

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(2) = 0 \Rightarrow 32 - 32 + 4a + 6 + a - 1 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$R = f(-a) = f(1) = 1 - 4 + a + 3 + a - 1 = -3$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

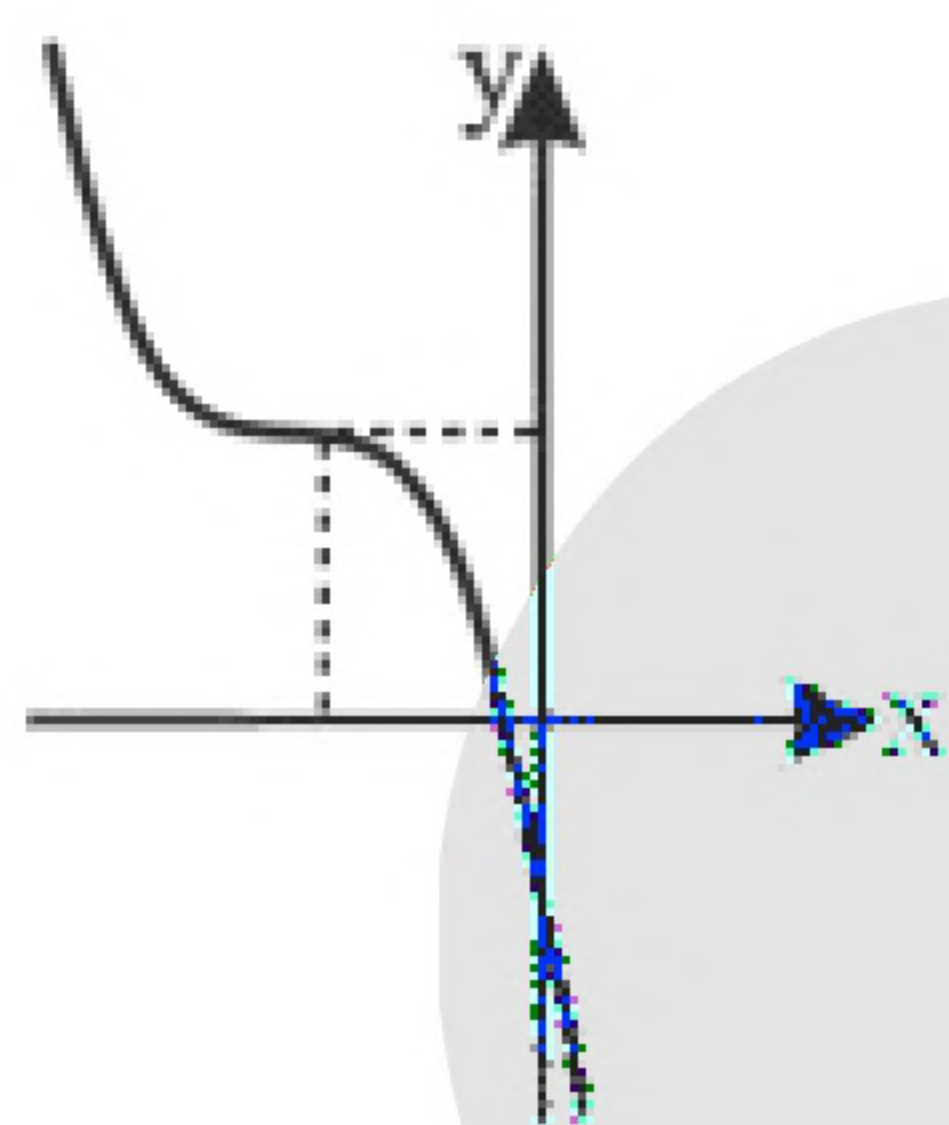
$$p(x) = f(x+3) - 3f(-x) = (x+1)(x+2)q(x) + \alpha x + \beta$$

$$x = -1 : f(2) - 3f(1) = -\alpha + \beta$$

$$x = -2 : f(1) - 3f(2) = -2\alpha + \beta$$

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = 7 \\ -2\alpha + \beta = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 12 \\ \beta = 19 \end{cases} \Rightarrow r(x) = 12x + 19$$

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



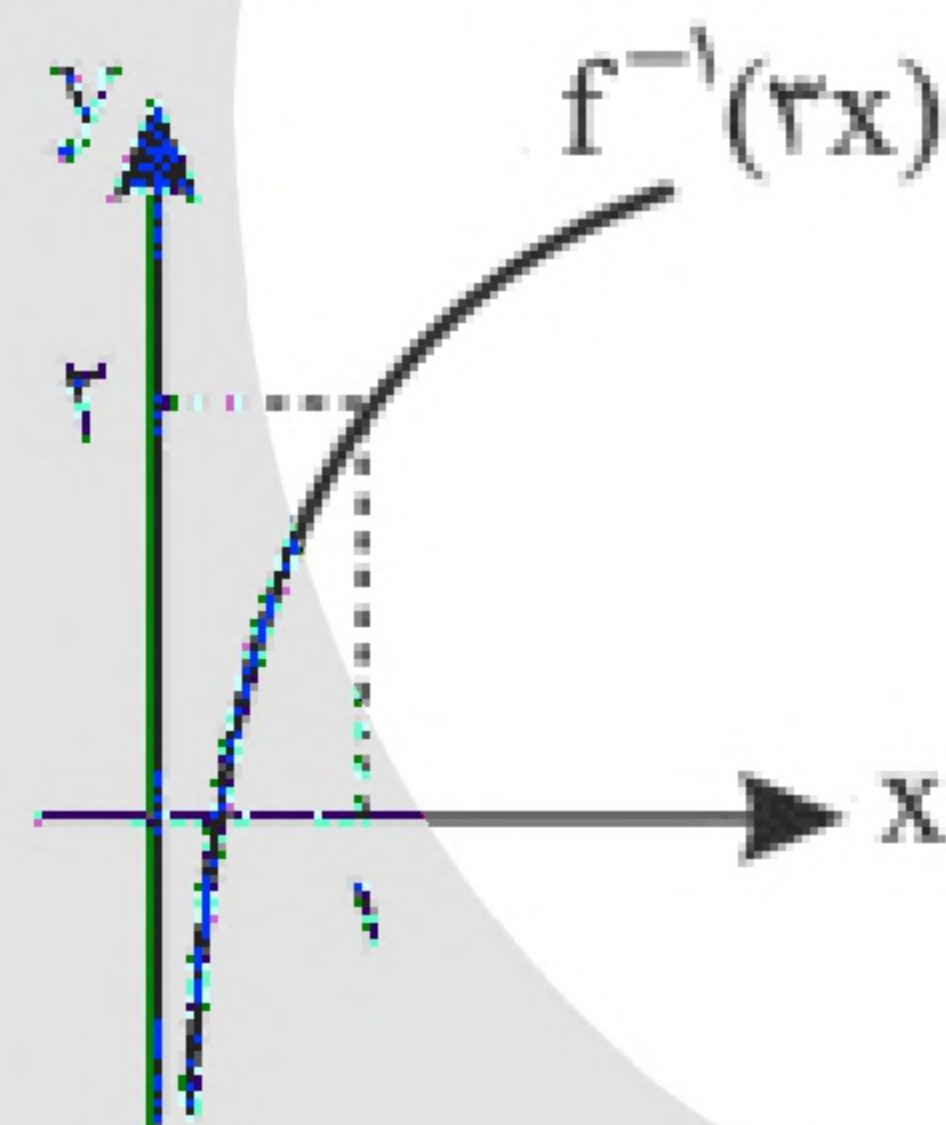
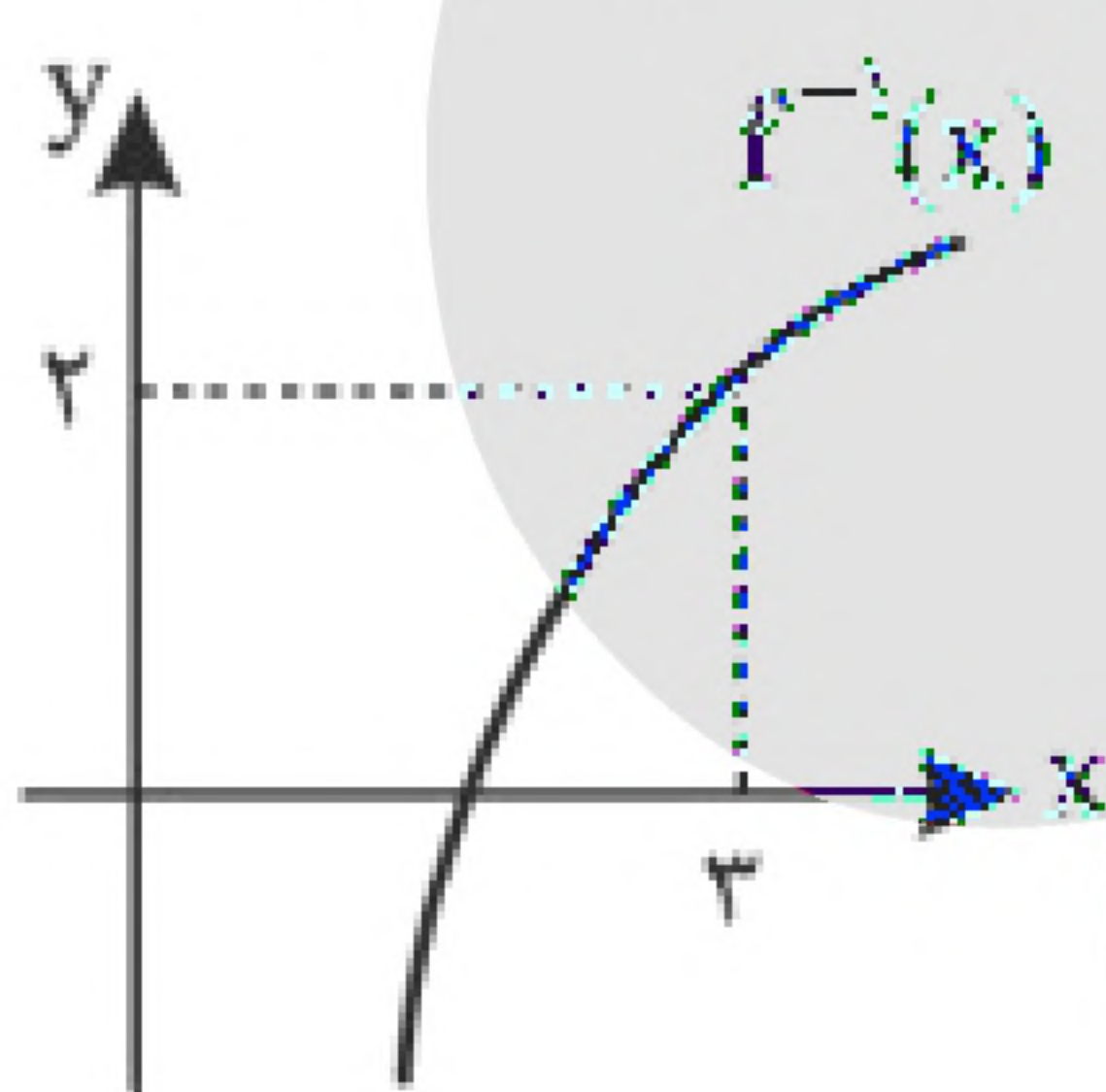
$$f(0) = 3b + 9 = 0 \Rightarrow b = -3$$

