

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



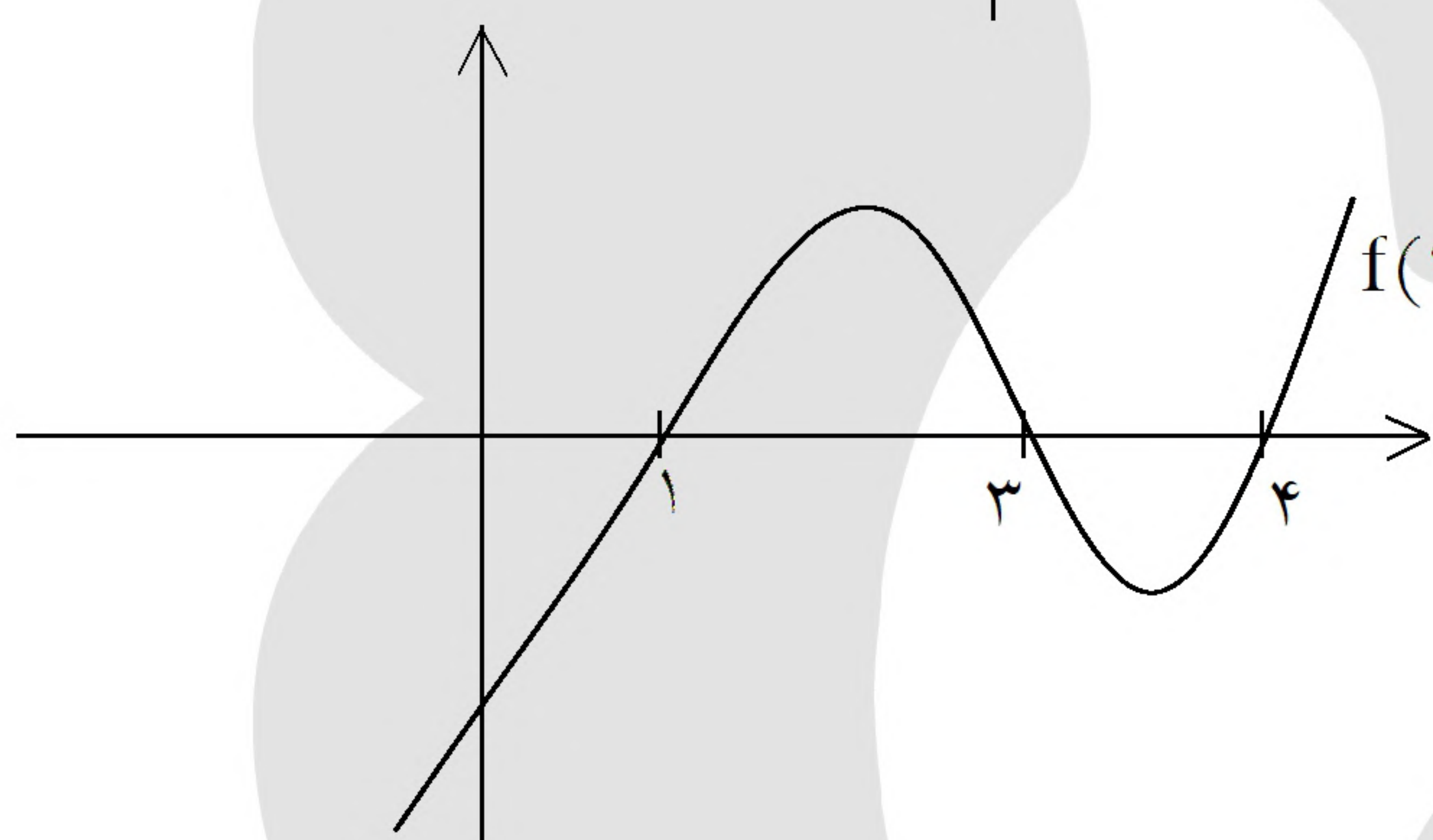
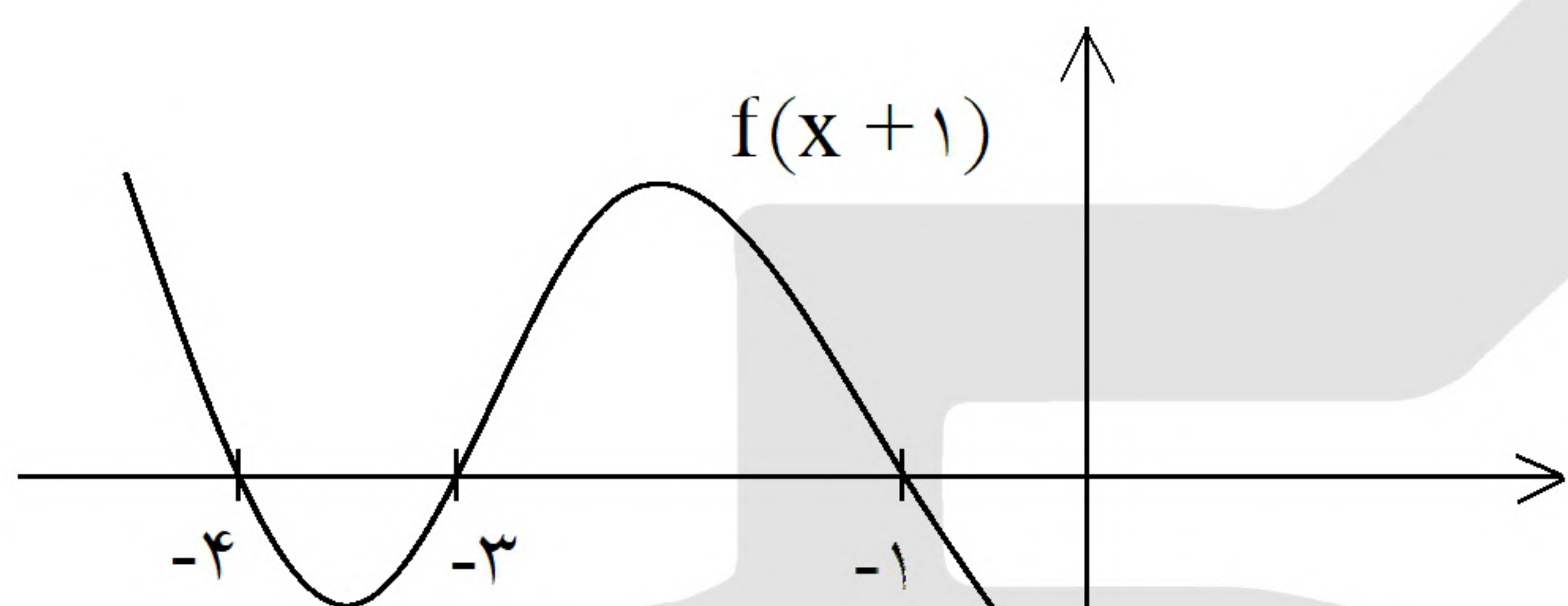


۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. f تابعی اکیداً نزولی است.

$$f(f(x)) < f\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{3x}\right) \Rightarrow f(x) > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^3 \Rightarrow \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x\right)^3 > \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x\right)^3$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x + \log_{\frac{1}{5}} x > \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow \log_{\frac{1}{5}} x > 0 \Rightarrow 0 < x < 1$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $f(x-2)$ را ۳ واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا $f(x+1)$ به دست آید پس نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا $f(1-x)$ شود.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{f(1+x)}{f(1-x)} \geq 0 \\ x \in \mathbb{Z} \\ x \in \{0, 1, 3, 4\} \end{array} \right\}$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(2m^2 - 9m - 2) < f(m^2 - 4m + 4) \xrightarrow{\text{صعودی}} 2m^2 - 9m - 2 < m^2 - 4m + 4$$

$$\Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0 \Rightarrow (m-6)(m+1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 6$$

$$-1 < m < 6$$

$$\left. \begin{array}{l} m^2 - 4m + 4 > 0 \Rightarrow (m-2)^2 > 0 \Rightarrow m \neq 2 \\ 2m^2 - 9m - 2 > 0 \Rightarrow m < \frac{9 - \sqrt{97}}{4}, m > \frac{9 + \sqrt{97}}{4} \end{array} \right\} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 5$$

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. f تابع اکیداً صعودی است.

$$f(f(x)) < f(x^5) \Rightarrow f(x) < x^5 \Rightarrow (x + \log x)^5 < x^5 \Rightarrow x + \log x < x$$

$$\Rightarrow \log x < 0 \Rightarrow x \in (0, 1)$$



۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{f(x)}{f(x+2)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f(x+2)} \leq 0$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = -2, 0, 1$$

$$f(x+2) = 0 \Rightarrow x+2 = -2, 0, 1 \Rightarrow x = -4, -2, -1$$

X	-4	-2	-1	0	1	$\in Z$
	+	-	-	+	-	$= 0, 1, -3$

۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دامنه تابع $(-\infty, 0)$ است. حال چون اکیداً نزولی است باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$-m^2 + 2m - 3 < m^2 - m - 5 < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m^2 - 3m - 2 = (2m+1)(m-2) > 0 \Rightarrow m > 2 \text{ یا } m < -\frac{1}{2} \\ m^2 - m - 5 < 0 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{21}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{21}}{2} \end{cases}$$

