

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





۱- دو بردار  $\vec{a} = (m-1, 3, -1)$  و  $\vec{b} = (2, m, 8)$  مفروضند. اگر دو بردار  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  هم‌اندازه باشند، آنگاه

حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای  $\frac{\vec{a}}{2}$  و  $\vec{a} \times \vec{b}$  و  $\frac{\vec{b}}{2}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۱۹۸ (۲) ۲۹۶ (۳) ۱۹۶ (۴) ۲۹۲

۲- اگر  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$  آنگاه مساحت متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع آن بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هستند،

کدام است؟

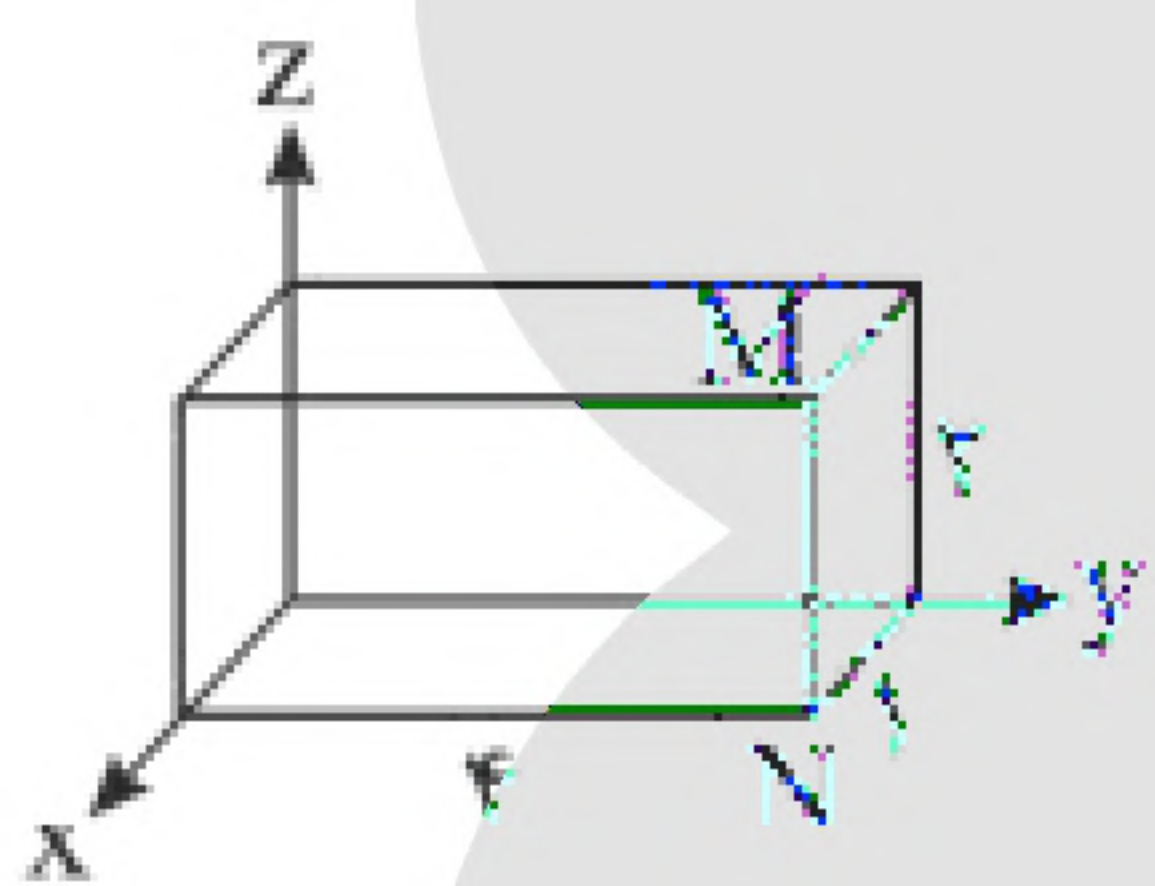
- (۱)  $\frac{\sqrt{26}}{7}$  (۲)  $\frac{\sqrt{29}}{14}$  (۳)  $\frac{\sqrt{29}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{29}}{7}$

۳- زاویه‌ی بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بیشتر از ۹۰ درجه است. اگر  $|\vec{a}| = 3$ ،  $|\vec{b}| = 2$  و  $|\vec{a} \times (\frac{\vec{b}}{2} - \vec{a})| = 4$ ، آنگاه مقدار

$\vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$  برابر کدام است؟

- (۱)  $2 - 2\sqrt{5}$  (۲)  $4 - 4\sqrt{5}$  (۳)  $8 - 4\sqrt{5}$  (۴)  $8 - 2\sqrt{5}$

۴- در مکعب مستطیل شکل مقابل، معادله‌ی یال MN در کدام گزینه به درستی آمده است؟



- (۱)  $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \\ 0 \leq z \leq 4 \end{cases}$  (۲)  $\begin{cases} z=0 \\ y=1 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$  (۳)  $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \\ 1 \leq z \leq 2 \end{cases}$  (۴)  $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \\ 0 \leq z \leq 2 \end{cases}$

