گنجینه سوال رایـگان

+پاسخ تشریحی

یاوران دانش

راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

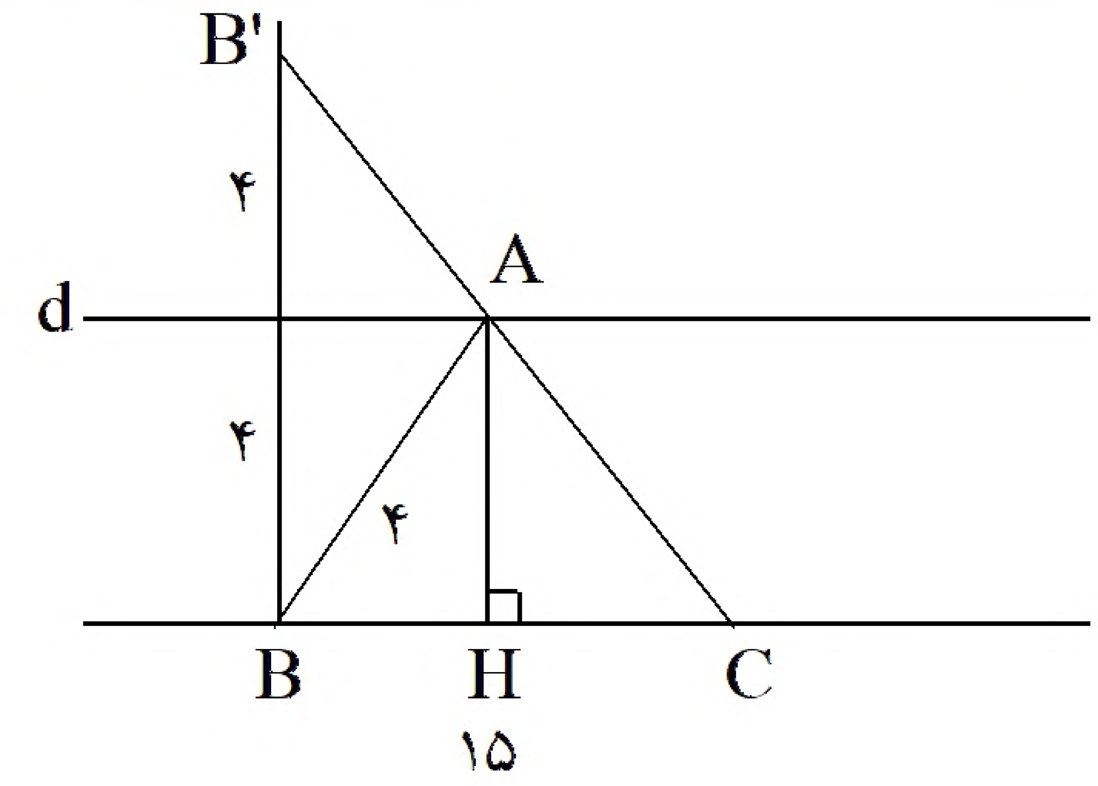
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

پاسخ کلیدی سوالات تستی (سراسری)

هندسه ۱۱ - فصل ۲

	۱	۲	۳	۴
۱ -	□	■	□	□
۲ -	■	□	□	□
۳ -	■	□	□	□
۴ -	□	■	□	□
۵ -	■	□	□	□
۶ -	□	□	■	□
۷ -	■	□	□	□
۸ -	■	□	□	□
۹ -	□	■	□	□
۱۰ -	□	□	■	□
۱۱ -	□	□	□	■