پس مجموعه مقادیر m برابر $\left(2, \frac{1+\sqrt{21}}{2}\right) \cup \left(\frac{1-\sqrt{21}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ است که این مجموعه فقط شامل $m = -1$ است.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x \leq \frac{-5}{2} \Rightarrow y = -(2x+5) - (-5x+2) \Rightarrow y = 3x-7 \\ x \geq \frac{2}{5} \Rightarrow y = (2x+5) - (5x-2) \Rightarrow y = -3x+7 \end{cases}$$

$$y = -3x+7 \Rightarrow 3x = -y+7 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}y + \frac{7}{3} \xrightarrow{y \geq \frac{2}{5}} f^{-1}(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}, x \leq \frac{29}{5}$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} p(x) = (x-1)q(x) + 2 \\ p^2(x) = (x^2-4)q'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p(-2) = -3q(-2) + 2 \\ P^2(-2) = 0 \Rightarrow P(-2) = 0 \end{cases} \xrightarrow{P(-2)=0} q(-2) = \frac{2}{3}$$



۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(-3) = 0 \Rightarrow \underbrace{(-3)^{2n-1} + 3(-3)^{2n-2}}_{\cdot} + \frac{1}{27}(-3)^6 - \frac{1}{9}(-3)^4 + a = 0 \Rightarrow a = -27 + 9 \Rightarrow a = -18$$

$$\begin{cases} p(1) = 1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = a + b \\ p(-1) = -1 + 3 + \frac{1}{27} - \frac{1}{9} - 18 = -a + b \end{cases} \xrightarrow{-} 2 = 2a \Rightarrow a = 1, b = -\frac{407}{27}; R(x) = x - \frac{407}{27}$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{x \leq -1} y = -2x - 2 + \frac{x}{2} - 2 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2}x - 4 \xrightarrow{y \geq -\frac{5}{2}} f^{-1}(x) = -\frac{2}{3}x - \frac{8}{3}, x \geq -\frac{5}{2}$$

۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} f \Rightarrow m = n = 0 \Rightarrow f(x) = -k \\ (m, n-1) = (0, k) \Rightarrow k = n-1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = 1$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(f(g(x+2))) = 0 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} f(g(x+2)) = 2$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{2}g(x+2) - 1 \right| = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}g(x+2) - 1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} g(x+2) = -2 \\ \text{یا} \\ g(x+2) = 6 \end{cases}$$

انتقال افقی، تعداد ریشه‌ها را تغییر نمی‌دهد و با توجه به نمودار که تابع g با دامنه R اکیداً صعودی است. هر کدام از معادلات بالا یک جواب دارد.

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow \text{اعداد صحیح نامنفی} = \{0, 1, 2, 3\}$$

x	$-\infty$	۳	$+\infty$
f(x)		+	-



۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{یکی به راست}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{قرینه به محور } x} \frac{-1}{x-1} \xrightarrow{\text{۲ تا پایین}} \frac{-1}{x-1} - 2$$

$$\frac{1}{x} = \frac{-1}{x-1} - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = -2 \Rightarrow \frac{2x-1}{x^2-x} = -2 \Rightarrow \cancel{2x} - 1 = -2x^2 + \cancel{2x}$$

$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \sqrt{2}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{2}\right), (0, 0) \Rightarrow d = \sqrt{\frac{1}{2} + 2} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۱۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به گزینه‌ها، خارج قسمت را باید درجه یک بگیریم. خارج قسمت را $\alpha x + \beta$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + 2x + 5)(\alpha x + \beta) + x + 2 \\ f(1) &= 10(\alpha + \beta) + 3 = 13 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \\ f(-1) &= 2(-\alpha + \beta) + 1 = 11 \Rightarrow -\alpha + \beta = 5 \end{aligned} \Rightarrow \beta = 3, \alpha = -2$$

خارج قسمت $3 - 2x$ است.

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اکیداً نزولی یعنی:

$$-9 + k^2 < 0 \Rightarrow k^2 < 9 \Rightarrow -3 < k < 3 \Rightarrow k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow \text{مجموع} = 0$$

$$4(x+2) - (x+2)^2 = -x^2 + 4$$

$$4x - x^2 = -x^2 + 4 \Rightarrow x = 1$$

$$(1, 3) \text{ نقطه تلاقی} \quad OA = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$p(x) = x^{3n+1} + 2x^{3n} + x^6 + 3x^5 + 16a \xrightarrow{n=1} p(-2) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$p(x) = x^6 + 3x^5 + x^4 + 2x^3 + 32$$

$$p(x) = (x^2 + 2x - 3)Q(x) + R(x) \xrightarrow{x=1} p(1) = R(1) = 39$$

$$-5x + 42$$

تنها گزینه‌ای که به ازای $x = 1$ برابر ۳۹ میشود:



۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی محور } x} y = 2 \xrightarrow{\text{واحد در جهت منفی } y \text{ ها}} y = 2 \xrightarrow{(x+3) + |x+3|} y = 2 \xrightarrow{x+3+|x+3|} y = 2$$

$$y = 2 \xrightarrow{x+3+|x+3|} y = 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 2 = 1 \Rightarrow x+3+|x+3| = 1$$

$$\begin{cases} x \geq -3 \Rightarrow 2(x+3) = 1 \Rightarrow x = -2/5 \\ x < -3 \Rightarrow (x+3) - (x+3) = 1 \Rightarrow 0 = 1 \end{cases}$$