$$f(x) = (ax - 3)(4x^2 + 3) + 9 = 4ax^3 - 12x^2 + 3ax = 4a\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 + c$$

$$= 4a\left(x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{8}\right) + c \Rightarrow -12 = -6a \Rightarrow a = 2$$

$$y = a + (bx - 2)^3 = 2 + (-3x - 2)^3$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. f اکیداً صعودی است پس f^{-1} نیز اکیداً صعودی و نمودار فرضی آن به صورت زیر است.



	۱	۵	
$x - 5$	-	-	+
$2 - f^{-1}(3x)$	+	-	-
ضرب	-	+	-

بازهی [۱، ۵] برابر دامنه‌ی تابع است که شامل پنج عدد صحیح است.

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -x \leq 1 \Rightarrow \frac{a-2}{3} \leq \frac{a-x}{3} \leq \frac{1+a}{3}$$

در بازه‌ای که تابع $f(x)$ صعودی اکید است، متناظر با آن، تابع داده شده نزولی اکید است. پس باید محدوده‌ی $\frac{a-x}{3}$

در بازه‌ی $[-3, 0]$ باشد.

$$-3 \leq \frac{a-2}{3} \leq \frac{a-x}{3} \leq \frac{1+a}{3} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} -7 \leq a \\ a \leq -1 \end{cases} \Rightarrow -7 \leq a \leq -1$$



۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$-f(-x) = -\frac{-x-1}{-2x+1} = \frac{x+1}{-2x+1}$$

$$k : y = \frac{x+1}{-2x+1} + k = \frac{(1-2k)x+1+k}{-2x+1}$$

$$f(ax+b) = \frac{ax+b-1}{2ax+2b+1} = \frac{(1-2k)x+1+k}{-2x+1}$$

باید نسبت ضرایب در دو تابع یکسان باشد.

$$\frac{a}{2a} = \frac{1}{2} = \frac{1-2k}{-2} \Rightarrow k = 1$$

$$\Rightarrow \frac{ax+b-1}{2ax+2b+1} = \frac{-x+2}{-2x+1} = \frac{x-2}{2x-1} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b+k=1$$

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مرحله اول: به جای x ، $x-2$ قرار می‌دهیم.

$$y = \sqrt{(x-2)(3(x-2)-2)} = \sqrt{(x-2)(3x-8)}$$

مرحله دوم: به جای x ، $2-x$ قرار می‌دهیم.

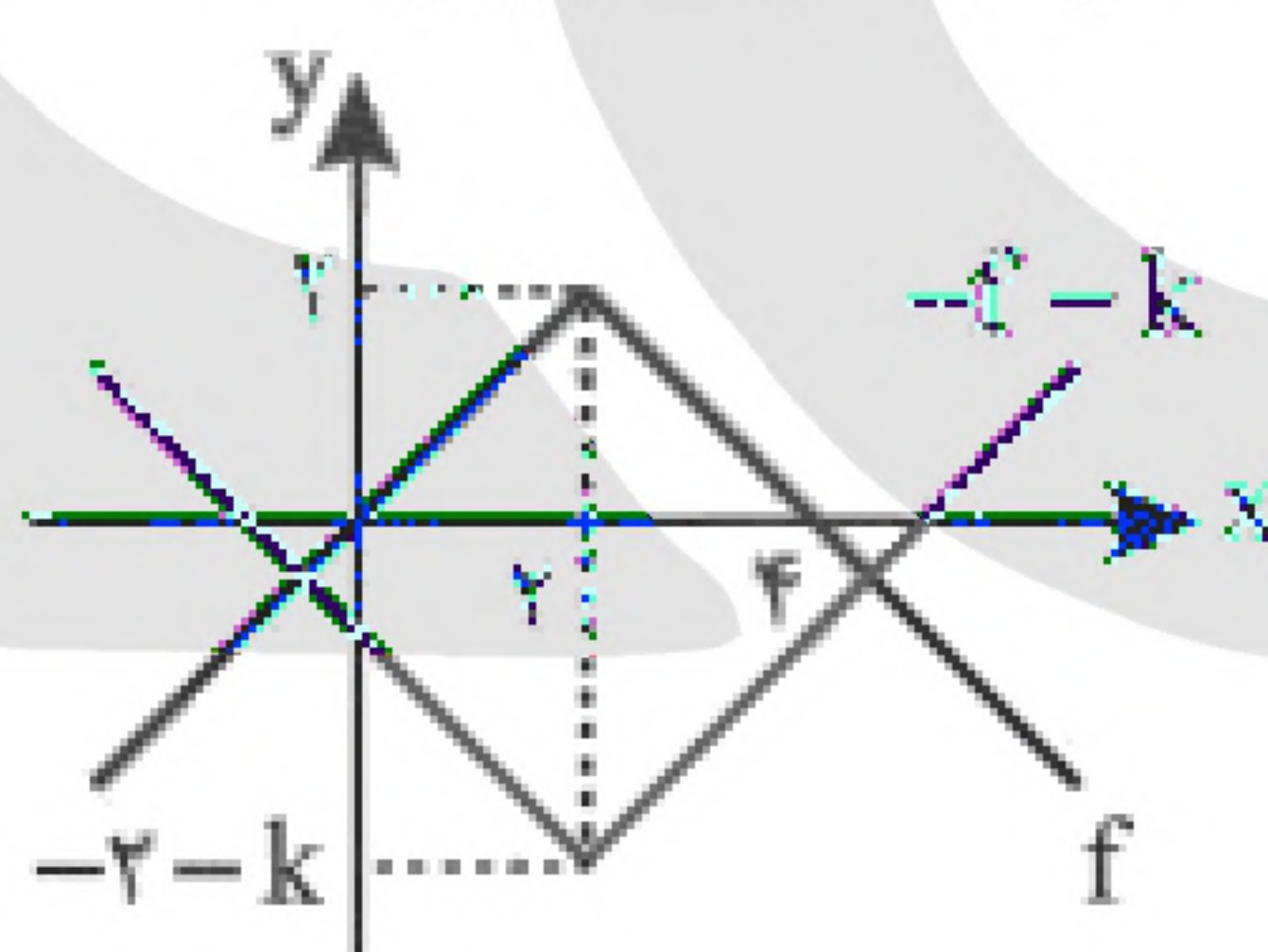
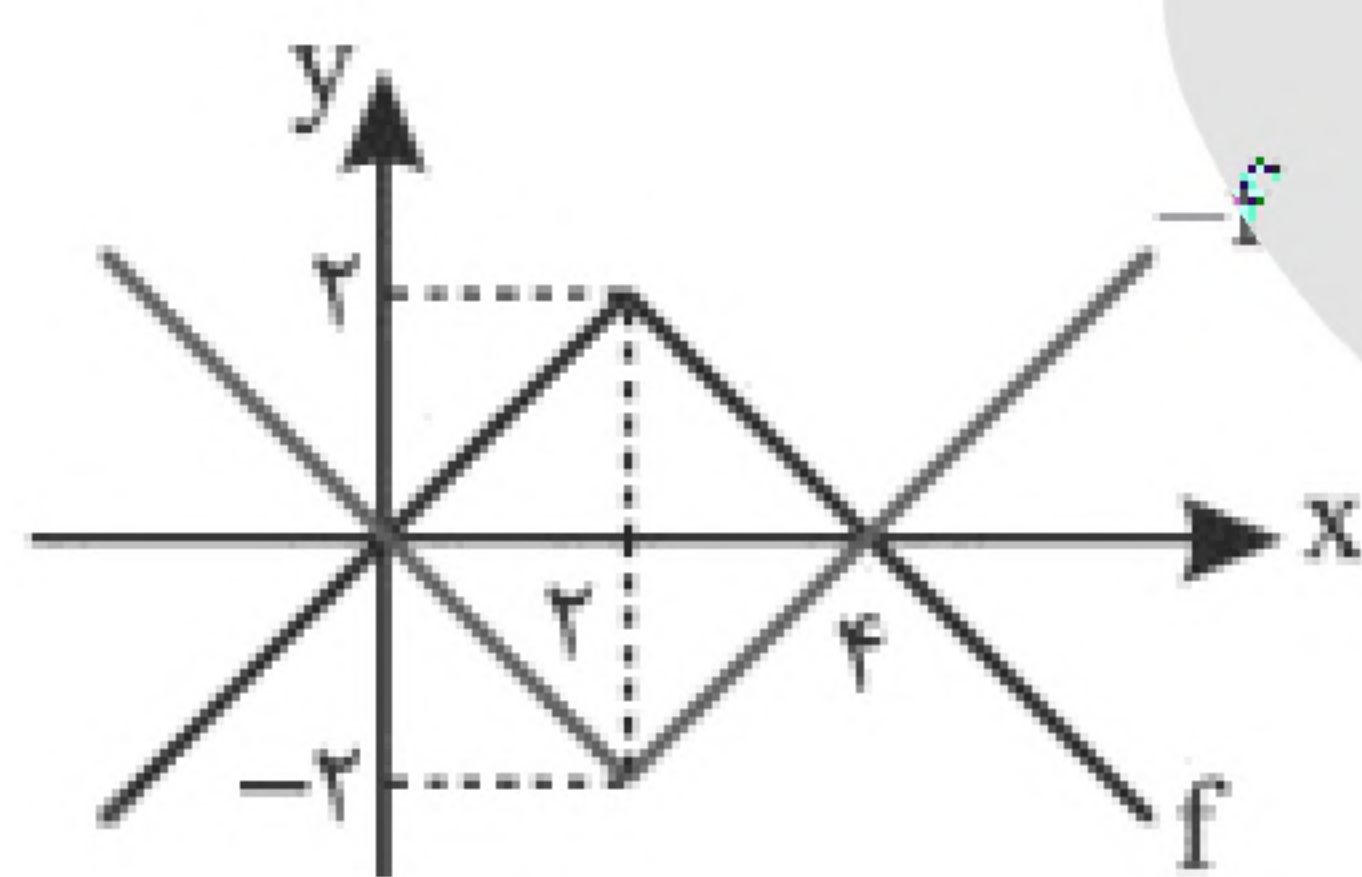
$$y = \sqrt{(2-x-2)(3(2-x)-8)} = \sqrt{(-x)(-3x-2)}$$

