

# گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

## یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

[www.Dyavari.com](http://www.Dyavari.com)

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴





	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>





۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت متوازی الاضلاع بنا شده، توسط دو بردار  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  برابر است با:

$$|\vec{b} \times \vec{c}| = |(-1, -1, 1)| = \sqrt{3}$$

$$|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -2) \cdot (-1, -1, 1)| = 5$$

حجم متوازی السطوح حاصل برابر است با:

طول ارتفاع وارد بر قاعده  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  برابر است با:

$$\text{طول ارتفاع} = \frac{\text{حجم متوازی السطوح}}{\text{مساحت قاعده}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 2 - m = \sqrt{2} \sqrt{4 + m^2} \cos 45^\circ \Rightarrow m = -1$$

$$\vec{b} = (2, -1, 2)$$

$$|2\vec{a} \times \vec{b}| = |(2, -2, 0) \times (2, -1, 2)| = |(-4, -4, 2)| = 6$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$V = |\vec{b} \cdot ((\vec{a} + \vec{c}) \times (\vec{a} - \vec{c}))| = |\vec{b} \cdot (\underbrace{\vec{a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} - \underbrace{\vec{a} \times \vec{c}}_{\vec{c} \times \vec{a}} + \underbrace{\vec{c} \times \vec{a}}_{\vec{c} \times \vec{a}} - \underbrace{\vec{c} \times \vec{c}}_{\vec{0}})|$$

$$\Rightarrow V = |\vec{b} \cdot (2\vec{c} \times \vec{a})| = 2|\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| \quad (1)$$

از طرف دیگر مطابق فرض سؤال:

$$V' = |2\vec{b} \cdot (3\vec{c} \times \vec{a})| = 42 \Rightarrow 6|\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = 42 \Rightarrow |\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})| = 7$$

بنابراین با جاگذاری در ۱ حجم متوازی السطوح موردنظر،  $V = 2 \times 7 = 14$  خواهد بود.

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، رابطه  $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$  برقرار است. بنابراین:

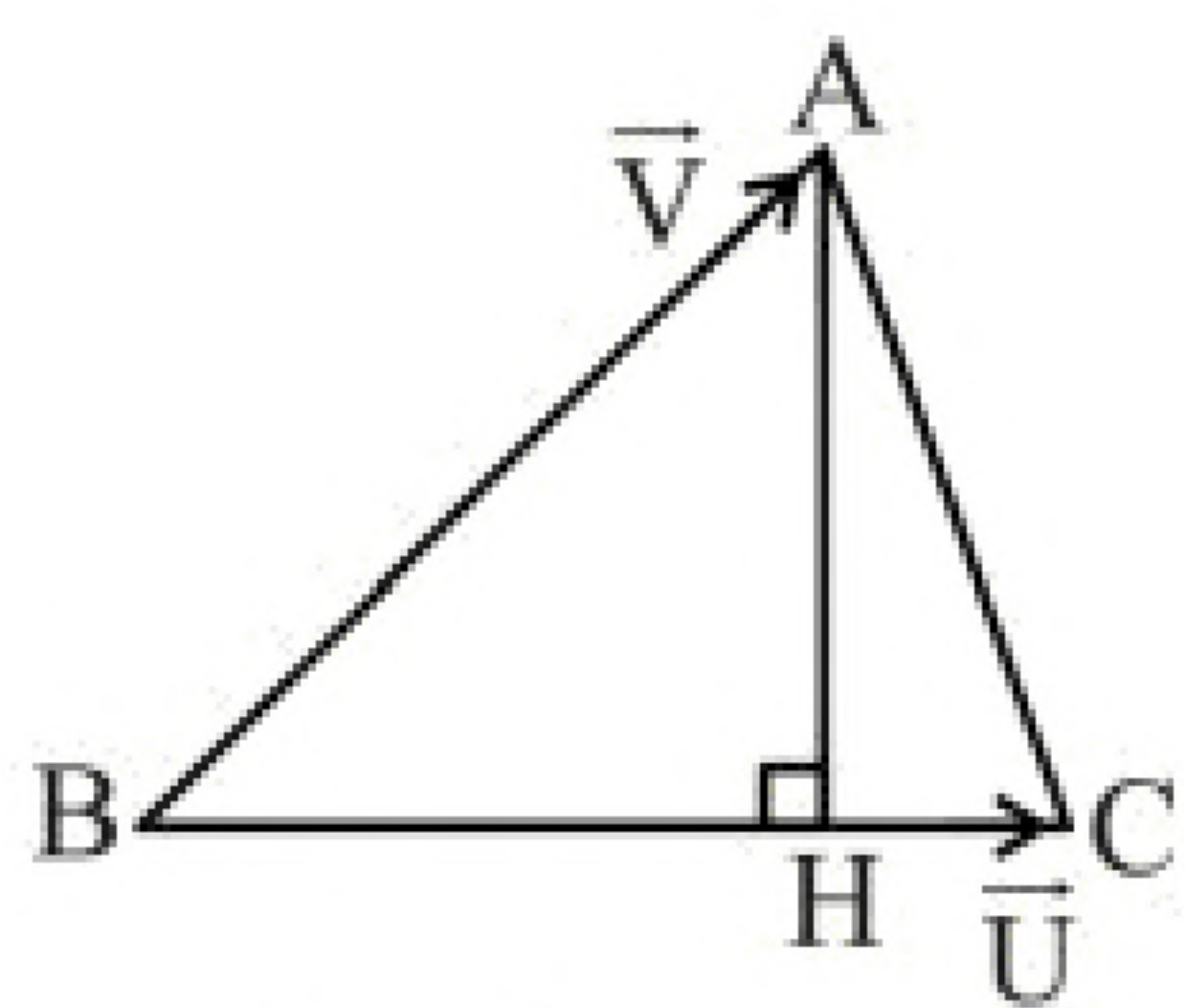
$$\vec{BA} \cdot \vec{AC} = \vec{BA} \cdot (\vec{AB} + \vec{BC}) = -|\vec{BA}|^2 + |\vec{BA}| |\vec{BC}| \cos \hat{B}$$

$$= -25 + 5 \times 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -25 - 25 = -50$$





۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{U} \times \vec{V}| = \frac{1}{2} |AH| |BC| \Rightarrow AH = \frac{|\vec{U} \times \vec{V}|}{|BC|}$$

$$\begin{cases} \vec{U} = \vec{BC} = C - B = (-2, 2, 1) \\ \vec{V} = \vec{BA} = A - B = (-1, 3, -2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{U} \times \vec{V} = (-7, -5, -4) \Rightarrow |\vec{U} \times \vec{V}| = \sqrt{49 + 25 + 16} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$\vec{BC} = (-2, 2, 1) \Rightarrow |BC| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3 \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{10}}{3} = \sqrt{10}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حجم متوازی السطوح برابر با ضرب مختلط سه بردار است:

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (-3, 10, m) \cdot (-10, 8, 11) = 0 \Rightarrow m = -10$$

مساحت متوازی الاضلاعی که توسط دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{c}$  تولید می شود برابر است با:

$$\vec{c} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 4 & -2 \\ -3 & 10 & -10 \end{vmatrix} = -20\vec{i} + 16\vec{j} + 22\vec{k}$$

$$S = |\vec{c} \times \vec{a}| = \sqrt{20^2 + 16^2 + 22^2} = \sqrt{2^2(100 + 64 + 121)} = 2\sqrt{285}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ضرب خارجی هر دو بردار بر هر ترکیب خطی از دو بردار عمود است. پس:

$$(\vec{a} \times 3\sqrt{2}\vec{b}) \perp (3\vec{a} - 2\sqrt{2}\vec{b}) \Rightarrow (\vec{a} \times 3\sqrt{2}\vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\sqrt{2}\vec{b}) = 0$$