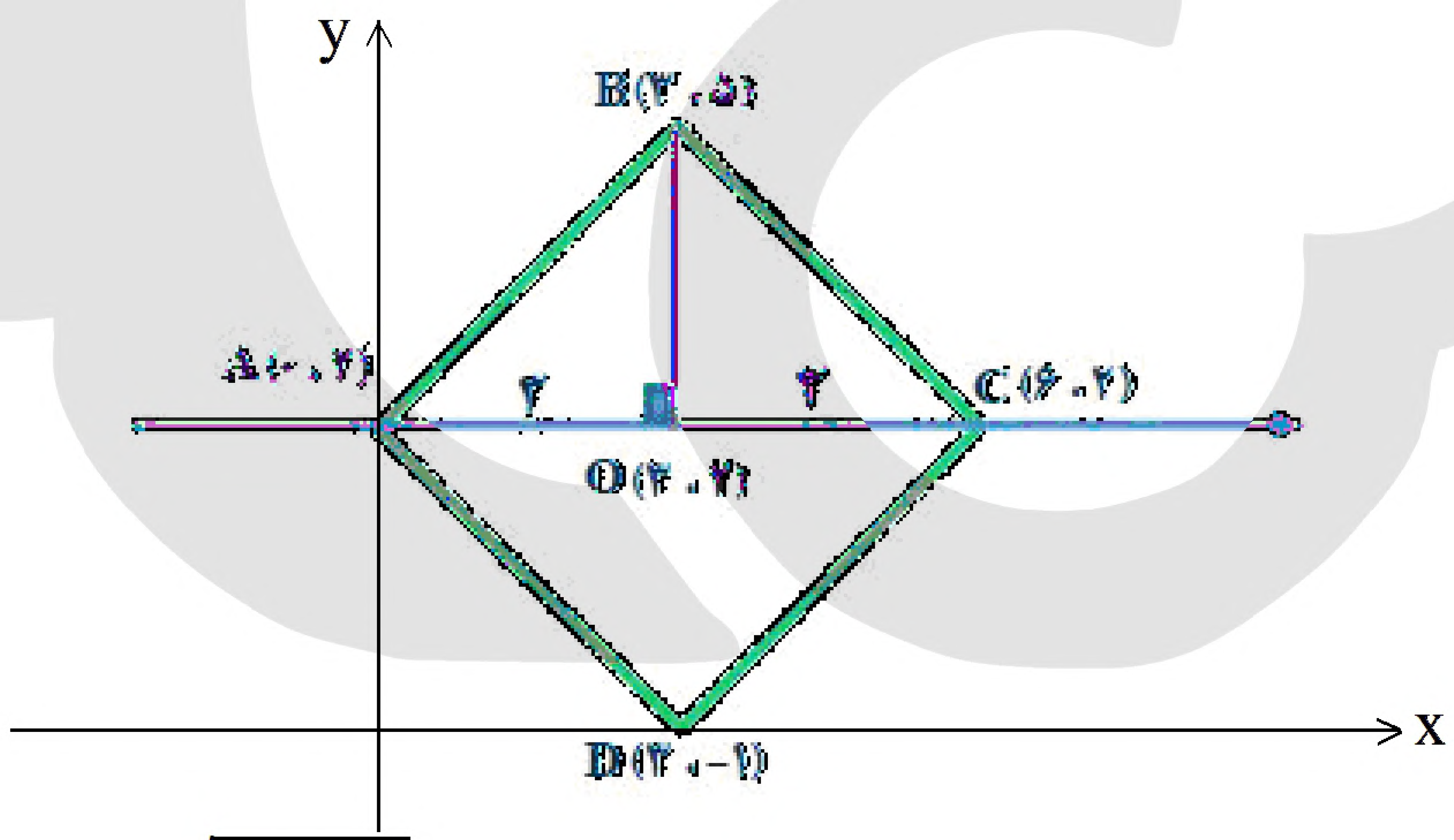
۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مثلث‌های با مساحت ۳۰ و ضلع مشترک ۱۵ واحد دارای ارتفاع برابر $h=\frac{۲\times ۳۰}{۱۵}=۴$ هستند. اگر مثلث ABC موردنظر باشد و $BC=۱۵$، آنگاه رأس A روی خط d موازی BC به فاصلهٔ $h=۴$ قرار دارد. برای پیدا کردن رأس A روی خط d به طوری که محیط ABC مینیمم باشد از مسئله هرون استفاده کرده بازتاب B را نسبت به d نقطهٔ B' نامیده از B' به C وصل می‌کنیم تا خط d را در A قطع کند در این صورت $AB+AC$ مینیمم است. در این صورت چون $AH \parallel BB'$ طبق قضیهٔ تالس $\frac{CH}{BC}=\frac{AH}{BB'}=\frac{۱}{۲}$ پس AH میانه است بنابراین مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

$$A\overset{\triangle}{H}C: AC^۲=AH^۲+CH^۲ \Rightarrow AC^۲=۴^۲+\left(\frac{۱۵}{۲}\right)^۲=۱۶+\frac{۲۲۵}{۴}=\frac{۲۸۹}{۴}\Rightarrow AC=\frac{۱۷}{۲}$$

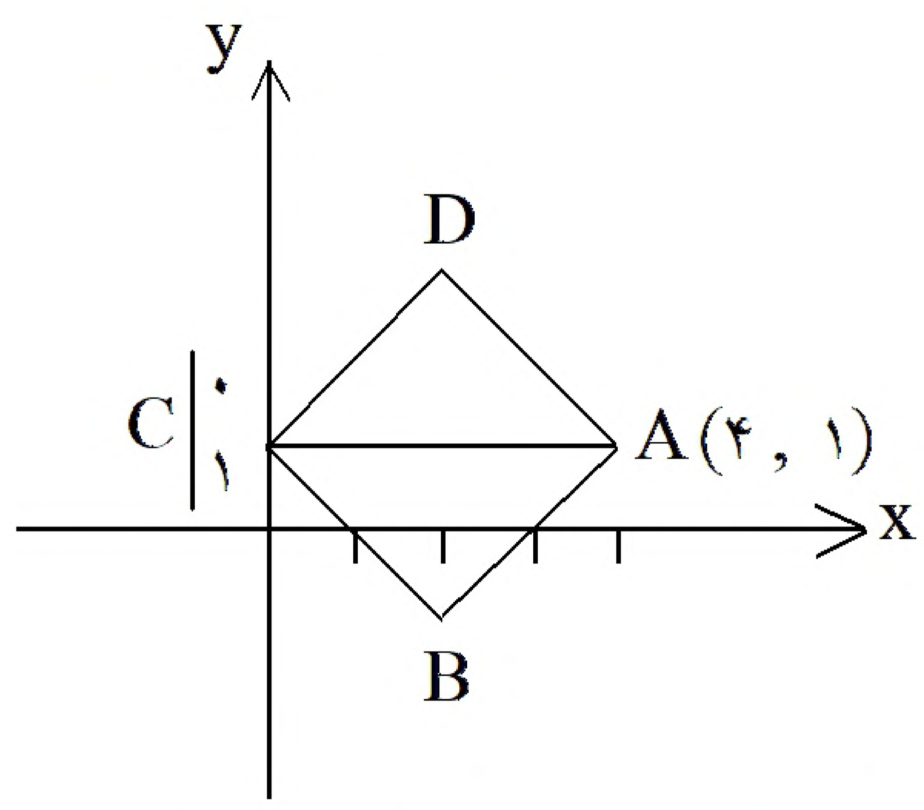
بنابراین:

$$A\overset{\triangle}{B}C \text{ مینیمم محیط } = AB+AC+BC=\frac{۱۷}{۲}+\frac{۱۷}{۲}+۱۵=۱۷+۱۵=۳۲$$

۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه A نسبت به محور yها بر خودش منطبق شده است، پس A روی محور yها است. چون قطرهای مربع عمودمنصف یکدیگر و با هم مساویند. پس مختصات سایر رأس‌های مربع به صورت شکل زیر است.



$$\text{فاصله B تا مبدأ مختصات} = \sqrt{۳^۲+۵^۲}=\sqrt{۳۴}$$



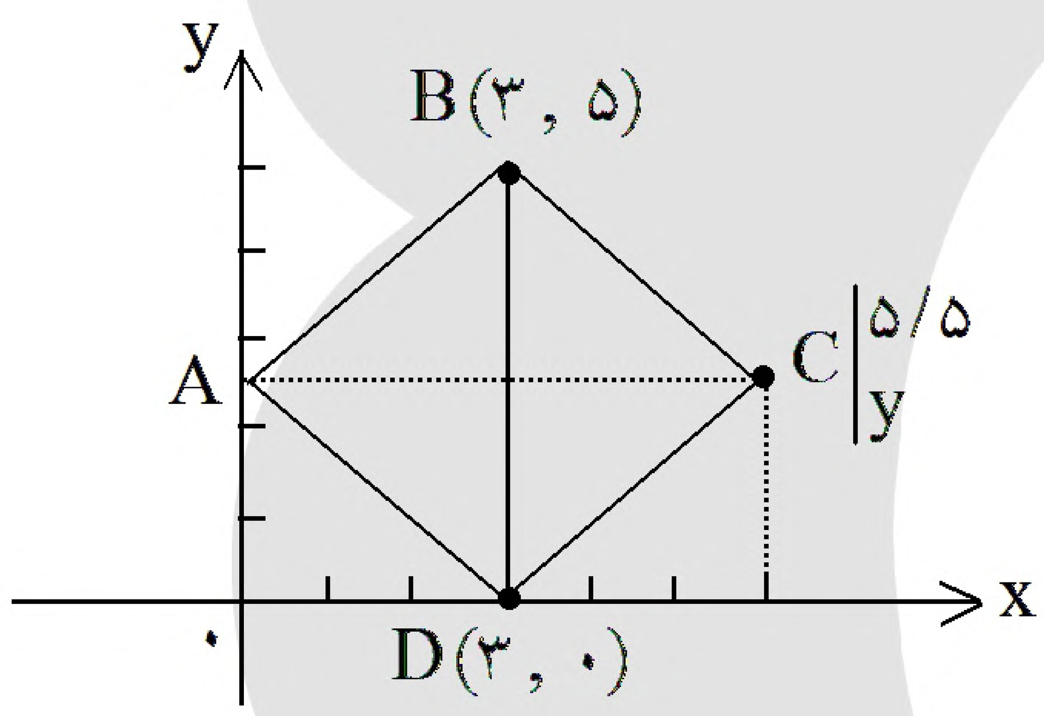
۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون بازتاب نقطهٔ C نسبت به محور yها بر خودش منطبق است پس نقطهٔ C روی محور yها قرار دارد پس مختصات C به صورت (۰ , ۱) است. در ضمن عرض نقطهٔ D برابر ۳ است. فرض کنیم $D(x , ۳)$ چون قطرهای مربع عمودمنصف یکدیگرند پس رأس $B(x , y)$ بازتاب D نسبت به قطر AC است و چون قطرهای مربع منصف یکدیگرند. پس:

$$A + C = B + D \Rightarrow (۴ , ۱) + (۰ , ۱) = (x , ۳) + (x , y)$$

$$A+C = B+D \Rightarrow (۴ , ۱) + (۰ , ۱) = (x , ۳) + (x , y) \Rightarrow \begin{cases} ۴ = ۲x \Rightarrow x = ۲ \\ ۲ = ۳ + y \Rightarrow y = -۱ \end{cases} \Rightarrow B(۲ , -۱)$$

بنابراین:

$$OB = \sqrt{۴ + ۱} = \sqrt{۵}$$



۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه‌ی D نسبت به محور xها بر خودش منطبق است پس نقطه‌ی D روی محور xها قرار دارد پس: $D = (۳ , ۰)$.

مسلماً بازتاب نقطه‌ی C نسبت به قطر BD نقطه‌ی A است زیرا قطرهای مربع عمود منصف یکدیگرند. فرض کنیم $C = (۵/۵ , y)$ و $A = (x , y)$ در این صورت چون قطرهای مربع منصف یکدیگرند بنابراین:

$$A + C = B + D \Rightarrow (x , y) + (۵/۵ , y) = (۳ , ۵) + (۳ , ۰) = (x + ۵/۵ , ۲y) = (۶/۵)$$

پس:

