

گنجینه سوال رایگان

+ پاسخ تشریحی

یاوران دانش



راه های ارتباطی با ما:

www.Dyavari.com

۰۲۱-۷۶۷۰۳۸۵۸

۰۹۱۲-۳۴ ۹۴ ۱۳۴



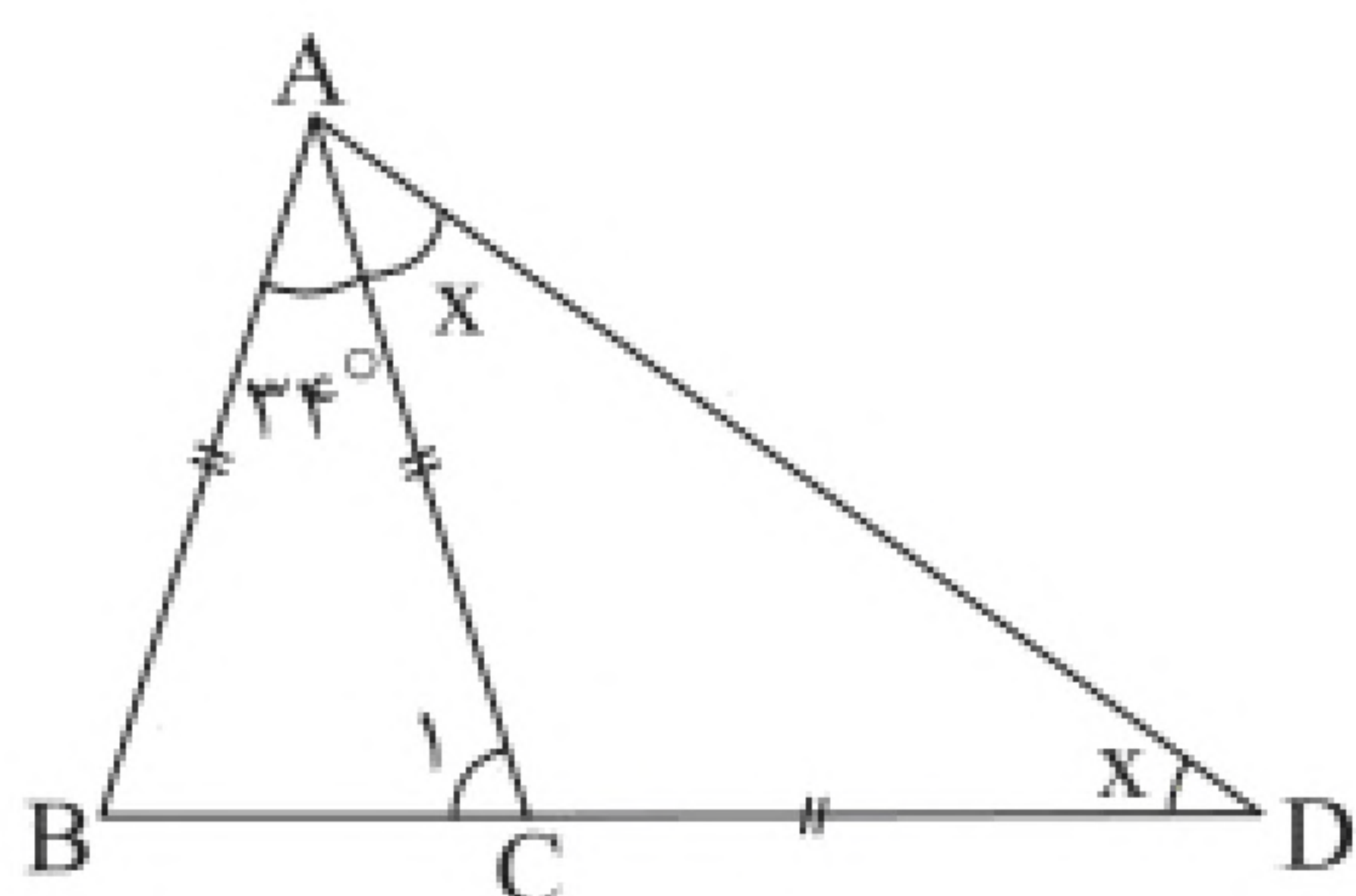
	۱	۲	۳	۴
۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۶ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۹ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۲ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۴ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۷ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۱۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۱۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۱ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۳ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۲۴ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۵ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۶ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۷ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۲۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۰ -	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۱ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۲ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۳ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۴ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۵ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
۳۶ -	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۷ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۸ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۳۹ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
۴۰ -	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>





۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

بنابر فرض سؤال $AB = AC = CD$ است. در صورتی که زاویه \widehat{DAC} را برابر x در نظر بگیریم آنگاه $\widehat{D} = x$ و $\widehat{C}_1 = 2x$ در این صورت:



$$\widehat{C}_1 = \widehat{B} = \frac{180^\circ - 34^\circ}{2} = 73^\circ$$

$$\widehat{C}_1 = 2x \rightarrow 2x = 73^\circ \Rightarrow x = 36.5^\circ$$

۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل ابتدا زوایای دیگر را پیدا می‌کنیم. به کمک قضیه‌ی ضلع بزرگتر

در مثلث $\triangle ABC$ ، نتیجه می‌گیریم:

$$AC > AB > BC \quad (1)$$

به همین صورت در مثلث $\triangle ACD$ ، زاویه‌ی 110° از بقیه بزرگتر است، پس:

$$AD > AC, AD > CD \quad (2)$$

در مثلث $\triangle ADE$ نیز ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 70° از بقیه بزرگتر است. پس:

$$DE > AD, DE > AE \quad (3)$$

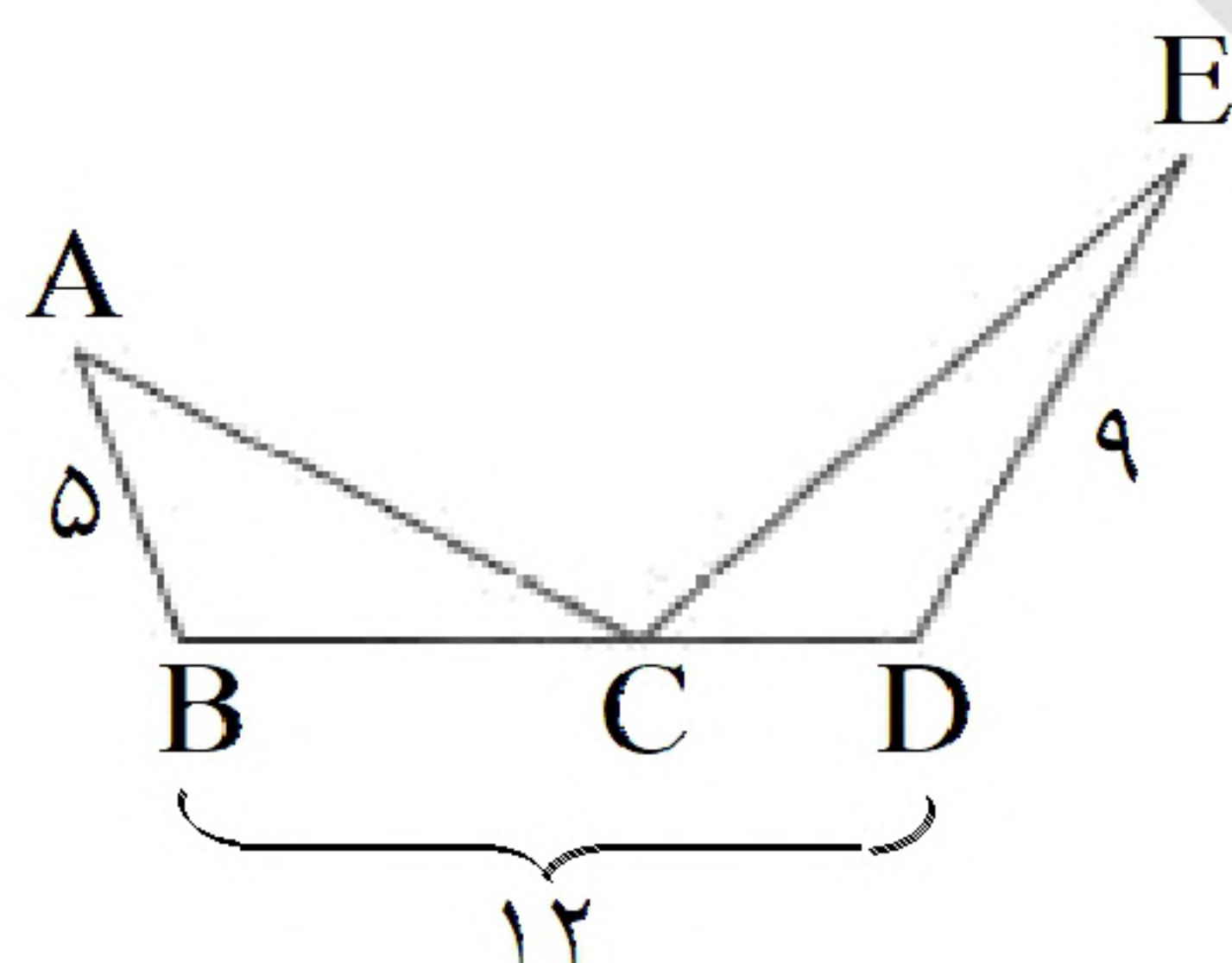
از نتایج (۱)، (۲) و (۳) می‌توان نتیجه گرفت ضلع DE از همه‌ی اضلاع دیگر بزرگ‌تر است.