پس همواره ضرب داخلی این دو بردار صفر است پس M هر عدد حقیقی می تواند باشد.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقطه به صورت  $(-, +, -)$  در ناحیه ۶ از  $R^3$  قرار دارد:

$$R^3 \text{ از } 6 \text{ ناحیه} \Rightarrow \begin{cases} x < 0 \Rightarrow K^2 - 4 < 0 \Rightarrow K^2 < 4 \Rightarrow -2 < K < 2 \\ y > 0 \Rightarrow K + 1 > 0 \Rightarrow K > -1 \\ z < 0 \Rightarrow (z = -7) \end{cases} \Rightarrow -1 < K < 2$$

در این بازه به ازای  $K = 0$  و  $K = 1$  فقط ۲ نقطه به صورت  $M_1(-4, 1, -7)$  و  $M_2(-3, 2, -7)$  در ناحیه ۶

از  $R^3$  وجود دارد.





۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بین طول ضرب خارجی دو بردار و ضرب داخلی آن دو بردار رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + 900 = 9 \times 676$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}|^2 = 5184 \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = 72$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}| = \frac{1}{2} \times 72 = 36$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از نامساوی کوشی و شوارتز می‌نویسیم:

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{a}(2x + 3y, z) \\ \vec{b}(2, 2, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow |4x + 6y - z| \leq \sqrt{4x^2 + 9y^2 + z^2} \times \sqrt{4 + 4 + 1}$$

$$\Rightarrow |4x + 6y - z| \leq \sqrt{64} \times \sqrt{9} \Rightarrow |4x + 6y - z| \leq 24$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بردارهای  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{a} - \vec{b}$  قطرهای متوازی‌الاضلاع هستند که بر روی دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  ساخته می‌شود. چون  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  بنابراین این متوازی‌الاضلاع یک مستطیل است یعنی بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمودند:

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow 2m - 2 - m = 0 \Rightarrow m = 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{a} = (1, 2, -2) \\ \vec{b} = (4, -1, 1) \\ \vec{c} = (2, 4, 8) \end{array} \right.$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = (-12, -30, 18)$$

$$V = |\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -2) \cdot (-12, -30, 18)| = |-12 - 60 - 36| = 108$$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$R^3 \text{ در دستگاه مختصات فضایی } \left\{ \begin{array}{l} \text{ناحیه سوم: } x < 0, y < 0, z > 0 \\ \text{ناحیه ششم: } x < 0, y > 0, z < 0 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} 2K - 19 < 0 \\ 7 - 4K < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{4} < K < \frac{19}{2}$$

K مقادیر صحیح: ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹

K مجموع مقادیر صحیح = ۴۴





«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$S_{\square} = |(\vec{5a} - \vec{2b}) \times (\vec{3a} + \vec{b})| = |\underbrace{\vec{15a} \times \vec{a}}_{\vec{0}} + \vec{5a} \times \vec{b} - \vec{6b} \times \vec{a} - \underbrace{\vec{2b} \times \vec{b}}_{\vec{0}}|$$

$$S_{\square} = 11 |\vec{a} \times \vec{b}| = 11 \times |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \sin 60^\circ = 11 \times 3 \times 2 \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 99$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط آن که سه بردار در یک صفحه باشند آن است که حجم متوازی السطوح تولید شده

$$V = |\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})| = 0, \quad \vec{a} \times \vec{b} = (-13, 2, 5)$$

$$\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0 \Rightarrow (k-2, 2-k, k) \cdot (-13, 2, 5) = 0 \Rightarrow -13(k-2) + 2(2-k) + 5k = 0 \Rightarrow k = 3$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. این دو خط بر صفحه XOY هم‌زمان عمودند پس با هم موازیند. کافی است فاصله‌ی تصویر این دو خط را بر این صفحه A(2, 7, 0) و B(-1, 3, 0) در نظر بگیریم:

$$AB = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (7 - 3)^2 + (0 - 0)^2} = 5$$