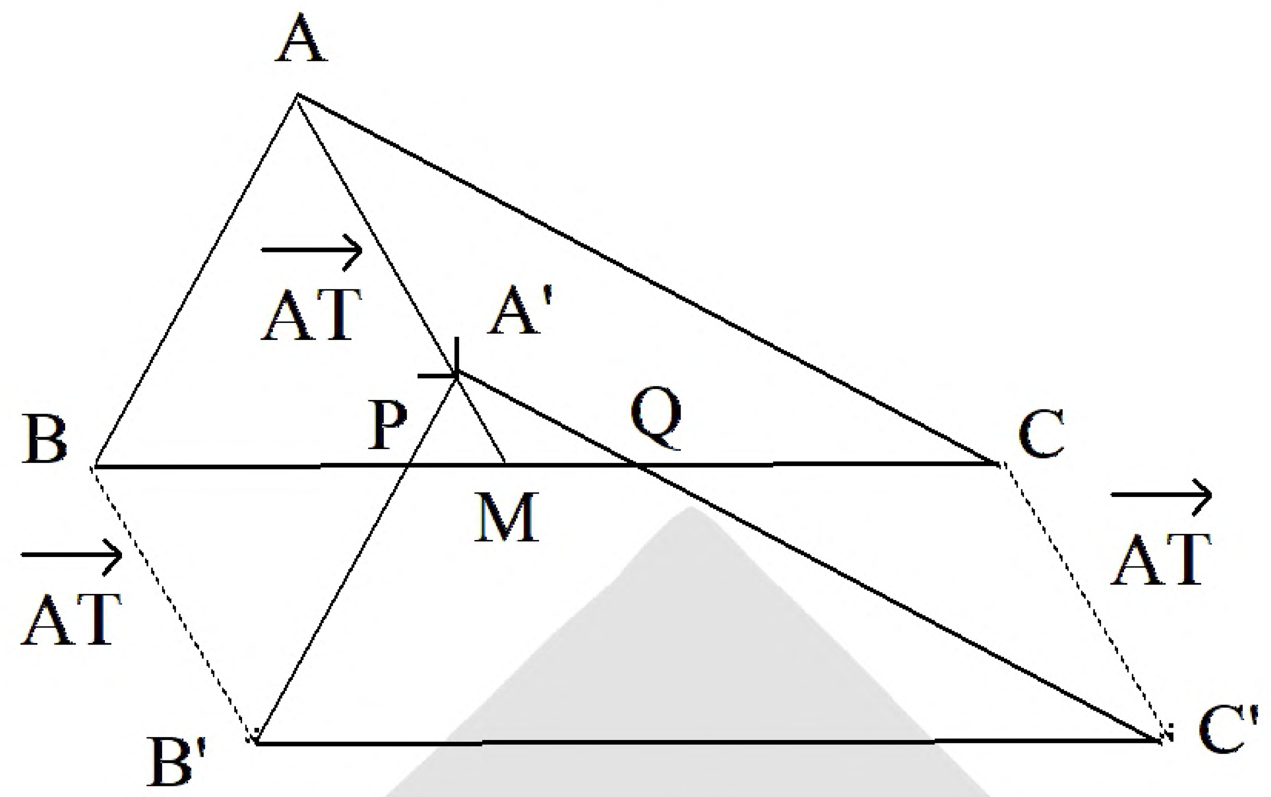
$$\begin{cases} x + ۵/۵ = ۶ \Rightarrow x = ۰/۵ \\ ۲y = ۵ \Rightarrow y = ۲/۵ \end{cases} \Rightarrow A(۰/۵ , ۲/۵)$$

بنابراین:

$$OA = \sqrt{۰/۵^۲ + ۲/۵^۲} = \sqrt{\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ + \left(\frac{۵}{۲}\right)^۲} = \sqrt{\frac{۱}{۴} + \frac{۲۵}{۴}} = \sqrt{\frac{۲۶}{۴}} = \sqrt{۶/۵}$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنید مثلث A'B'C' تصویر مثلث ABC تحت انتقال با بردار $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AT}$ باشد.

بنابر فرض سوال مساحت مثلث A'PQ مساوی $\frac{۱}{۱۶}$ مساحت مثلث ABC است داریم.



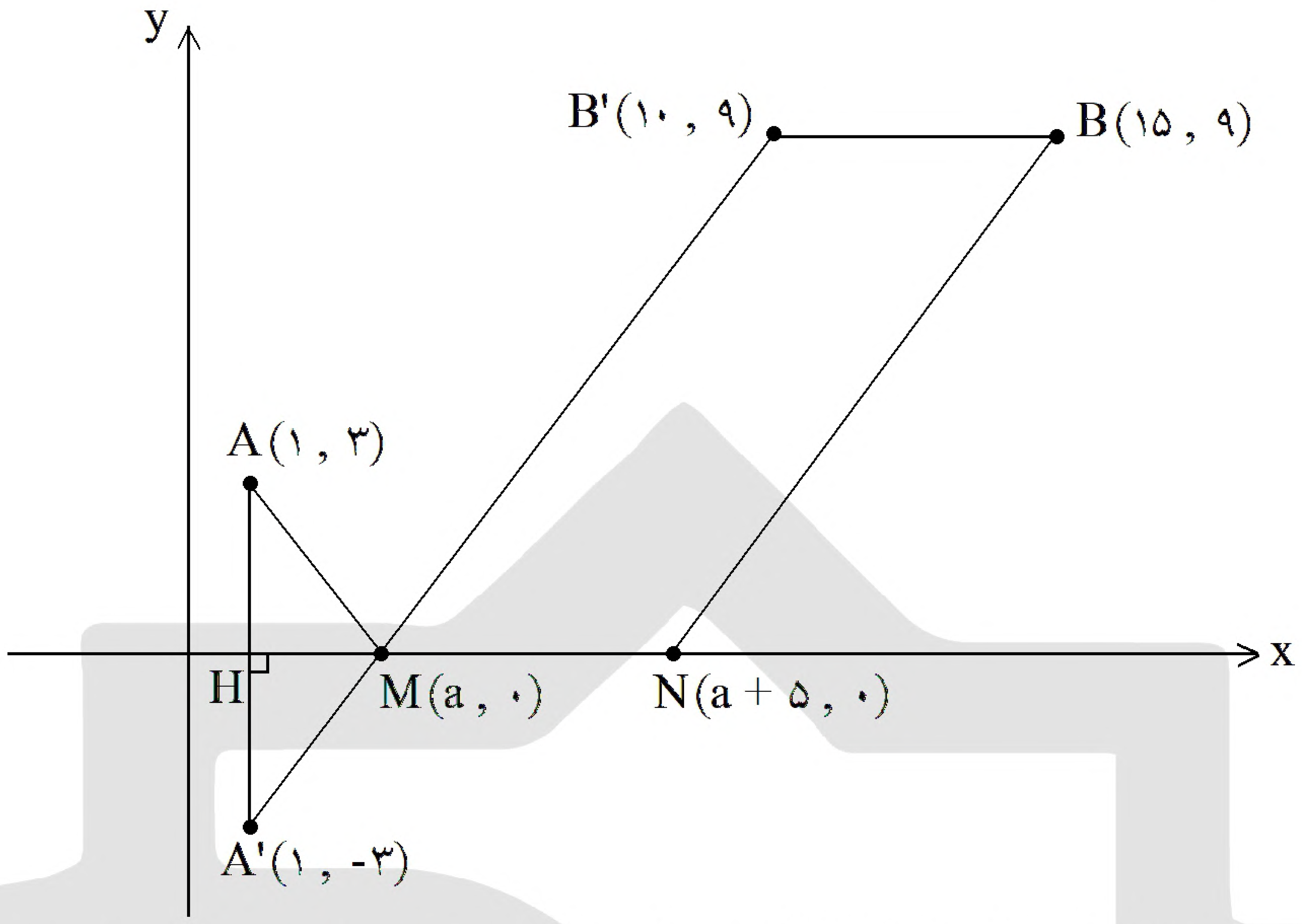
$$A'\overset{\triangle}{P}Q \sim A\overset{\triangle}{B}C \Rightarrow \frac{S_{A'PQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'M}{AM}\right)^{۲} \xrightarrow{\frac{S_{A'PQ}}{S_{ABC}} = \frac{۱}{۱۶}} \frac{A'M}{AM} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}}$$

