گنجینه سوال رایـــگان

+پاسخ تشریحی

یاوران دانش

راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

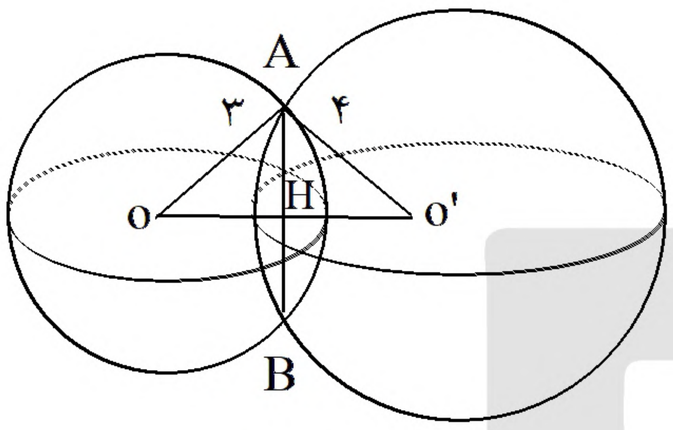
۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴

	۱	۲	۳	۴
۱ -	☐	☐	☐	■
۲ -	☐	☐	☐	■
۳ -	☐	☐	☐	■
۴ -	■	☐	☐	☐
۵ -	☐	☐	☐	■
۶ -	☐	■	☐	☐
۷ -	☐	☐	☐	■

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو خط d و $L_۲$ قطعاً غیرموازی هستند، چون اگر $d \parallel L_۲$ باشد، آنگاه با توجه به موازی بودن $L_۱$ و $L_۲$، دو خط d و $L_۱$ نیز باید با هم موازی باشند (دو خط موازی با یک خط، با یکدیگر موازی‌اند) که این خلاف فرض سؤال است.

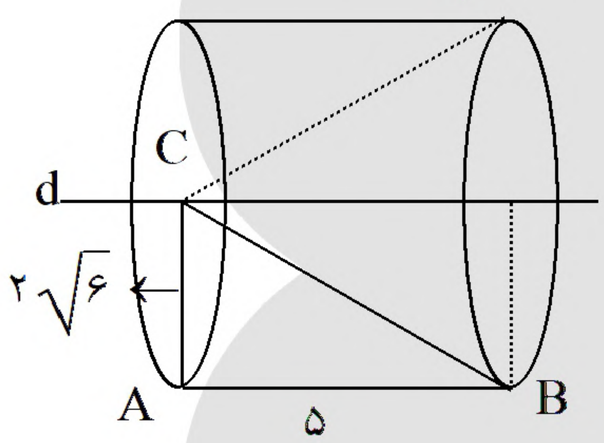
۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تلاقی دو کره یک دایره است. در شکل AH شعاع دایره‌ی موردنظر است. چون $OA = ۳$ و $O'A = ۴$ و $OO' = ۵$ پس مثلث OAO' قائم‌الزاویه است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی طولی در مثلث قائم‌الزاویه می‌نویسیم.



$$AH \times OO' = OA \times O'A \Rightarrow AH \times ۵ = ۳ \times ۴ \Rightarrow AH = \frac{۱۲}{۵}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi AH^۲ = \pi\left(\frac{۱۲}{۵}\right)^۲ = \frac{۱۴۴}{۲۵}\pi = ۵/۷۶\pi$$

۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از دوران مثلث قائم‌الزاویه ABC حول خط d یک استوانه که از آن مخروطی جدا شده است به دست می‌آید. به طوری‌که ارتفاع استوانه و مخروط ۵ و شعاع قاعده‌ی هر دو آن‌ها $۲\sqrt{۶}$ است.



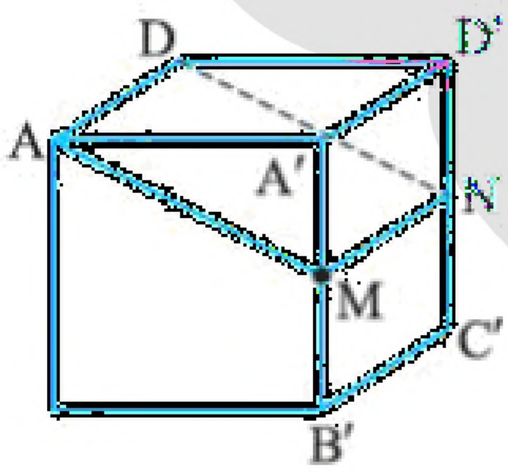
$$\text{حجم استوانه} = \pi R^۲ h = \pi\left(۲\sqrt{۶}\right)^۲(۵) = ۲۴ \times ۵\pi$$

$$\text{حجم مخروط} = \frac{۱}{۳}\pi R^۲ h = \frac{۱}{۳}\pi\left(۲\sqrt{۶}\right)^۲(۵) = \frac{۲۴ \times ۵}{۳}\pi$$

بنابراین:

$$\text{حجم خواسته شده} = ۲۴ \times ۵\pi - \frac{۲۴ \times ۵}{۳}\pi = \frac{۲ \times ۲۴ \times ۵}{۳}\pi = ۸۰\pi$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. صفحه‌ای که از یال AD و از وسط یال $A'B'$ (یعنی نقطهٔ M) بگذرد از وسط یال $C'D'$ (یعنی نقطهٔ N) نیز می‌گذرد و مستطیل AMND سطح مقطع آن صفحه با مکعب است. اگر طول یال مکعب a باشد، آن‌گاه $D'N = \frac{a}{۲}$ و $DD' = a$ است و در مثلث قائم‌الزاویهٔ $DD'N$ داریم:



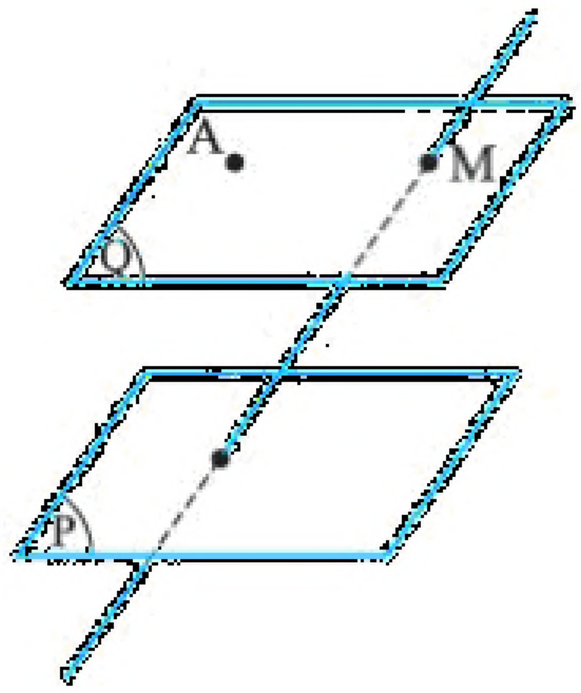
$$DN^۲ = a^۲ + \frac{a^۲}{۴} = \frac{۵a^۲}{۴} \Rightarrow DN = \frac{\sqrt{۵}}{۲}a$$

پس:

$$S_{\text{مقطع}} = S_{AMND} = AD.DD' = a \times \frac{a\sqrt{۵}}{۲} = \frac{a^۲\sqrt{۵}}{۲}$$

مساحت هر وجه مکعب $a^۲$ است، پس مساحت مقطع $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ برابر آن است.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»



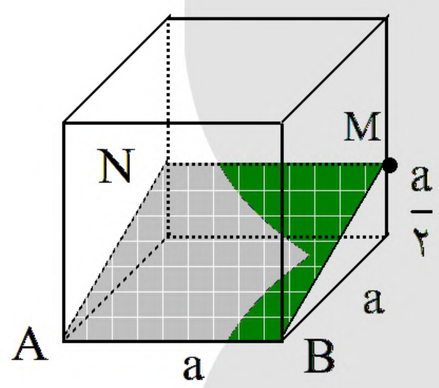
۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تمام خطهایی که از A می‌گذرند و موازی با صفحهٔ P هستند روی صفحه‌ای قرار دارند که شامل نقطهٔ A است و با صفحهٔ P موازی می‌باشد. (صفحهٔ Q)

اگر خط d موازی با P باشد ولی روی Q نباشد هر خطی که نقطهٔ A را به یک نقطه از d وصل کند، P را قطع می‌کند. در این صورت مسأله جواب ندارد.

اگر d روی Q باشد، آن‌گاه هر خطی که نقطهٔ A را به یک نقطه از d وصل کند جواب مسأله است و مسأله بی‌نهایت جواب دارد.

اما اگر d، صفحهٔ P را قطع کند، Q را نیز در M قطع می‌کند و AM تنها جواب مسأله است. یعنی اگر خط d صفحهٔ P را قطع کند، آن‌گاه فقط یک خط وجود دارد که از A می‌گذرد، d را قطع می‌کند و با صفحهٔ P موازی است.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مکعب مقابل صفحه‌ی گذرا بر یال AB و نقطه‌ی M وسط یال دیگر مکعب رسم شده است. اگر طول ضلع مکعب a باشد آن‌گاه داریم:

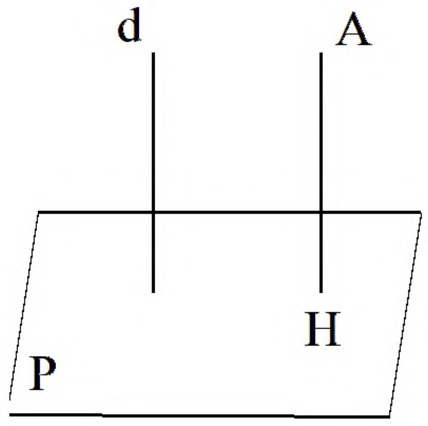


$$\text{حجم منشور (قسمت کوچکتر)} = Sh = \frac{۱}{۲}(a)\left(\frac{a}{۲}\right)(a) = \frac{a^۳}{۴}$$

$$\text{حجم قسمت بزرگتر} = \text{حجم مکعب} - \text{حجم منشور} = a^۳ - \frac{a^۳}{۴} = \frac{۳a^۳}{۴}$$

بنابراین:

$$\frac{\text{حجم قسمت کوچکتر}}{\text{حجم قسمت بزرگتر}} = \frac{\frac{a^۳}{۴}}{\frac{۳a^۳}{۴}} = \frac{۱}{۳}$$



۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در صورتی‌که خط d بر صفحه‌ی P عمود باشد آن‌گاه از A فقط یک خط عمود بر P مثل AH می‌توان رسم کرد. به طوری‌که AH موازی خط d است. (زیرا AH و d هر دو بر صفحه‌ی P عمودند) حال هر صفحه گذرا از AH هم بر P عمود است و هم موازی d است پس در این حالت تعداد صفحات رسم شده بی‌شمار است.