غ ق ق ۱

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. منحنی اولیه را k واحد در راستای قائم جابه‌جا می‌کنیم و نمودار تابع

$$y = \sqrt{\sqrt{x+3}+k}$$

حاصل می‌شود. اگر این نمودار، نمودار وارون خود را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کند، یعنی

خط $y = x$ را در نقطه‌ای با عرض ۱ قطع کرده است، پس نقطه‌ی تقاطع به صورت $(1, 1)$ است که مختصات این

$$\xrightarrow{x=1} 1 = \sqrt{\sqrt{1+3}+k} = 2+k \Rightarrow k = -1$$

نقطه در ضابطه‌ی جدید صدق می‌کند:

پس ضابطه‌ی تابع جدید $y = \sqrt{\sqrt{x+3}-1}$ است. حال داریم:

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y = -\sqrt{\sqrt{x+3}+1} \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ}} y = 1 - \sqrt{\sqrt{x+4}+3}$$

مختصات نقطه‌ی $(0, 1-\sqrt{5})$ در ضابطه‌ی این تابع صدق می‌کند.۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قرینه $y = 2 + \sqrt{x-1}$ نسبت به خط $y = x$ تابع وارون آن است.

$$y = 2 + \sqrt{x-1} \Rightarrow y-2 = \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} y^2 - 4y + 4 = x-1$$

$$\Rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 - 4x + 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{\text{واحد در جهت } y \text{ منفی}} y = (x-2-2)^2 + 1 \xrightarrow{\text{واحد در جهت } x \text{ مثبت}} g(x) = (x-4)^2 + 1 - 3$$

$$\Rightarrow g(x) = (x-4)^2 - 2 \Rightarrow g(4) = (4-4)^2 - 2 = -2$$



۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $f(x) = 2|\sin x|$ را $\frac{\pi}{2}$ در امتداد محور x ها در جهت مثبت انتقال می دهیم:

$$y = 2\left|\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right| \Rightarrow y = 2|-\cos x| \Rightarrow y = 2|\cos x|$$

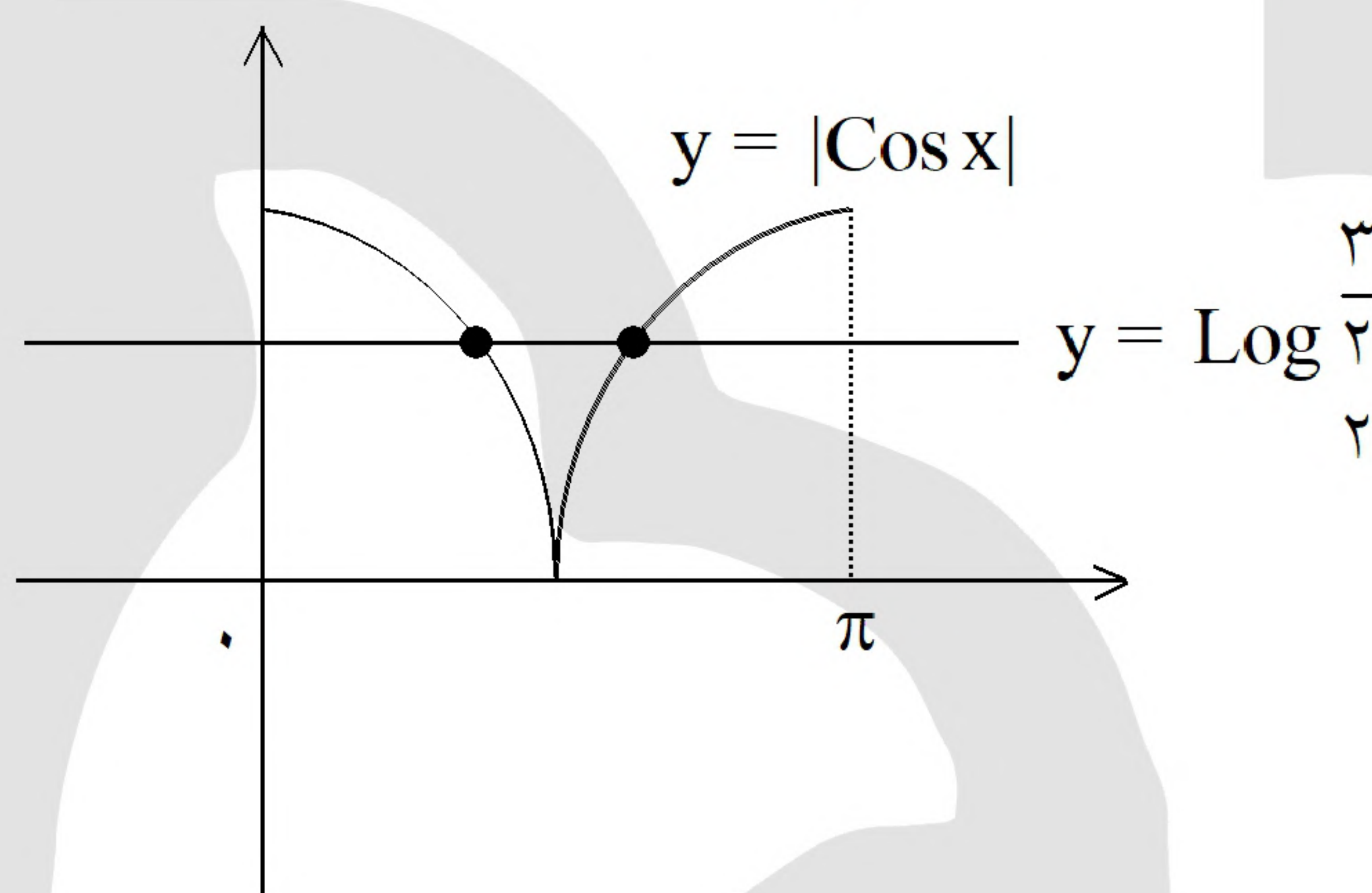
سپس $\frac{3}{2}$ در جهت محور y های منفی منتقل می کنیم.