۵- اگر  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 4$  آنگاه حجم متوازی‌السطوحی که بردارهای  $\vec{a} + \vec{c}$ ،  $\vec{b} - \vec{c}$  و  $\vec{a} + \vec{b}$  سه یال هم‌مرس آن باشند،

کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۶- بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  مفروض هستند. اگر  $|\vec{a}| = 3$ ،  $|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{3}$  و  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$  باشد، آنگاه  $|\vec{b}|$  چند برابر  $\sqrt{31}$

است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{3}$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۷- اگر  $\vec{b}$  بردار یگانه،  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$  و  $\vec{a} \times \vec{b} = 3\vec{c} - \vec{a}$  باشد، آنگاه اندازه‌ی بردار  $\vec{a}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴) ۳





۸- مساحت متوازی الاضلاعی که روی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته شده است برابر با  $2\sqrt{3}$  است. مساحت مثلثی که دو ضلع

آن بردارهای  $2\vec{a} - 3\vec{b}$  و  $\vec{a} + 2\vec{b}$  است، کدام می باشد؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $7\sqrt{3}$

۹- بردارهای  $\vec{a} = (2, \alpha, -1)$  و  $\vec{b} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$  در فضا مفروض هستند. اگر بردار  $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \times \vec{b})$  موازی بردار

$\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$  باشد، مقدار  $\alpha$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) هیچ مقداری برای  $\alpha$  به دست نمی آید.

۱۰- اگر  $\vec{a} = (1, -1, m)$  و  $\vec{b} = 2\vec{j} - \vec{k}$  و تصویر بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  روی محور  $x$  ها برابر ۵- باشد، آنگاه  $m$  برابر کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۲

۱۱- نقاط  $A(-8, -10, 2)$ ،  $B(-2, -10, -4)$  و  $C(-6, -14, -2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند. تصویر قائم بردار

$\vec{AB}$  روی بردار  $\vec{AC}$  کدام است؟

- (۱)  $2\vec{AC}$  (۲)  $2\vec{BC}$  (۳)  $\vec{BC}$  (۴)  $\vec{AC}$

۱۲- بردارهای  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  با اندازه های به ترتیب ۳، ۵ و ۶ در تساوی  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  صدق می کنند. حاصل ضرب داخلی

دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $-\frac{1}{2}$

۱۳- دو بردار  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$  و  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  مفروضند. اگر بردار  $\vec{c} = (m+1, -1, 2m)$  بر بردار  $2\vec{a} - \vec{b}$  عمود

باشد آنگاه  $m$  برابر کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{14}$  (۲)  $-\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{5}{14}$  (۴)  $\frac{5}{7}$

۱۴- معادله ی سطح گذرا از انتهای چهار بردار  $\vec{a} = (-2, 1, 6)$ ،  $\vec{b} = (1, -2, m)$ ،  $\vec{c} = (0, 3, n)$  و

$\vec{d} = (m-2, n-4, 6)$  به صورت  $Z=6$  است. حاصل ضرب داخلی  $\vec{a} \cdot \vec{d}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) -۱۵ (۴) -۳۰

۱۵- نسبت اندازه های دو ضلع متوازی الاضلاعی که دو قطر آن روی بردارهای  $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  و  $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$  ساخته

می شود. کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۳ (۳)  $\sqrt{7}$  (۴)  $\sqrt{6}$



