

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

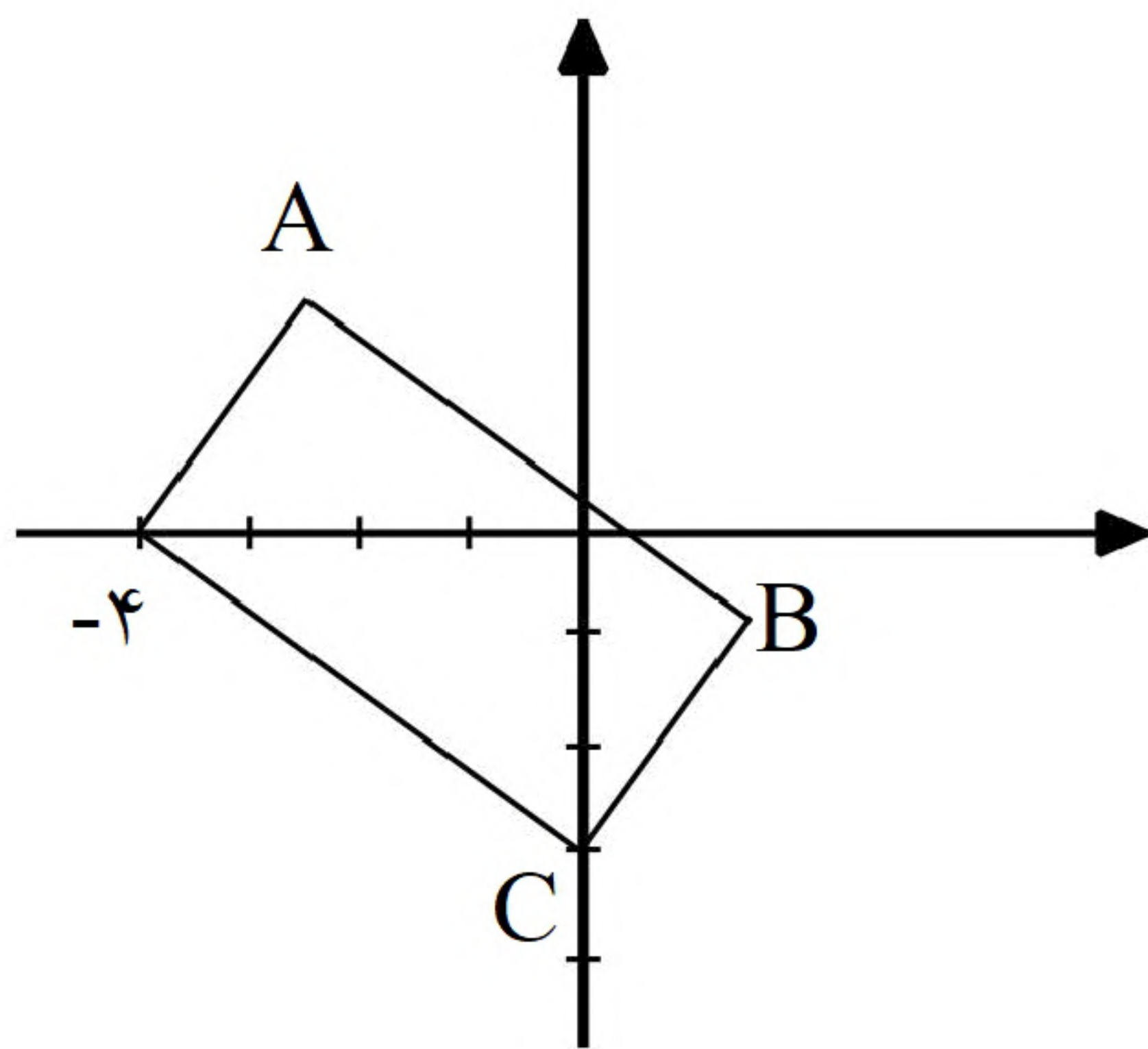
۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



	۱	۲	۳	۴		۱	۲	۳	۴
۱-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۱-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۲-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۶-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۶-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۷-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۸-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۴۸-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۴۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۰-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۵۰-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۵۱-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۲-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۵۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۶-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۶-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۷-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۷-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۵۸-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۵۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۰-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۶۱-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	۶۲-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۴-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۵-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۶-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۷-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۷-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	۶۸-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۰-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۳۱-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۲-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۳-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۴-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۵-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۶-	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۷-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>					
۳۸-	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۳۹-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					
۴۰-	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>					



۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = m_{CD} \Rightarrow \frac{y - y + 3}{x + 1 + x} = -\frac{3}{4} \Rightarrow 2x + 1 = -4$$

$$\Rightarrow x = -\frac{5}{2}$$

$$BC \perp CD \Rightarrow m_{BC} \cdot m_{CD} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{y}{-1 + \frac{5}{2}} \times -\frac{3}{4} = -1 \Rightarrow y = 2$$

$$A\left(-\frac{5}{2}, 2\right), B\left(\frac{3}{2}, -1\right) \Rightarrow BC = \frac{5}{2}, AB = 5 \Rightarrow S = 5 \times \frac{5}{2} = 12/5$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$mx^2 - 4x - (m+4) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{m+4}{m} \end{array} \right\} |x_2 - x_1| = \left| \frac{m+4}{m} + 1 \right| = \left| \frac{2(m+2)}{m} \right|$$

$$f(0) = -(m+4) \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| \frac{2(m+2)}{m} \right| \times |m+4| = 3$$

$$\left| \frac{m^2 + 6m + 8}{m} \right| = 3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = 3 \Rightarrow m^2 + 3m + 8 = 0 & \text{غ ق ق} \\ \frac{m^2 + 6m + 8}{m} = -3 \Rightarrow m^2 + 9m + 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} m = -1 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-2} = -2 \\ m = -8 \Rightarrow x_S = \frac{4}{-16} = -\frac{1}{4} \end{array} \right\} \text{اختلاف} = \left| -\frac{1}{4} + 2 \right| = \frac{7}{4}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

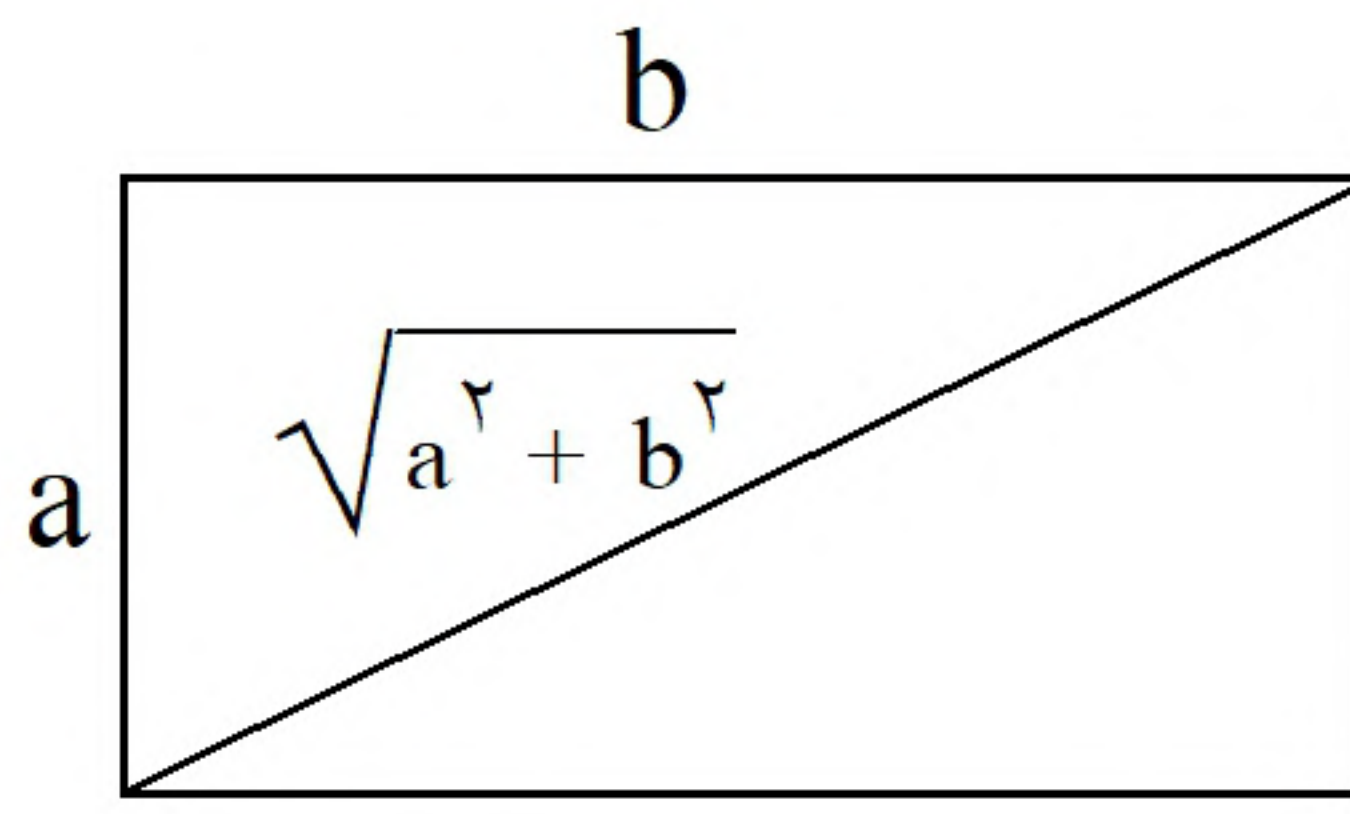
$$x^2 - (a+1)x + a = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = a \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فرد متوالی}} a = 3$$

$$x^2 - 10x + b = 0$$

$$k + (k+2) = 10 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow \text{ریشه ها } 4, 6 \Rightarrow 4 \times 6 - 3 \times 1 = 21$$