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A(a, b, c) \begin{cases} \xrightarrow{\text{تصویر بر صفحه } XOY} A'(a, b, 0) = A'(4, b, 0) \Rightarrow a = 4 \\ \xrightarrow{\text{تصویر بر محور } Z \text{ ها}} A''(0, 0, c) = A''(0, 1-b, -1) \end{cases} \begin{cases} c = -1 \\ 1-b = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\therefore A(4, 1, -1) \Rightarrow |OA| = \sqrt{4^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

↓  
A در ناحیه پنجم فضای  $R^3$  است

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانید که بردار تصویر قائم  $\vec{u}$  روی امتداد بردار  $\vec{a}$  به صورت زیر است:

$$\vec{u}' = \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}}{|\vec{a}|^2} \vec{a}$$

$$\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} = (2, 2, 4) + (2, 0, -4) = (4, 2, 0)$$

$$\vec{u}' = \frac{(4, 2, 0) \cdot (1, 1, 2)}{|(1, 1, 2)|^2} (1, 1, 2) = (1, 1, 2)$$





۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\vec{u} = \vec{i} + \vec{k} = (1, 0, 1), \quad \vec{v} = \vec{i} + \vec{j} = (1, 1, 0), \quad \vec{w} = \vec{j} + \vec{k} = (0, 1, 1)$$

$$u \cdot (v \times w) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |2| = 2$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} |u \times v| = \frac{1}{2} |u| |v| \sin \theta = 20 \Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{5} \quad (\theta \text{ حاده است})$$

$$|u - v|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2u \cdot v = 25 + 64 - 2(8)(5) \cos \theta \Rightarrow |u - v|^2 = 25 \Rightarrow |u - v| = 5$$

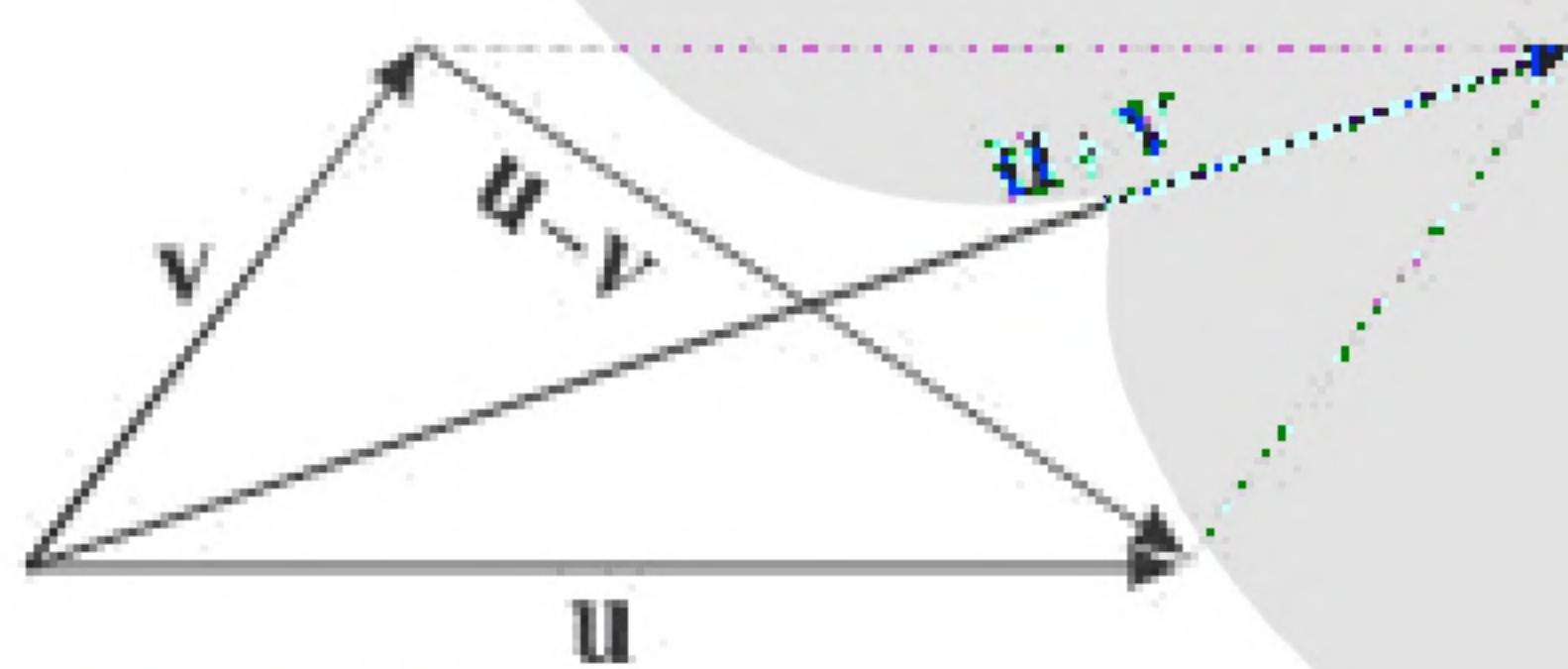
۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شرط هم صفحه بودن سه بردار این است که حجم متوازی السطوح ساخته شده توسط سه بردار صفر شود.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 5 \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{\text{دستور ساروس}} \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 5 & 1 & k \end{vmatrix}$$