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مثلث قائم‌الزاویه برای گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ می‌تواند مثال نقض باشد اما برای گزینه‌ی ۳ چون خودش حداقل یک زاویه‌ی بیشتر از 60° دارد، نمی‌تواند مثال نقض باشد.

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

طبق قضیه‌ی نابرابری در مثلث، داریم:



$$\triangle ABC : AC < AB + BC \quad (1)$$

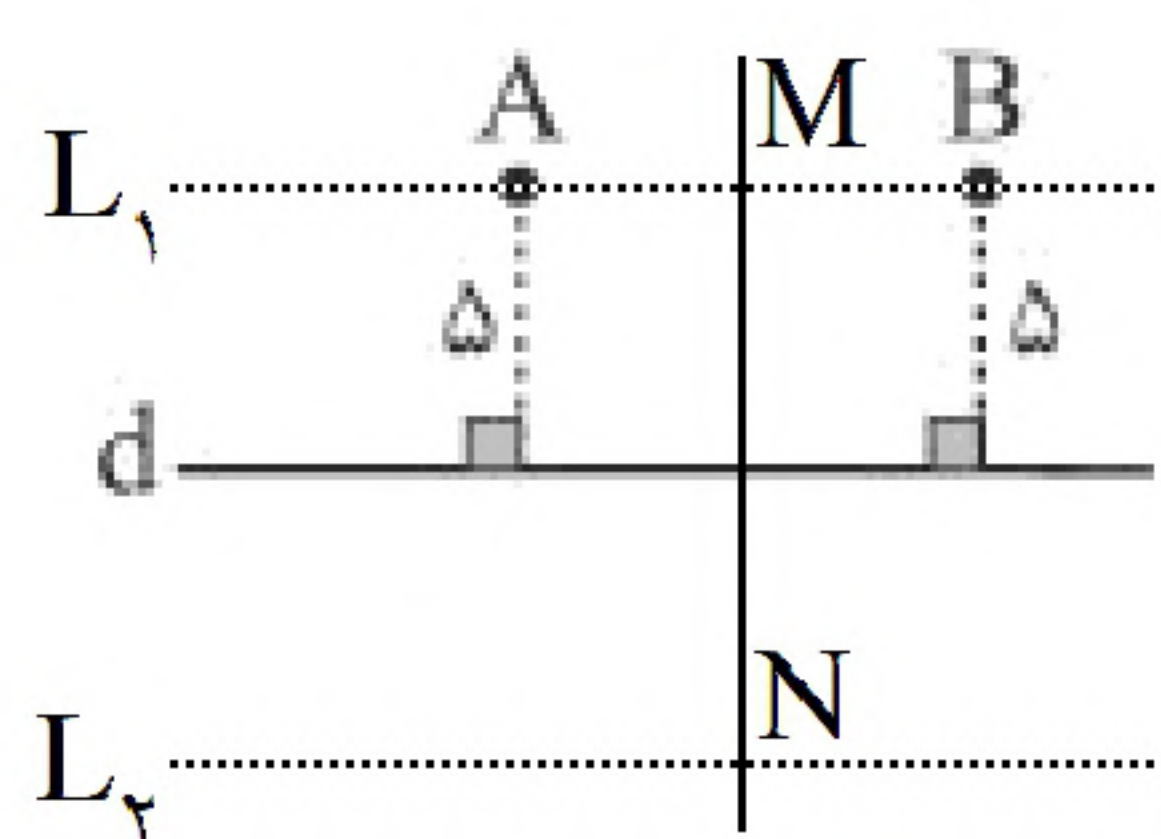
$$\triangle ECD : EC < ED + CD \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)+(2)} AC + EC < \underbrace{AB}_{5} + \underbrace{ED}_{9} + \underbrace{BC + CD}_{12} \Rightarrow AC + EC < 26$$

$$\Rightarrow \max(AC + EC) = 25$$



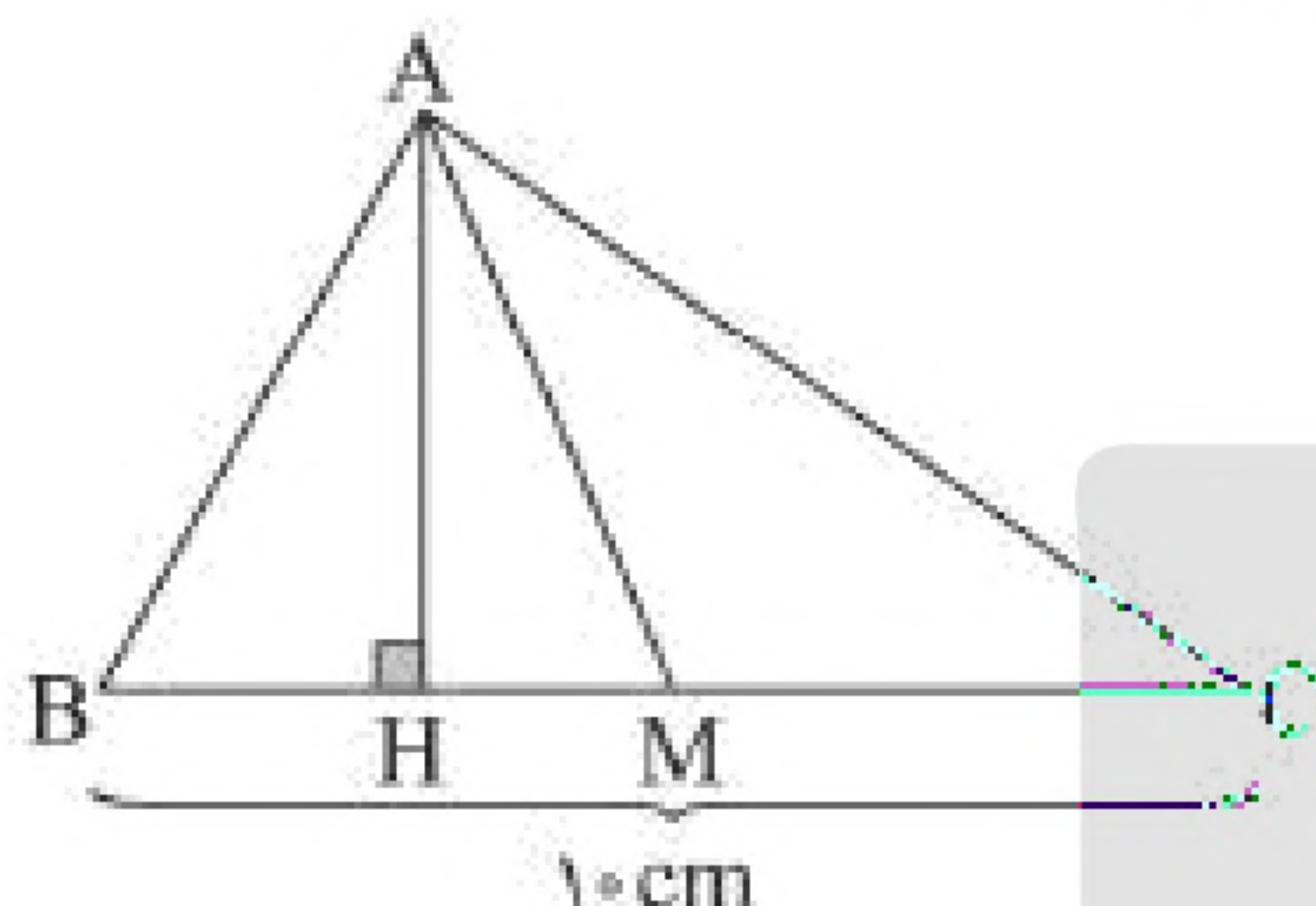
۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



نقطاتی که از d به فاصله ۵ باشند، دو خط L_1 و L_2 به فاصله ۵، موازی با d و در دو طرف آن هستند.

نقطاتی که از A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره خط AB است. مطابق شکل این عمودمنصف، خطوط L_1 و L_2 را در ۲ نقطه‌ی M و N قطع می‌کند. پس مسأله دو جواب دارد.

۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در شکل AH ارتفاع و AM میانه وارد بر ضلع BC است.