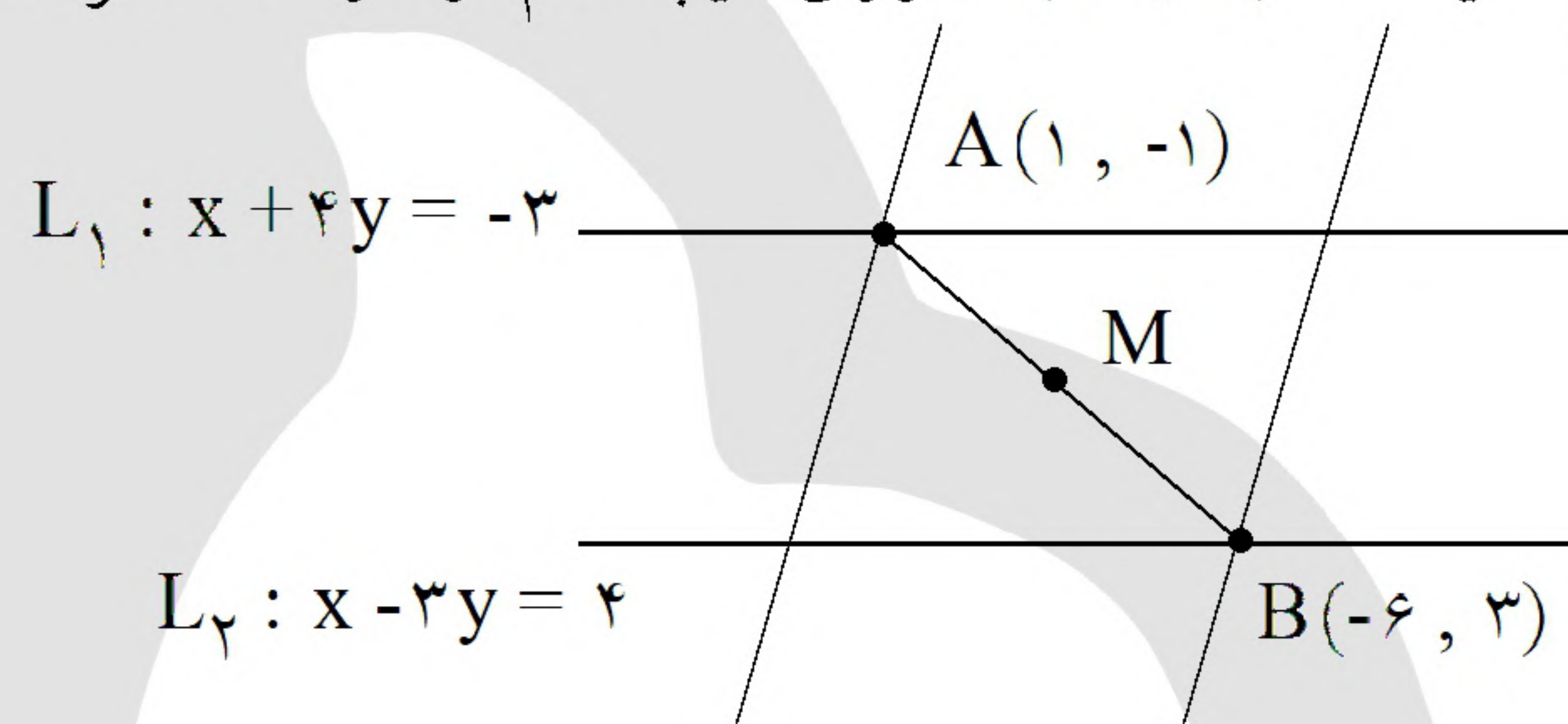


۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{b^2} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{2}{1 + \sqrt{5}}$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دقت کنید که $B(-6, 3)$ روی هیچکدام از دو خط ذکر شده نیست.

$$\begin{cases} y = \frac{x-4}{3} \\ y = \frac{-x-3}{4} \end{cases} \xrightarrow{\text{تقاطع}} \frac{x-4}{3} = \frac{-x-3}{4} \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1$$

A(1, -1)

$$L_1 \text{ فاصله از خط } M\left(-\frac{5}{2}, 1\right) \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} + 4 + 3\right|}{\sqrt{17}}$$

$$L_2 \text{ فاصله از خط } \Rightarrow \frac{\left|-\frac{5}{2} - 3 - 4\right|}{\sqrt{10}} = \frac{19}{2\sqrt{10}}$$



۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{(2-x)^2 + x^2}{x^2(2-x)^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{4-4x+2x^2}{\underbrace{(2x-x^2)}_t} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{4-2t}{t^2} = \frac{40}{9} \Rightarrow \frac{2-t}{t^2} = \frac{20}{9} \Rightarrow 20t^2 + 9t - 18 = 0 \Rightarrow \Delta = 1521 \Rightarrow \frac{-9 \pm \sqrt{1521}}{40}$$

$$= \frac{2}{9}, -\frac{12}{10} = t$$

$$\begin{cases} -x^2 + 2x = -\frac{12}{10} \Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{12}{10} = 0, \Delta > 0 \rightarrow S = 2 \\ -x^2 + 2x - \frac{3}{4} = 0, \Delta > 0 \rightarrow S = 2 \xrightarrow{\text{جواب}} 2+2=4 \end{cases}$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$3x^2 - 12x - a = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - \frac{a}{3} = 0$$

$$\alpha + \beta = 4 \Rightarrow \beta = 4 - \alpha$$

$$\alpha^2 - 4\alpha - \frac{a}{3} = 0 \Rightarrow \alpha^2 = 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$\beta^2 = 4\beta + \frac{a}{3} = 4(4 - \alpha) + \frac{a}{3} = 16 - 4\alpha + \frac{a}{3}$$

$$2\alpha^2 + \beta^2 - 4\alpha = 7 \Rightarrow \cancel{\alpha^2} + \frac{2a}{3} + 16 - \cancel{4\alpha} + \frac{a}{3} - \cancel{4\alpha} = 7$$

$$\Rightarrow a = -9 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{\beta} = \frac{-9}{3} = -3$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \frac{4-1}{-1-3} = \frac{-3}{2x+1} \Rightarrow 2x+1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$AB \perp BC \Rightarrow \frac{-3}{4} \times \frac{y-1}{\frac{3}{2}} = -1 \Rightarrow \frac{y-1}{\frac{3}{2}} = -1 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow C\left(\frac{3}{2}, -1\right)$$

$$\text{محیط} = 2(AB + BC) = 2\left(5 + \frac{5}{2}\right) = 15$$



«بانک سوال مؤسسه یاوران دانش»

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - (m+2)x + m = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x=1, \frac{m}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right|$$

محور عرض: $y(0) = m$

$$\Rightarrow \left| m \left(\frac{m}{2} - 1 \right) \right| = \frac{3}{2} \Rightarrow |m(m-2)| = 3 \begin{cases} m = -1 \Rightarrow \frac{m}{2} = -\frac{1}{2} \checkmark \\ m = 3 \Rightarrow \frac{m}{2} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طول مستطیل جدید $x = 2(\sqrt{5} + 1)$ $\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \Rightarrow$ نسبت طلایی $= \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{4 \times 2(\sqrt{5} + 1)}{4 \times 5} = \frac{2}{5}(\sqrt{5} + 1)$$

۱۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط $4x + y = 3$ و $x - 4y = 5$ بر هم عمودند و نقطه $(2, 4/5)$ روی هیچ کدام از آنها نیست، پس فاصله این خطهای داده شده اضلاع مستطیل را می دهد:

$$a = \frac{|4 \times (4/5) + 2 - 3|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$$

فاصله $(2, 4/5)$ از خط اول

$$b = \frac{|4/5 - 4(2) - 5|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \frac{1/5}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

فاصله نقطه از خط دوم

فاصله وسط قطراز هر قطر (طبق تعمیم قضیه تالس) برابر نصف ضلع دیگر است، پس بیشترین فاصله موردنظر $\frac{\sqrt{17}}{2}$

است.



۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از آنجا که $\frac{x+1-x}{2} = \frac{1}{2}$ است، معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2} + t\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{1}{2} - t\right)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\frac{\frac{1}{4} + t^2 - t + \frac{1}{4} + t^2 + t}{\left(\frac{1}{4} - t^2\right)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2t^2 + \frac{1}{2}}{t^4 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{16}} = \frac{160}{9}$$

و داریم:

$$\Rightarrow 160t^4 - 80t^2 + 10 = 18t^2 + \frac{9}{2} \Rightarrow 160t^4 - 98t^2 + \frac{11}{2} = 0$$

در این معادله دو مجذوری، Δ ، S و P همگی مثبت هستند، یعنی ۴ مقدار متفاوت برای t پیدا می‌شود که دو به دو گزینه هستند، پس داریم:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \left(\frac{1}{2} + t_1\right) + \left(\frac{1}{2} - t_1\right) + \left(\frac{1}{2} + t_2\right) + \left(\frac{1}{2} - t_2\right) = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

راه دوم:

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{(x-1)^2 + x^2}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9} \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x + 1}{(x^2 - x)^2} = \frac{160}{9}$$

$$\xrightarrow{x^2 - x = t} \frac{2t + 1}{t^2} = \frac{160}{9} \xrightarrow{+1} \frac{2t + 1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} = \frac{160}{9} + \frac{9}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{(t+1)^2}{t^2} = \frac{169}{9} \Rightarrow \left(1 + \frac{1}{t}\right)^2 = \left(\frac{13}{3}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + \frac{1}{t} = \frac{13}{3} \Rightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow x^2 - x = \frac{3}{10} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1 \\ 1 + \frac{1}{t} = -\frac{13}{3} \Rightarrow t = -\frac{3}{16} \Rightarrow x^2 - x = -\frac{3}{16} \Rightarrow x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 + 1 = 2$$



۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$x^2 - x - \frac{b}{a} = 0 \quad \text{یا} \quad x^2 - x + P = 0$$

در این معادله $S = 1$ است. حال داریم:

$$40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 17 \Rightarrow 2\beta^2 + \alpha^2 - \beta = \frac{17}{20}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\alpha^2 + \beta^2}_{S^2 - 2P} + \underbrace{\beta^2 - \beta}_{-P} = \frac{17}{20} \Rightarrow 1 - 3P = \frac{17}{20} \Rightarrow P = \frac{1}{20}$$

اختلاف ریشه‌های معادله $x^2 - x + \frac{1}{20} = 0$ برابر $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ است.

$$\Rightarrow |\alpha - \beta| = \sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

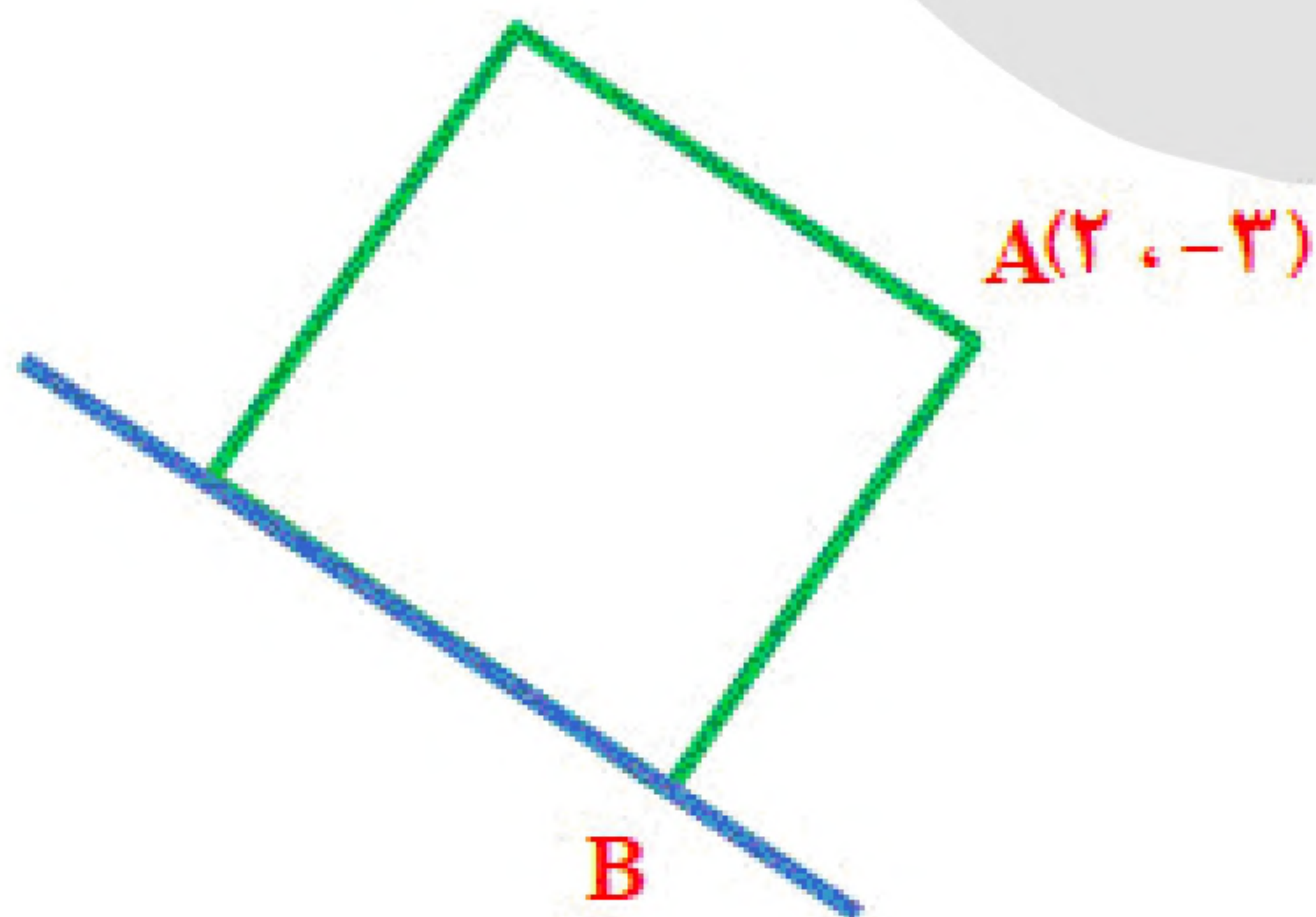
۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول رأس سهمی $x_S = \frac{-5+3}{2} = -1$ و عرض آن $y_S = 1$ است. پس معادله سهمی