$$(5 - 1 - 2k) - (2 + k + 5) = 0 \Rightarrow (4 - 2k) - (7 + k) = 0 \Rightarrow -3k = 3 \Rightarrow k = -1$$

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $u$  و  $v$  دو بردار دلخواه باشند آن گاه:



$$|u + v|^2 + |u - v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2)$$

$$\xrightarrow{|u - v| = x} 12^2 + x^2 = 2(6^2 + 8^2) \Rightarrow x^2 = 200 - 144 = 56 \Rightarrow x = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$v_1 \times v_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix} = (7, 5, 1)$$

بدانید که زاویه با محوری بزرگتر است که مولفه ی کمتری داشته باشد، بنابراین زاویه با محور  $z$  ها بیشتر است.





۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $\theta$  را زاویه بین دو بردار  $u$  و  $v$  بنامیم.

$$\frac{1}{2} |u \times v| = \frac{1}{2} |u| |v| \sin \theta = 3 \sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

اگر  $\vec{a} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$  آن گاه:

$$|a|^2 = 4|u|^2 + 9|v|^2 - 12\vec{u} \cdot \vec{v} = 36 + 36 - 36 \Rightarrow |a| = 6$$

اگر  $\alpha$  زاویه بین  $\vec{a}$  و  $\vec{u}$  باشد داریم:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{a}}{|\vec{u}| |\vec{a}|} = \frac{\vec{u} \cdot (2\vec{u} - 3\vec{v})}{3|a|} = \frac{18 - 9}{3 \times 6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{2} |u \times v| = 5 \Rightarrow |u \times v| = 10$$

از طرفی با توجه به اتحاد  $(u \cdot v)^2 + |u \times v|^2 = |u|^2 |v|^2$  داریم:

$$(u \times v)^2 = 144 - 100 = 44$$

$$\Rightarrow \text{طول تصویر} = \frac{|u \cdot v|}{|u|} = \frac{\sqrt{44}}{4} = \frac{\sqrt{11}}{2}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|u| = 1, \quad |v| = 2$$

$$|u + 2v| = 5 \xrightarrow{\text{توان ۲}} |u|^2 + 4|v|^2 + 4u \cdot v = 25$$

$$\Rightarrow 1 + 4(2)^2 + 4u \cdot v = 25 \Rightarrow 4u \cdot v = 8$$

$$|2u + v|^2 = 4|u|^2 + |v|^2 + 4u \cdot v = 4(1)^2 + 2^2 + (8)$$

$$|2u + v|^2 = 16 \Rightarrow |2u + v| = 4$$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانید که:

$$|a + b|^2 = |a|^2 + |b|^2 + 2a \cdot b$$

$$|a - b|^2 = |a|^2 + |b|^2 - 2a \cdot b$$

$$|a + b|^2 - |a - b|^2 = 4a \cdot b$$

بنابراین داریم:

$$5^2 - 3^2 = 4\vec{a} \cdot \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{16}{4} = 4$$





۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. همه صفحه‌های عمود بر  $Z$  ها به صورت  $Z = Z_0$  است.

$$mx + z = x + 2 \xrightarrow{\text{عمود بر } Z \text{ ها}} m = 1 \Rightarrow z = 2$$

همه صفحه‌های عمود بر محور  $X$  ها به صورت  $X = X_0$  است.

$$(n + 2)y + 4x = 3y - 8 \xrightarrow{\text{عمود بر } X \text{ ها}} n + 2 = 3 \Rightarrow n = 1$$

$$\begin{cases} z = m \\ z = -n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = |1 - (-1)| = 2$$

۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقاط  $A$  و  $C$  دارای طول و ارتفاع یکسان هستند پس  $t = 2$  و  $k = 4$  است. نقاط  $B$  و  $C$  طول و عرض یکسان دارند پس  $m = 4$  و  $n = -6$  است. ضمناً چون نقطه‌ی  $B$  روی صفحه‌ی  $xoy$  قرار دارد پس  $p = 0$ .

$$A(4, 0, 2), B(4, -6, 0), B'(4, 6, 0)$$

$$B'A \text{ وسط } M = (4, 3, 1) \Rightarrow x_M \times y_M \times z_M = 12$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. باید عرض نقاط  $A$  و  $B$  برابر ۲ باشد:

$$\begin{cases} m - 1 = 2 \Rightarrow m = 3 \\ 2m - 4n = 2 \Rightarrow 6 - 4n = 2 \Rightarrow n = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} A(1, 2, -1) \\ B(1, 2, 1) \end{cases} \Rightarrow |AB| = \sqrt{0 + 0 + 4} = 2$$

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(a, b, c)$  از صفحه‌ی  $YOZ$  برابر  $|a|$  است.

$$|k + 1| = 6 \Rightarrow \begin{cases} k + 1 = 6 \Rightarrow k = 5 \Rightarrow A(6, 9, 8) \\ k + 1 = -6 \Rightarrow k = -7 \Rightarrow A(-6, -15, -4) \end{cases}$$

اگر  $k = 5$  باشد نقطه‌ی  $A$  در ناحیه‌ی اول یا اگر  $k = -7$  باشد نقطه‌ی  $A$  در ناحیه‌ی هفتم قرار می‌گیرد.

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x + xy^4 = 0 \Rightarrow x(1 + y^4) = 0 \xrightarrow{1 + y^4 > 0} x = 0$$

معادله‌ی  $x = 0$  صفحه‌ی  $YOZ$  را نمایش می‌دهد.

۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مختصات رأس  $D$  را حساب می‌کنیم:

$$A + C = B + D \Rightarrow D = (m + 2, 6, m - 1) - (-1, 2m - 1, 4) \\ \Rightarrow D = (m + 3, 7 - 2m, m - 5)$$

در ناحیه‌ی چهارم طول و ارتفاع نقاط مثبت و عرض آن‌ها منفی است.

$$\begin{cases} m + 3 > 0 \Rightarrow m > -3 \\ 7 - 2m < 0 \Rightarrow m > \frac{7}{2} \\ m - 5 > 0 \Rightarrow m > 5 \end{cases}$$

اشتراک این نامساوی‌ها  $m > 5$  است.