حال تقاطع دو تابع را بررسی می‌کنیم.

$$\sqrt{(-x)(-3x-2)} = mx-3$$

$$x = -9 \Rightarrow 3 \times 5 = -9m - 3 \Rightarrow m = -2$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مساحت محدود به نمودار f و $-f$ برابر ۸ است.



قطر مربع جدید برابر $k+4$ است.

$$S = \frac{1}{2}(k+4)^2 = 18$$

$$(k+4)^2 = 36 \Rightarrow k = 2$$



۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{1}{2(x-b) + a}$$

$$h(x) = \frac{1}{-2x + a}$$

$$(g+h)(x) = \frac{1}{2x-2b+a} + \frac{1}{-2x+a} = \frac{2a-2b}{-4x^2+4bx+a^2-2ab}$$

به شرطی تابع ثابت است که $2a-2b=0$ باشد پس $a=b$ است.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رأس f نقطه‌ی $(-3, 3)$ است پس:

$$1) \Rightarrow (-3, -3) \text{ قرینه نسبت به } y \text{ ها}$$

$$k \Rightarrow A(-3, -3+k) \text{ واحد بالا}$$

$$2) \Rightarrow (3, 3) \text{ قرینه نسبت به } x \text{ ها}$$

$$k \Rightarrow B(3+k, 3) \text{ واحد به چپ}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(k+6)^2 + (k-6)^2} = 7\sqrt{2} \Rightarrow k^2 + 36 = 49 \Rightarrow k = \sqrt{13}$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دقت کنید که فقط (-1) ریشه‌ی حقیقی f است.

$$g(x) = f(x+3) - 3$$

$$f \circ g(x) = 0 \Rightarrow g(x) = -1$$

$$\Rightarrow f(x+3) - 3 = -1 \Rightarrow f(x+3) = 2$$

$$\Rightarrow (x+3)^2 + \frac{1}{x+3} = 2$$

با آزمایش گزینه‌ها، $x = -2$ به دست می‌آید.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

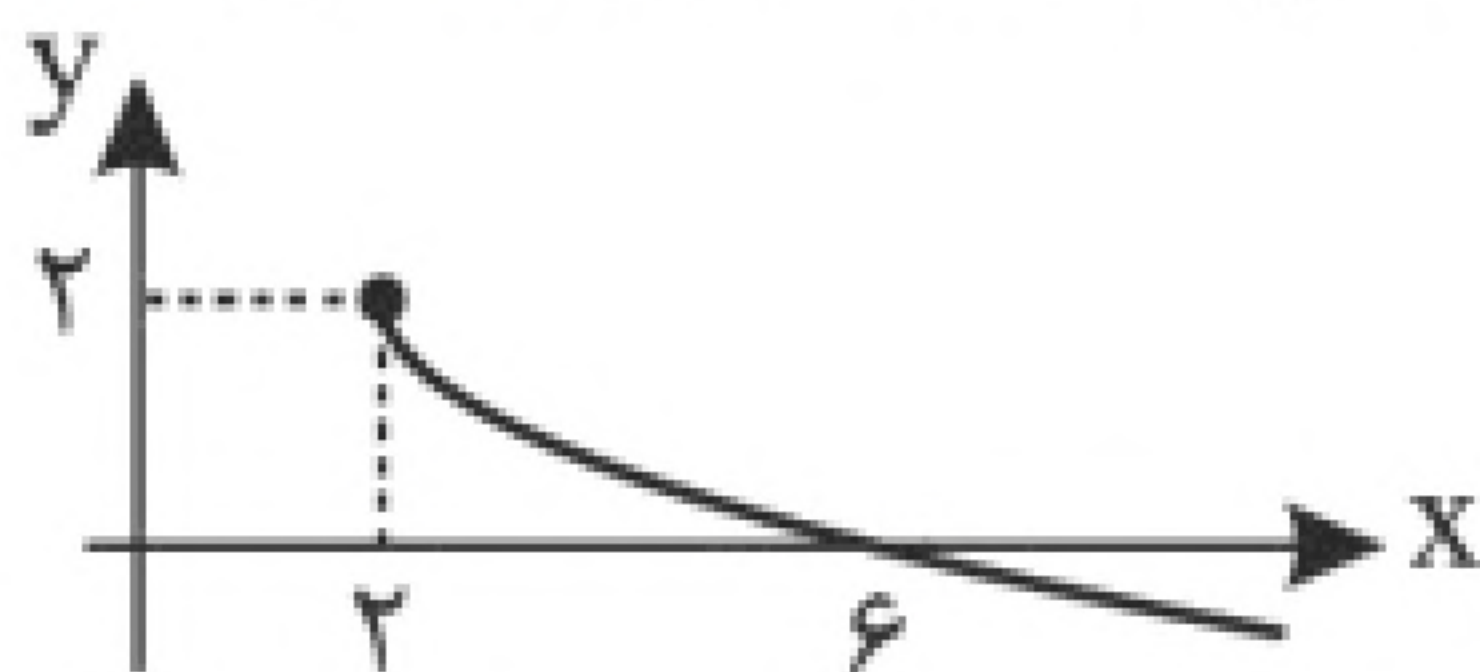
۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = 2 - f(2-x) \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا}} y = -2 + f(2+x) \xrightarrow[\text{به سمت راست}]{\text{واحد ۲}} y = -2 + f(x) \Rightarrow$$

حال اگر ۲ واحد به سمت بالا انتقال دهیم به ضابطه‌ی f می‌رسیم.

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کافی است به جای x ، عبارت $6-x$ را جایگزین کنیم.