$y = a(x+1)^2 + 1 = ax^2 + 2ax + a + 1$ خواهد بود. جواب‌های معادله $y = 0$ ، α و β هستند و داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = (-2)^2 - 2\left(\frac{a+1}{a}\right) = 4 - \frac{2a+2}{a} = 5 \Rightarrow \frac{2a+2}{a} = -1 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه عرض از مبدأ سهمی $\frac{1}{3} = a + 1$ خواهد شد.

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$4x + 3y - 9 = 0 \Rightarrow AB = \frac{|4(2) + 3(-3) - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$= \frac{10}{5} = 2$$

$$S = AB^2 = 2^2 \Rightarrow S = 4$$



۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

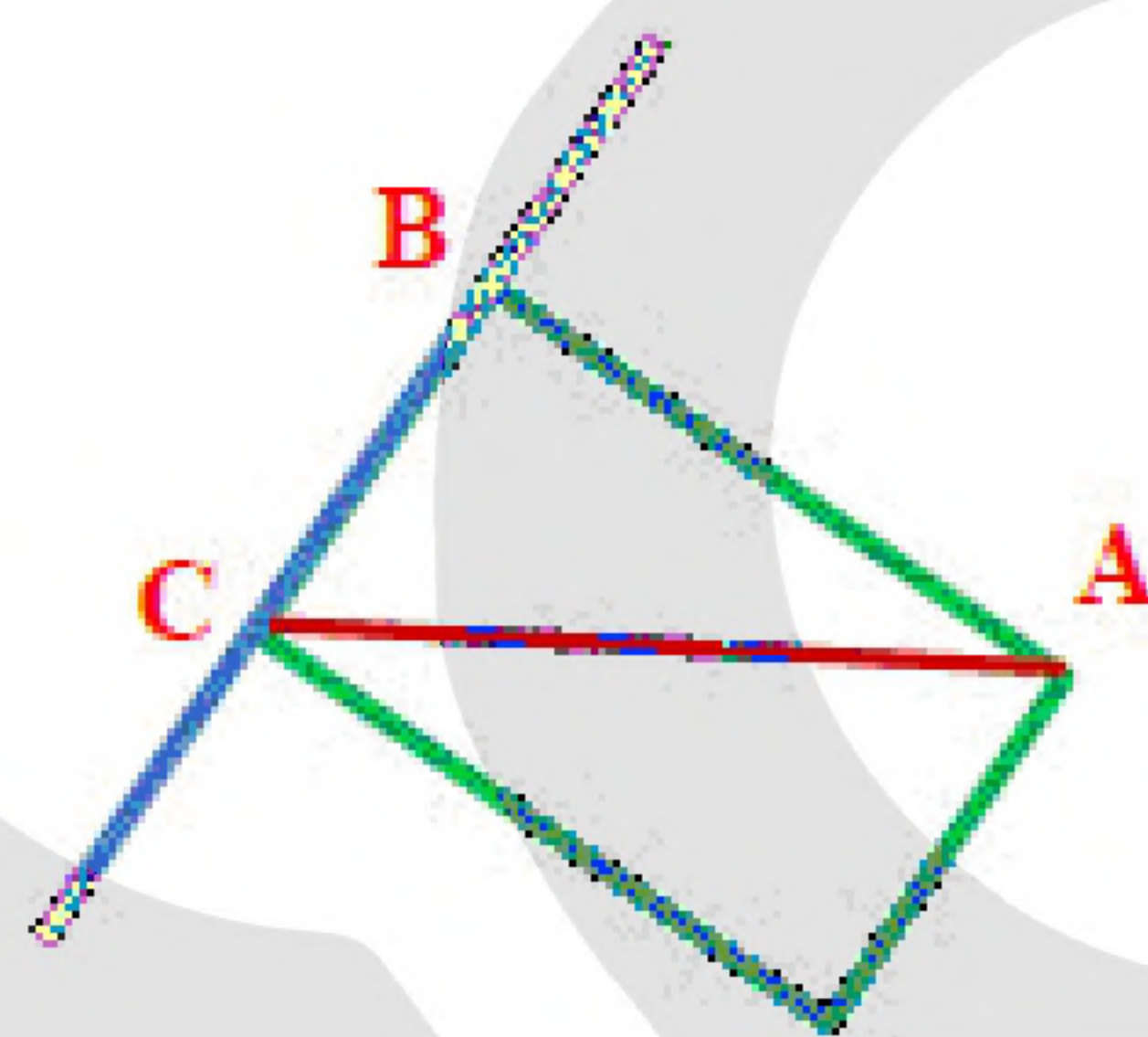
$$\frac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2+2x}} - \frac{1}{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2+2x}} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}}$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{x^2+2x}}{-4x} = \frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x}} \Rightarrow x^2+2x = -2x^2-10x \Rightarrow 3x^2+12x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$$

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} x \leq \frac{1}{2} &\Rightarrow x-2x+1 < 3 \Rightarrow -2 < x \xrightarrow{\cap} -2 < x \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} -1, 0 \\ x > \frac{1}{2} &\Rightarrow x+2x-1 < 3 \Rightarrow x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\cap} \frac{1}{2} < x < \frac{4}{3} \xrightarrow{\in \mathbb{Z}} 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x \in \{-1, 0, 1\}$$

۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$x-2y-2=0 \Rightarrow AB = \frac{|2-10-2|}{\sqrt{1+4}} = \frac{10}{\sqrt{5}}, BC = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - \left(\frac{10}{\sqrt{5}}\right)^2} = \sqrt{60}$$

$$S = \frac{10}{\sqrt{5}} \times \sqrt{60} \Rightarrow S = 20\sqrt{3}$$



۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به دلیل اینکه ضریب X زوج است، بهتر است طرفین معادله را تقسیم بر ۲ کنیم تا محاسبات ساده‌تر شود:

$$2x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + \frac{a}{2} = 0$$

$$\begin{cases} S = \alpha + \beta = -3 \\ P = \alpha\beta = \frac{a}{2} \\ \beta = \frac{-3 - \sqrt{9 - 2a}}{2} \end{cases}$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow S^3 - 3PS + \beta^2 = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 - 3\left(\frac{a}{2}\right)(-3) + \left(\frac{9 + 9 - 2a + 6\sqrt{9 - 2a}}{4}\right) = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -27 + \frac{9a}{2} + \frac{9}{2} - \frac{a}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{9 - 2a} = -\frac{21}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3} \Rightarrow 9 - 2a = 3 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\begin{cases} a = 1 : y = x, y = x + 1 \quad \checkmark (1, 2) \\ a = -1 : y = -x + 2, y = -x + 1 \quad \times \end{cases}$$

عرض = $\frac{\text{فاصله نقطه } (1, 2) \text{ از خط } y = x}{\sqrt{1+1}} = \frac{|2-1|}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\begin{cases} \text{عرض} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{طول} = \sqrt{25 - \frac{1}{2}} = \frac{7}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{مساحت} = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3/5 \\ \text{قطر} = 5 \end{cases}$$

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{matrix} 2 - x \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} \sqrt{1} = \sqrt{2} - \sqrt{0} \quad \text{جواب ندارد}$$



۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $x^3 + 8$ را مخرج مشترک می‌گیریم:

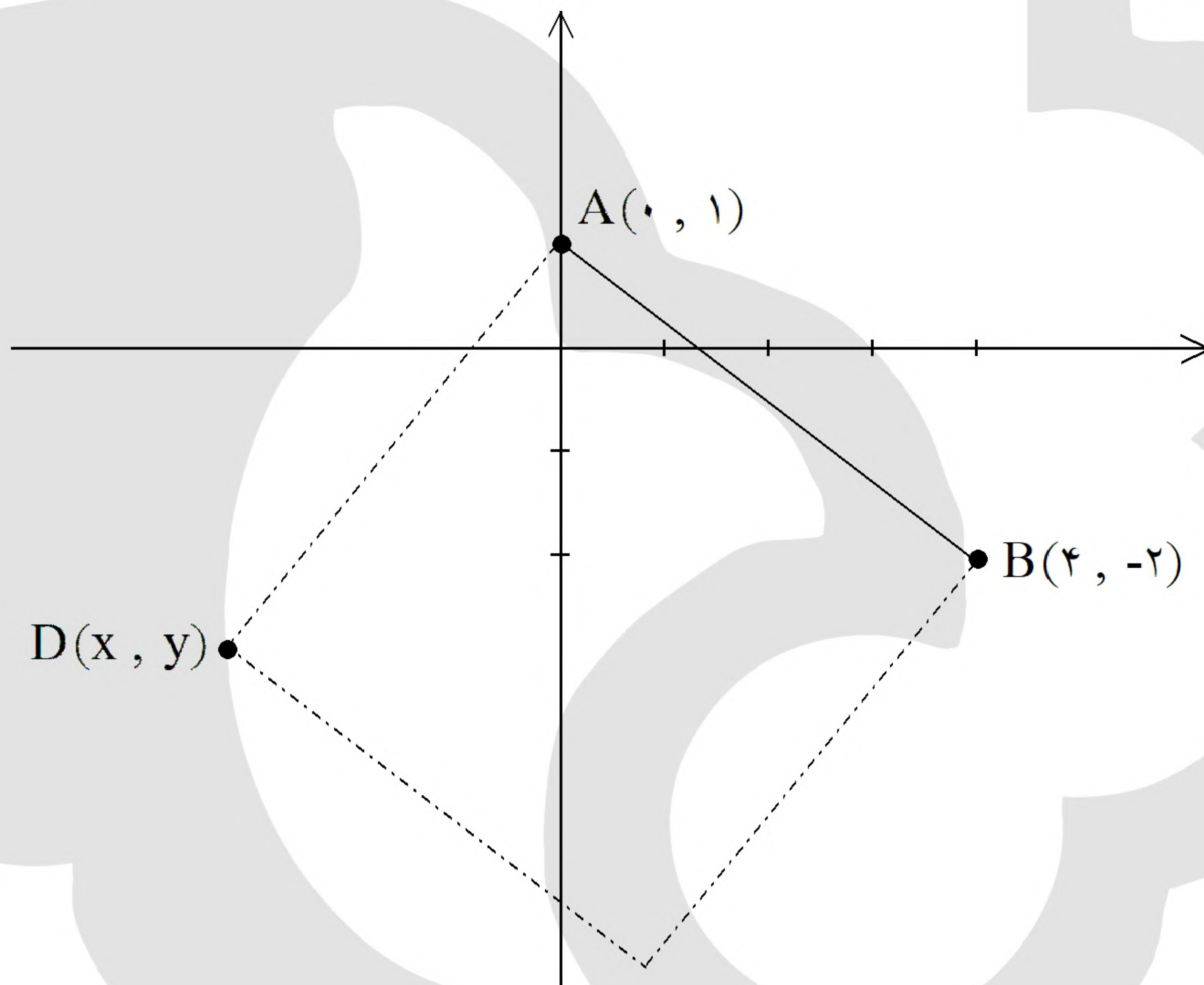
$$(x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4))$$

$$\frac{x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 4x - 2)}{x^3 + 8} = \frac{6x(x + 2)}{x^3 + 8} \Rightarrow 7x + 6 = 6x^2 + 12x \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 3)(3x - 2) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{3}{2}, x_2 = \frac{2}{3}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند که فقط x_2 مثبت است.

۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$m_{AB} = \frac{1 - (-2)}{0 - 4} = \frac{-3}{4} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3} \Rightarrow AD: y = \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow y - 1 = \frac{4}{3}x$$

$$AB = AD \Rightarrow \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Rightarrow 25 = x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 \Rightarrow 25 = \frac{25x^2}{9}$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3$$



۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا ریشه مشترک را می‌یابیم:

$$x^2 + 6x + m = x^2 + 2x - 3m \Rightarrow 4x = -4m \Rightarrow x = -m$$

در یکی از معادله‌ها جای گذاری می‌کنیم:

$$m^2 - 6m + m = m^2 - 5m = 0 \xrightarrow{m \neq 0} m = 5$$

به ازای $m = 5$ معادلات به صورت زیر هستند:

$$\begin{cases} x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -5 \\ x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = -5 \end{cases}$$

پس اختلاف ریشه‌های غیرمشترک $4 = (-1) - 3$ است.

$$B \begin{vmatrix} 3 \\ 3 \end{vmatrix} \quad C \begin{vmatrix} 7 \\ 11 \end{vmatrix} \Rightarrow m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$BC: y - 3 = 2(x - 3) \Rightarrow BC: 2x - y - 3 = 0, A \begin{vmatrix} 1 \\ 9 \end{vmatrix}$$

$$AH = \frac{|2(1) - 9 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{2-x} = a \Rightarrow \frac{1}{a+2} - \frac{1}{2-a} = \frac{a^2}{5a} \Rightarrow \frac{-2a}{4-a^2} = \frac{a}{5} \xrightarrow{a \neq 0} 4 - a^2 = -10 \Rightarrow a^2 = 14$$

$$\Rightarrow 2 - x = 14 \Rightarrow x = -12$$

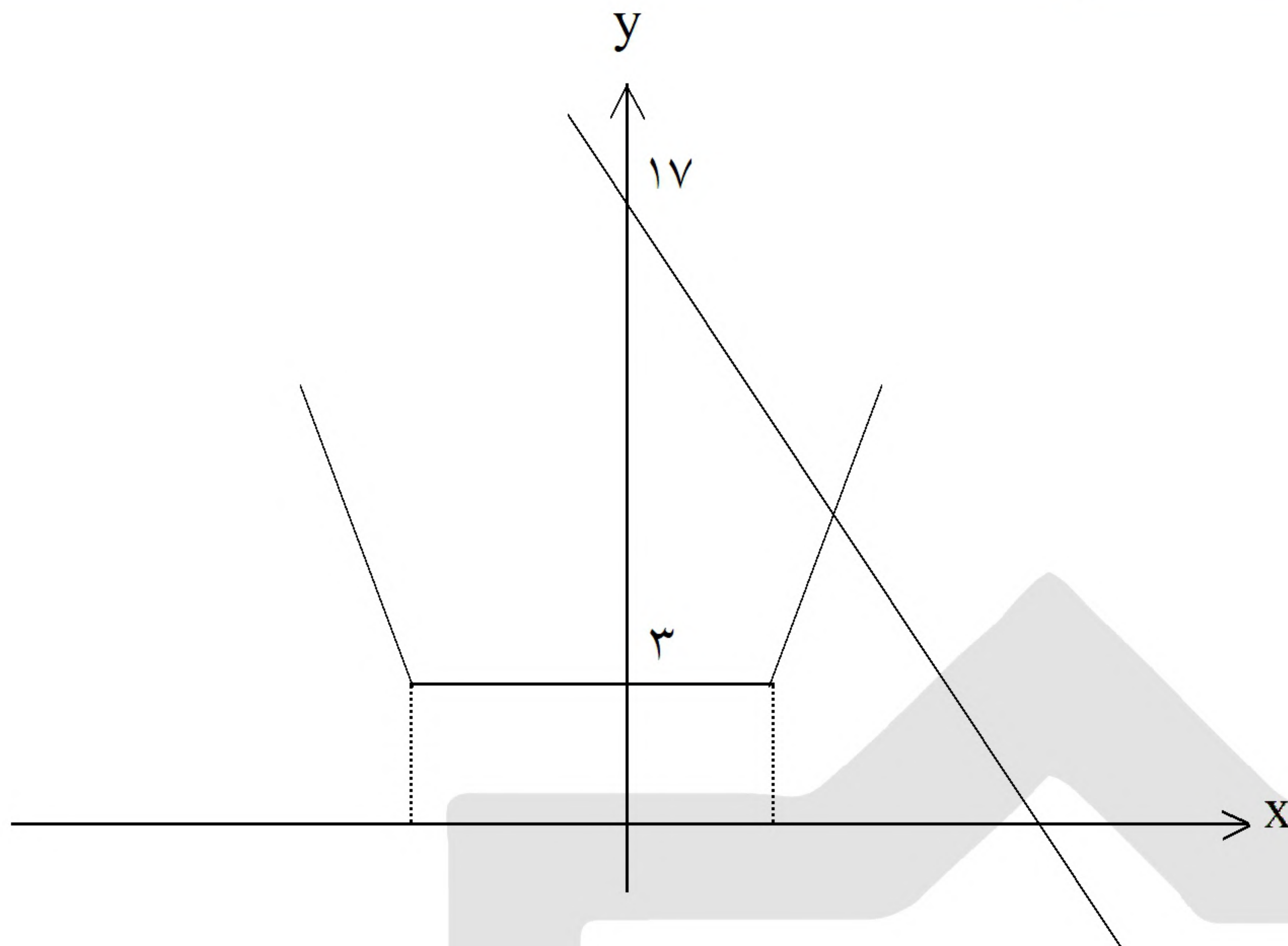
این معادله فقط یک ریشه‌ی منفی دارد پس ریشه‌ی مثبت ندارد.

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{aligned} S = a + b = a^2 + b^2 - 12 \Rightarrow S = S^2 - 2P - 12 \\ P = ab = a + b - 1 \Rightarrow P = S - 1 \end{aligned} \right\} S = S^2 - 2S + 2 - 12$$

$$S^2 - 3S - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = 5 \\ S = -2 \end{cases}$$

چون a, b اعداد طبیعی هستند فقط $S = 5$ قابل قبول است.



۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودارهای دو تابع را به صورت تقریبی رسم می‌کنیم:

پس خط $y = \frac{-x+17}{3}$ را با شاخه‌های

$y = 2x+1$ و $y = -2x-1$ قطع

می‌دهیم:

$$2x+1 = \frac{-x+17}{3}$$

$$\Rightarrow 6x+3 = -x+17 \Rightarrow x=2$$

$$\Rightarrow A(2, 5)$$

$$-2x-1 = \frac{-x+17}{3}$$

$$\Rightarrow -6x-3 = -x+17 \Rightarrow x=-4$$

$$\Rightarrow B(-4, 7) \Rightarrow AB = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (5 - 7)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه اول: $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ پس $\beta = 2$ و $\alpha = -1$ یعنی ۲ و -۱ ریشه‌های معادله هستند، پس $\alpha = -1$ در معادله صدق می‌کند:

$$-4 + k + 9 - 2 = 0 \Rightarrow k + 3 = 0 \Rightarrow k = -3$$

راه دوم: معادله درجه سوم، دو ریشه حقیقی دارد، پس ریشه سوم هم دارد، این ریشه را γ می‌نامیم. قرینه حاصل ضرب این جواب‌ها برابر $-\frac{1}{4}$ است.

$$\Rightarrow -\alpha\beta\gamma = -(-2)\gamma = -\frac{1}{4} \Rightarrow \gamma = -\frac{1}{4}$$

مجموع جواب‌ها نیز برابر $-\frac{k}{4}$ است.

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 1 - \frac{1}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -3$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \alpha\gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

نکته: در معادله‌ی درجه سوم $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ داریم:

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. a باید واسطه هندسی α و β باشد.

$$\Rightarrow a^2 = \alpha\beta \Rightarrow a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

به ازای $a = 1$ معادله $x^2 + 4x + 1 = 0$ دو جواب حقیقی معکوس دارد.



۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 2y - 7x = -19 \\ y + 2x = 7 \end{cases} \Rightarrow B(3, 1) \text{ و } AC: 4y - 3x - 17 = 0$$

$$BH = \frac{|4 - 9 - 17|}{5} = \frac{22}{5} = 4\frac{2}{5}$$

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{x+1} \left(\frac{1}{3+\sqrt{x-1}} - \frac{1}{3-\sqrt{x-1}} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{x \neq 1} \sqrt{x+1} \left(\frac{3-\sqrt{x-1}-3-\sqrt{x-1}}{9-(x-1)} \right) = \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x+1} \left(\frac{-2\sqrt{x-1}}{10-x} \right) = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{-2\sqrt{x+1}}{10-x} = 1 \Rightarrow -2\sqrt{x+1} = 10-x \xrightarrow{10-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 10} x^2 - 20x + 100 = 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 24x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 + \sqrt{48} \text{ ق ق} \\ x = 12 - \sqrt{48} \text{ غ ق} \end{cases}$$

پس این معادله فقط یک ریشه دارد.

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} \beta = 3\alpha \\ \alpha + \beta = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3\alpha + 3\beta \\ \alpha\beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha(3\alpha) = \frac{4}{3} \Rightarrow 3\alpha^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow a = 8 \\ \alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \beta = -2 \Rightarrow a = -8 \end{cases} \end{cases}$$

در نتیجه: ۱۶ = اختلاف

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نقطاتی که از $B(-3, 2)$ به فاصله $\sqrt{29}$ هستند، به صورت $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 29$ می‌باشد و نقاطی کهاز نقطه $(-1, 4)$ به فاصله ۵ می‌باشد، به صورت $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$ است.