$$\frac{AA'}{AM} = \frac{۳}{۴} \xrightarrow{AM = \frac{BC}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴} \frac{AA'}{۴} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow AA' = ۳$$

پس اندازه بردار $\overrightarrow{AT}$ برابر ۳ است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



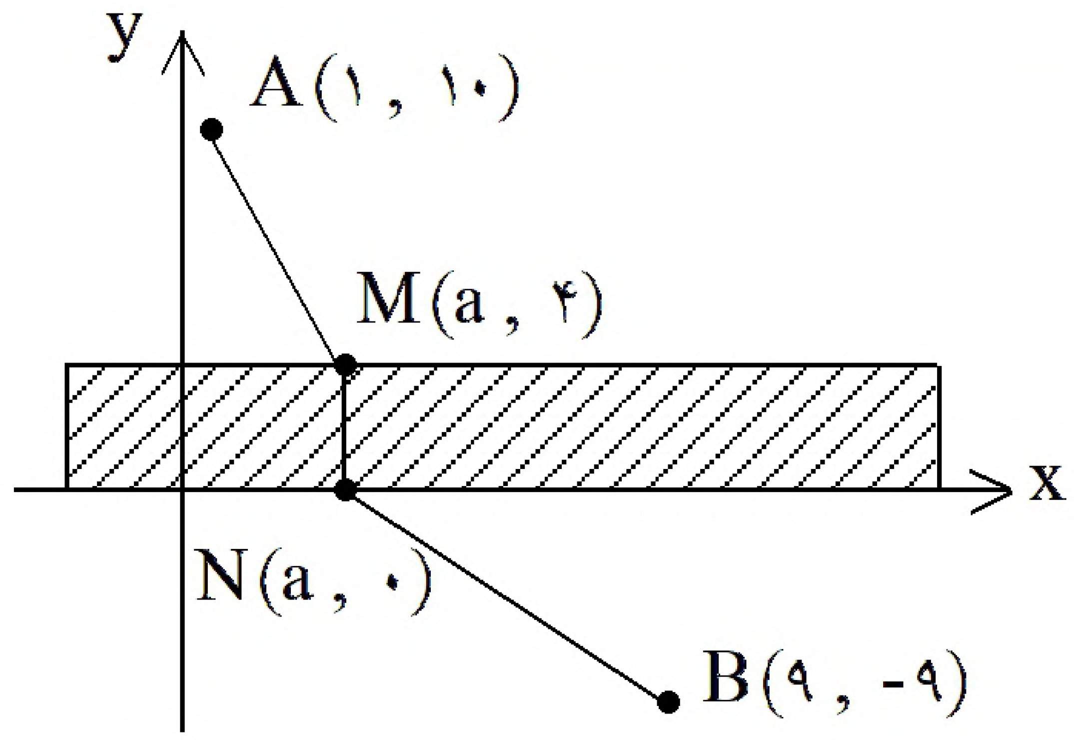
با توجه به شکل و موقعیت نقاط A , B , M , N این سؤال همان مسئله جاده‌ی ساحلی است که می‌خواهیم از A به B برویم به طوری که $MN = ۵$ قسمتی از مسیر در ساحل رودخانه باشد.