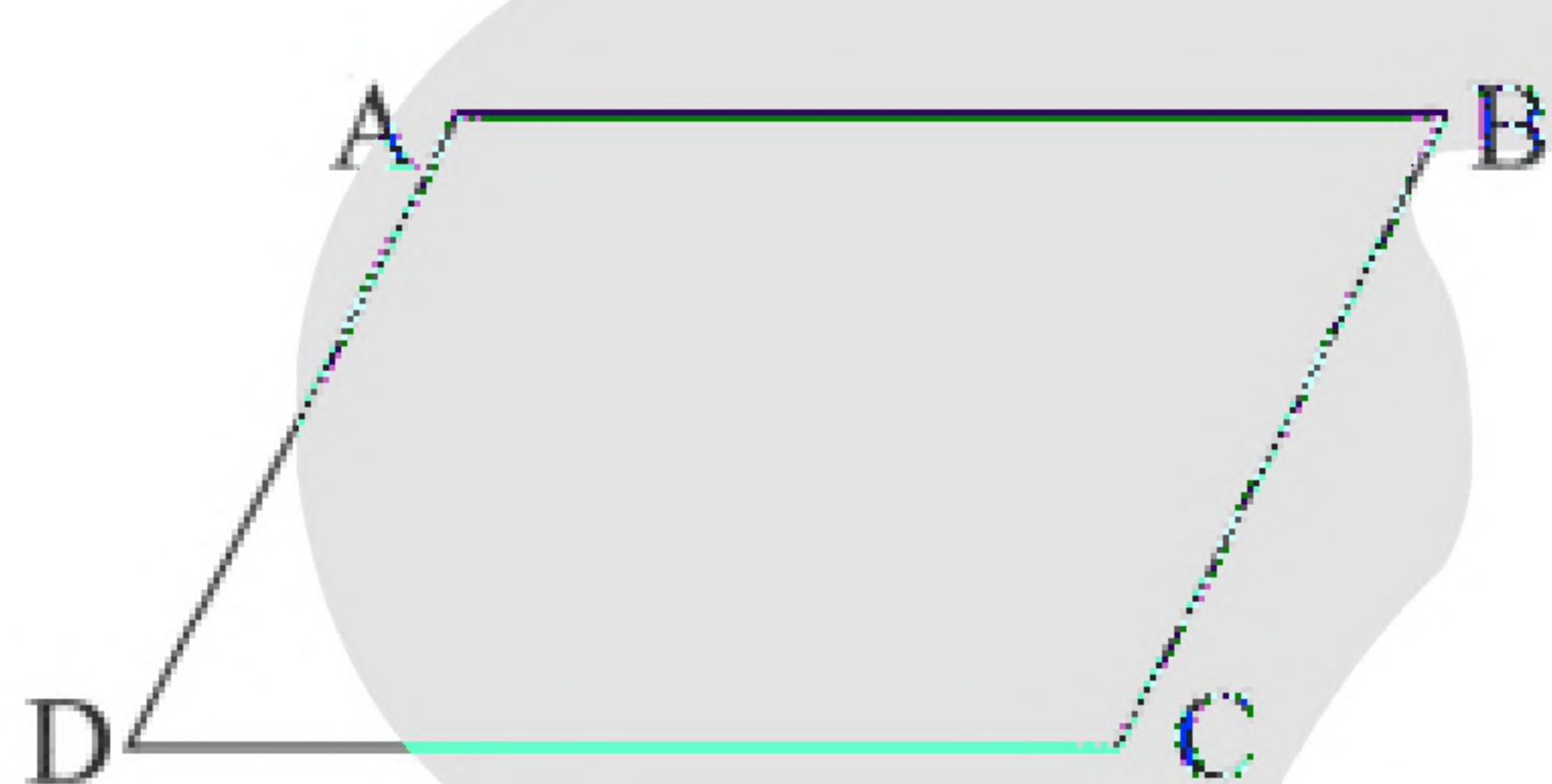


۱۶- نقاط  $A(5, -4, 1)$  و  $B(-1, 2, 4)$  و  $O(0, 0, 0)$  در تساوی  $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$  صدق می کنند. فاصله نقطه  $M$  تا محور  $y$  ها برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳) ۱ (۴) ۳

۱۷- اگر بردارهای  $\vec{a} = (2, m+1, 6)$  و  $\vec{b} = (n, m+2n, -3)$  موازی باشند، حاصل  $|-3\vec{i} + (m-n)\vec{j} - (m+n)\vec{k}|$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{13}$  (۴)  $\sqrt{17}$



۱۸- با توجه به متوازی الاضلاع مقابل، حاصل  $\vec{AC} - \vec{DB} - \vec{AD}$  کدام است؟

(۱)  $2\vec{AD}$  (۲)  $2\vec{DC}$  (۳)  $\vec{AB}$  (۴)  $\vec{BC}$

۱۹- اگر بردارهای  $\vec{b}$ ،  $\vec{c}$  و  $\vec{d}$  قرینه بردار  $\vec{a} = (-1, 2, -4)$  به ترتیب نسبت به صفحات مختصات  $xy$ ،  $xz$  و  $yz$  باشند آنگاه طول بردار  $\vec{b} + 2\vec{c} - \vec{d}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2}$  (۲)  $8\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $6\sqrt{2}$

۲۰- وجه های یک مکعب مستطیل قسمتهایی از صفحات به معادلات  $x=1$ ،  $y=1$ ،  $y=4$ ،  $z=-2$  و  $z=2$  هستند. کدام یک از نقاط زیر دقیقاً روی دو وجه از این مکعب مستطیل قرار دارد؟