نقطه‌ی موردنظر روی هر دوی این‌ها قرار دارد. حال اگر این دو رابطه را از هم کم کنیم، داریم:

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 4y + 4 = 29$$

$$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 25$$

$$4x + 8 + 4y - 12 = 4$$

$$4x + 4y = 8 \Rightarrow x + y = 2 \Rightarrow a = 2$$



۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون $0 < \beta < \alpha$ پس: $\alpha - \beta = -\sqrt{\Delta}$ و از روی معادله داریم:

$$S = -6, P = a$$

$$3\alpha^2 + 2\beta^2 = \frac{5}{2}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{2}(\alpha^2 - \beta^2) = \frac{5}{2}(36 - 2a) + \frac{1}{2}(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

$$\left. \begin{aligned} &= \frac{90 - 5a + 6\sqrt{9-a}}{2} \\ &= 12\sqrt{2} + \frac{15}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 1$$

راه دوم:

$$x^2 + 6x + a = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4a}}{2} = -3 \pm \sqrt{9 - a}$$

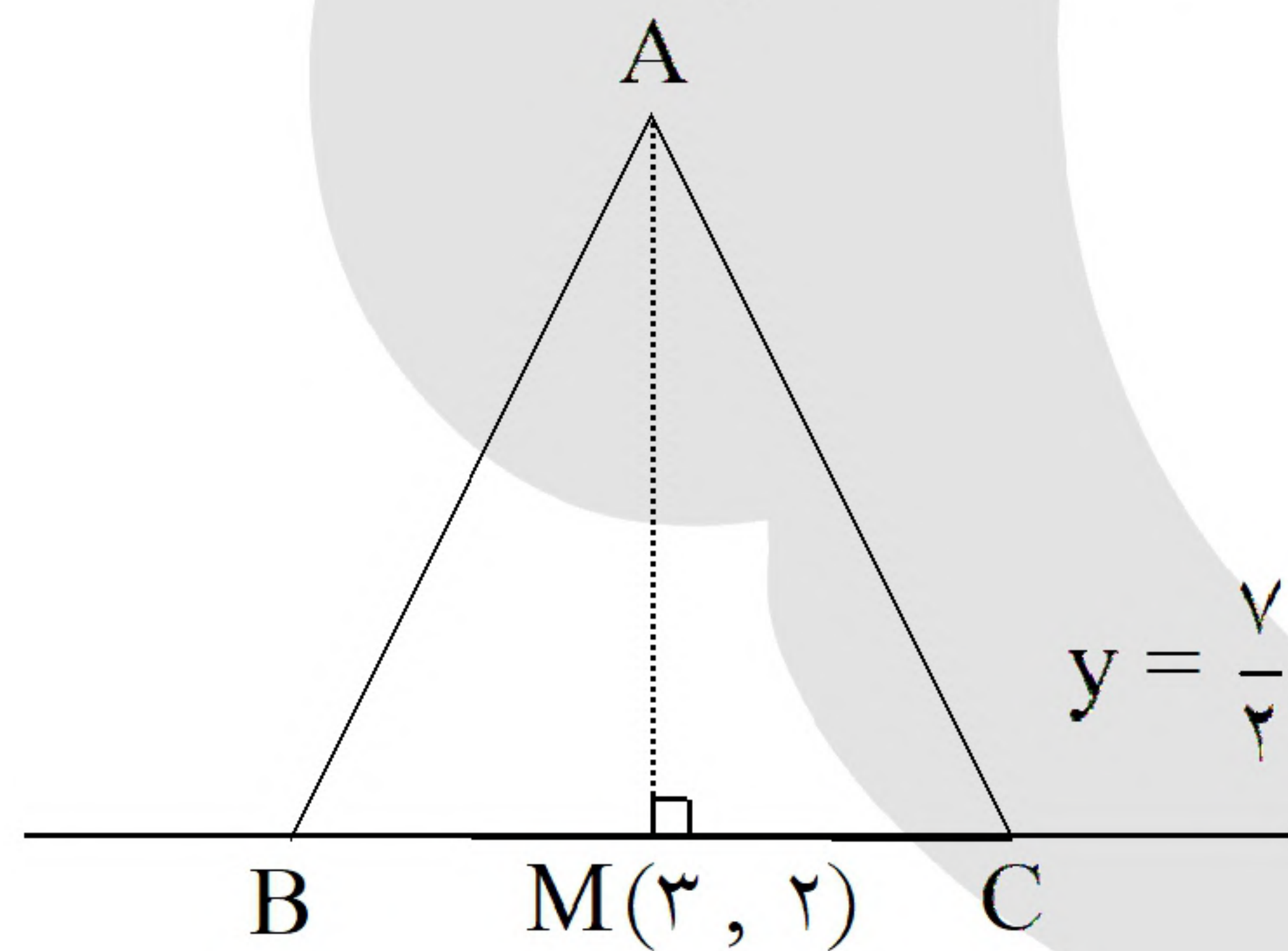
$$\left. \begin{aligned} \beta &= -3 + \sqrt{9 - a} \\ \alpha &= -3 - \sqrt{9 - a} \end{aligned} \right\} 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 3(-3 - \sqrt{9 - a})^2 + 2(-3 + \sqrt{9 - a})^2$$

$$= 3(18 - a + 6\sqrt{9 - a}) + 2(18 - a - 6\sqrt{9 - a}) = 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 15 + 12\sqrt{2}$$

$$= 5(18 - a) + 6\sqrt{9 - a} = 5(17) + 6\sqrt{8}$$

$$\Rightarrow 9 - a = 8 \Rightarrow a = 1$$

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین میانه بر قاعده عمود است. (میانه = ارتفاع)



$$m_{AM} = \frac{-1}{m_{BC}} \Rightarrow m_{AM} = 2$$

$$AM: y - 2 = 2(x - 3)$$

$$AM: y = 2x - 4$$

$$\Rightarrow A(x, 2x - 4) \Rightarrow AM = 5\sqrt{5} \Rightarrow (x - 3)^2 + (2x - 4 - 2)^2 = 125$$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 + 4(x - 3)^2 = 125$$

$$5(x - 3)^2 = 125 \Rightarrow (x - 3)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8 \\ x - 3 = -5 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$



۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow S \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right) \Rightarrow S(1, 2)$$

$$(1, 2), (0, -1) \Rightarrow y - 2 = \frac{2 - (-1)}{1 - 0}(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$$

$$-x^2 + 2x + 1 = x - 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow A(2, 1) \quad B(-1, -2) \Rightarrow M \left(\frac{1}{2}, \frac{-1}{2} \right)$$

$$SM = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{25}{4}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{26}$$

$$a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$ax^2 + bx - c = 0$$

$$S = \frac{-b}{a} \quad P = \frac{c}{a}$$

$$|S - P| = 2 \Rightarrow \left| -\frac{b}{a} - \frac{c}{a} \right| = 2 \Rightarrow \left| \frac{b+c}{a} \right| = 2 \xrightarrow{\text{چون } a, b, c > 0} \frac{b+c}{a} = 2$$

$$\Rightarrow b + c = 2a$$

$$\{1, 2, 3\} \{2, 3, 4\} \{3, 4, 5\} \{4, 5, 6\} \{5, 6, 7\} \{7, 8, 9\} \Rightarrow c \text{ یا } b = \text{عدد وسط } a \text{ اعداد اول و سوم}$$

$$\Rightarrow 7 \times 2 = 14$$

$$\{1, 3, 5\} \{2, 4, 6\} \{3, 5, 7\} \{4, 6, 8\} \{5, 7, 9\} \Rightarrow 5 \times 2 = 10$$

$$\{1, 4, 7\} \{2, 5, 8\} \{3, 6, 9\} \Rightarrow 3 \times 2 = 6$$

$$\{1, 5, 9\} \Rightarrow 1 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow 14 + 10 + 6 + 2 = 32$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$6, 6\left(\frac{8}{10}\right), 6\left(\frac{8}{10}\right)^2, 6\left(\frac{8}{10}\right)^3, \dots$$

مسافت پیموده شده پس از ۱ بار به زمین خوردن

مسافت پیموده شده پس از ۲ بار به زمین خوردن
حرکت رفت و برگشتی توپ

$$S_n = 6 + 2 \times \left(6\left(\frac{8}{10}\right) + 6\left(\frac{8}{10}\right)^2 + \dots + 6\left(\frac{8}{10}\right)^{100} \right) \Rightarrow S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$\Rightarrow 6 + 2 \times \frac{4/8 \left(1 - \left(\frac{8}{10}\right)^{100} \right)}{1 - 0/8} = 6 + 48 \underbrace{\left(1 - \left(\frac{8}{10}\right)^{100} \right)}_{\text{تقریباً صفر}} = 6 + 48 = 54$$



«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

$$x^2 - x - 4 = 0, \quad S = 1, \quad P = -4$$

$$x_1^3 + \frac{1}{x_2}, \quad x_2^3 + \frac{1}{x_1}$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S_{\text{جدید}} = x_1^3 + x_2^3 + \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = (S^3 - 3PS) + \frac{\overbrace{x_1 + x_2}^S}{\underbrace{x_1 \times x_2}_P}$$

$$\Rightarrow S_{\text{جدید}} = (1 - 3 \times 1 \times -4) + \frac{1}{-4} = 13 - \frac{1}{4} = \frac{51}{4}$$

$$P_{\text{جدید}} = \left(x_1^3 + \frac{1}{x_2}\right) \left(x_2^3 + \frac{1}{x_1}\right) = \underbrace{x_1^3 x_2^3}_{P^3} + \frac{1}{\underbrace{x_1 x_2}_P} + \underbrace{x_1^2 + x_2^2}_{S^2 - 2P} = -64 - \frac{1}{4} + 9$$

$$\Rightarrow -55 - \frac{1}{4} = \frac{-221}{4}$$

$$S_{\text{جدید}} = \frac{51}{4}, \quad P_{\text{جدید}} = \frac{-221}{4}$$

$$\text{معادله جدید: } x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{51}{4}x - \frac{221}{4} = 0 \xrightarrow{\text{همگی } \times 4} 4x^2 - 51x - 221 = 0$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله را با تجزیه و استفاده از اتحادها به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\sqrt{x + \sqrt{-(x^2 - 25)(x - 4)}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{-(x - 2)(x - 4)}} = x + 2$$

حال دامنه‌ی متغیر X را به دست می‌آوریم:

$$-(x - 2)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 4$$

$$-(x^2 - 25)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow \underbrace{-(x - 5)(x + 5)}_{+} (x - 4) \geq 0 \Rightarrow -(x - 5)(x - 4) \geq 0 \Rightarrow 4 \leq x \leq 5$$

پس تنها عددی که در دامنه‌ها مشترک است، $x = 4$ است و با بررسی دیده می‌شود که در آن صدق می‌کند.



۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$AH: 3y + x - 5 = 0, AB = \frac{\sqrt{270}}{3} = \sqrt{30}$$

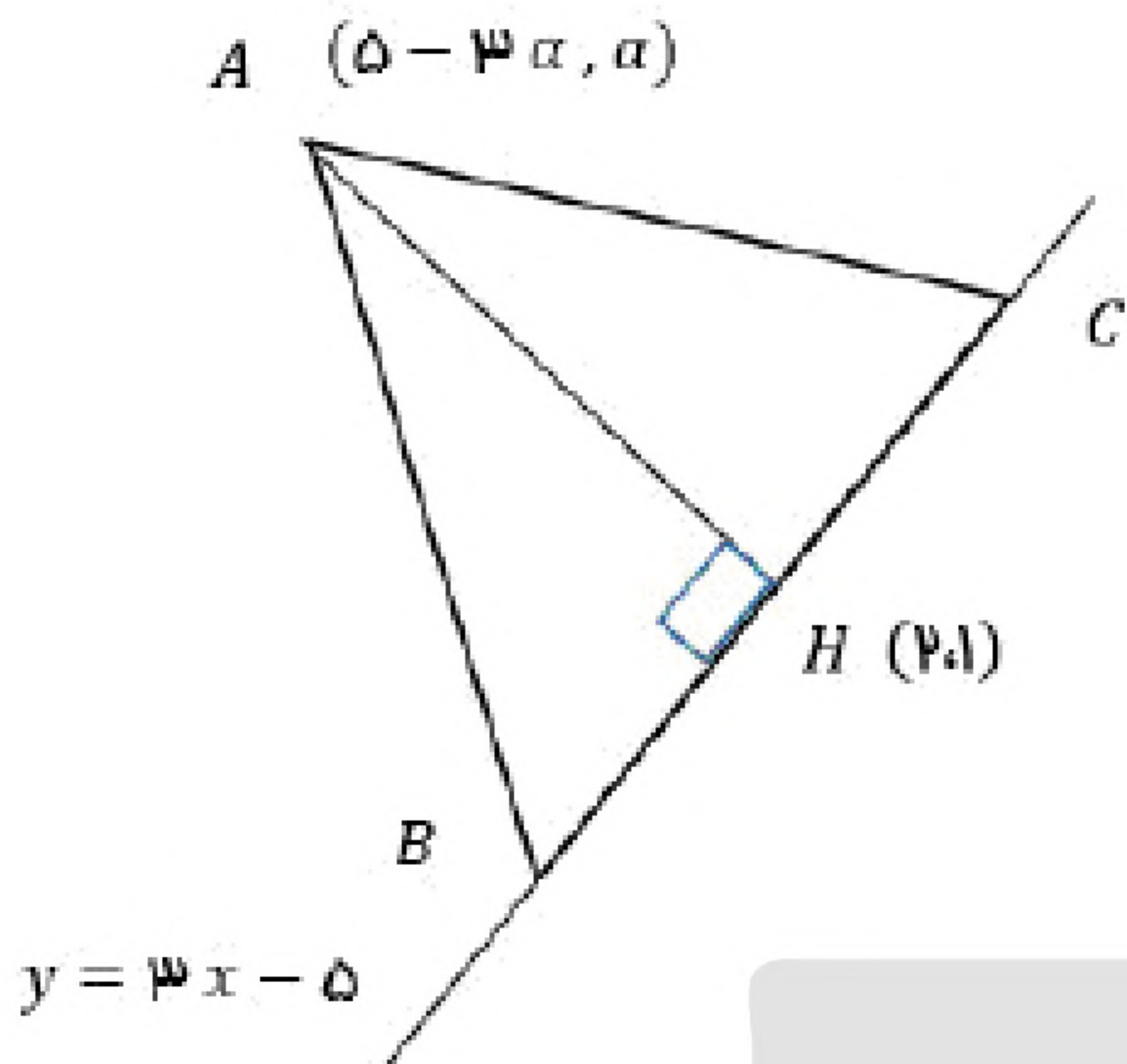
$$AH = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{|\alpha - 15 + 9\alpha + 5|}{\sqrt{10}} = \frac{3}{2}\sqrt{10} \Rightarrow |\alpha - 1| = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{5}{2}, \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow A\left(\frac{13}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$



۴۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل رسم شده، فاصله نقطه C تا نیم خط برابر عرض مستطیل و فاصله A تا C برابر قطر مستطیل است.

$$A \text{ شروع } \Rightarrow y - 4 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 2$$

فاصله نقطه C(-3, -1) تا خط $y - 3x + 2 = 0$ برابر است با:

$$d = \frac{|-1 + 9 + 2|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Rightarrow CB = \sqrt{10}$$

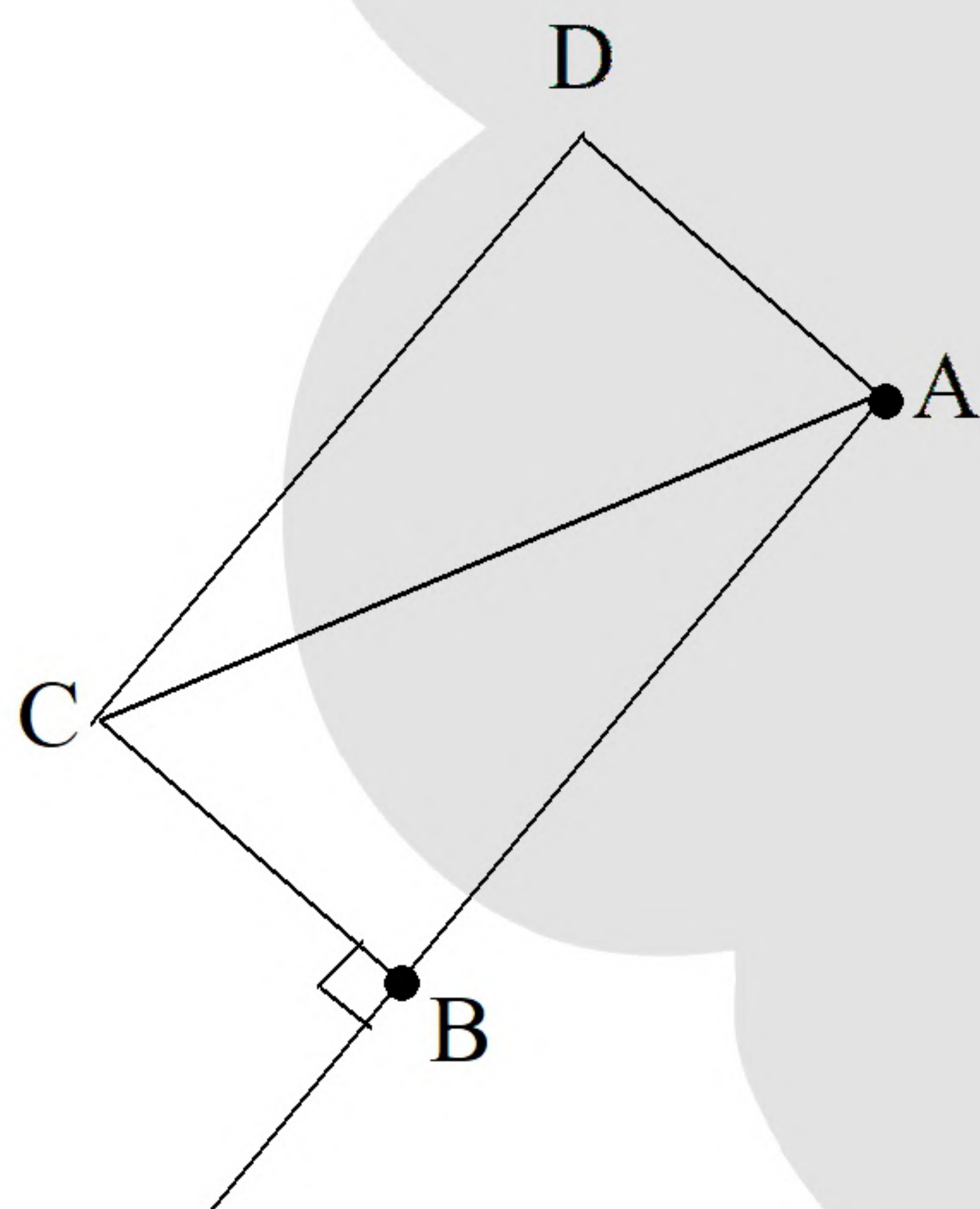
از طرفی AC برابر قطر مستطیل است.

$$AC = \sqrt{(2 + 3)^2 + (4 + 1)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه فیثاغورث، طول مستطیل را حساب می‌کنیم:

$$AB^2 = AC^2 - CB^2 \Rightarrow AB^2 = 50 - 10 = 40 \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$$

$$P = 2(AB + CB) = 2(2\sqrt{10} + \sqrt{10}) = 6\sqrt{10}$$





۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

$$c - b = 2a$$

$$c = 9 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$c = 8 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$c = 7 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$c = 6 \begin{cases} b = 2 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$c = 5 \begin{cases} b = 1 \\ b = 3 \end{cases} \quad c = 4 \begin{cases} b = 2 \end{cases} \quad c = 3 \begin{cases} b = 1 \end{cases}$$

روش دوم:

$$s = p + 2 \Rightarrow \frac{-b}{a} = -\frac{c}{a} + 2 \xrightarrow{\times a} -b = -c + 2a \Rightarrow 2a = c - b$$

زوج زوج

$$c - b \Rightarrow \begin{cases} c, b \text{ هر دو زوج} \\ \text{یا} \\ c, b \text{ هر دو فرد} \end{cases}$$

$$\binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

با توجه به اینکه c و a هم‌علامت نیستند، بنابراین Δ همواره مثبت است.۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در منحنی $2y = x^2$ به جای x باید $\sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ را جاگذاری کنیم.

$$2y = x^2 \Rightarrow 2y = (\sqrt{y+3} - \sqrt{y-3})^2 \Rightarrow 2y = y + 3 + y - 3 - 2\sqrt{y^2 - 9}$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{y^2 - 9} = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \text{ ق ق} \\ y = -3 \text{ غ ق} \end{cases}$$

چون $2y = x^2$ است بنابراین y باید نامنفی باشد.

$$2y = x^2 \xrightarrow{y=3} x = \pm\sqrt{6} \xrightarrow{\sqrt{y+3} > \sqrt{y-3}} x = \sqrt{6} \text{ ق ق}$$

x مقداری مثبت است

$$OA = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 3^2} = \sqrt{15}$$

بنابراین فاصله نقطه $A(\sqrt{6}, 3)$ تا مبدأ برابر است با:



۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 1 = -x_2 \\ x_2 + 1 = -x_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{(x_2 + 1)^3} = \frac{-1}{x_1^3} \\ \frac{1}{(x_2 + 1)^3} = \frac{-1}{x_1^3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S' = \frac{-(S^3 - 3SP)}{(P)^3} = \frac{-(-1 - 15)}{-125} \\ P' = \frac{1}{(P)^3} = \frac{-1}{125} \end{cases}$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{16}{125}x - \frac{1}{125} = 0 \xrightarrow{\times 125} 125x^2 + 16x - 1 = 0$$

$$\frac{(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2 + 1})}{\sqrt[3]{x^2}} (\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} x^2 - 1 &= 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \\ x_1 + x_2 &= 2 \end{aligned}$$

$$a_0 + a_1 + \dots + a_9 = 19$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=2 \\ \Rightarrow (a_0 + a_3 + a_6 + a_9) + (a_1 + a_4 + a_7) + (a_2 + a_5 + a_8) = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3) + (4 + (2) + 0) + (1 + a) + (1 + a) + (2 + a) = 19 \\ 15 + 6 + 4 + 3a = 19 \Rightarrow 3a = -6 \Rightarrow a = -2 \end{aligned}$$