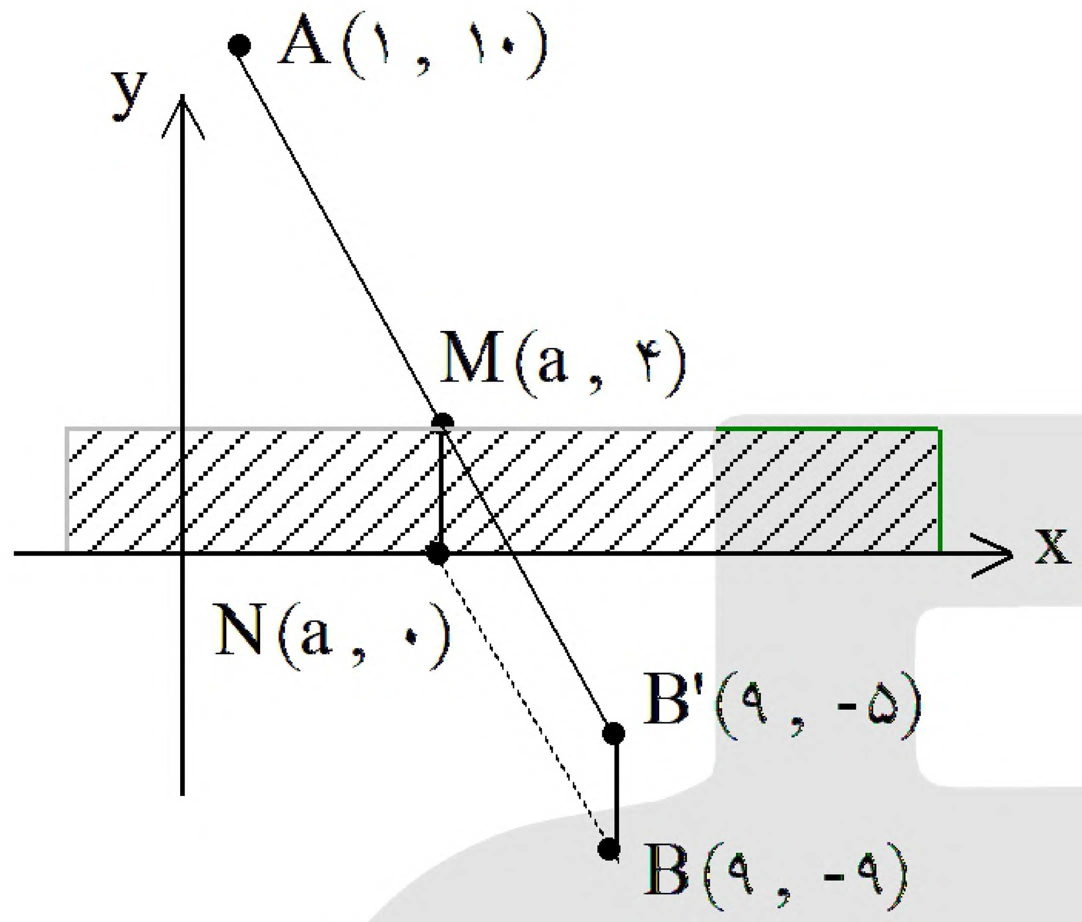
برای تعیین مسیر مینیمم ابتدا B را به اندازه‌ی ۵ واحد در راستای محور xها به طرف A منتقل می‌کنیم تا به B' برسیم و بازتاب A را نسبت به محور xها نقطه‌ی A' می‌نامیم. از A' به B' وصل می‌کنیم تا محور xها در M قطع شود آن‌گاه مسیر AMNB مسیر مینیمم است و طول آن برابر $A'B' + BB'$ است.

$$\begin{matrix} A'(۱ , -۳) \\ B'(۱۰ , ۹) \end{matrix} \Rightarrow A'B' = \sqrt{(۱۰ - ۱)^۲ + (۹ + ۳)^۲} = \sqrt{۸۱ + ۱۴۴} = \sqrt{۲۲۵} = ۱۵$$

$$\text{مسیر مینیمم} = A'B' + BB' = ۱۵ + ۵ = ۲۰$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پاره‌خط MN موازی محور yها است. پس طول مینیمم خط شکسته AMNB همان مسئله رودخانه است که می‌خواهیم پلی در مسیر آن حداث کنیم (شکل را ببینید)
در این صورت باید نقطه‌ی B را در راستای محور yها به اندازه‌ی ۴ واحد (طول MN) انتقال دهیم تا به B' برسیم و از B' به A وصل کرده تا M به دست آید. سپس عمود MN مسیر مینیمم AMNB را ایجاد می‌کند. طول این مسیر برابر AB' + MN یعنی AB' +۴ است.