- (۱)  $(-2, 4, 1)$  (۲)  $(2, 3, 0)$  (۳)  $(2, 1, 0)$  (۴)  $(3, 2, 2)$

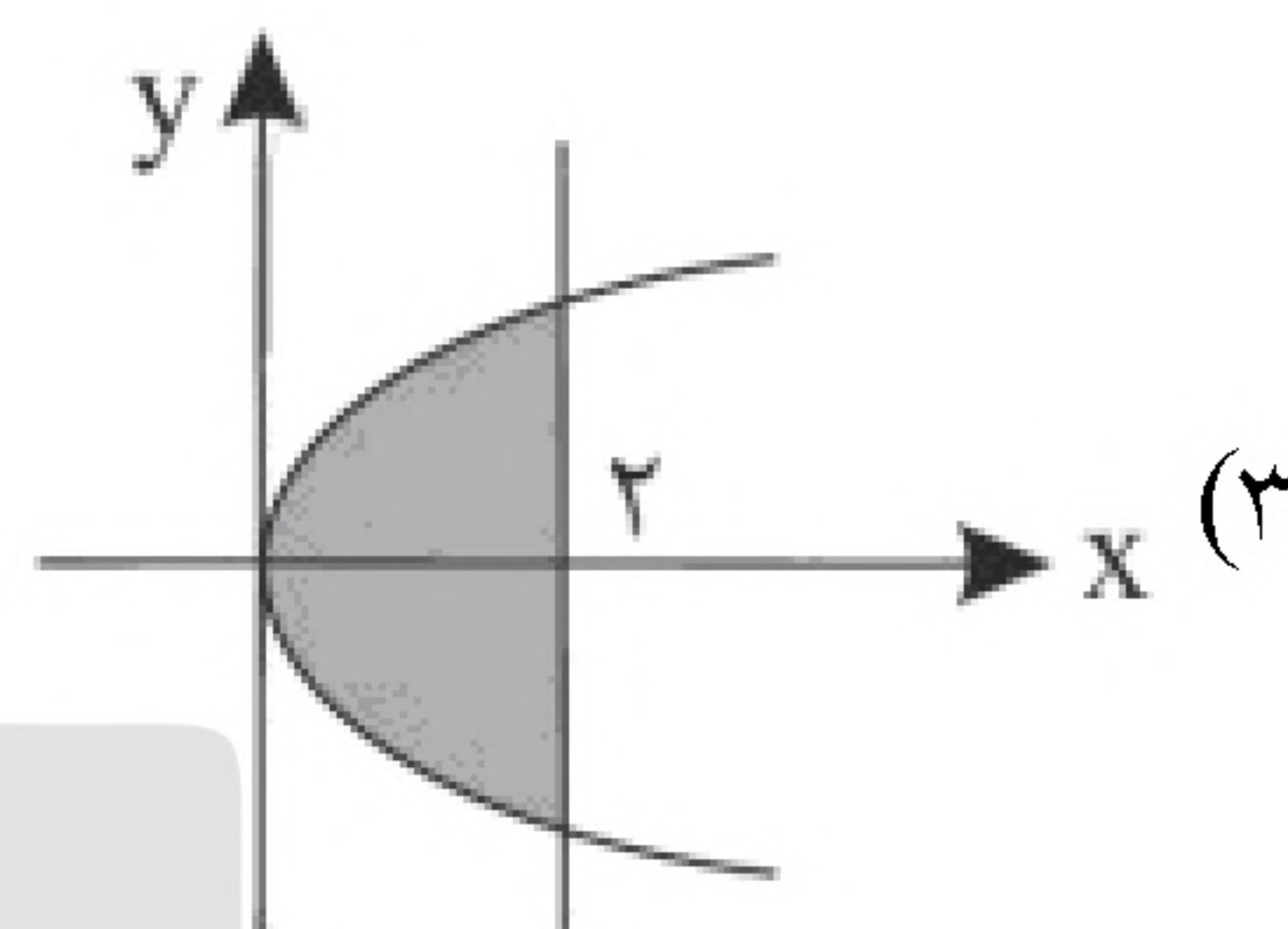