توجه کنید تمام جملات a_2 و a_5 و a_8 و a_{11} و a_{14} به صورت $2k + 2$ می‌باشند.

$$k=0 \quad k=1 \quad k=2 \quad k=8 \quad k=9$$

$$\begin{aligned} a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{26} + a_{29} \\ = \left[\frac{2}{2} \right] + \left[\frac{5}{3} \right] + \left[\frac{8}{4} \right] + \dots + \left[\frac{26}{10} \right] + \left[\frac{29}{11} \right] + 10(-2) \\ = 1 + 1 + 2 + \dots + 2 - 20 = 18 - 20 = -2 \end{aligned}$$

تا ۸



۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^4 - 7x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \xrightarrow{x^2 > 0} x^2 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2} \Rightarrow x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{7 + \sqrt{69}}{2}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S = x_1 + x_2 = 0 \\ P = x_1 x_2 = -\frac{7 + \sqrt{69}}{2} \end{cases}$$

$$2P^2 - 3SP + 2S = 2\left(\frac{7 + \sqrt{69}}{2}\right)^2 - 0 + 0 = 59 + 7\sqrt{69}$$

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. باید دو تابع را برابر یکدیگر قرار داده و معادله به دست آمده را حل کنیم:

$$|x - 2| + |x + 1| = x + 7$$

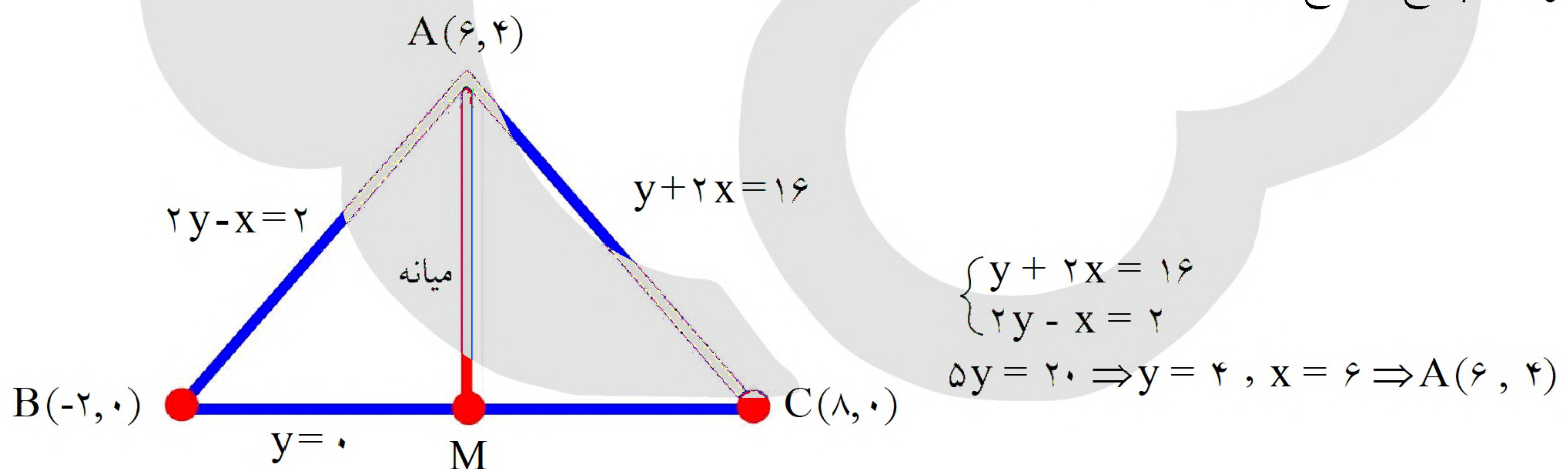
$$x \geq 2 \Rightarrow x - 2 + x + 1 = x + 7 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow y = 15 \Rightarrow A(8, 15)$$

$$-1 \leq x < 2 \Rightarrow -x + 2 + x + 1 = x + 7 \Rightarrow x = -4 \quad \text{غ ق ق}$$

$$x < -1 \Rightarrow -x + 2 - x - 1 = x + 7 \Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow B(-2, 5)$$

$$AB = \sqrt{(8 + 2)^2 + (15 - 5)^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$$

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$M\left(\frac{8 + (-2)}{2}, 0\right) \Rightarrow M(3, 0)$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(6 - 3)^2 + (4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$



۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: معادله $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است بنابراین باید $\Delta > 0$ و $S > 0$ و $P > 0$ باشد:

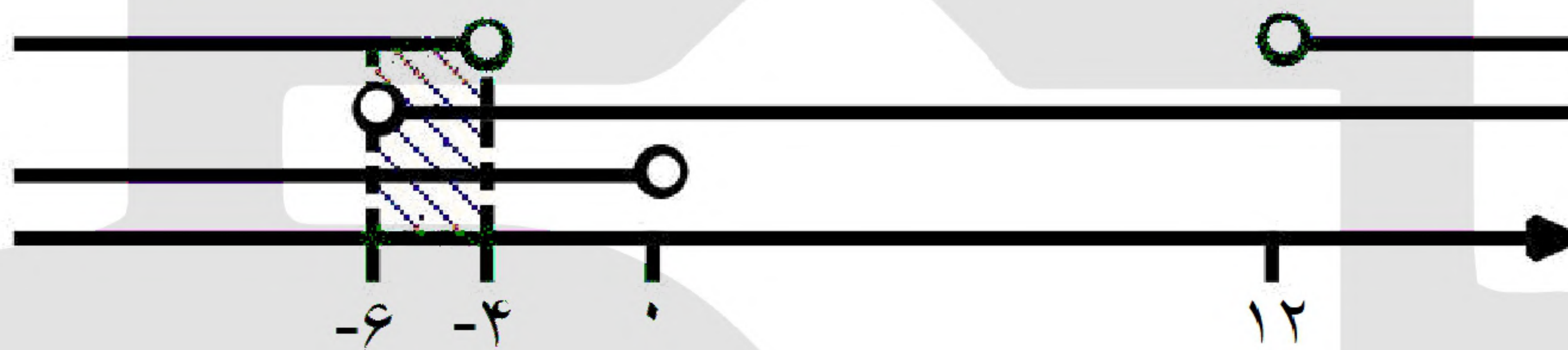
$$S = \frac{-b}{a} = -\frac{m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0 \quad (1)$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m+6}{2} > 0 \Rightarrow m > -6 \quad (2)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(2)(m+6) = m^2 - 8m - 48 > 0$$

$$\Rightarrow (m-12)(m+4) > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 12 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-6, -4)$$



روش دوم: گزینه های ۱ و ۳ غلط $\Rightarrow \Delta < 0$
 $m = -2: 2x^2 - 2x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$
 بد

گزینه ۲ غلط $\Rightarrow \Delta < 0$
 $m = -3: 2x^2 - 3x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$
 بد

۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_1 + 2d, a_1 + 6d, a_1 + 10d \quad (1) \text{ رابطه}$$

دنباله هندسی $\xrightarrow{\text{دنباله هندسی}} b^2 = ac \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 10d)$ روش اول:

$$\Rightarrow a_1^2 + 12a_1d + 36d^2 = a_1^2 + 12a_1d + 20d^2 \Rightarrow 16d^2 = 20d^2 \Rightarrow 4d^2 = 0 \Rightarrow d = 0$$

$$a_1 = \frac{6}{5}d \xrightarrow{\text{در رابطه (1)}} \frac{16}{5}d, \frac{36}{5}d, \frac{81}{5}d \Rightarrow q = \frac{\frac{36}{5}d}{\frac{16}{5}d} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

روش دوم: $a_3, a_7, a_{16} \Rightarrow q = \frac{9}{4}$



۵۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. جمله‌ی اول هر دسته را می‌توان به فرم $1 + \frac{n(n-1)}{2}$ و جمله‌ی آخر هر دسته را می‌توان

به فرم $(n-1) + 1 + \frac{n(n-1)}{2}$ در نظر گرفت. پس جمله اول و آخر دسته بیستم به این صورت است:

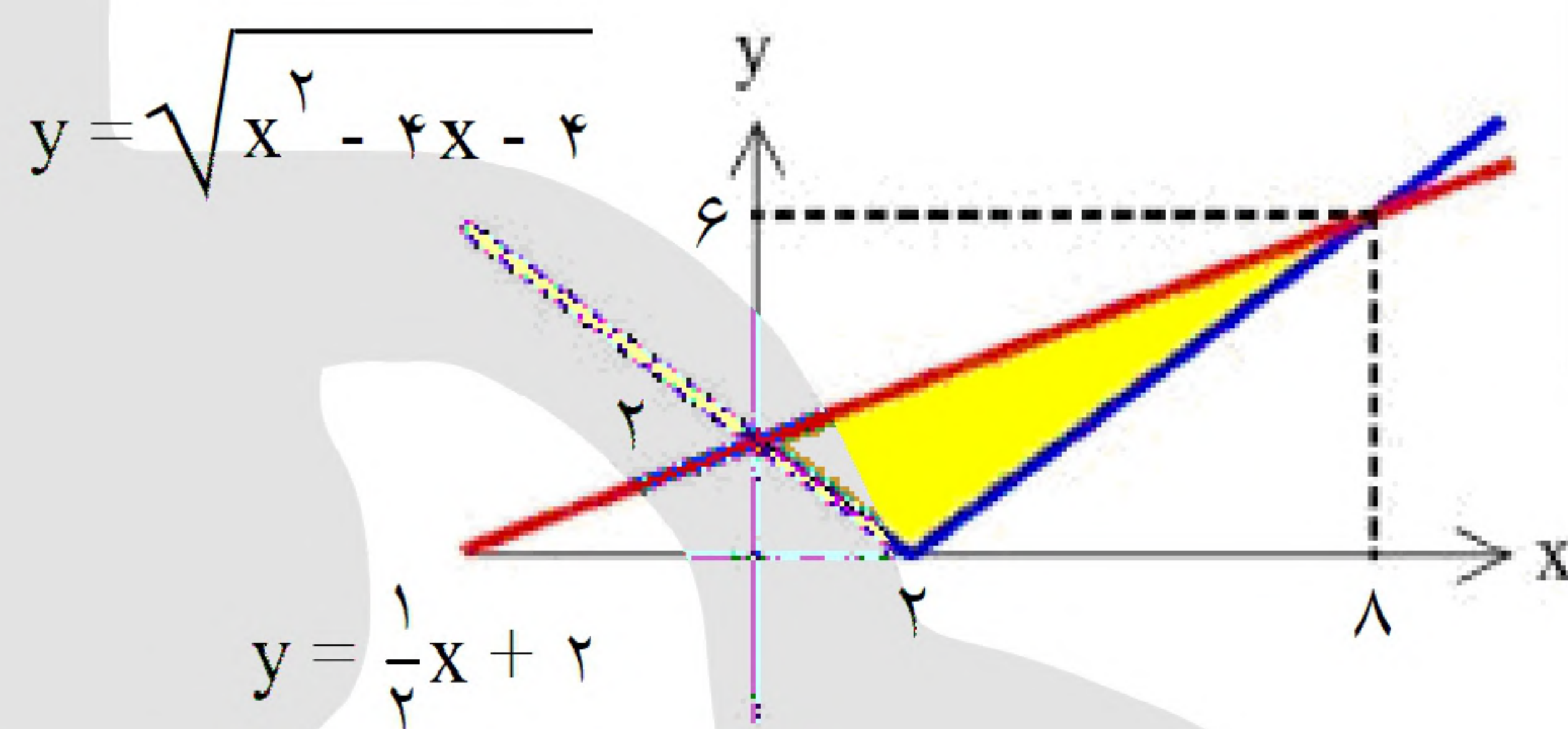
$$210 = (20-1) + 191 + \text{جمله آخر} \quad \text{و} \quad 191 = \frac{20 \times 19}{2} + 1 + \text{جمله اول}$$

$$S = \frac{20}{2}(191 + 210) = 4010$$

از عدد ۱۹۱ تا ۲۱۰ تعداد ۲۰ جمله داریم پس:

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

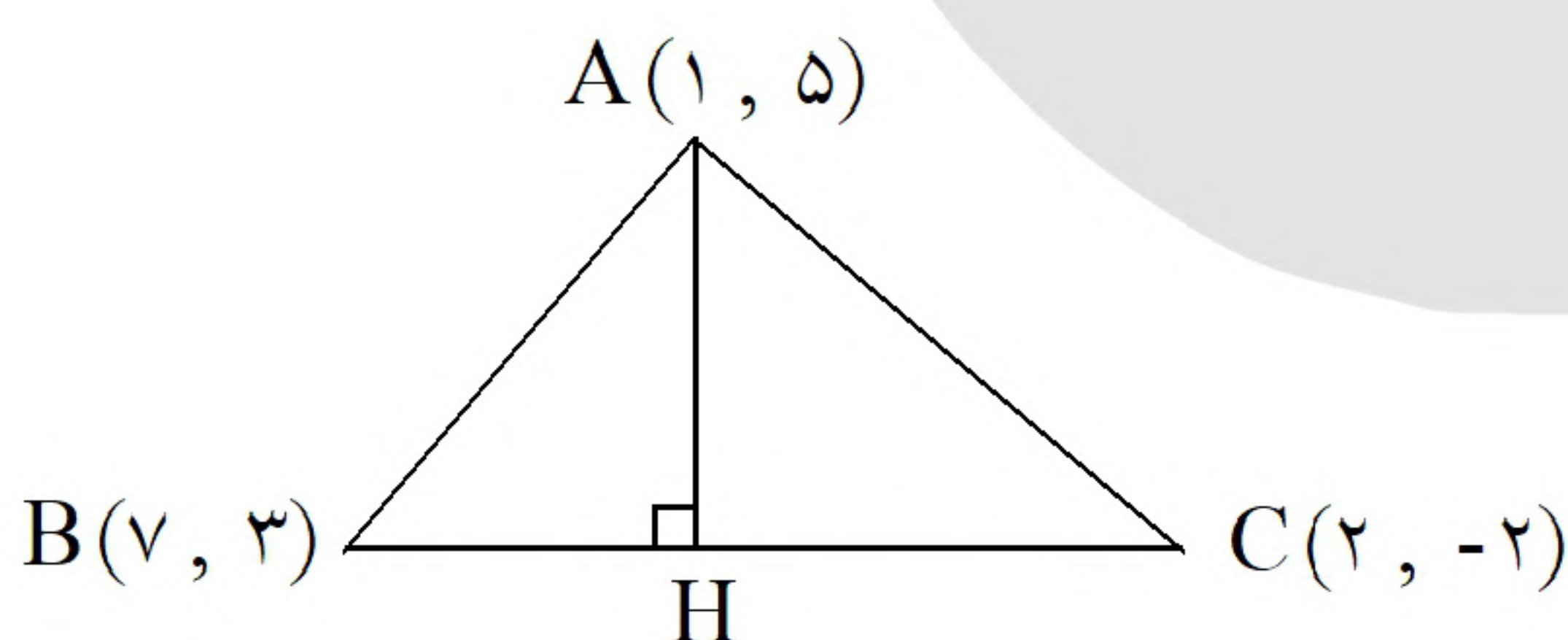


$$y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

مساحت دو مثلث سفید کوچک - مساحت ذوزنقه = مساحت قسمت رنگی

$$S = \left(\frac{(2+6) \times 8}{2} \right) - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{6 \times 6}{2} \right) = 12$$

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\text{شیب خط BC} = m = \frac{5}{5} = 1$$

$$\text{معادله خط BC} \Rightarrow y+2 = 1(x-2) \Rightarrow y = x-4 \Rightarrow y-x+4 = 0$$

$$AH = \frac{|y-x+4|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{5-1+4}{\sqrt{2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$



۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$x \geq \sqrt{2} \Rightarrow 2x^2 - 4 < 2x \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-2) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2$$

$$x \geq \sqrt{2} \cap -1 < x < 2 \Rightarrow \sqrt{2} \leq x < 2 \quad (1)$$

$$x < \sqrt{2} \Rightarrow -2x^2 + 4 < 2x \Rightarrow x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow (x-1)(x+2) > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 1$$

$$x < \sqrt{2} \cap ((-\infty, -2) \cup (1, +\infty)) = 1 < x < \sqrt{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} = (1, 2) \Rightarrow b - a = 2 - 1 = 1$$

$$3x^2 + (2m-1)x + 2 - m = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (2m-1)^2 - 12(2-m) > 0$$

$$S = \frac{1}{P} \Rightarrow SP = 1 \Rightarrow \frac{1-2m}{3} \times \frac{2-m}{3} = 1$$

$$\frac{2m^2 - 5m + 2}{9} = 1 \Rightarrow \underbrace{2m^2 - 5m - 7}_{b = a + c} = 0 \quad \begin{cases} m = \frac{7}{2} \checkmark \\ m = -1 \times \end{cases}$$

$$(2m-1)^2 - 12(2-m) > 0 \xrightarrow{m=-1} 9 - 36 < 0 \quad \text{صحیح نیست}$$

پس $\frac{7}{2}$ صحیح است.

۵۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دسته‌ی نهم اولین عدد آن یک واحد بیشتر از هشتمین مربع و عدد آخر آن نهمین مربع است.

مربع‌ها: ۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ۳۶, ۴۹, ۶۴, ۸۱, ۱۰۰

$$\begin{array}{cc} \text{—————} & \text{—————} \\ \text{۸}^2 & \text{۹}^2 \end{array}$$

(۸۱, ..., ۱, ۶۴) دسته‌ی نهم

$$b = \frac{81 + 65}{2} = \frac{146}{2} = 73$$



۶۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 1| + |x + 2| = 3$$

$$x \geq \frac{1}{2}: 2x - 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \quad \checkmark$$

$$-2 \leq x < \frac{1}{2}: -2x + 1 + x + 2 = 3 \Rightarrow -x = 0 \Rightarrow x = 0 \quad \checkmark$$

$$x < -2: -2x + 1 - x - 2 = 3 \Rightarrow -3x = 4 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \quad \times$$

در فاصله‌ی $(-\infty, -2)$ قرار ندارد.

$$\text{مجموع جوابها} = \frac{2}{3} + 0 = \frac{2}{3}$$

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20} &= \frac{1}{3} \left(\frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right) \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15 \end{aligned}$$

۶۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2a + \sqrt{3a + 16} = 1 \Rightarrow \sqrt{3a + 16} = 1 - 2a \xrightarrow{1 - 2a \geq 0} 3a + 16 = 4a^2 - 4a + 1$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ غ ق ق} \\ a = -\frac{5}{4} \Rightarrow 4a + 9 = -5 + 9 = 4 \end{cases}$$

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{ccc} \text{مسافت} & \text{سرعت} & \text{زمان} \\ & \uparrow & \nearrow \\ & x = vt & \\ \Rightarrow & t = \frac{x}{v} & \end{array}$$

اگر سرعت پرنده را v فرض کنیم، سرعت در جهت باد $v + 5$ و در خلاف جهت باد $v - 5$ خواهد بود و زمان رفت و برگشت را یکی t و دیگری t' نام گذاری می کنیم. بنابراین داریم:

$$t + t' = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{9}{60} \Rightarrow \frac{2v}{v^2 - 25} = \frac{3}{20} \Rightarrow 40v = 3v^2 - 75 \Rightarrow 3v^2 - 40v = 75$$

$$\Rightarrow v(3v - 40) = 75$$

با توجه به گزینه‌ها $v = 15$



۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 \Rightarrow \sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \xrightarrow{2 - 3a \geq 0} 2a^2 + 4a = 9a^2 - 12a + 4$$

$$\Rightarrow 7a^2 - 16a + 4 = 0 \xrightarrow{\div 7} \frac{7}{7}a^2 - \frac{16}{7}a + \frac{4}{7} = 0$$

$$a = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{7} = \frac{8 \pm 6}{7} \begin{cases} a = 2 \text{ ق ق غ} \\ a = \frac{2}{7} \text{ ق ق} \Rightarrow \frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} = 1 + \frac{7}{2} = \frac{4}{5} \end{cases}$$

۶۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر سرعت آب رودخانه را v فرض کنیم سرعت قایق در جهت رودخانه $v + 100$ و در خلاف آن $v - 100$ است، پس:

مسافت
↑
 $x = vt \Rightarrow t = \frac{x}{v} \xrightarrow{x = 1200} t = \frac{1200}{v}$
سرعت
زمان

$$t - t' = 5$$

$$\Rightarrow \frac{1200}{v - 100} - \frac{1200}{v + 100} = 5 \Rightarrow 1200 \left(\frac{v + 100 - v - 100}{(v - 100)(v + 100)} \right) = 5 \Rightarrow 2400v = 5(100)^2 - 5v^2$$

$$\Rightarrow 480v = (100)^2 - v^2 \Rightarrow v^2 + 480v = (100)^2 \Rightarrow v(v + 480) = (100)^2 \Rightarrow v = 20$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

یک ساعت
زمان بهروز = $x \xrightarrow{\text{یک ساعت}} \frac{1}{x}$
یک ساعت
زمان فرهاد = $x + 9 \xrightarrow{\text{یک ساعت}} \frac{1}{x + 9}$

$$\Rightarrow \frac{x + x + 9}{x(x + 9)} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{2x + 9}{x^2 + 9x} = \frac{1}{20} \Rightarrow 40x + 180 = x^2 + 9x \Rightarrow x^2 - 31x = 180$$

$$\Rightarrow x(x - 31) = 180 \xrightarrow{\text{با توجه به گزینه ها}} x = 36$$

۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$7 \times 2 + 7 \times 3 + \dots + 7 \times 14 = 7(2 + 3 + \dots + 14) = 7((1 + 2 + \dots + 14) - 1)$$

$$= 7 \left(\frac{14 \times 15}{2} - 1 \right) = 7 \times 104 = 728$$



۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(2m-1)x^2 + 6x + (m-2) = 0$$
$$\Delta > 0 \Rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \Rightarrow 4(9 - (2m-1)(m-2)) > 0$$
$$9 - (2m^2 - 5m + 2) > 0 \Rightarrow \underbrace{-2m^2 + 5m + 7}_{m = -1, m = \frac{7}{2} = 3.5} > 0 \Rightarrow -1 < m < 3.5$$

تذکر: صورت مسأله تأکید کرده است که معادله درجه دوم است یعنی $2m-1 \neq 0$ پس $m \neq \frac{1}{2}$ در نتیجه از گزینه‌ها

$m = \frac{1}{2}$ باید حذف می‌شد.