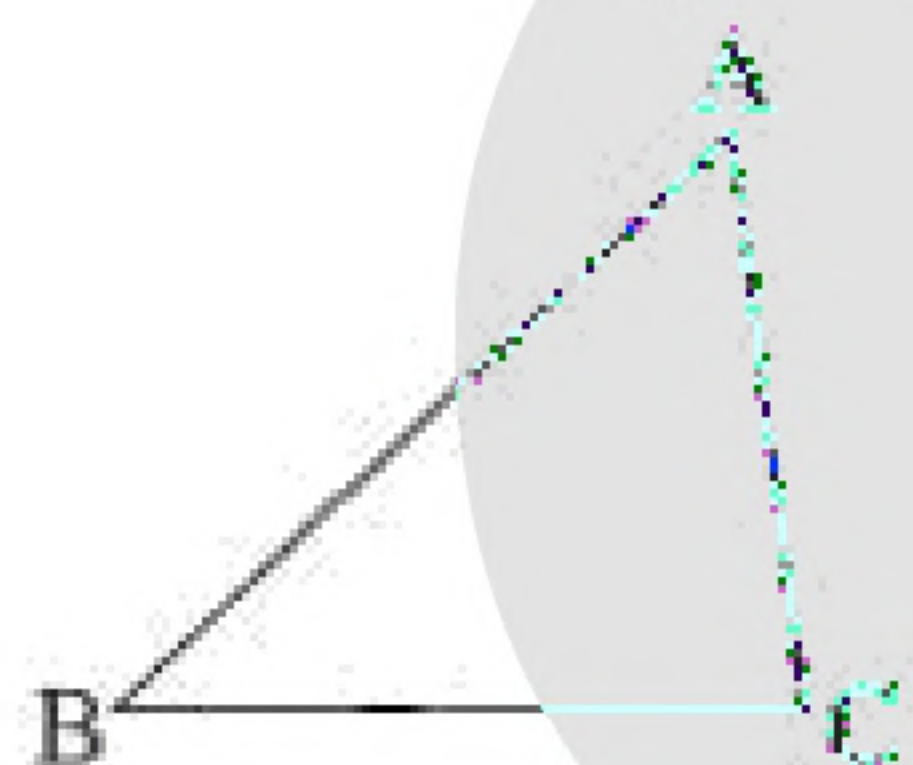
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times AH \times 10 \Rightarrow AH = 12 \text{ cm}$$

در مثلث AHM داریم: $\hat{H} > \hat{M} \Rightarrow AM > AH$ ①

این‌جا چون $AM = 9$ و $AH = 12$ و $9 < 12$ است، یعنی $AM < AH$ که با رابطه ① در تناقض است، پس رسم چنین مثلی امکان‌پذیر نیست.

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

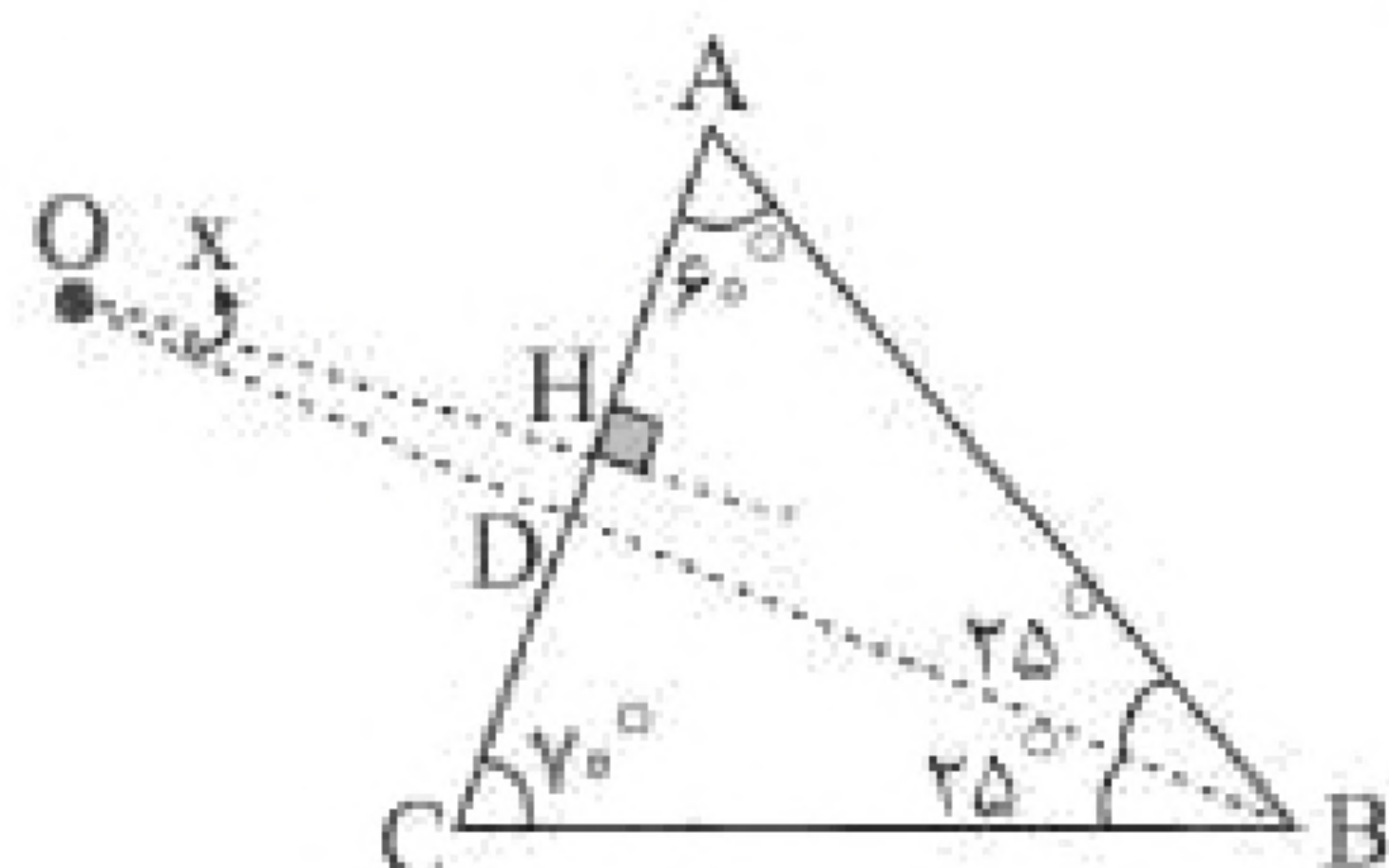
طبق قضیه ضلع بزرگ‌تر زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر، بزرگ‌تر است از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر.



$$AB > BC > AC \Rightarrow \hat{C} > \hat{A} > \hat{B}$$

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
با رسم مثلث ABC داریم:



در مثلث CDB ، زاویه D برابر است با:

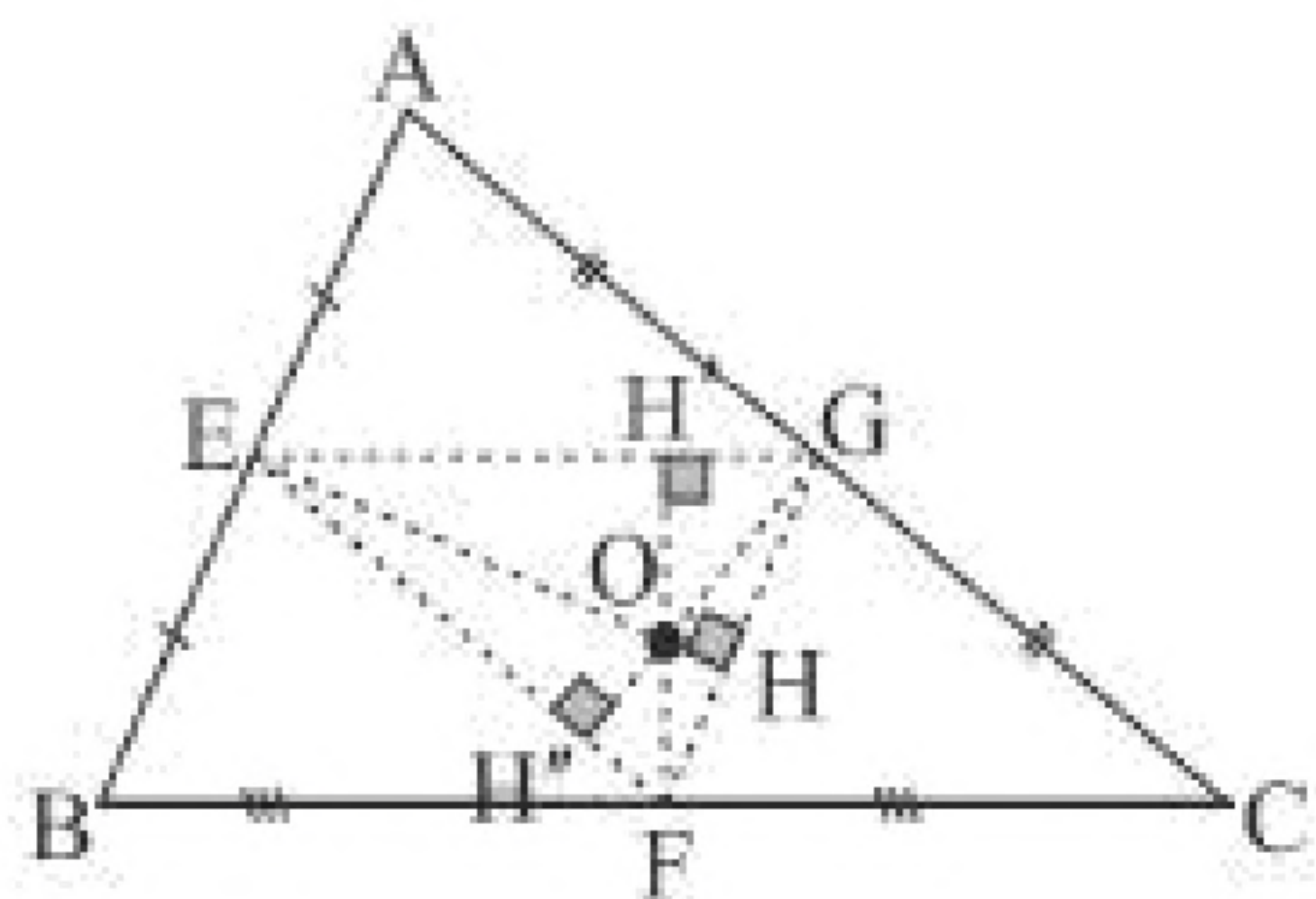
$$180^\circ - (70^\circ + 25^\circ) = 85^\circ$$