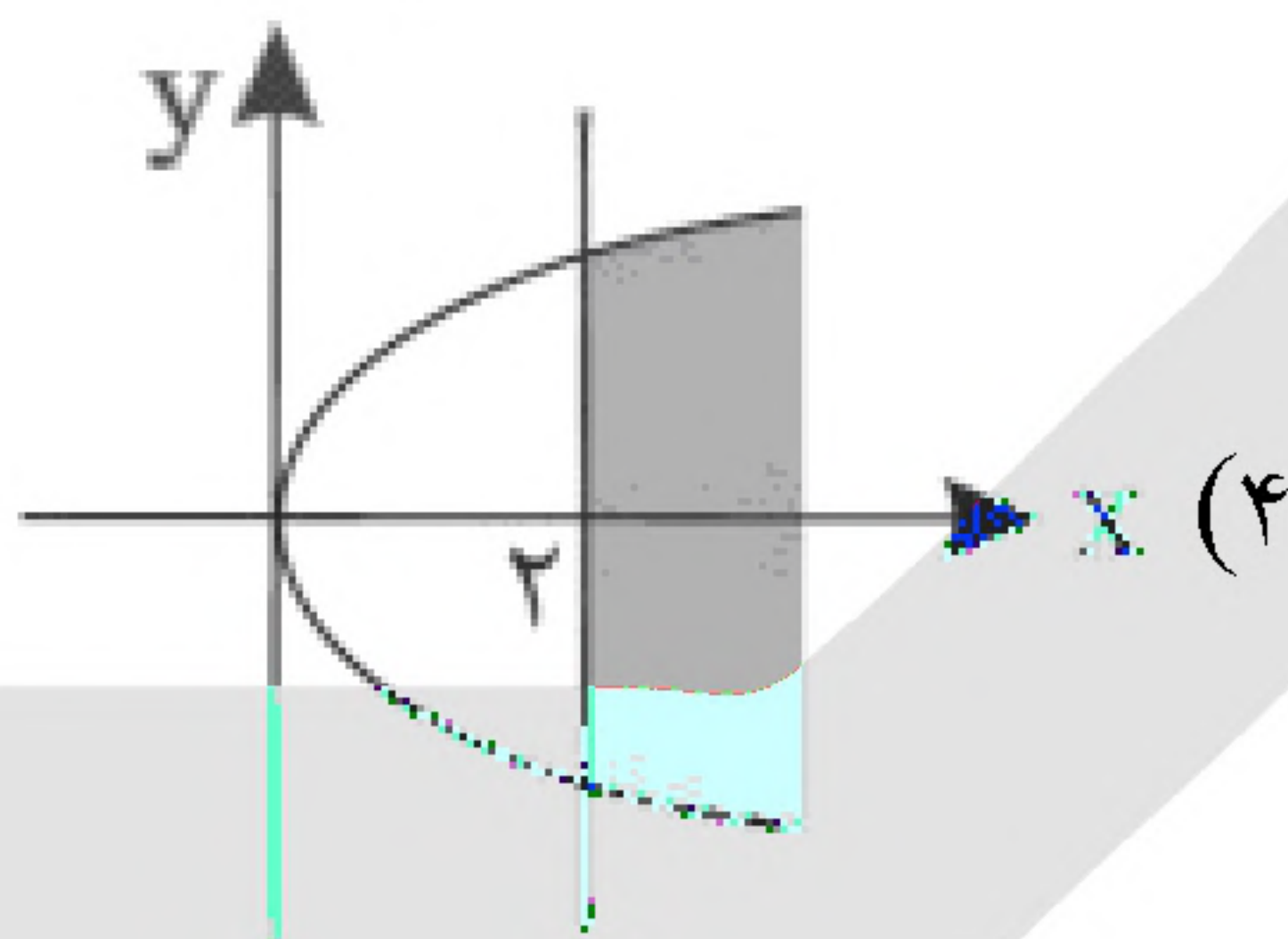
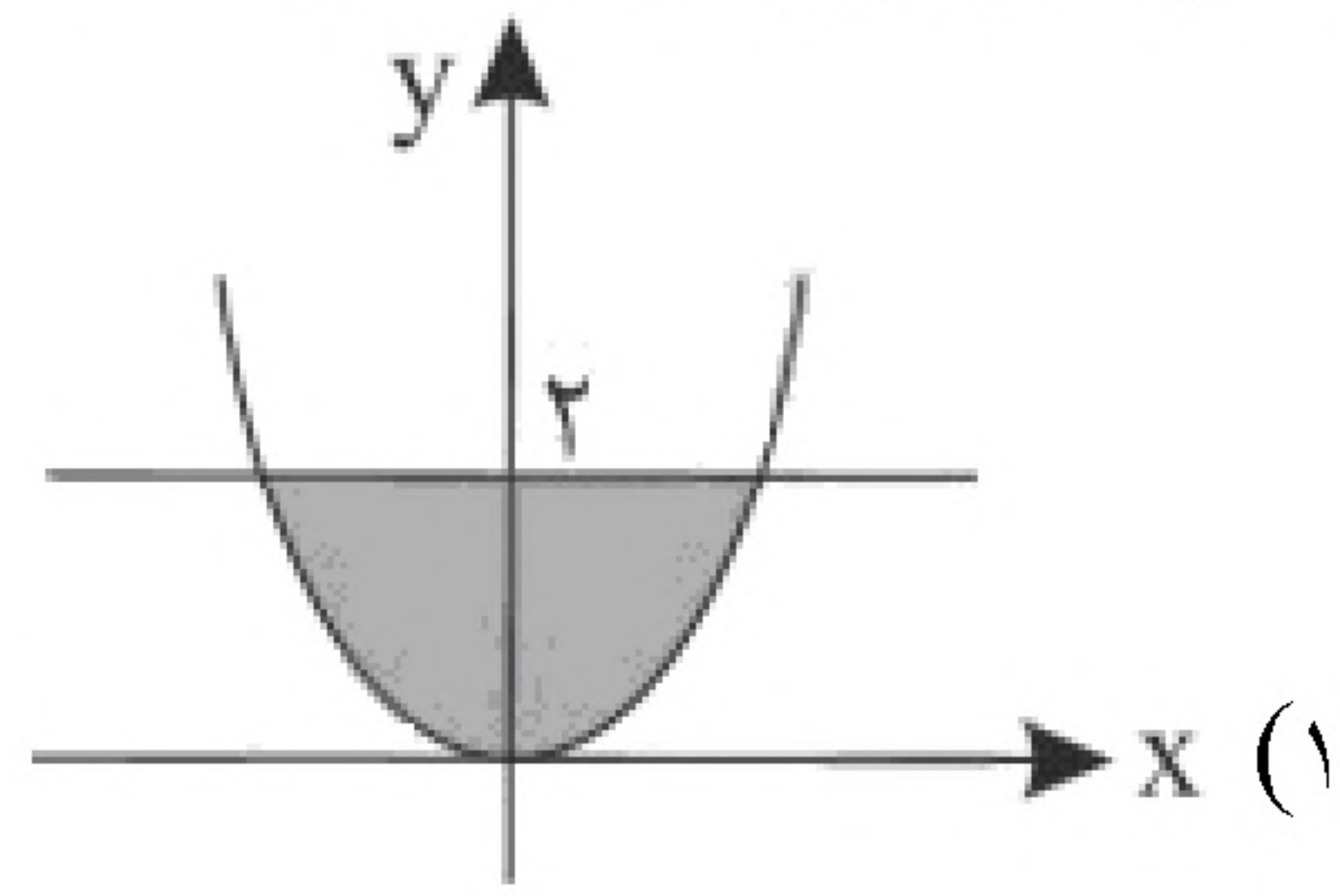
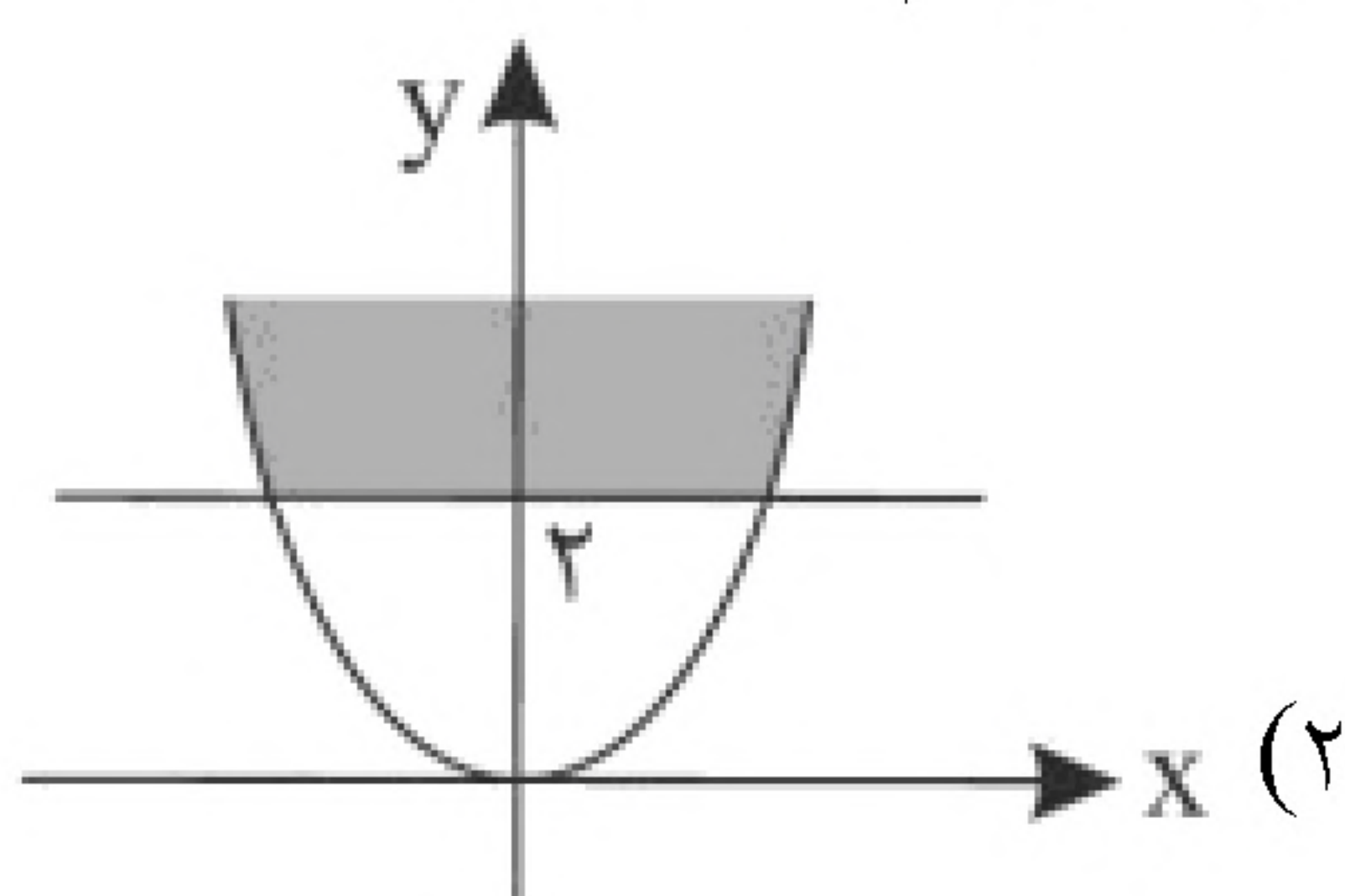
۲۱- قرینه نقطه  $(-2, 4, 1)$  نسبت به محور  $y$  ها، در کدام ناحیه دستگاه مختصات فضایی قرار دارد؟