$$y = 2|\cos x| - \frac{3}{2}$$

برای یافتن محل تلاقی با محور طول ها برابر صفر قرار می دهیم.

$$2|\cos x| - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow 2|\cos x| = \frac{3}{2} \Rightarrow |\cos x| = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{3}{4}$$

چون $\frac{3}{4} < 1$ است و $\log_2 \frac{3}{4} = 1$ بنابراین $0 < \log_2 \frac{3}{4} < 1$ است.



دو نمودار در بازه $[0, \pi]$ دو نقطه تلاقی دارند بنابراین معادله دو جواب دارد.

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{4-x} \xrightarrow[\text{راستای واحد}]{k \text{ واحد در}} \sqrt{4-x+k} \xrightarrow[\text{در جهت افق}]{k-2 \text{ واحد}} \sqrt{4-(x-(k-2))+k}$$

$$\sqrt{-x+k+2+k}$$

وارون خود را در نقطه ای به عرض ۱ قطع کند یعنی $(1, 1)$ در تابع صدق می کند:

$$\sqrt{-1+k+2+k} = 1 \Rightarrow \sqrt{k+1} = 1-k$$

$$1-k \geq 0 \Rightarrow k \leq 1$$

$$k+1 = (1-k)^2 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 = k+1 \Rightarrow k^2 - 3k = 0 \Rightarrow k(k-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k=0 \\ k=3 \end{cases} \Rightarrow k=0$$

$$\sqrt{-x+2-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{-x+2} = 1 \Rightarrow -x+2 = 1 \Rightarrow x = 1$$



$$f(x) = \sqrt[3]{4\cos^2(x) - 1} - \sqrt[3]{1 - 4\cos^2(x)}$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-1 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 4\cos^2 x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq 4\cos^2 x - 1 \leq 3 \Rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{4\cos^2 x - 1} \leq 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{4\cos^2 x - 1} = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$f(t) = t^3 - t^3 \Rightarrow -1 \leq t \leq 1$$

تابع t^3 اکیداً صعودی است.

تابع t^{-3} اکیداً نزولی است.

تابع $t^{-3} - t^3$ اکیداً صعودی است.

یعنی $t^3 - t^{-3}$ اکیداً صعودی است.

$$-1 \leq t \leq 1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^3 - (-1)^{-3} = -1 - \frac{1}{-1} = -1 + 1 = 0$$

$$f(1) = 1^3 - 1^{-3} = 1 - \frac{1}{1} = 0 \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq 0$$

$$b - a = \frac{0}{1} + \frac{0}{1} = \frac{0}{1} + \frac{0}{1} = 0$$

۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با کمک ترسیم قرینه نسبت به مبدأ مختصات و انتقال روی محور عرض‌ها داریم:

$$y = (x - 1)^2 \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ}} y = -(-x - 1)^2 \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = -(-x - 1)^2 + 4$$

$$-(-x - 1)^2 + 4 = (x - 1)^2 \Rightarrow -x^2 - 2x - 1 + 4 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow -2x^2 = -2 \Rightarrow x = \pm 1$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تابع $p(x)$ را به صورت روبه‌رو در نظر گرفته و شروع به حل می‌کنیم:

$$p(x) = (2x - 1)Q(x)$$

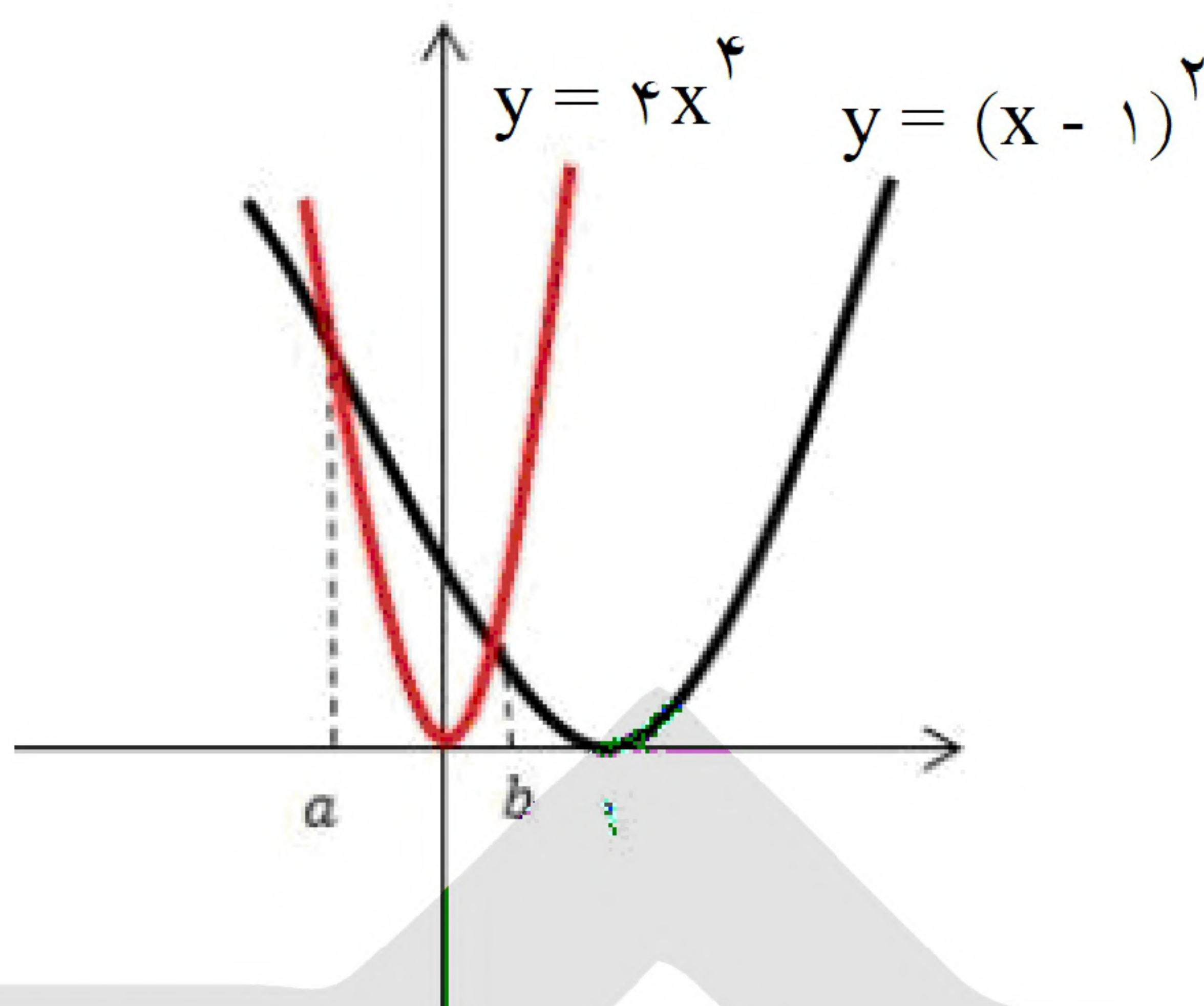
$$\Rightarrow p\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) + a\left(\frac{1}{2}\right) + 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow p(-2) = 32 - 56 + 8 + 6 = -10$$



۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$(x-1)^2 > 4x^2 \Rightarrow |x-1| > 2x^2$$

$$x \geq 1 \Rightarrow 2x^2 < x-1 \Rightarrow 2x^2 - x + 1 < 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 > 0 \Rightarrow \text{عبارت همواره مثبت است} \\ \Delta = 1 - 8 = -7 < 0 \end{cases} \Rightarrow \emptyset$$

$$x \leq 1 \Rightarrow 2x^2 < -x+1 \Rightarrow 2x^2 + x - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow b - a = \frac{1}{2} - (-1) = \frac{3}{2}$$

۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x^2 - 2x \xrightarrow{\text{قرینه محور } x \text{ ها}} f(x) = -x^2 + 2x \xrightarrow{+16 \text{ محور } y \text{ ها}}$$

$$f(x) = -x^2 + 2x + 16 = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \text{ ق ق} \\ x = 4 \text{ ق ق } (x > 1) \end{cases} \Rightarrow A \Big|_8^4$$

$$OA = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{16 + 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$p(4) = 3$$

$$p(-2) = 1$$

$$\xrightarrow{x=2} p(2^2) + 4p(-2) = p(4) + 4p(-2) = 3 + 4 = 7$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 1$ و $2x + 1$ به ترتیب ۸ و ۵ است، به معنای آن است که:

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \text{ و } p(1) = 8$$

$$p(x) = (2x^2 - x - 1)q(x) + ax + b$$

$$p(1) = 8 \Rightarrow a + b = 8$$

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 5 \Rightarrow -\frac{1}{2}a + b = 5 \Rightarrow a = 2, b = 6 \Rightarrow R = 2x + 6$$

$$P(1) = 0, P(-1) = 0$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم:

$$\xrightarrow{x=2} q(2) = P(2-1) + P(1-2) = P(1) + P(-1) = 0 + 0 = 0$$

پس:

۳۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = ((x+2)^2 - (x+2) - 3) - 9 = x^2 + 3x - 10 < 0$$

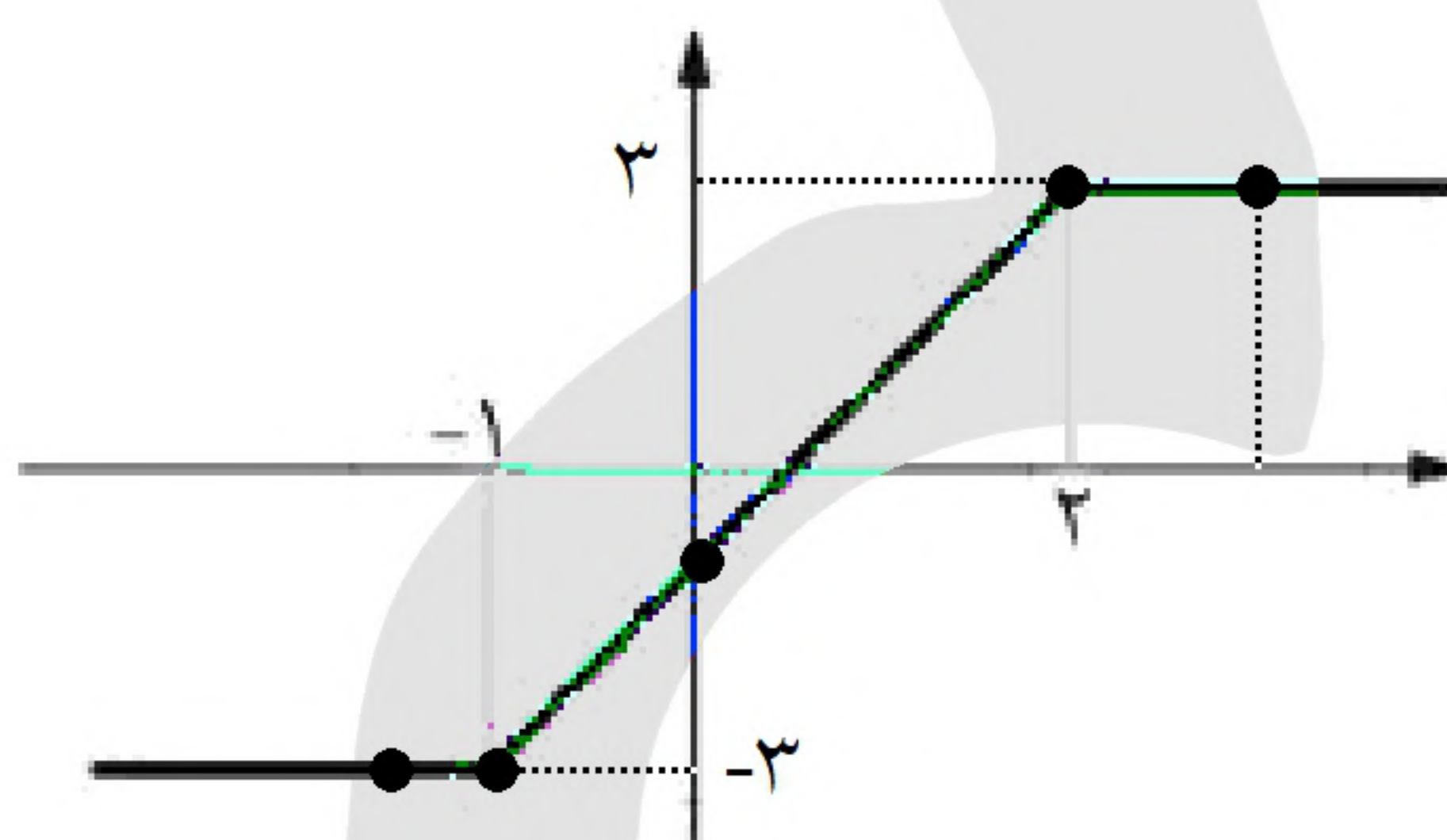
$$\Rightarrow (x+5)(x-2) < 0 \Rightarrow -5 < x < 2$$