با توجه به متقابل به رأس بودن این زاویه با زاویه \hat{ODH} در مثلث ODH داریم:

$$x = 180^\circ - (90^\circ + 85^\circ) = 5^\circ$$



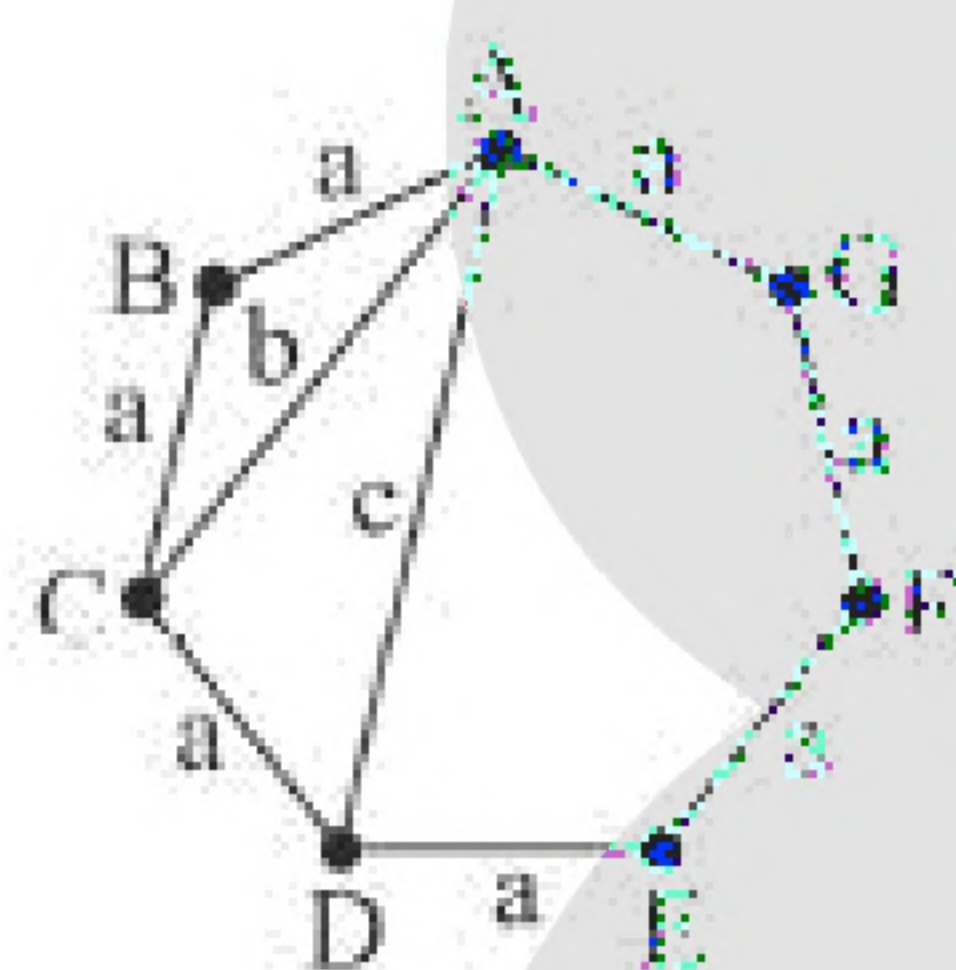
۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل می‌دانیم $AB \parallel FG$ می‌باشد و چون EH ضلع AB را نصف کرده است، پس عمودمنصف AB می‌باشد. به همین صورت FH' و GH'' عمودمنصف‌های اضلاع BC و AC هستند، در نتیجه نقطه O محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC بوده و از سه رأس آن به یک فاصله است.

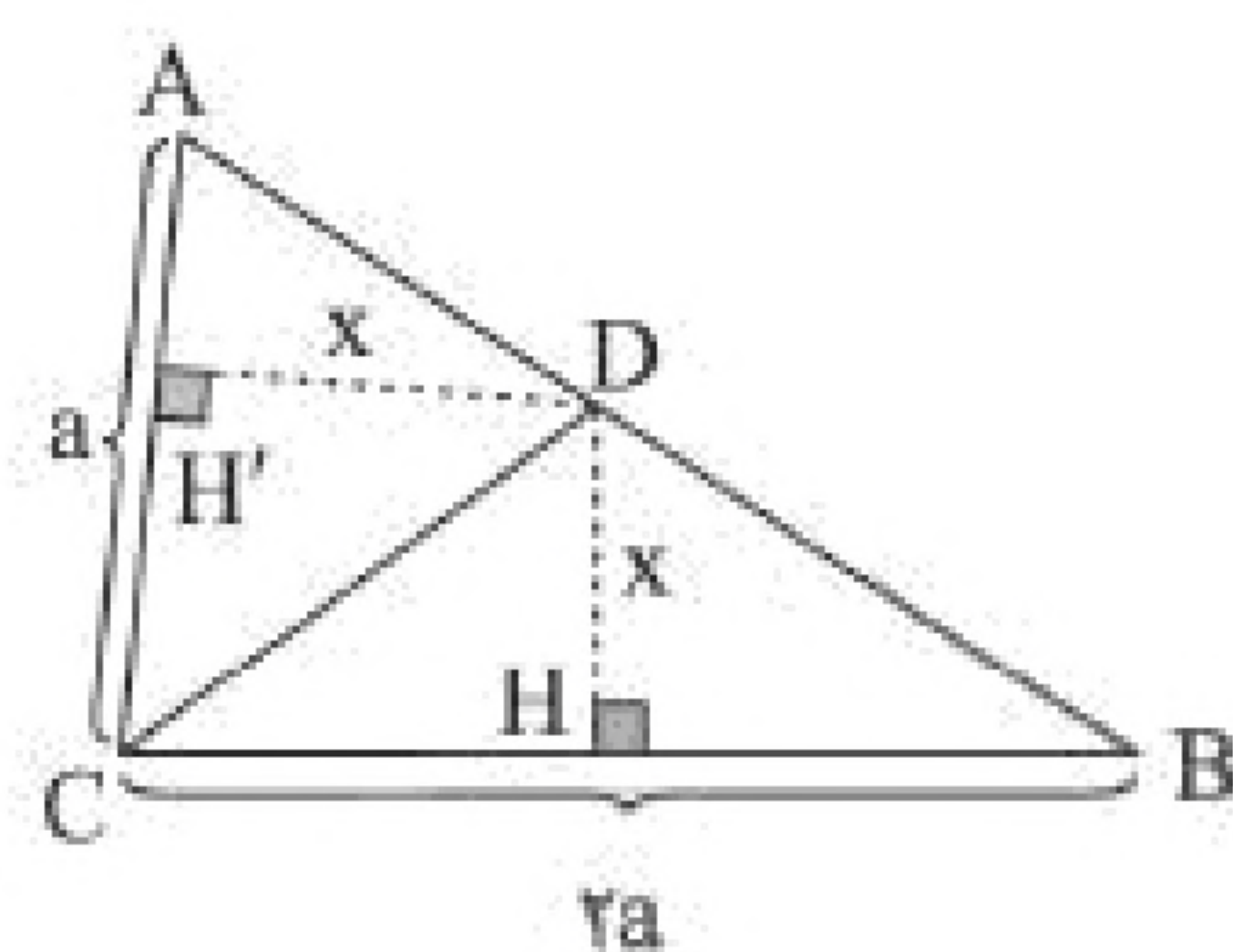
۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مثلث‌های $\triangle AGE$ ، $\triangle BGE$ و $\triangle ADE$ متساوی‌الساقین هستند، ولی $\triangle ADC$ ، مثلث متساوی‌الساقین نیست، پس مثال نقضی برای حکم داده شده محسوب خواهد شد.



۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به این‌که نقطه D روی نیمساز زاویه C است پس $DH = DH' = x$ است. اگر فرض کنیم $AC = a$ ، پس $BC = 2a$ است، در نتیجه:

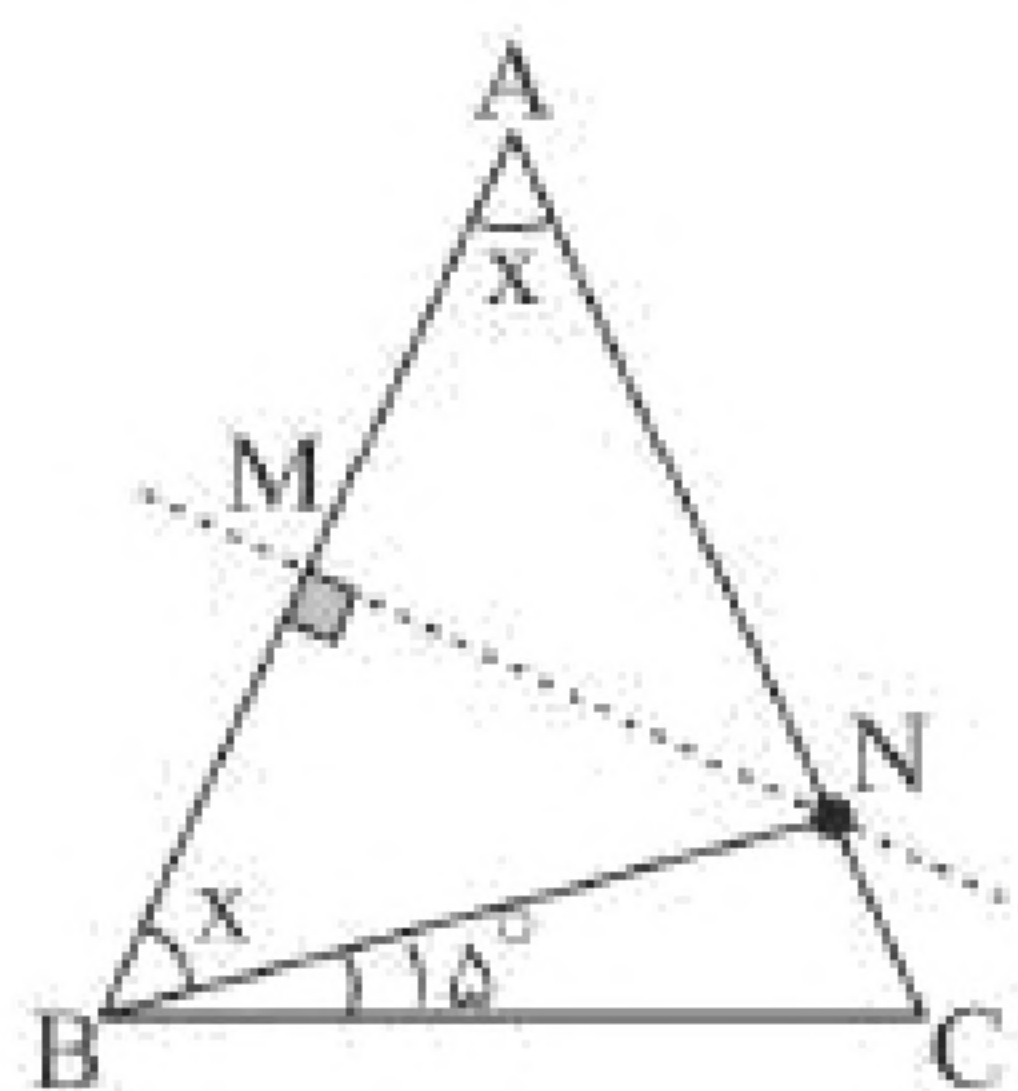


$$\begin{aligned} \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ACD} + S_{\triangle DCB}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(x)(a)}{\frac{1}{2}(x)(a) + \frac{1}{2}(x)(2a)} = \frac{a}{a + 2a} = \frac{a}{3a} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$



۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

زاویه \widehat{ABN} را x می‌نامیم. N روی عمود منصف AB قرار دارد پس:



$$AN = BN \Rightarrow \widehat{A} = \widehat{ABN} = x$$

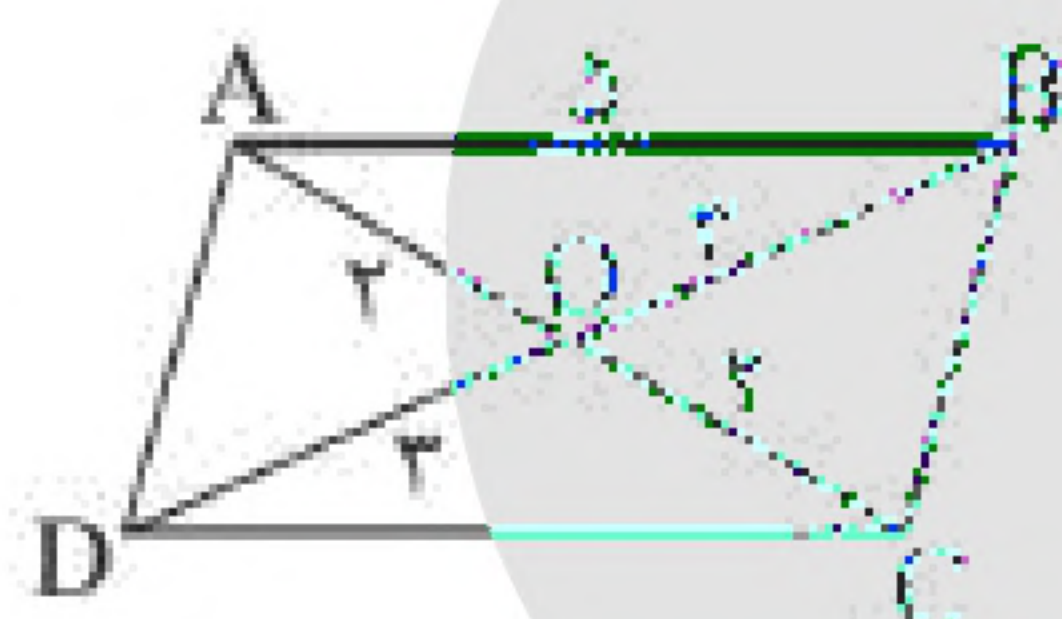
از طرفی چون مثلث ABC متساوی الساقین است، $\widehat{C} = \widehat{B} = x + 15^\circ$ مجموع زوایای داخلی مثلث 180° است:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow x + x + 15^\circ + x + 15^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 150^\circ \Rightarrow x = 50^\circ \Rightarrow \widehat{MNB} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل زیر، مثلث OAB تشکیل نمی‌شود چون $5 \neq 2 + 3$ ، پس متوازی الاضلاع ذکر شده در گزینه (۲) قابل رسم نیست.



۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

شرط تشکیل مثلث این است که جمع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر باشد.