(۱) سوم (۲) پنجم (۳) ششم (۴) هشتم





۲۲- شکل کلی مربوط به رابطه‌ی  $y^2 \leq x \leq 2$  در کدام گزینه درست رسم شده است؟



۲۳- بردارهای  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  و  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$  مفروض هستند. مساحت مثلثی که دو ضلع آن بردارهای  $\vec{b} \times \vec{a}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  باشد، کدام است؟

(۴)  $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۲)  $\sqrt{2}$

(۱) ۳

۲۴- بردار  $2\vec{i} \times (\vec{j} - \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j})$  بر کدام یک از بردارهای زیر عمود است؟

(۴)  $(-1, 3, 1)$

(۳)  $(3, 0, -1)$

(۲)  $(3, -1, 1)$

(۱)  $(1, 3, 3)$

۲۵- اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} \times 3\vec{j}$  و  $\vec{b} = 3\vec{i} \times 2\vec{k}$  باشد، اندازه‌ی بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۳۶

(۱) ۶

۲۶- اگر کسینوس زاویه‌ی بین دو بردار  $(-1, 1, 1)$  و  $(1, 1, m)$  برابر  $\frac{1}{3}$  باشد، مربع عدد  $m$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{4}$

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۲۷- بردار  $\vec{a} = (-1, \alpha, 1)$  با محور  $Z$  در فضا زاویه‌ی  $45^\circ$  می‌سازد. اگر  $\vec{b} = \left( \frac{4}{3}, \frac{2}{3}, 2 \right)$  آنگاه بردار  $\vec{a} \times \vec{b}$  موازی کدام

گزینه است؟

(۴)  $(1, -1, -1)$

(۳)  $(-1, 0, 1)$

(۲)  $(1, -1, 1)$

(۱)  $(1, 1, -1)$

۲۸- وجه‌های یک مکعب مستطیل قسمت‌هایی از صفحات به معادلات  $x=1$ ،  $x=3$ ،  $y=1$ ،  $y=4$ ،  $z=-2$  و  $z=2$  است. کدام یک از نقاط زیر دقیقاً روی دو تا از وجه‌های این مکعب مستطیل قرار دارد؟

(۴)  $(2, 1, -2)$

(۳)  $\left( \frac{5}{3}, 1, -1 \right)$

(۲)  $\left( 2, \frac{5}{4}, 0 \right)$

(۱)  $(3, 4, 2)$





۲۹- در متوازی‌السطوحی که با سه بردار  $\vec{a} = (1, 1, 0)$ ،  $\vec{b} = (0, 1, 1)$  و  $\vec{c} = (1, 0, 1)$  تولید می‌شود، طول ارتفاع وارد بر قاعده‌ای که با  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  ساخته می‌شود، کدام است؟

(۴)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۳)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱) ۲

۳۰- حاصل  $(\vec{j} + \vec{i}) \cdot \vec{k} + (\vec{2k} - \vec{j}) \cdot \vec{i} - \vec{j} \cdot (\vec{2j} - \vec{i})$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) ۲

۳۱- اگر سه بردار  $\vec{a} = \vec{i} + m\vec{j} + 3\vec{k}$ ،  $\vec{b} = -4\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  و  $\vec{c} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + n\vec{k}$  در رابطه‌ی  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$  صدق کنند، حاصل  $m + n$  کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۷

(۲) -۱

(۱) -۵

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۲- اگر  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$  و  $\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{k}$  باشند آنگاه مساحت متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع آن بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  هستند، کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{2}\sqrt{5}$

(۳)  $\frac{3}{4}\sqrt{5}$

(۲)  $\frac{1}{2}\sqrt{5}$

(۱)  $\sqrt{5}$

۳۳- بردار  $\vec{a}$  با اندازه‌ی  $2\sqrt{11}$  بر بردارهای  $(2, -1, 1)$  و  $(1, 0, -1)$  عمود است. تصاویر بردار  $\vec{a}$  کدام است؟

(۴)  $(2, -6, -2)$

(۳)  $(2, -6, 2)$

(۲)  $(2, 6, -2)$

(۱)  $(-2, -6, -2)$

۳۴- اگر بردار  $\vec{a}$  در روابط  $\vec{a} \cdot \vec{i} = 2$ ،  $\vec{a} \cdot \vec{j} = 3$  و  $\vec{a} \cdot \vec{k} = 1$  صدق کند و  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} + 3\vec{k}$  باشد، بردار تصویر  $\vec{b}$  بر روی امتداد بردار  $\vec{a}$  کدام است؟

(۴)  $\left(\frac{14}{19}(1, 3, 3)\right)$

(۳)  $\left(\frac{14}{19}(2, 3, 1)\right)$

(۲)  $(1, 3, 3)$

(۱)  $(2, 3, 1)$

۳۵- به ازای کدام مقدار  $m$ ، نقاط  $A(3, 6, 0)$ ،  $B(4, m, -1)$  و  $C(4, 5, 3)$  و  $D(5, 9, -1)$  در یک صفحه هستند؟