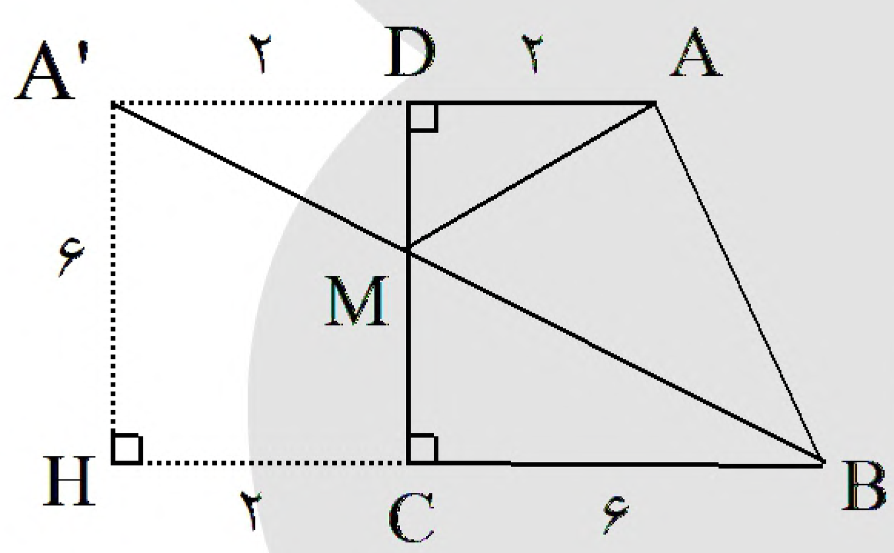




$$AB' = \sqrt{(۹-۱)^۲ + (۱۰+۵)^۲} = \sqrt{۶۴ + ۲۲۵}$$
$$= \sqrt{۲۸۹} = ۱۷$$

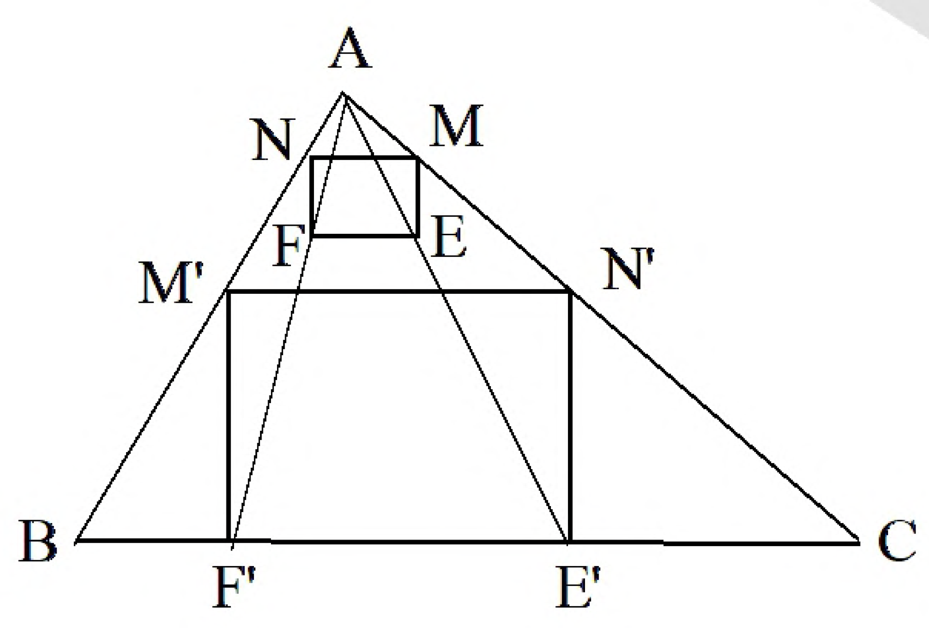
پس طول مسیر مینیمم مساوی ۲۱ = ۴ + ۱۷ است.

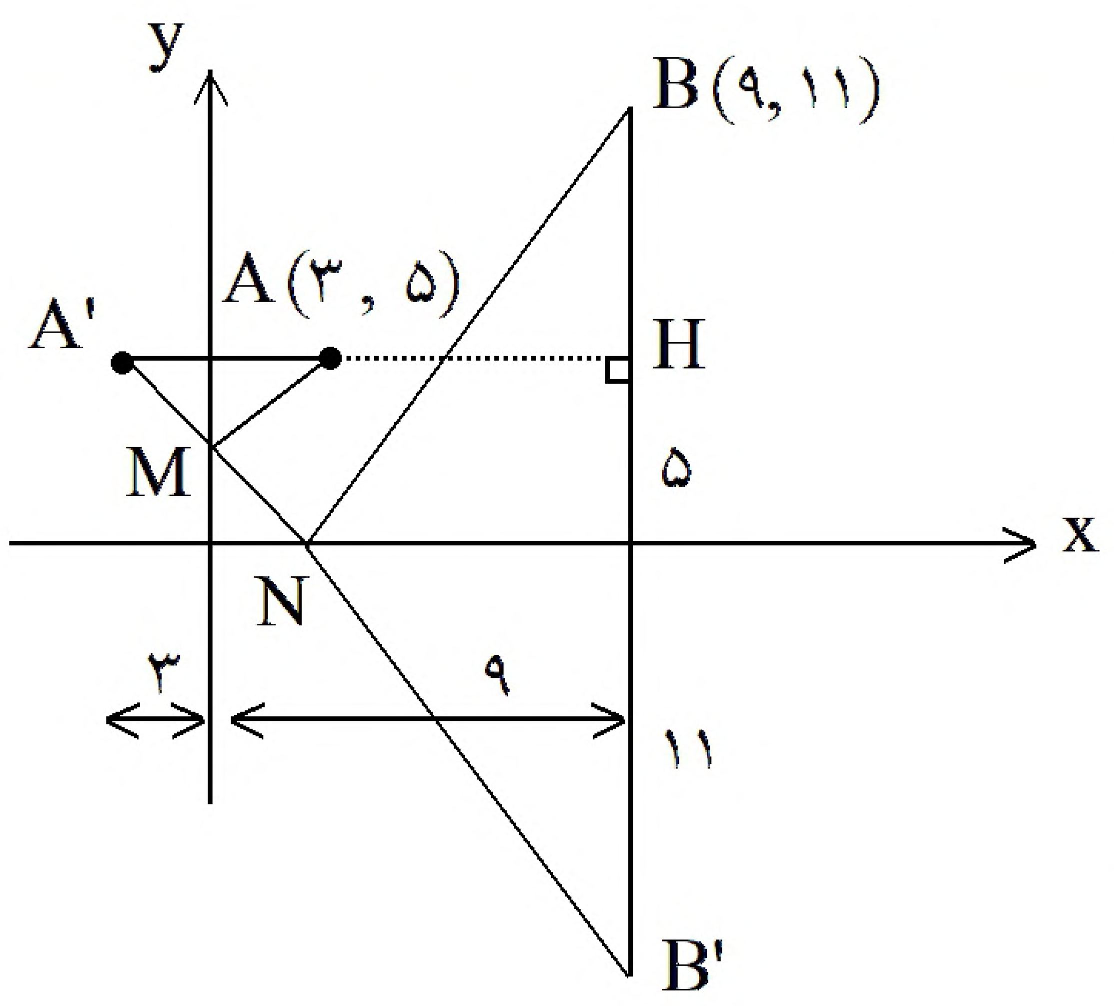
۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه‌ی A را نسبت به DC نقطه‌ی A' می‌نامیم، از A' به B وصل می‌کنیم تا DC را در نقطه‌ی M قطع کند. در این صورت AMB کوتاه‌ترین مسیر است یعنی مقدار MA + MB کم‌ترین است و چون بازتاب ایزومتری است MA + MB برابر A'B است. مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه‌ی A'HB می‌توان طول A'B را به دست آورد.