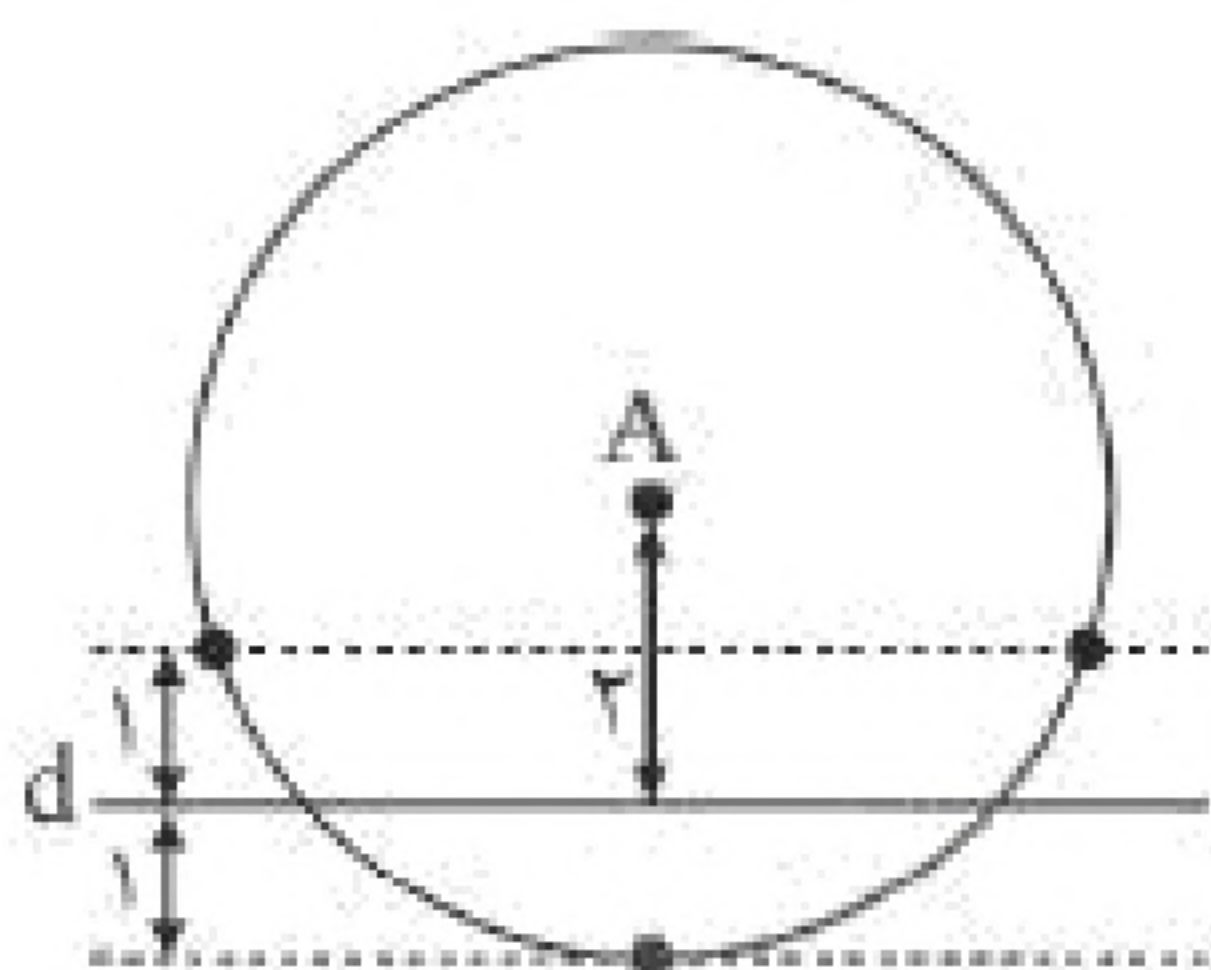
$$\left. \begin{array}{l} 4 + 7 > x \Rightarrow x < 11 \\ 4 + x > 7 \Rightarrow x > 3 \\ 7 + x > 4 \Rightarrow x > -3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 3 < x < 11$$

پس طول ضلع سوم نمی‌تواند ۳ باشد.
روش دوم:

$$7 - 4 < x < 7 + 4 \Rightarrow 3 < x < 11$$

۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مجموعه نقاطی که از نقطه A به فاصله ۳ سانتی متر هستند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ قرار دارند. مجموعه نقاطی که از خط d به فاصله ۱ سانتی متر هستند، روی دو خط موازی با d و به فاصله ۱ cm قرار دارند. مطابق شکل، ۳ نقطه وجود دارد که دارای هر دو ویژگی است.



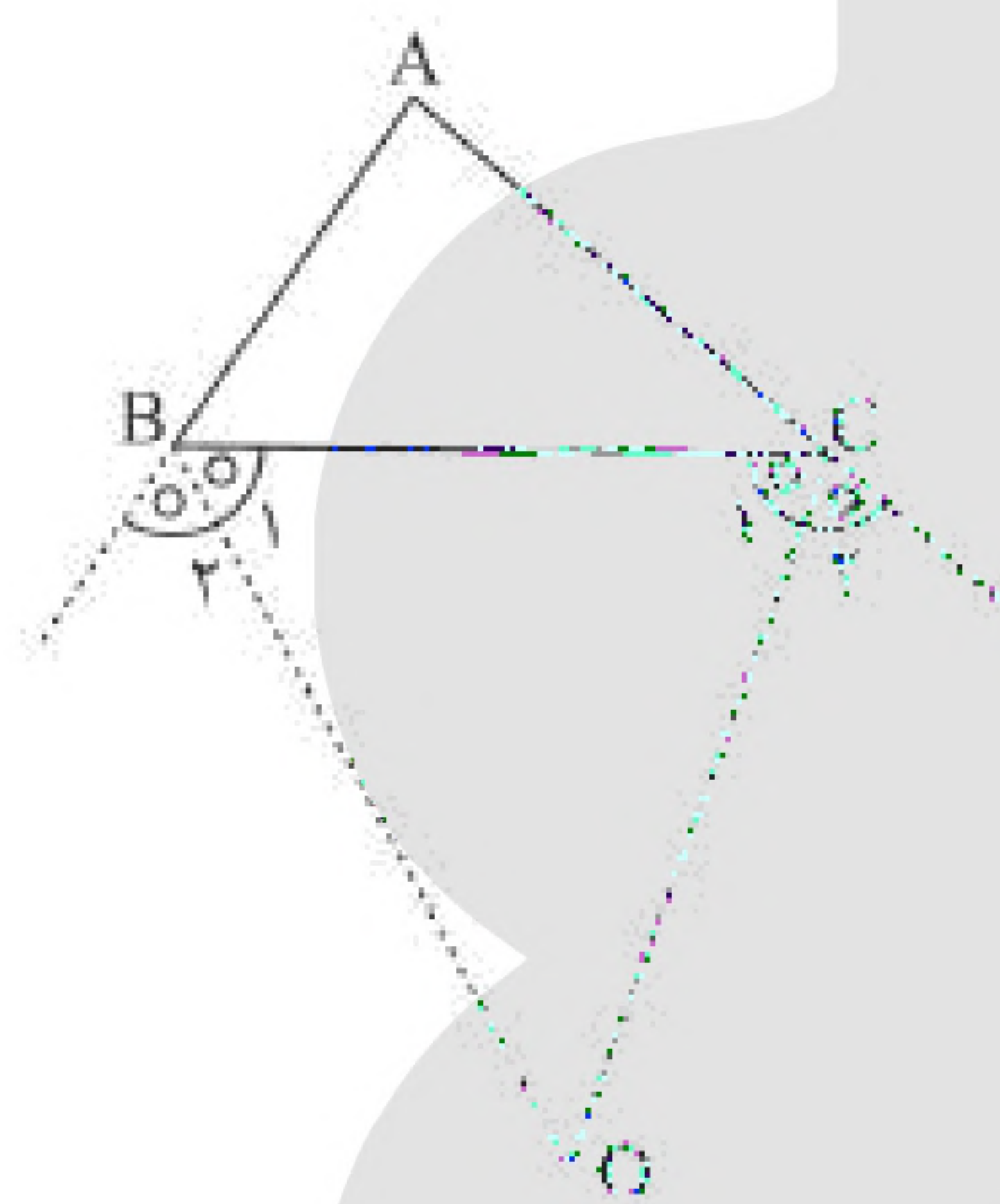


«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزاره‌های «الف» و «ب» قضیه هستند ولی عکس آن‌ها درست نیست، پس نمی‌توانند یک قضیه دوشروطی باشند.
گزاره «ج» یک قضیه است و عکس آن درست است، پس یک قضیه دوشروطی است.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



می‌دانیم در هر مثلث، ضلعی که بزرگ‌تر است، زاویه روبه‌روی آن بزرگ‌تر است و برعکس.
گزاره «الف» درست است.

$$\triangle ABC: AC > AB \Rightarrow \hat{ABC} > \hat{ACB}$$

$$\hat{ABC} > \hat{ACB} \Rightarrow 180^\circ - \hat{B}_1 > 180^\circ - \hat{C}_1$$

گزاره «ب» درست است.

$$\Rightarrow \hat{B}_1 < \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{CBO} < \hat{BCO}$$

گزاره «ج» نادرست است.

$$\triangle BOC: OB > OC$$



۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر h_a, h_b, h_c ارتفاع‌های مثلث ABC باشند آن‌گاه داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c \Rightarrow a = \frac{2S}{h_a}, b = \frac{2S}{h_b}, c = \frac{2S}{h_c}$$

$$a < b + c \Rightarrow \frac{2S}{h_a} < \frac{2S}{h_b} + \frac{2S}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{h_a} < \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$$

$$\Rightarrow 4x - 1 < (2x + 1) + (x + 1) \Rightarrow x < 3$$

$$b < a + c \Rightarrow \frac{2S}{h_b} < \frac{2S}{h_a} + \frac{2S}{h_c} \Rightarrow \frac{1}{h_b} < \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_c}$$

$$\Rightarrow 2x + 1 < (4x - 1) + (x + 1) \Rightarrow x > \frac{1}{3}$$

$$c < a + b \Rightarrow \frac{2S}{h_c} < \frac{2S}{h_a} + \frac{2S}{h_b} \Rightarrow \frac{1}{h_c} < \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b}$$

$$\Rightarrow x + 1 < (4x - 1) + (2x + 1) \Rightarrow x > \frac{1}{5}$$

پس حدود تغییرات x به صورت $\frac{1}{3} < x < 3$ است، در نتیجه x اعداد طبیعی ۱ و ۲ را می‌تواند اختیار کند.

