توجه به شکل  $a$  و  $b$  هم علامت هستند).

$$f(x) = 3\sin(3x) + 2 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{18}\right) = 3\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + 2 = 3\left(\frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{7}{2}$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$1 + \cos 4x = 2\sin^2 x \Rightarrow \cos 4x = 2\sin^2 x - 1 \Rightarrow \cos 4x = -\cos 2x \Rightarrow \cos 4x = \cos(\pi - 2x)$$

$$\Rightarrow 4x = 2K\pi \pm (\pi - 2x) \begin{cases} 4x = 2K\pi + \pi - 2x \Rightarrow x = \frac{K\pi}{3} + \frac{\pi}{6} & (1) \\ 4x = 2K\pi - \pi + 2x \Rightarrow x = K\pi - \frac{\pi}{6} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$$

$$(2) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{2} \quad (\text{تکرار ریشه‌های (۱) متمایز نیستند})$$

$$\text{مجموع ریشه‌های متمایز} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6} = 6\pi$$





۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\operatorname{tg} \sqrt{x} = \frac{-1}{\operatorname{tg} 2x} \Rightarrow \operatorname{tg} \sqrt{x} = -\operatorname{Cotg} 2x \Rightarrow \operatorname{tg} \sqrt{x} = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right)$$

$$\sqrt{x} = k\pi + \frac{\pi}{2} + 2x \Rightarrow 5x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10}$$

$$-\pi \leq \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \leq \pi \xrightarrow{\div \pi} -1 \leq \frac{k}{5} + \frac{1}{10} \leq 1 \xrightarrow{\times 10} -10 \leq 2k+1 \leq 10 \xrightarrow{(-1)}$$

$$-11 \leq 2k \leq 9 \xrightarrow[\substack{\div 2 \\ k \in \mathbb{Z}}]{} -5 \leq k \leq 4 \Rightarrow m = 10 \quad (\text{تعداد ریشه‌ها})$$

$$(1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$$

$$\Delta = 25 \Rightarrow \sin x = \frac{3 \pm 5}{-4} \quad \begin{cases} \sin x = -2 \text{ غ ق ق} (-1 \leq \sin x \leq 1) \\ \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \end{cases} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1) \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq 2k + \frac{1}{6} \leq 2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} -1 \leq k \leq 0 \Rightarrow k = -1, 0 \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow -2\pi \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \leq 2\pi \xrightarrow{\div \pi} -2 \leq 2k + \frac{5}{6} \leq 2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = -1, 0 \quad (4)$$

تعداد ریشه‌ها  $3, 4 \Rightarrow n = 4$

$$m^2 + n^2 = 100 + 16 = 116$$

$$f(x) = \operatorname{tg}(\pi - \pi ax) = -\operatorname{tg}(\pi ax)$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

این تابع نسبت به مبدأ مختصات متقارن است و با توجه به شکل دوره تناوب آن  $T = 4$  است. بنابراین:

$$|a| = \frac{1}{4}, T = \frac{\pi}{|\pi a|} = 4$$

با توجه به روند نزولی اکید تابع در هر دو دوره تناوب (بین دو مجانب قائم متوالی) و ضابطه نهایی  $f(x) = -\operatorname{tg}(\pi ax)$  مقدار  $a$  باید مثبت باشد:

$$a = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = -\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}x\right) \Rightarrow f\left(\frac{1}{3a}\right) \times f\left(\frac{-2}{3a}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) \times f\left(\frac{-8}{3}\right) = (-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = 3$$





۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ماکزیمم نمودار در وسط بازه (۰, ۴) یعنی  $x = ۲$  واقع شده است بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \text{صدق در } f \rightarrow \text{Max}(۲, ۴) \rightarrow ۴ = a - b \\ \text{صدق در } f \rightarrow \text{مبدأ } (۰, ۰) \rightarrow ۰ = a + b \end{array} \right\} \Rightarrow a = ۲, b = -۲ \Rightarrow f(x) = ۲ - ۲ \cos\left(\frac{\pi}{۲}x\right)$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{۸}{۳}\right) + f\left(\frac{۴}{۳}\right) &= ۲ - ۲ \cos\left(\frac{۴\pi}{۳}\right) + \left(۲ - ۲ \cos\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)\right) \\ &= ۴ - ۲ \cos\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) - ۲ \cos\left(\pi - \frac{\pi}{۳}\right) = ۴ + ۲ \cos\left(\frac{\pi}{۳}\right) + ۲ \cos\left(\frac{\pi}{۳}\right) \\ &= ۴ + ۲\left(\frac{۱}{۲}\right) + ۲\left(\frac{۱}{۲}\right) = ۶ \end{aligned}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x - \sin x = ۰$$

$$(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x + ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = \sin x \\ \cos x + \sin x = -۱ \end{cases}$$

$$\cos x = \sin x \Rightarrow \tan x = ۱ = \tan \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{۴} \\ x = \frac{۵\pi}{۴} \end{cases}$$

$$\cos x + \sin x = -۱ \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} \sin^2 x + \cos^2 x + ۲ \sin x \cos x = ۱$$

$$۱ + ۲ \sin x \cos x = ۱ \Rightarrow \sin ۲x = ۰ = \sin ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲x = ۲k\pi \\ ۲x = ۲k\pi + \pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi \\ x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲} \end{cases}$$

ریشه‌های صفر و  $\frac{\pi}{۴}$  و  $۲\pi$  غیرقابل قبول هستند، زیرا در معادله صدق نمی‌کنند.

(ریشه‌های خارجی که به دلیل به توان ۲ رسانیدن طرفین معادله وارد معادله شده‌اند.)

$$x = \pi, x = \frac{۳\pi}{۲} \text{ قابل قبول}$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{\pi}{۴} + \frac{۵\pi}{۴} + \pi + \frac{۳\pi}{۲} = ۴\pi$$





۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2 \cos^2 \left( x - \frac{\pi}{\lambda} \right) - 3 \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} - x \right) = -1$$

$$2 \cos^2 \left( x - \frac{\pi}{\lambda} \right) - 3 \cos \left( x - \frac{\pi}{\lambda} \right) + 1 = 0, \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos \left( x - \frac{\pi}{\lambda} \right) = 1 = \cos 0 \Rightarrow x - \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{\lambda}$$

$$\cos \left( x - \frac{\pi}{\lambda} \right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x - \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{\lambda} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{\lambda} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{\lambda}, x = \frac{11\pi}{24}, x = \frac{43\pi}{24} \Rightarrow \frac{43\pi}{24} - \frac{3\pi}{24} = \frac{40\pi}{24} = \frac{5\pi}{3}$$

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار سینوس:

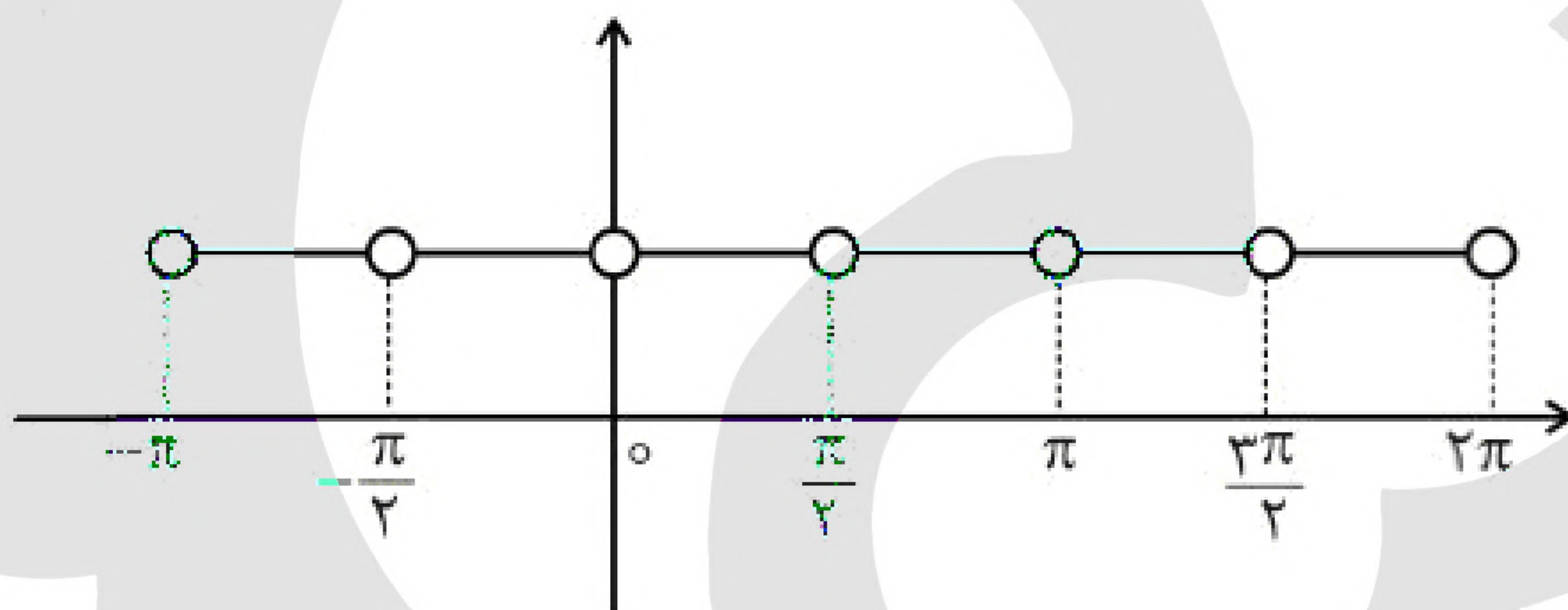
$$\begin{aligned} \max &= |a| + c = 3 \\ \min &= -|a| + c = -1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = -2 \end{aligned}$$

$$T = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{\lambda} - \left( -\frac{5\pi}{\lambda} \right) = \pi \Rightarrow b = 2$$

$$a + b + c = -2 + 2 + 1 = 1$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{\cos x}{\sin x} = 1, \cos x \neq 0, \sin x \neq 0$$



$$\begin{aligned} x &\neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} \\ x &\neq k\pi + \pi \end{aligned} \quad T = \frac{\pi}{2}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار تابع  $a > 0$  و  $b > 0$ :

$$\min = b \Rightarrow a - |b| = b \xrightarrow{b > 0} a - b = b \Rightarrow a = 2b \quad (1)$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{18}{|b|} = \frac{18}{b} = a \Rightarrow ab = 18 \quad (2)$$

چون  $b > 0$

$$(1), (2) \Rightarrow 2b^2 = 18 \xrightarrow{b > 0} b = 3, a = 6 \Rightarrow a + b = 9$$





۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله‌ی اول:

$$2 \times \sin \frac{3x}{2} \cos \frac{3x}{2} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin 3x = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} 0 \leq \frac{2k}{3} + \frac{1}{12} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq k \leq 2$$

$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \text{ریشه } 3$$

$$3x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \left(\frac{2k+1}{3}\right)\pi - \frac{\pi}{12} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} 0 \leq \frac{2k+1}{3} - \frac{1}{12} \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq k \leq 2 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \text{ریشه } 3 \Rightarrow m = 6$$

$$\operatorname{tg} 7x = -\operatorname{Cotg} 2x$$

معادله‌ی دوم:

$$\Rightarrow \operatorname{tg} 7x = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right) \Rightarrow 7x = k\pi + \left( \frac{\pi}{2} + 2x \right) \Rightarrow 5x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} 0 \leq \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{10} \leq 2\pi \Rightarrow 0 \leq \frac{k}{5} + \frac{1}{10} \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq k \leq 9 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \text{ریشه } 10 \Rightarrow n = 10$$

$$m^2 + n^2 = 6^2 + 10^2 = 136$$