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک نقطه یابی نمودار f را رسم می کنیم.

$$f(x) = |x+1| - |x-2|$$

نقاط شکست

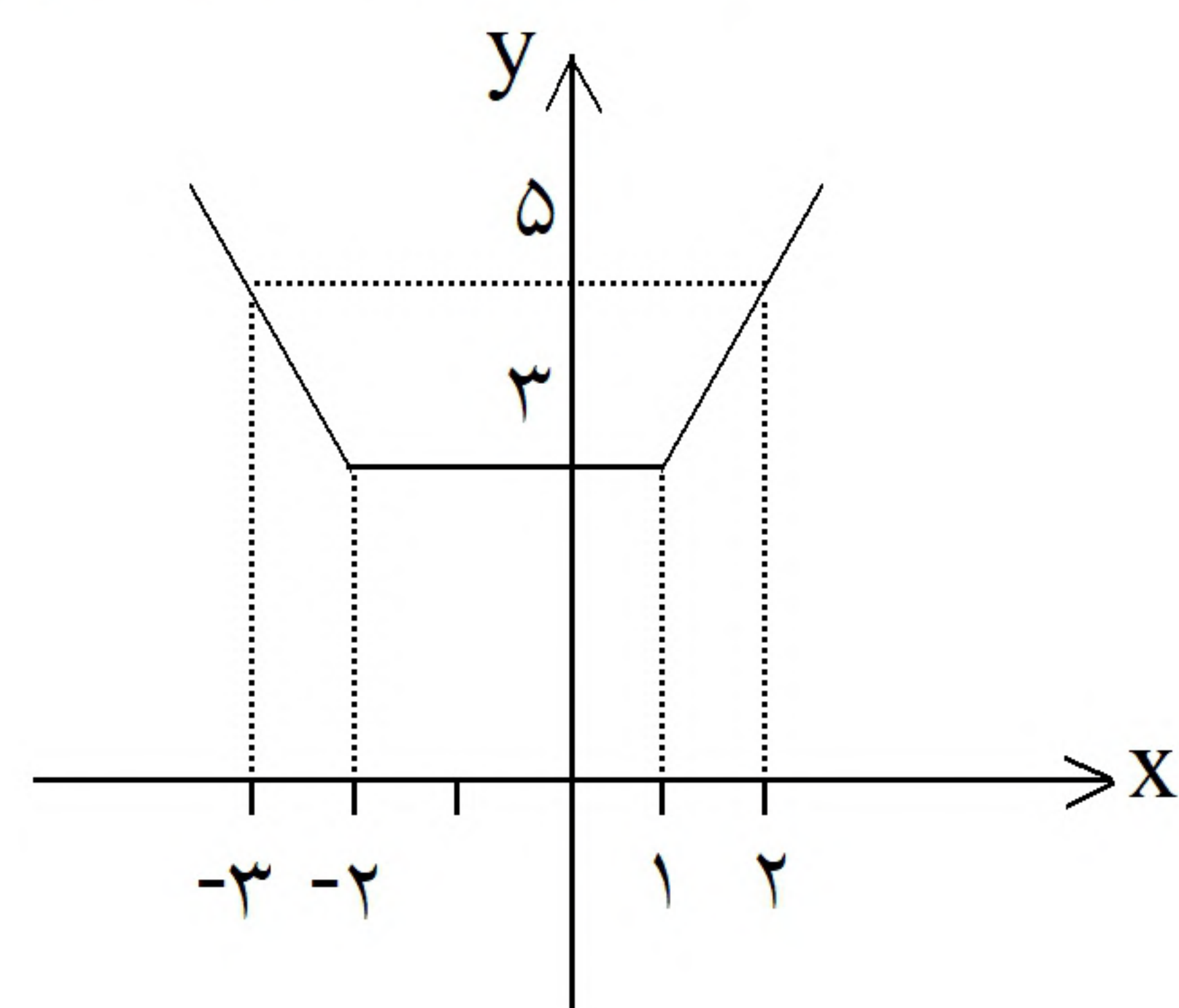
x	-2	-1	2	3
y	-3	-3	3	3



پس f در بازه $(-1, 2)$ اکیداً صعودی است.

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار تابع را به کمک نقطه یابی رسم می کنیم.

$$y = |x+2| + |x-1|$$



نقاط شکست

x	-3	-2	1	2
y	5	3	3	5

پس تابع در فاصله $(-\infty, -2)$ اکیداً نزولی است.



۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{تابع جدید: } y = (-(x-3)^2 + 2(x-3) + 5) - 2 \Rightarrow y = -x^2 + 6x - 9 + 2x - 6 + 3$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 8x - 12 > x \Rightarrow -x^2 + 7x - 12 > 0 \Rightarrow 3 < x < 4$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{x=3, x=4}$$