$$y = 2 - \sqrt{4 - (6-x)} = 2 - \sqrt{x-2}$$



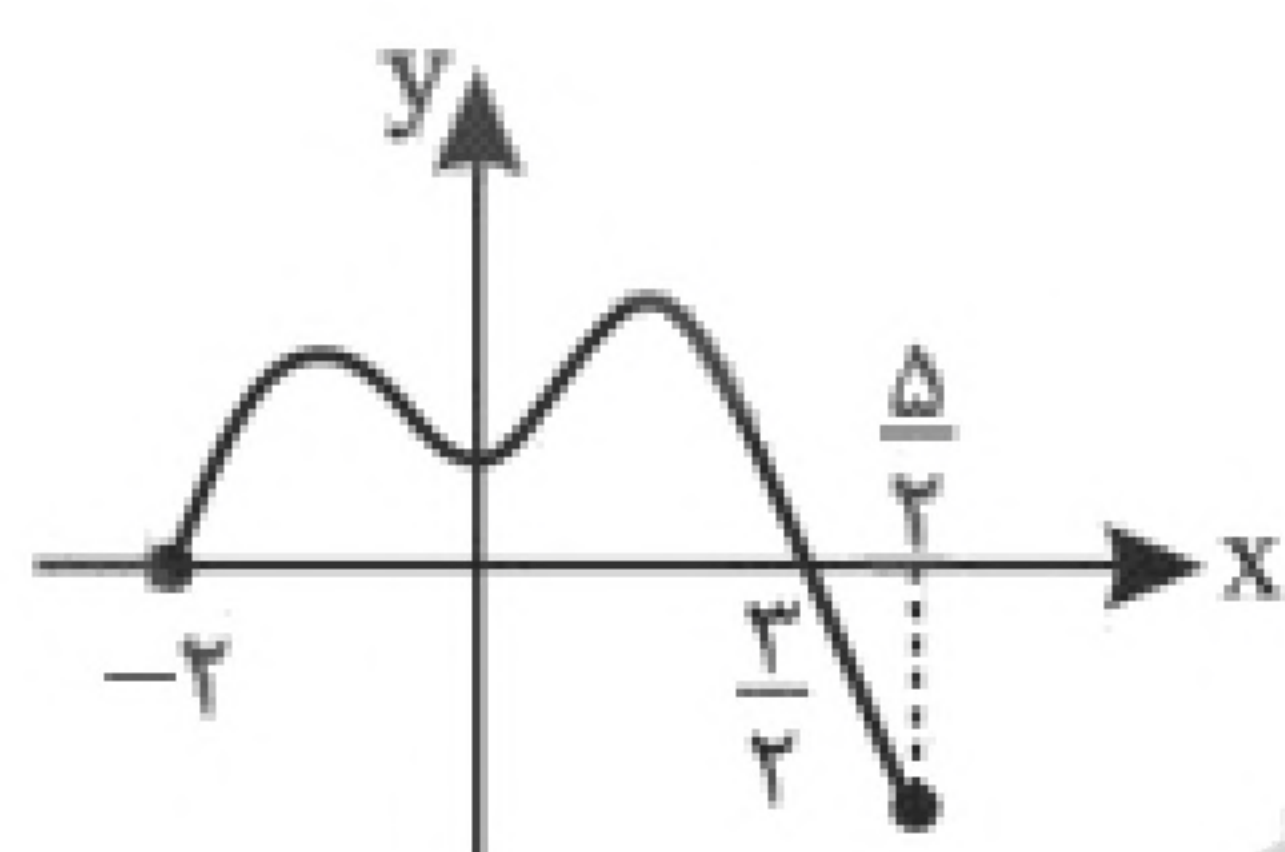
اگر حداقل ۶ واحد به چپ یا حداقل دو واحد انتقال به پایین، از ناحیه اول عبور نمی‌کند.



۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} f \circ f(x) &= 2(2x + [-x]) + [-2x - [-x]] = 4x + 2[-x] + [-2x] - [-x] \\ &= 4x + [-x] + [-2x] = [-x] + f(2x) \\ f \circ f(x) - f(2x) &= [-x] \end{aligned}$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$|x - a| f(2x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} -2 < x < \frac{3}{2} \\ -2 < a < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$f(2x) \neq 0$$

اگر a در بازه $[-2, \frac{3}{2}]$ نباشد آنگاه دامنه به صورت $\{a\} \cup (-2, \frac{3}{2})$ می شود.

$$a = -2, -1, 0, 1 \Rightarrow \text{جمع} = -2$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = 1 + \frac{k}{x-2} = \frac{x-2+k}{x-2} = \frac{(x-2)(x-2+k)}{(x-2)^2}$$

$$g(x) = f(x) \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + b = (x-2)(x-2+k) \\ x^2 + ax + 4 = (x-2)^2 \end{cases} \Rightarrow a = -4, b = -10, k = 7$$

$$g(k) = g(7) = 1 + \frac{7}{5} = 2/4$$

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

تابعی که هم صعودی و هم نزولی است ثابت است.

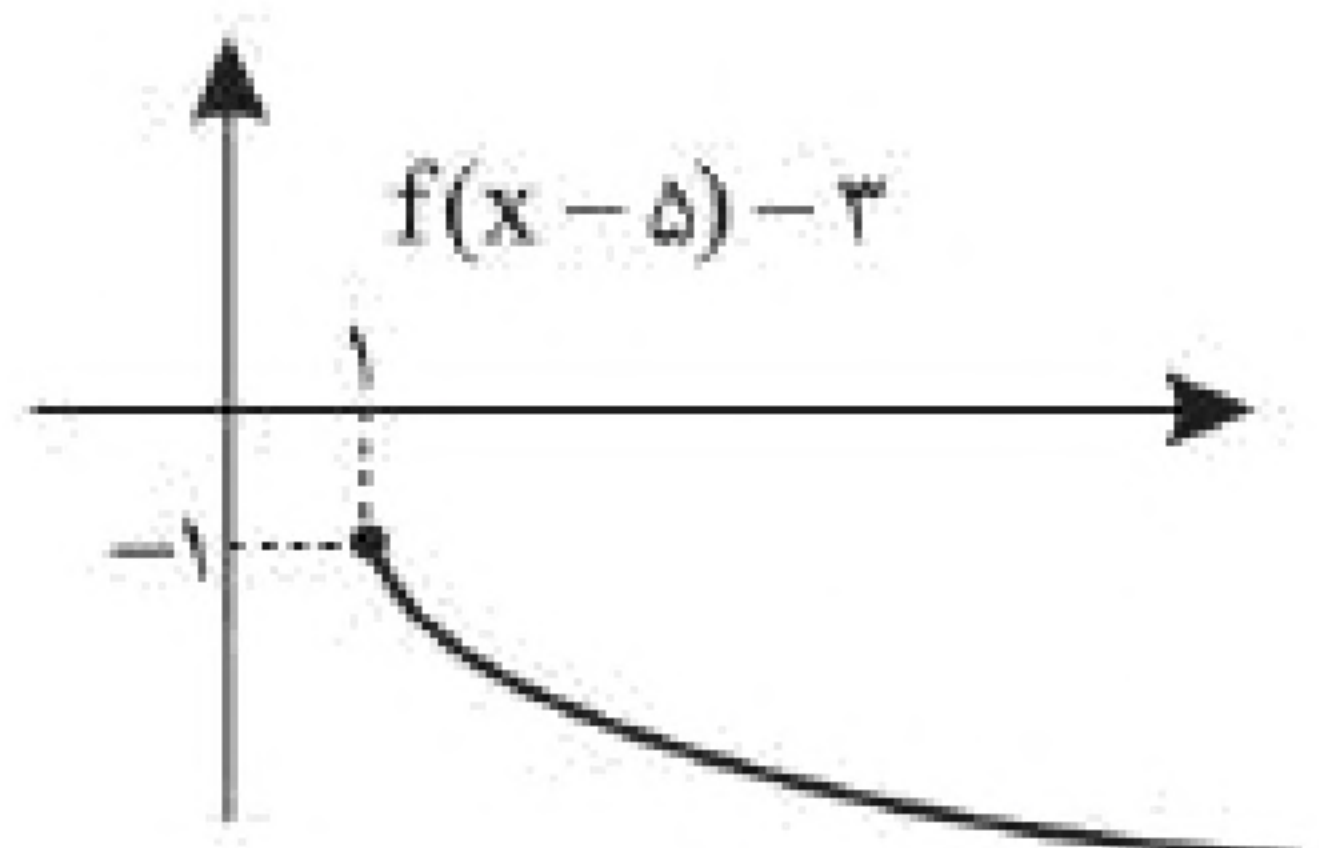
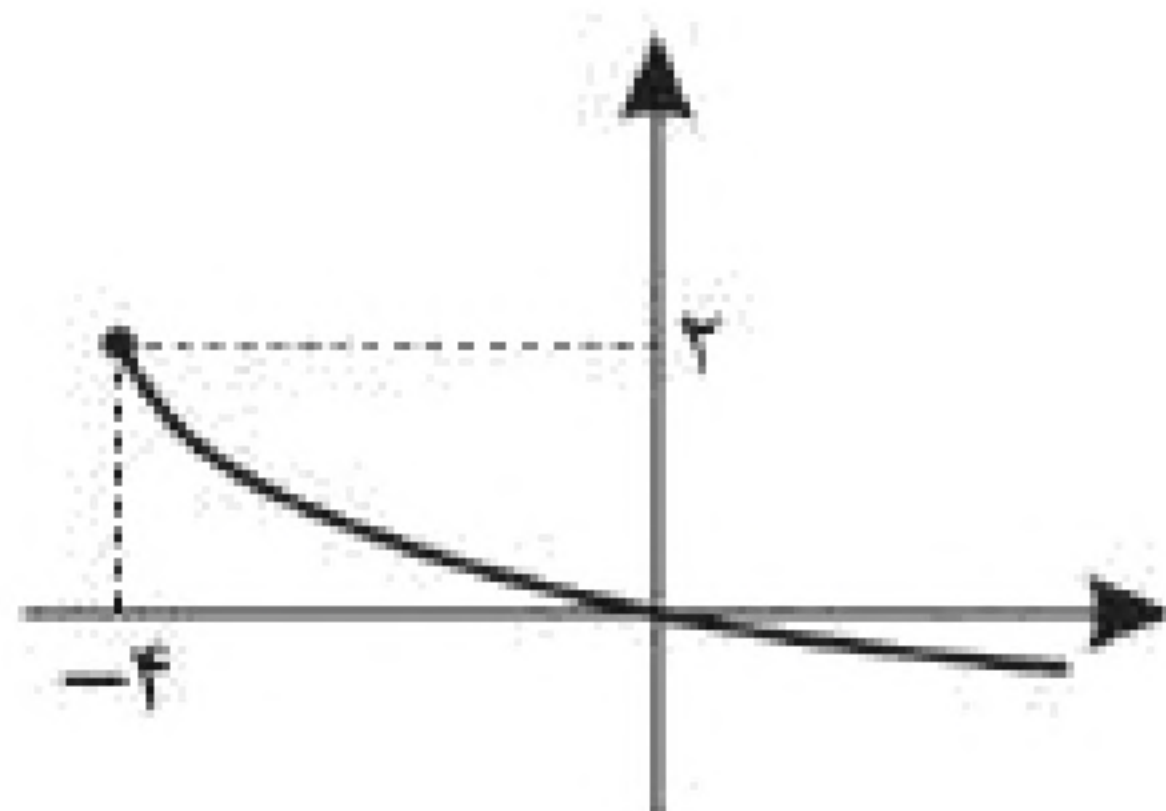
$$f(x) = (m^3 - 8)x^2 + mx - kx + k \Rightarrow m^3 - 8 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$m = 2 \Rightarrow f(x) = 2x - kx + k \xrightarrow{k=2} f(x) = 2$$

$$f(3) + f(-1) = 2 + 2 = 4$$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر نمودار f را بیش از چهار واحد به راست و بیش از دو واحد به پایین منتقل کنیم، به ناحیه چهار متقل می شود و محورها را قطع نمی کند.





۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = \sqrt{x} \Rightarrow y = \sqrt{x+2} \Rightarrow \sqrt{x+2} - 3 \Rightarrow y = |\sqrt{x+2} - 3|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = |\sqrt{x+2} - 3| \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow |\sqrt{x+2} - 3| = 1 \Rightarrow \sqrt{x+2} - 3 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 2 \Rightarrow x+2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \sqrt{x+2} = 4 \Rightarrow x+2 = 16 \Rightarrow x = 14 \Rightarrow \beta = 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = 2 + 14 = 16$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g(x) = \frac{2(x-k)+6}{x-k+3} = \frac{2x+6-2k}{x+3-k}$$

می‌دانیم در تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ شرط آن که $f \circ f(x) = x$ باشد آن است که $a+d=0$ ، پس:

$$2+3-k=0 \Rightarrow k=5$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

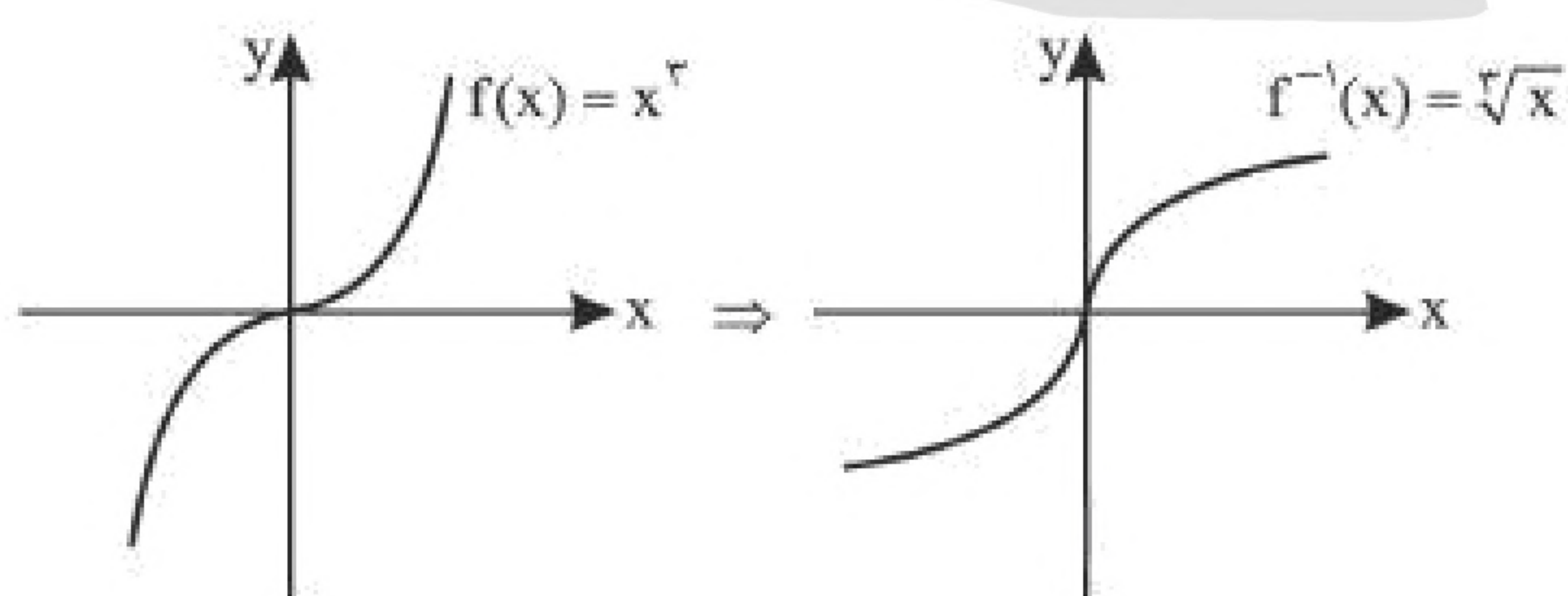
$$f(1) = g(1) \Rightarrow 2 - a + 4 - b = a + 2 + b - 2$$

$$f(-2) = g(-2) \Rightarrow -16 - 4a - 8 - b = -8a + 8 - 2b - 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ 4a+b=30 \end{cases} \Rightarrow 3a=27 \Rightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=-6 \end{cases}$$

پس $a-b$ برابر ۱۵ است.

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

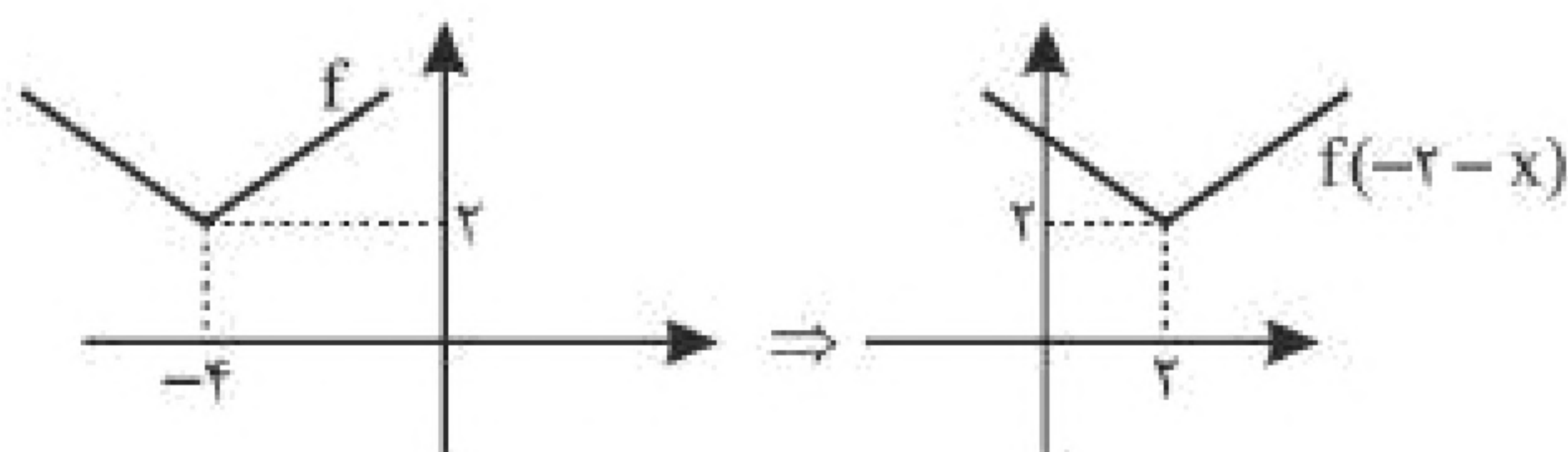


x	.	
f(x)	-	+
f ⁻¹ (x)	-	+
f(x)f ⁻¹ (x)	+	+



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
ابتدا f را نسبت به خط $x = -1$ قرینه می‌کنیم:



حال f را نسبت به خط افقی $y = \frac{1}{4}$ قرینه می‌کنیم زیرا باید $b = 1$ باشد، به این ترتیب:

$$g(x) = 1 - f(-2 - x) \Rightarrow g(x) + f(-2 - x) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x - 11 \xrightarrow{\text{چهار واحد به راست}} y = 2(x-4)^2 - 4(x-4) - 11 \\ y &= 2(x^2 - 8x + 16) - 4x + 16 - 11 \\ \Rightarrow y &= 2x^2 - 16x + 32 - 4x + 16 - 11 \\ y &= 2x^2 - 20x + 37 \xrightarrow{\text{دو واحد به پایین}} y = 2x^2 - 20x + 35 \\ &\xrightarrow[\text{محور } x \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} y = -2x^2 + 20x - 35 \end{aligned}$$

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = f(2 - x)$$

ابتدا مساحتی که نمودار B تا محور x ها می‌سازد را به دست می‌آوریم.