$$\overset{\triangle}{A'HB} : A'B^۲ = A'H^۲ + BH^۲ = ۸^۲ + ۶^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow A'B = ۱۰$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مربع دلخواه MNEF به طوری‌که MN موازی با BC باشد را مطابق شکل ترسیم می‌کنیم. از A به E و F وصل کرده امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در E' و F' قطع کند. در نقاط E' و F' عمودهایی بر BC رسم کرده تا اضلاع AC و AB را در نقاط N' و M' قطع کند در این صورت M'N'E'F' مجانس مربع MNEF به مرکز A است پس M'N'E'F' مربع مطلوب است.

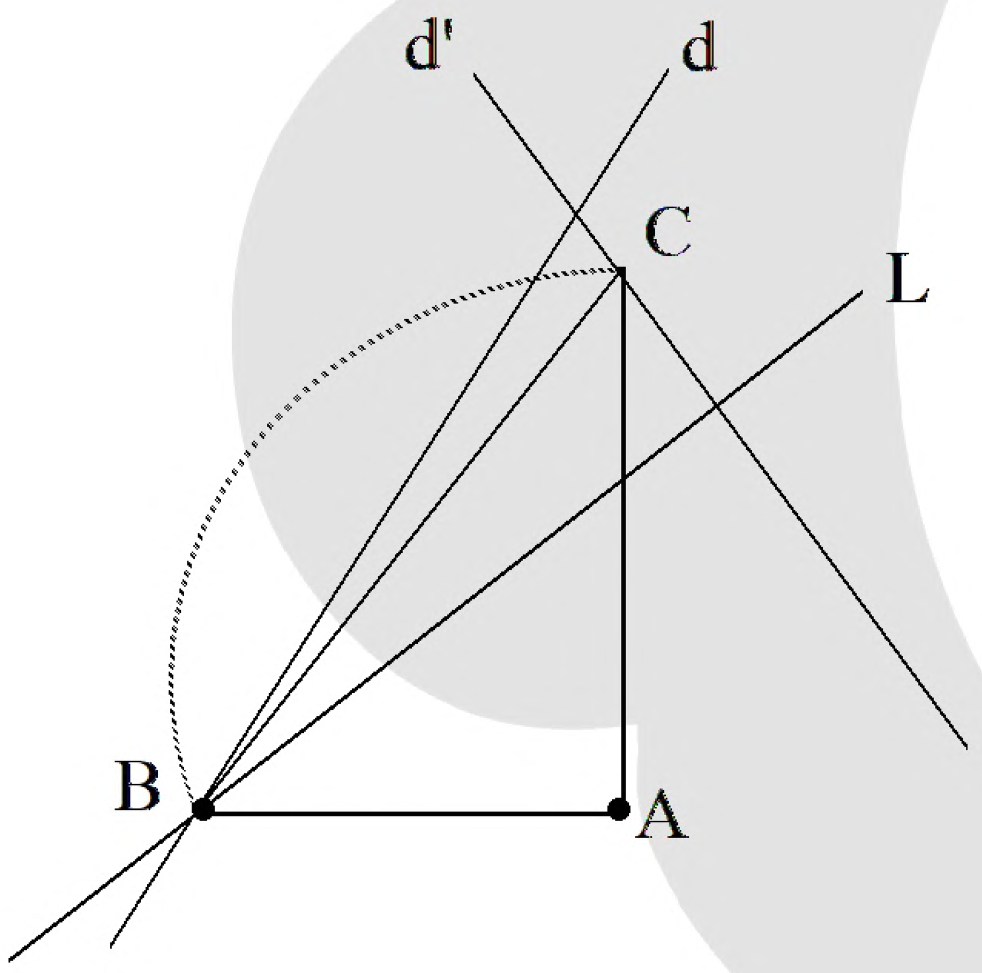




۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه‌ی A را نسبت به محور yها نقطه‌ی A' می‌نامیم و بازتاب نقطه‌ی B را نسبت به محور xها نقطه‌ی B' می‌نامیم از A' به B' وصل می‌کنیم تا محورهای مختصات را در M و N قطع کند در این صورت مسیر AMNB مینیمم است. چون بازتاب تبدیل ایزومتری است پس $AM = A'M$ و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $A'HB'$ طول پاره‌خط $A'H$ برابر $۱۲ = ۳ + ۹$ و طول پاره‌خط $B'H$ برابر $۱۶ = ۵ + ۱۱$ است. بنابراین:

$$A'B' = \sqrt{A'H^۲ + B'H^۲} = \sqrt{۱۲^۲ + ۱۶^۲}$$

$$= \sqrt{۱۴۴ + ۲۵۶} = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰$$



۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

خط d' را به مرکز A با زاویه‌ی °۶۰ دوران می‌دهیم تا خط d را در B قطع کند سپس نقطه‌ی B را به مرکز A با زاویه‌ی °۶۰- دوران می‌دهیم تا به نقطه‌ی C روی خط d' برسیم. در این صورت مثلث ABC مثلث موردنظر است.