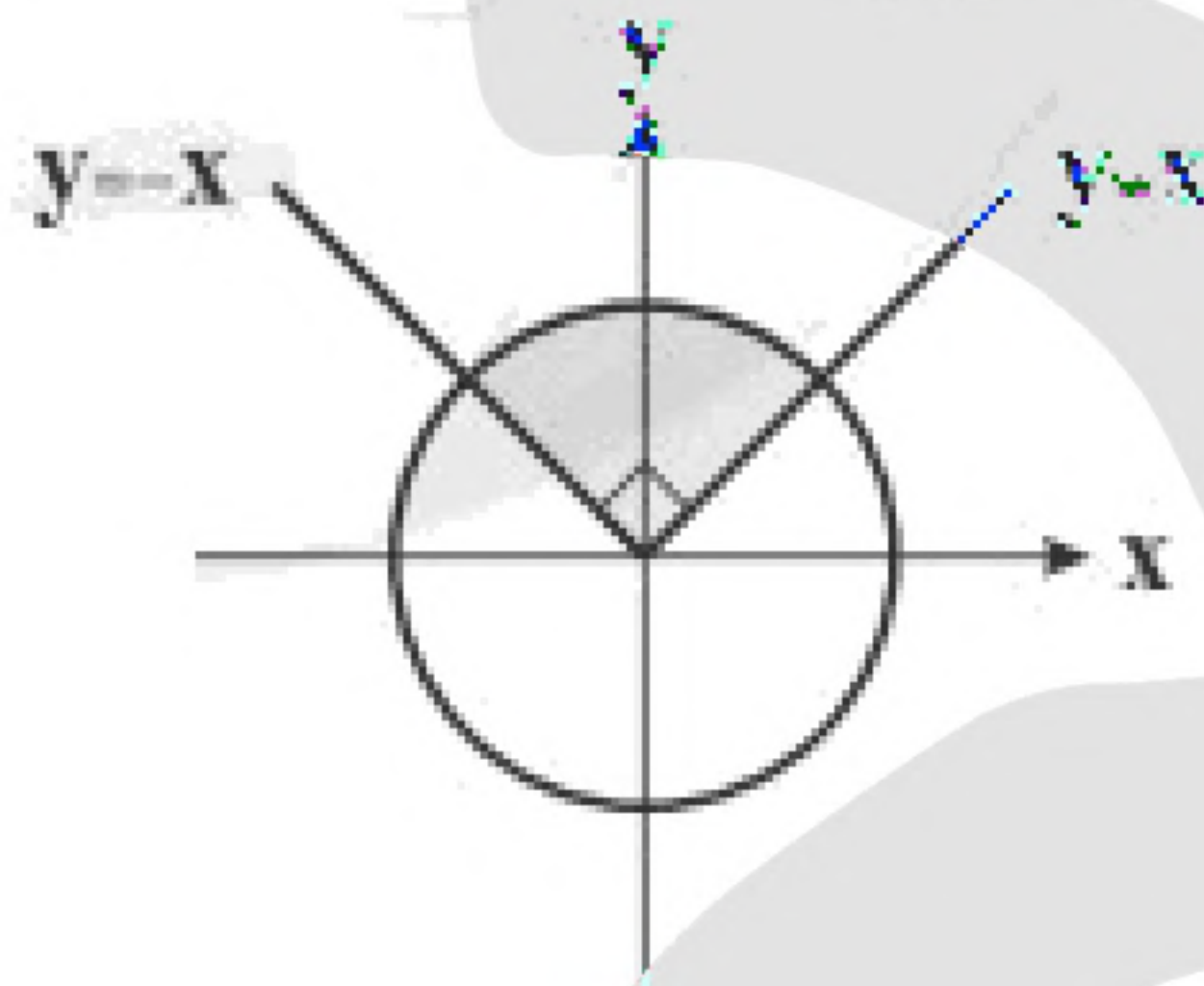


۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$B(1, 0, 6), C(1, 0, 0)$$

$$BC \text{ وسط: } M(1, 0, 3) \Rightarrow |OM| = \sqrt{1 + 0 + 9} = \sqrt{10}$$

۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ناحیه‌ی مربوط به  $x^2 + y^2 \leq 4$  نقاط داخل و روی دایره  $x^2 + y^2 = 4$  است.



سطح ایجاد شده یک چهارم دایره ای به شعاع ۲ است.

$$S = \frac{1}{4} \times \pi \times 2^2 = \pi$$