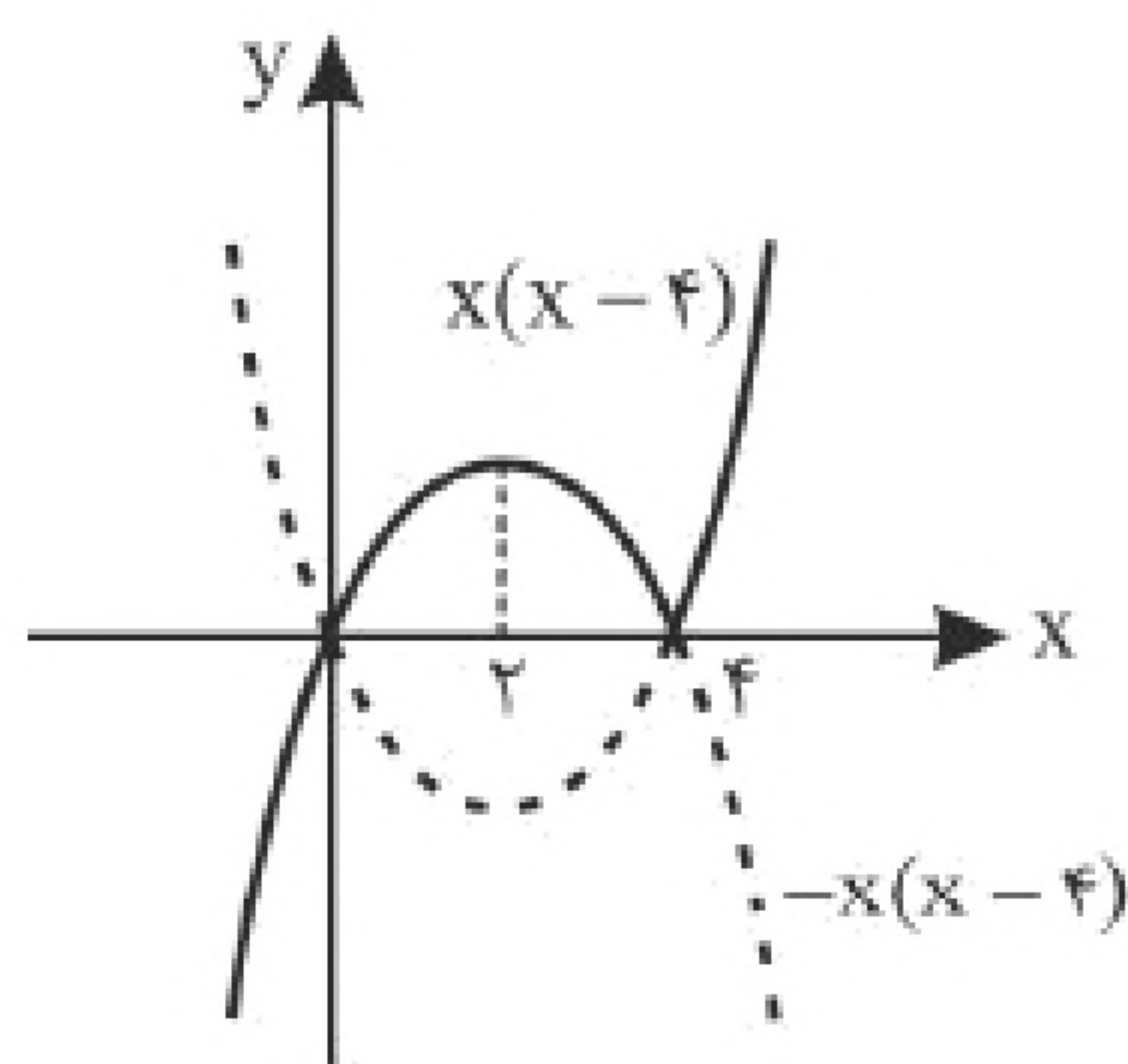
$$S_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

دقت کنید هرگونه انتقال افقی در مساحت نقشی ندارد، پس ابتدا f یک انقباض افقی با نسبت $\frac{1}{3}$ دارد و سپس یک انبساط عمودی با نسبت ۳ دارد پس:

$$S = 3 \times \frac{1}{3} \times S_1 \Rightarrow S = \frac{3}{3} \times 4 = 4$$



۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
ابتدا تابع $f(x)$ را رسم می‌کنیم:



$$f(x) = \begin{cases} x(x-4) & x \geq 4 \\ -x(x-4) & x < 4 \end{cases}$$

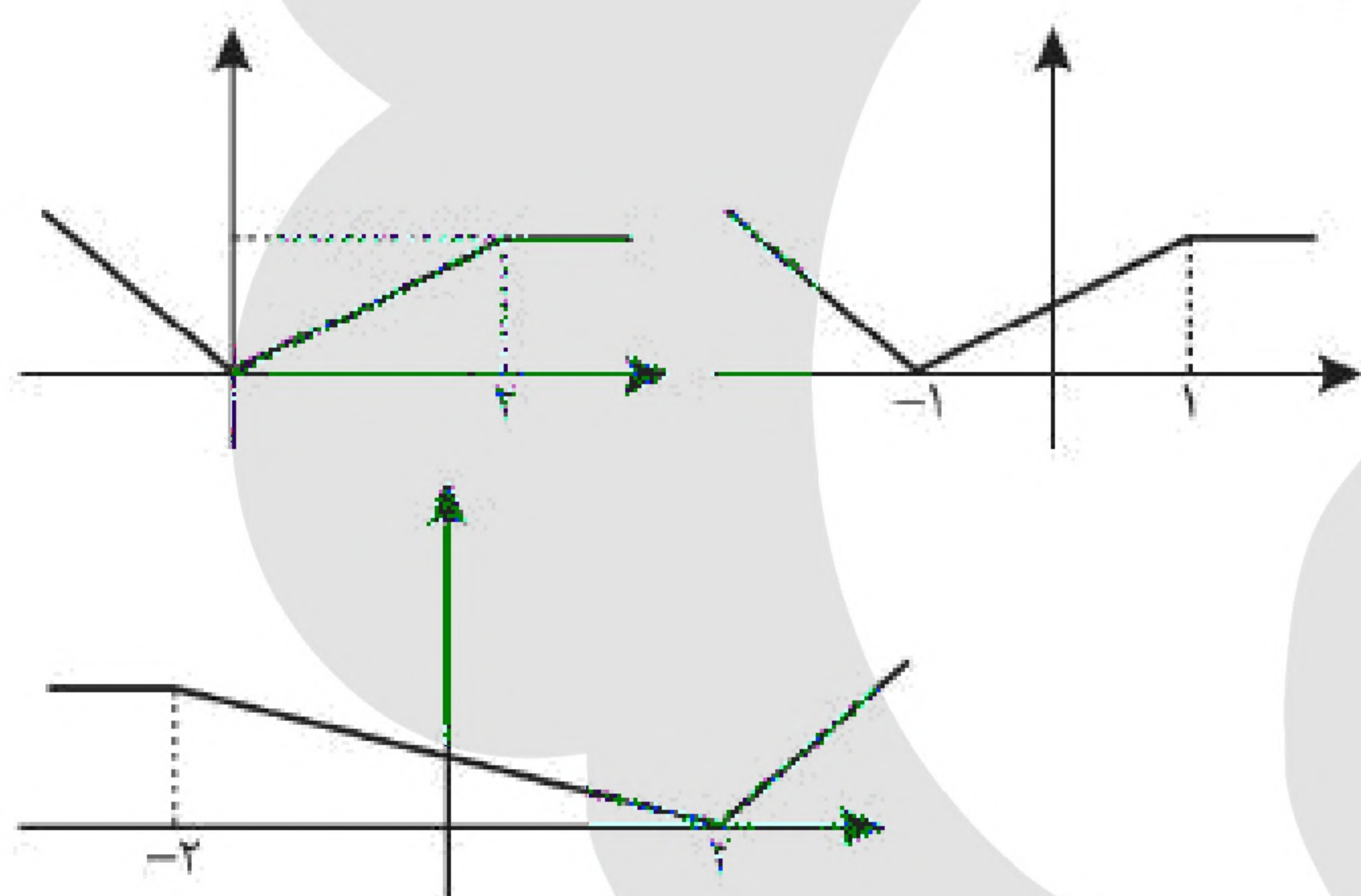
تابع $y = 3 - 2x$ اکیداً نزولی است، لذا تابع $y = f(3 - 2x)$ در بازه‌ای اکیداً صعودی است که f اکیداً نزولی باشد. بنابراین $3 - 2x$ باید در بازه‌ی $[2, 4]$ باشد:

$$2 \leq 3 - 2x \leq 4 \Rightarrow -1 \leq -2x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