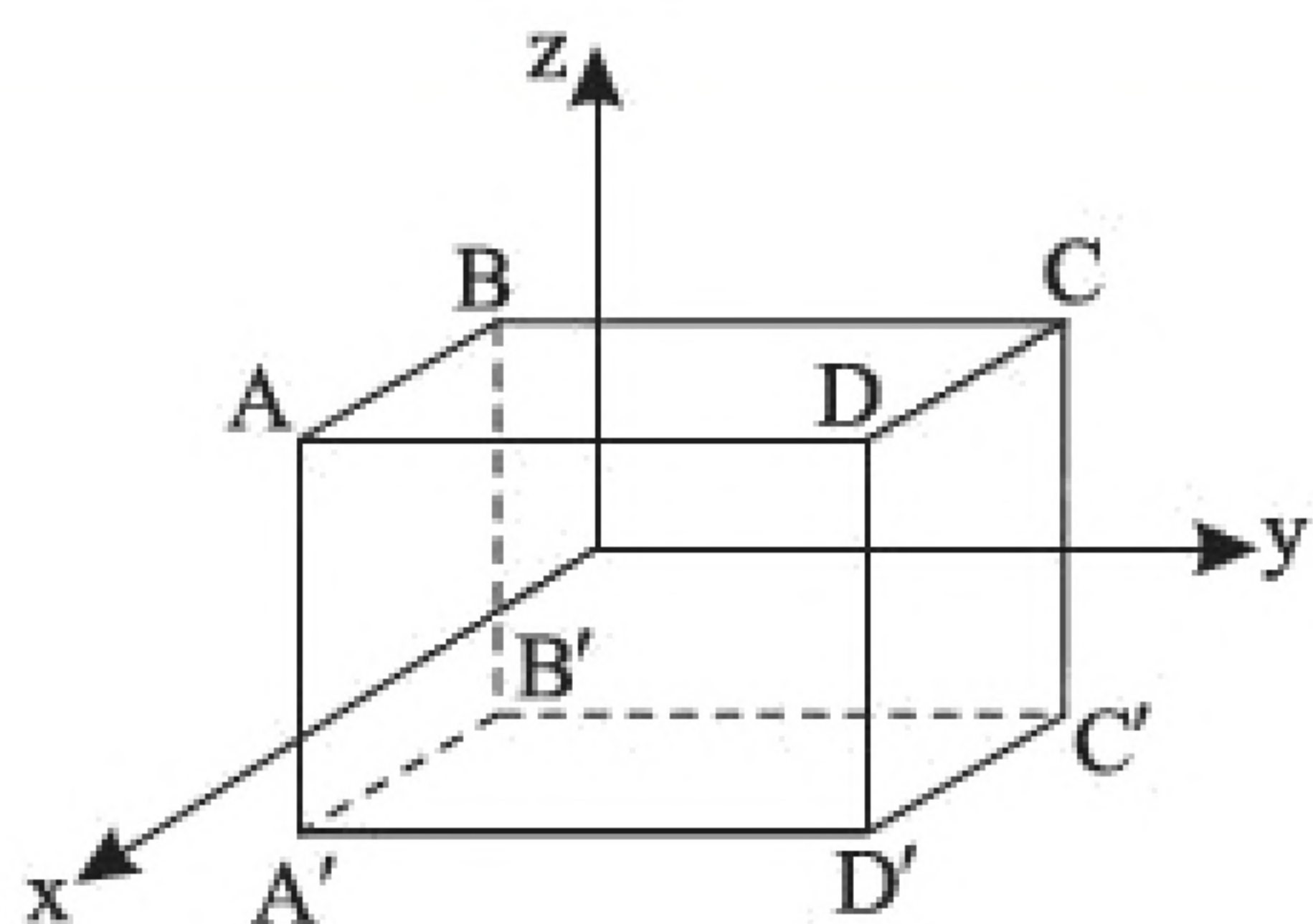
(۴) -۷

(۳)  $-\frac{55}{7}$

(۲) ۷

(۱)  $\frac{55}{7}$





۳۶- وجه‌های مکعب مستطیل مقابل قسمت‌هایی از صفحات به معادلات  $x=2$ ,  $x=5$ ,  $y=1$ ,  $y=4$ ,  $z=-1$  و  $z=2$  هستند. روابط مشخص‌کننده‌ی وجه  $ADD'A'$  در کدام گزینه به درستی آمده است؟

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ z = -1 \end{cases} \quad (2) & \begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ y = 4 \\ -1 \leq z \leq 2 \end{cases} \quad (1) \\ &\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \\ -1 \leq z \leq 2 \end{cases} \quad (4) & \begin{cases} x = 5 \\ 1 \leq y \leq 4 \\ -1 \leq z \leq 2 \end{cases} \quad (3) \end{aligned}$$

۳۷- اگر  $|\vec{a}|=3$ ,  $|\vec{b}|=5$  و  $\vec{a}+\vec{b}=\vec{3i}-\vec{2j}+\vec{k}$  باشد، تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  روی امتداد بردار  $\vec{b}$ ، چه مضربی از بردار  $\vec{b}$  است؟

$$\begin{aligned} &\frac{10}{9} \quad (1) & -\frac{10}{9} \quad (2) & \frac{0}{4} \quad (3) & -\frac{0}{4} \quad (4) \end{aligned}$$

۳۸- نقطه‌ی  $A$  روی صفحه‌ی  $x=1$  و ارتفاع آن برابر طول آن می‌باشد. اگر نقطه‌ی  $B$  قرینه‌ی نقطه‌ی  $A$  نسبت به صفحه‌ی  $xOz$  باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی وسط  $AB$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

$$\begin{aligned} &2\sqrt{2} \quad (1) & \sqrt{2} \quad (2) & 1 \quad (3) & 2 \quad (4) \end{aligned}$$

۳۹- بردارهای  $(-1, 1, 0)$  و  $(3, 1, 2)$  قطرهای متوازی‌الاضلاع هستند که با بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته شده است. اگر زاویه‌ی بین  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  منفرجه و اندازه‌ی بردار  $\vec{ra} + \vec{4b}$  برابر  $\sqrt{35}$  باشد، مجموع مقادیر  $r$  کدام است؟

$$\begin{aligned} &3 \quad (1) & 4 \quad (2) & 8 \quad (3) & 15 \quad (4) \end{aligned}$$

۴۰- بردار  $\vec{a}' = (1, -1, 1)$  تصویر قائم بردار  $\vec{a} = (2, 2, m)$  روی بردار  $\vec{b}$  است. مقدار  $m$  برابر کدام است؟

$$\begin{aligned} &-1 \quad (1) & 3 \quad (2) & -2 \quad (3) & 2 \quad (4) \end{aligned}$$