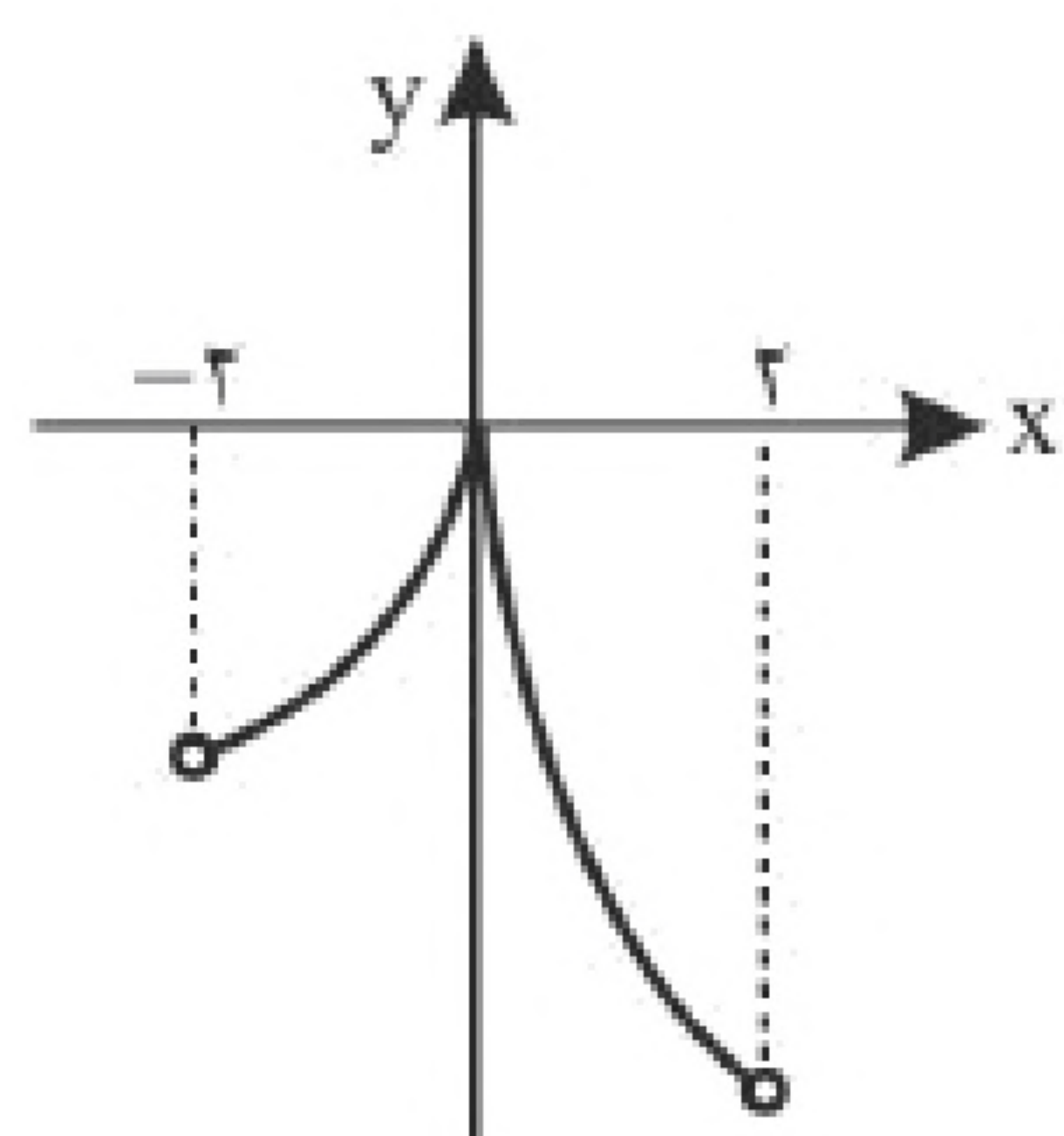
تابع $y = x + \sqrt{x}$ در دامنه‌ی خود اکیداً صعودی است، پس یکنواست.

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



در بازه $(2, 6)$ یک‌به‌یک است.

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} x \geq 0 : f(x) &= x^2 - 14x & 0 \leq x < 3 \\ x \leq 0 : f(x) &= x^2 + 6x & -2 < x \leq 0 \end{aligned}$$

نمودار f را رسم می‌کنیم.
پس ابتدا تابع صعودی و سپس نزولی است.



۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

برای یافتن باقی مانده ی f بر $x^2 - 1$ کافی است قرار دهیم $x^2 = 1$

$$\Rightarrow R(x) = x^2 \cdot x + mx + n = (m+1)x + n$$

چون باقی مانده ی f بر $x^2 - 1$ و $x - a$ با هم برابر است پس باید $R(x)$ یک عدد باشد یعنی $m+1$ یعنی $m = -1$ از طرفی:

$$R(x) = n \Leftrightarrow \text{باقیمانده ی } f \text{ بر } x^2 - 1$$

$$R'(x) = f(a) = a^3 - a + n \quad \text{باقی مانده ی } f \text{ بر } x - a$$

$$\Rightarrow a^3 = a \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \\ a = 0 \end{cases}$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به نمودار، $a = 1$ است.

$$f(x) = (x-1)^3 \\ m = f(0) = -1$$

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} y = 2x - 5 &\xrightarrow{\text{۳ واحد به راست}} y = 2(x-3) - 5 \\ &\xrightarrow{\text{۴ واحد به بالا}} y = 2(x-3) - 5 + 4 \\ \Rightarrow y &= 2x - 7 \end{aligned}$$

در بین نقاط داده شده در گزینه ها، فقط نقطه ی $\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \end{bmatrix}$ در معادله ی $y = 2x - 7$ صدق می کند.

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 1 + a - 2 + \frac{f(1)}{2} \Rightarrow f(1) = -2 + 2a$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 + ax^2 - 2x + a - 1$$

$$f(3) = 0 \Rightarrow 27 + 9a - 6 - 1 + a = 0 \Rightarrow a = -2$$

$$x = -2 \Rightarrow R = f(-1) + 2f(-1) = 3f(-1) = 3(-1 - 2 + 2 - 3) = -12$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

تابع fog را تشکیل می دهیم.

$$\text{fog} = \{(2, 1)(1, a^2)\}$$

شرط صعودی بودن fog این است که $\text{fog}(2) \geq \text{fog}(1)$ باشد.

$$a^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq a \leq 1$$



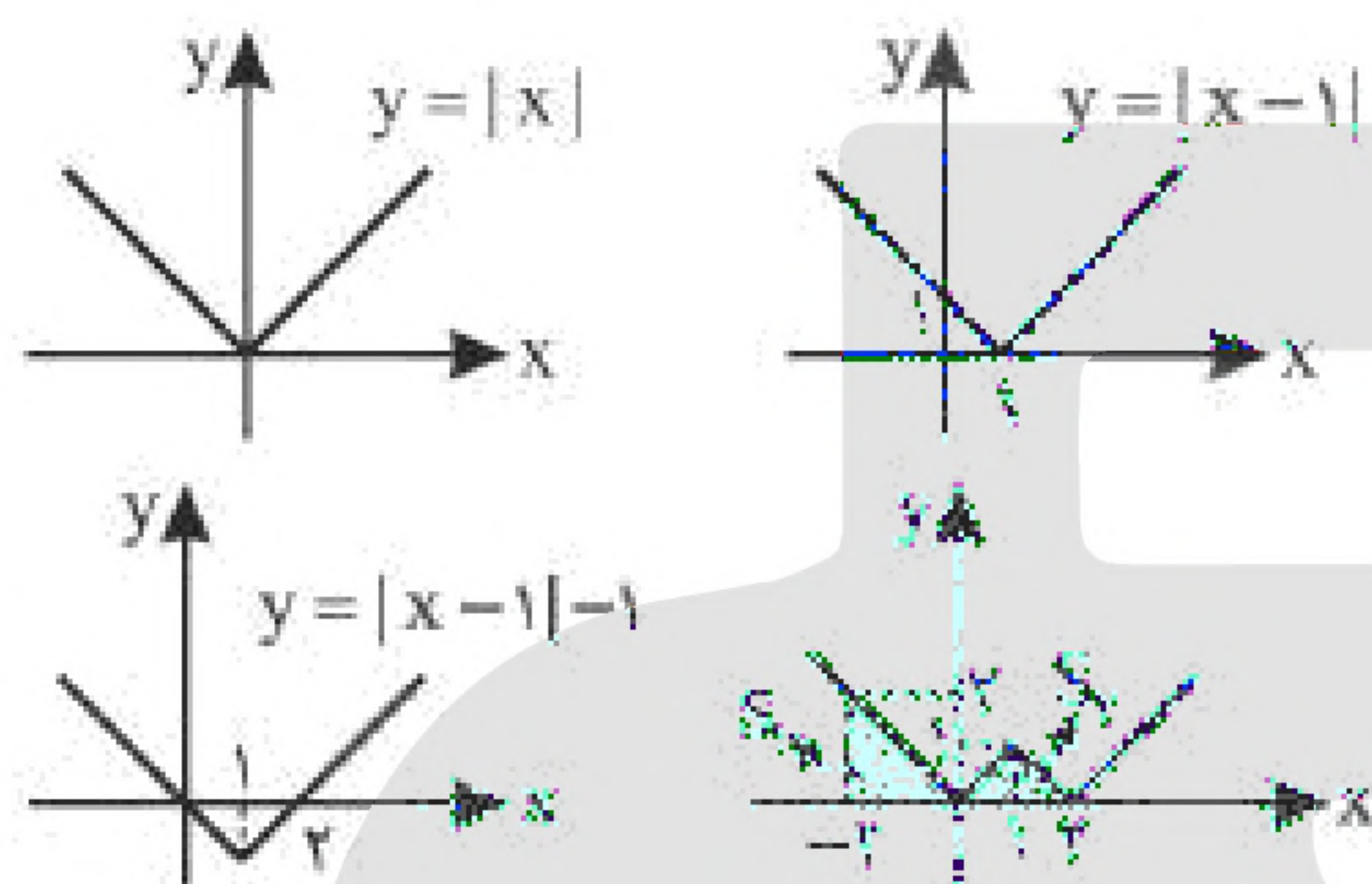
۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

برای رسم $f^{-1}(2x+1)$ مراحل زیر را به ترتیب دنبال می‌کنیم:

$$f(x) \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به خط } y=x]{\text{واحد به چپ}} f^{-1}(x) \xrightarrow[\text{طول نقاط را نصف می‌کنیم}]{\text{}} f^{-1}(2x+1)$$

۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا نمودار تابع را با استفاده از انتقال رسم می‌کنیم:



مساحت ناحیه مطلوب برابر است با:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2 \times 2}{2} + \frac{2 \times 1}{2} = 2 + 1 = 3$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را می‌کشیم:

مطابق شکل تابع در بازه‌ی $[-\infty, \frac{1}{4}]$ نزولی است و برد آن هم $[-\frac{1}{4}, +\infty)$

است. حالا ضابطه‌ی معکوس آن را پیدا می‌کنیم:

$$y = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow y + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{y + \frac{1}{4}} = \left|x - \frac{1}{2}\right|$$

$$\xrightarrow{x < \frac{1}{2}} \sqrt{y + \frac{1}{4}} = -\left(x - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow x = \frac{1}{2} - \sqrt{y + \frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}, x \geq -\frac{1}{4}$$



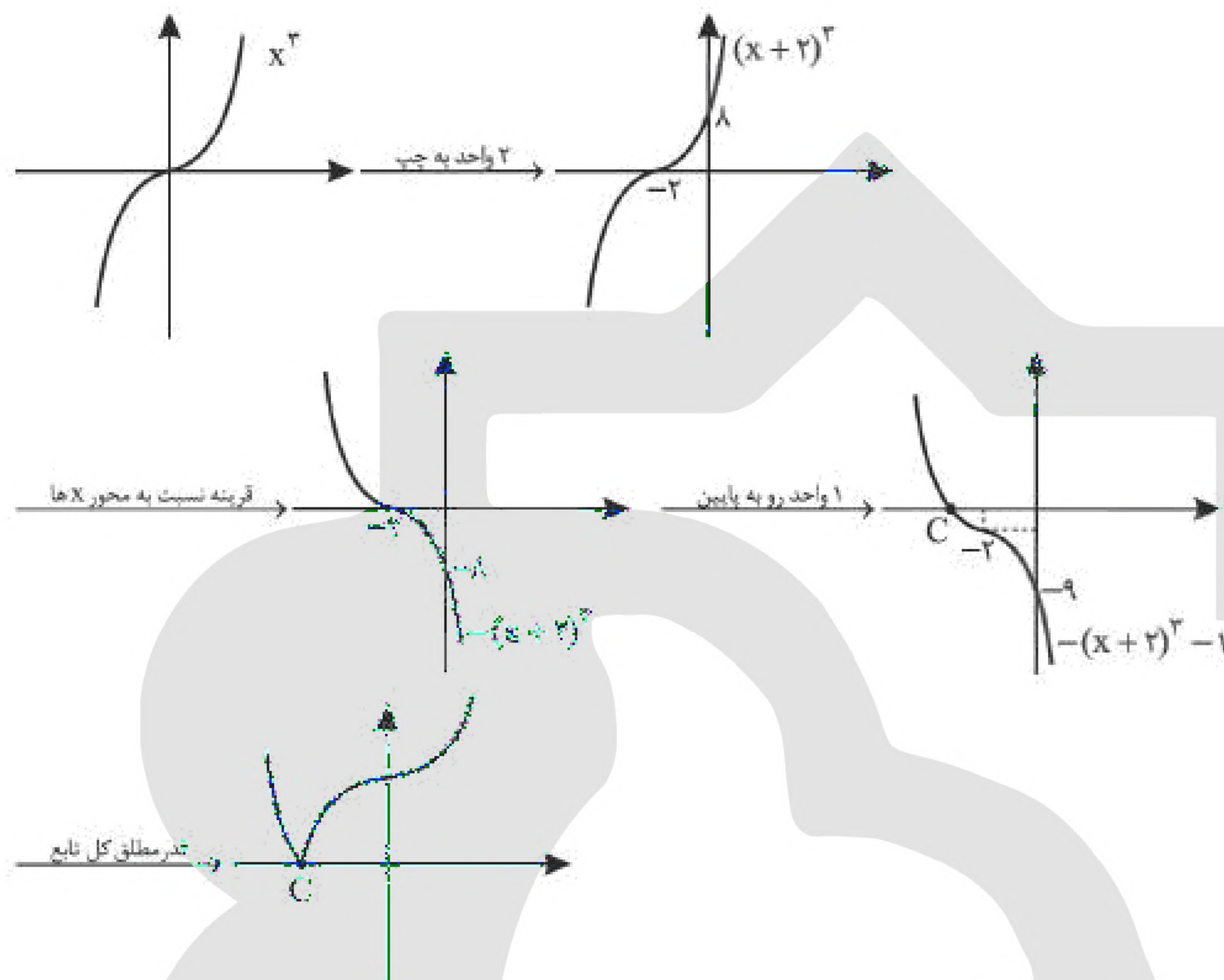
۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ضابطه تابع $g(x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = |(x-2)^3 - 1| \Rightarrow f(-x) = |(-x-2)^3 - 1| = |-(x+2)^3 - 1|$$

$$\Rightarrow f(-x) = |-(x+2)^3 - 1|$$

حال تابع $g(x)$ را رسم می‌کنیم:



مشخص است که تابع $g(x)$ در بازه $[c, +\infty)$ اکیداً صعودی است. حال برای به دست آوردن $x = 0$ کافی است ریشه تابع $-(x+2)^3 - 1$ را به دست آوریم:

$$-(x+2)^3 - 1 = 0 \Rightarrow (x+2)^3 = -1 \Rightarrow x+2 = -1 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow C = -3$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) \xrightarrow{\text{واحد به راست انتقال}} y = 6(x-2) - (x-2)^2$$

$$\Rightarrow y = 6x - 12 - (x^2 - 4x + 4) = -x^2 + 10x - 16$$

حال نسبت به y ها قرینه کنیم x به $-x$ تبدیل می‌شود.

$$\text{شکل حاصل} = -x^2 - 10x - 16$$

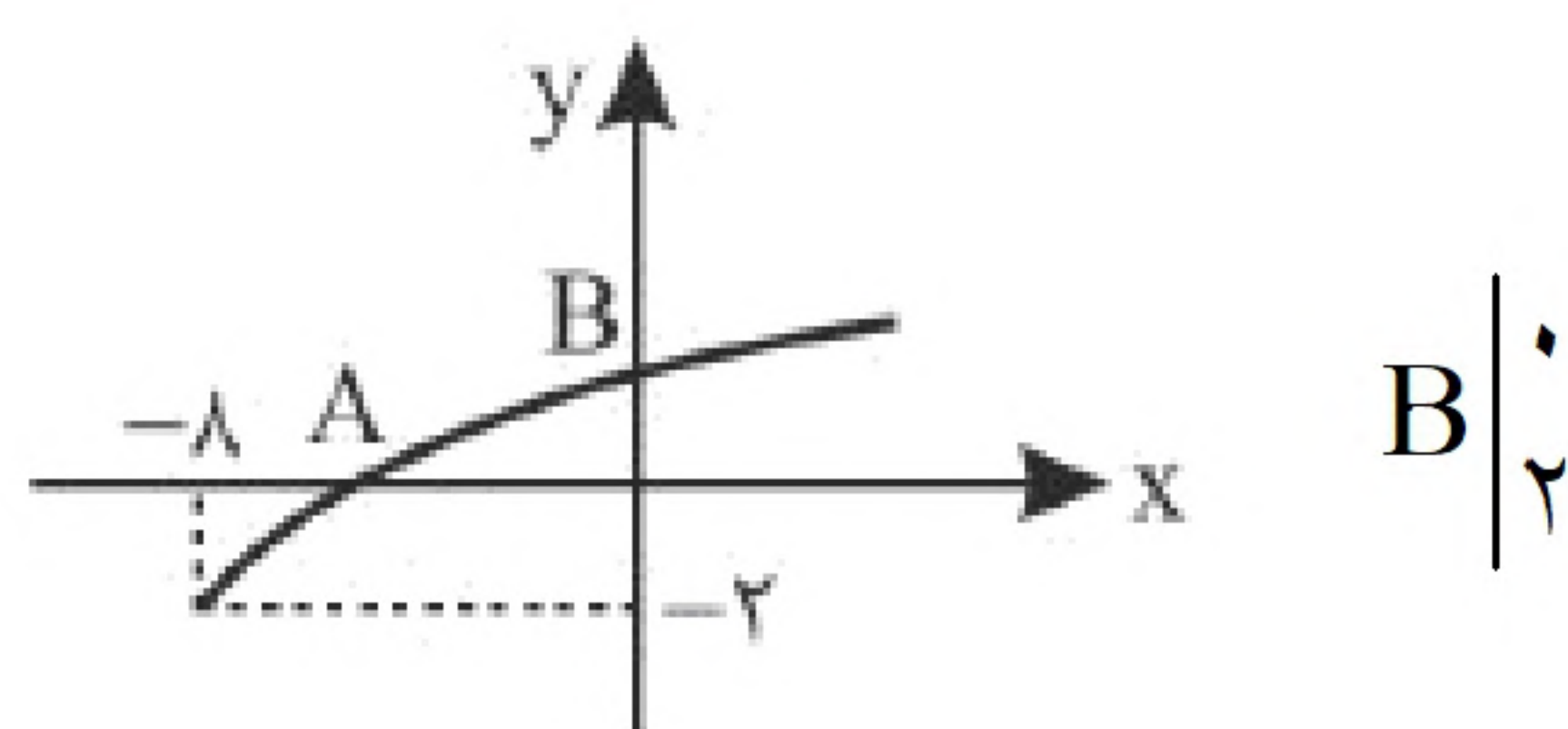
قرار است نمودار به دست آمده f را قطع کند پس:

$$-x^2 - 10x - 16 = 6x - x^2 \Rightarrow 16x = -16 \Rightarrow x = -1$$



۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا f را رسم می‌کنیم.



$$f=0 \Rightarrow \sqrt{2x+16}=2 \Rightarrow 2x+16=4 \Rightarrow x=-6$$

A|-6

B|4

برای آنکه نمودار تابع $y=f(x+a)+a$ از ناحیه‌ی دوم عبور نکند، اگر $a>0$ محال است از ناحیه‌ی دوم عبور نکند یعنی همیشه از ناحیه‌ی دوم می‌گذرد.

اما اگر $a<0$ آنگاه با فرض $a\leq -2$ آنگاه نمودار از ناحیه‌ی دوم عبور نمی‌کند.