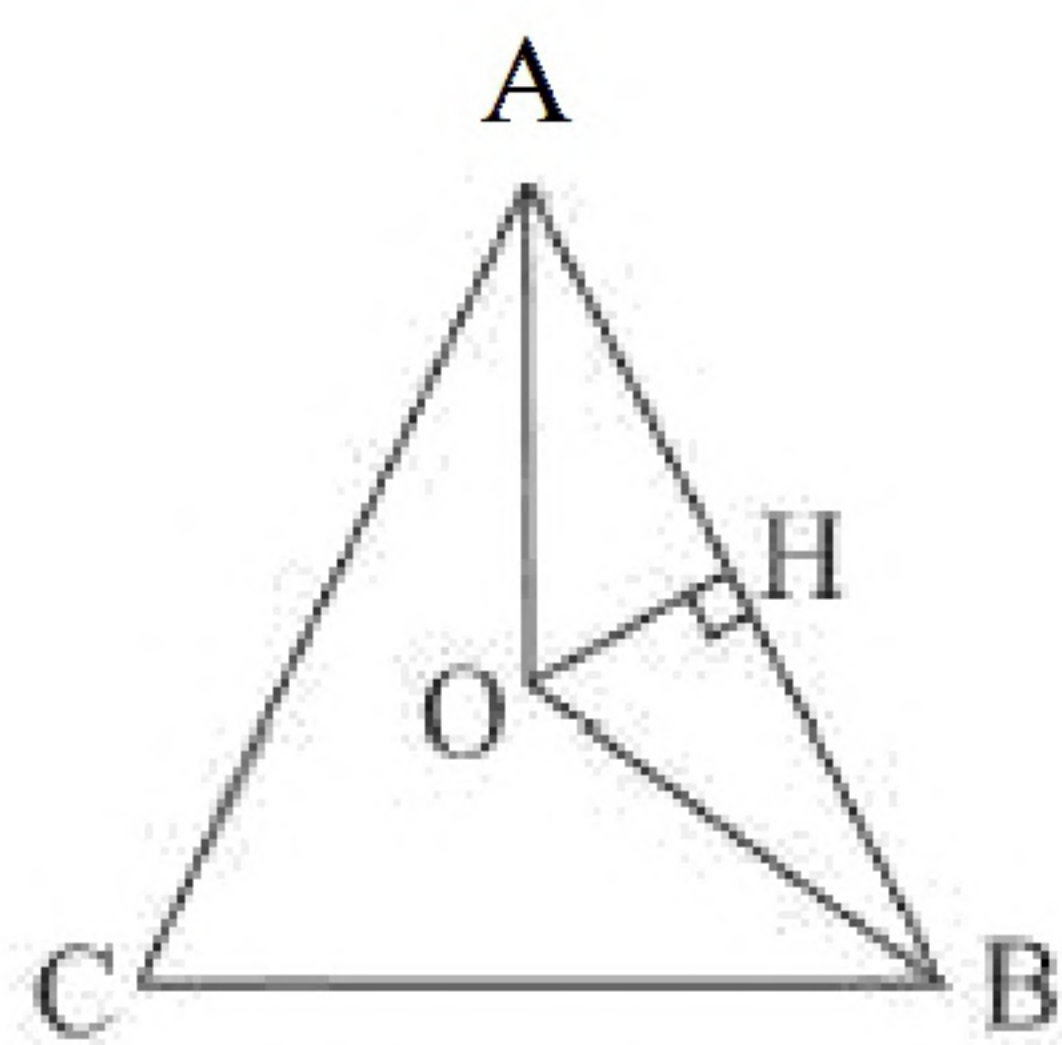
۱۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



قطرهای متوازی‌الاضلاع هم‌دیگر را نصف می‌کنند. مسلماً اگر متوازی‌الاضلاع $ABCD$ وجود داشته باشد لازم است مثلث AOB قابل ترسیم باشد ولی $OB + OA \neq AB$ پس مثلث AOB و در نتیجه متوازی‌الاضلاع $ABCD$ وجود ندارد.



۲۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



نقطه تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس اگر O نقطه تلاقی عمودمنصف‌های مثلث متساوی‌الساقین ABC باشد، آنگاه $OA = OB = OC = 5$ است.

فاصله O از ضلع AB برابر با طول عمود OH است. مسلماً OH عمودمنصف AB است پس $AH = BH = \frac{AB}{2} = 3$ است، بنابراین:

$$\triangle OAH: OA^2 = AH^2 + OH^2 \xrightarrow[AH=3]{OA=5} 25 = 9 + OH^2$$

$$\Rightarrow OH^2 = 16 \Rightarrow OH = 4$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 5x - 24 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \text{ غ ق} \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow AB = 8$$

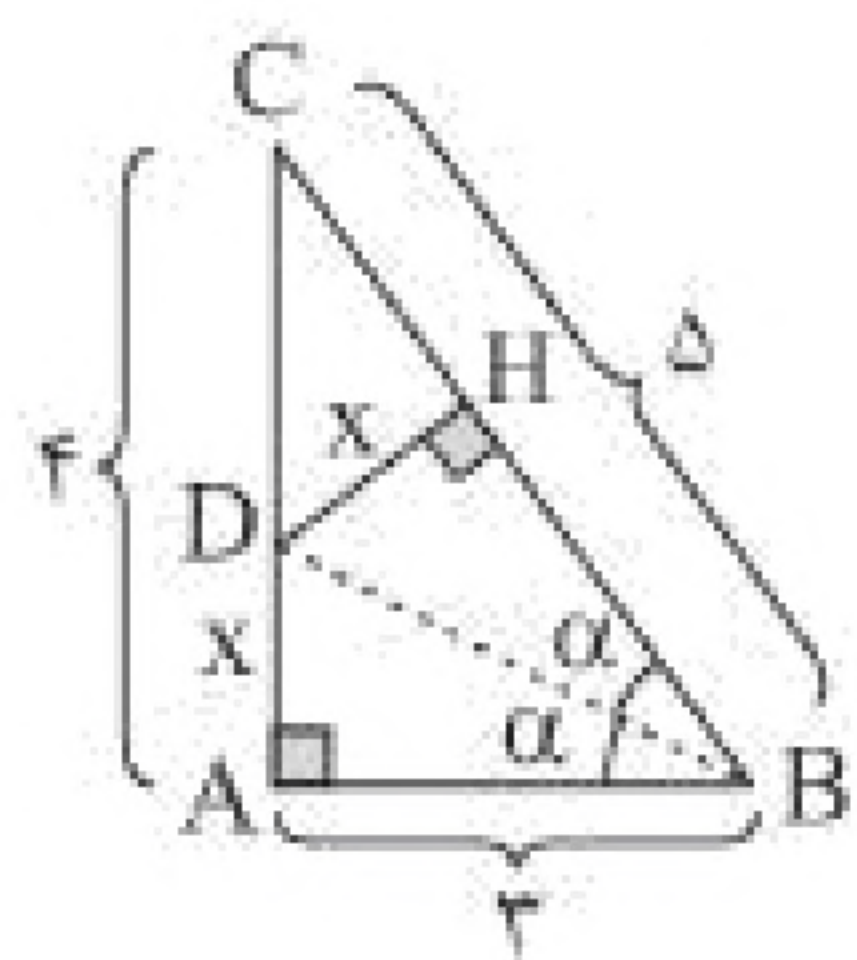
برای رسم عمودمنصف، طول شعاع دایره‌های رسم شده باید از نصف طول پاره‌خط یعنی $\frac{8}{2} = 4$ بیشتر باشد. ($R > 4$)

پس مقادیر طول شعاع که قابل قبول نیستند و طبیعی هستند، عبارت‌اند از:

$$R = 1, 2, 3$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم فاصله هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است پس:



$$AD = DH = x$$

$$AB = BH = 3$$

(دو مثلث قائم‌الزاویه ABD و BHD به حالت وتر و یک زاویه حاده هم‌نهشت هستند.)

$$DC = AC - AD = 4 - x$$

$$CH = BC - BH = 5 - 3 = 2$$

با نوشتن فیثاغورس در مثلث DCH داریم:

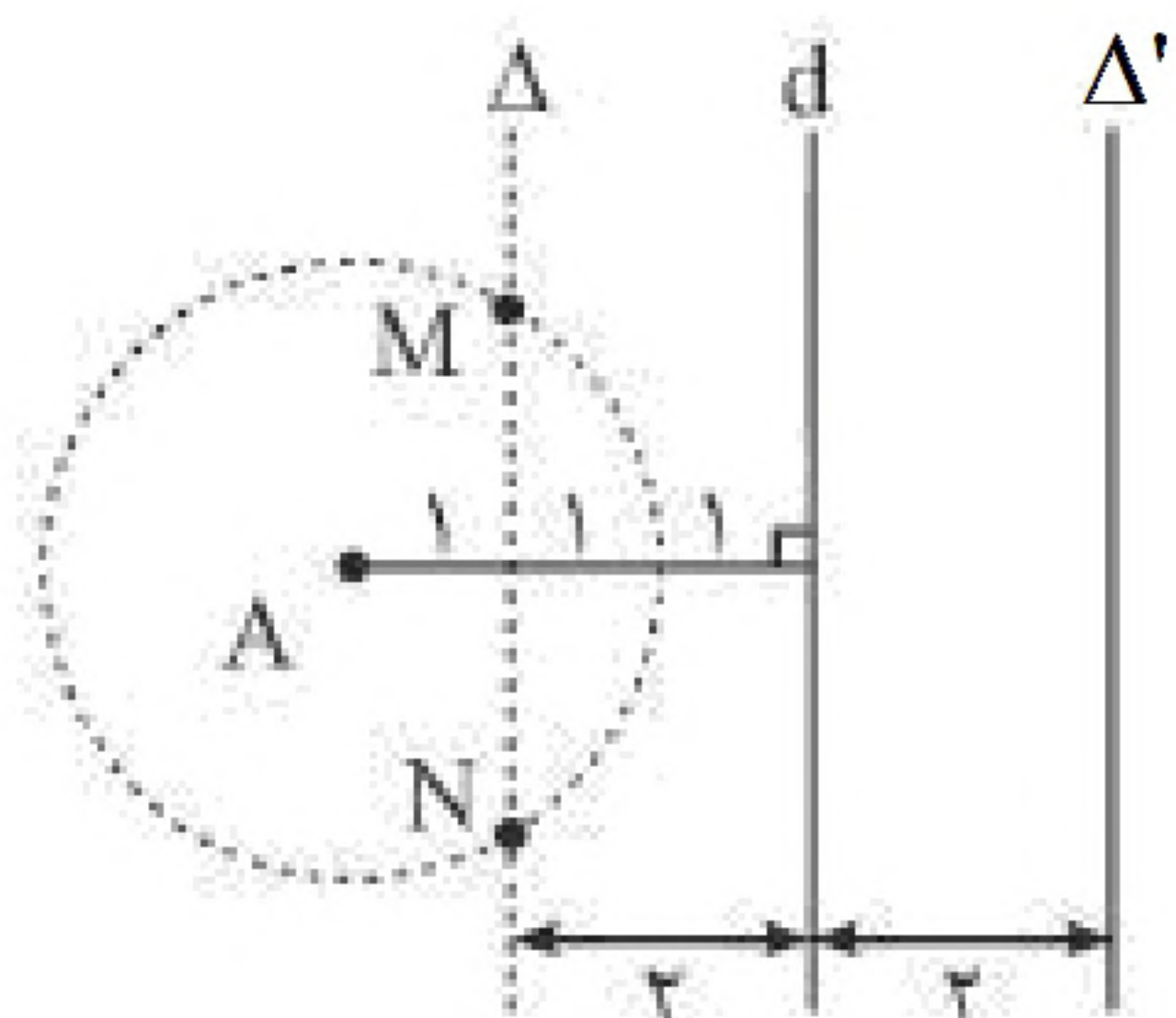
$$DC^2 = CH^2 + DH^2 \Rightarrow (4 - x)^2 = 2^2 + x^2$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = 4 + x^2 \Rightarrow 12 = 8x \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$



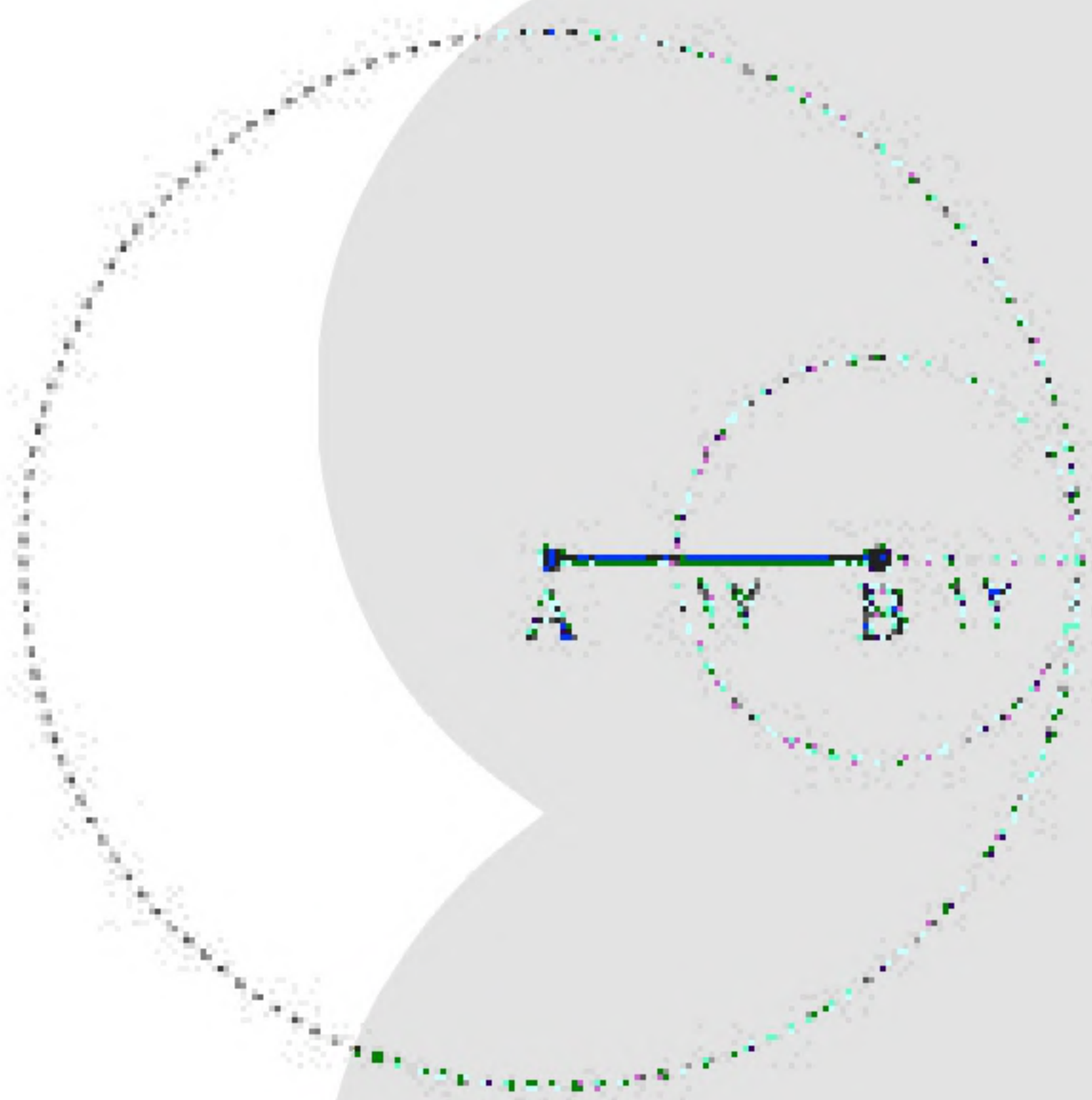
۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی متر هستند، روی محیط دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ سانتی متر واقع اند و نقاطی که از d به فاصله ۲ قرار دارند، روی دو خط Δ و Δ' موازی d و به فاصله ۲ سانتی متر از خط d واقع اند. فقط دو نقطه M و N هستند که هم از A به فاصله ۲ سانتی متر هستند، هم از خط d.



۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

مجموعه نقاطی که از A به فاصله ۲۹ هستند، روی دایره به مرکز A و شعاع ۲۹ قرار دارند و مجموع نقاطی که از B به فاصله ۱۲ هستند، روی دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۱۲ قرار دارند. طبق شکل این دو دایره، مماس داخل هستند، پس فقط یک نقطه با شرایط گفته شده وجود دارد.



۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

O از هر سه ضلع به یک فاصله است بنابراین:

$$6x - 7 = 2x + 1 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$OH_2 = 6x - 7 = 2x + 1 = 5$$

۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می دانیم هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است، پس:

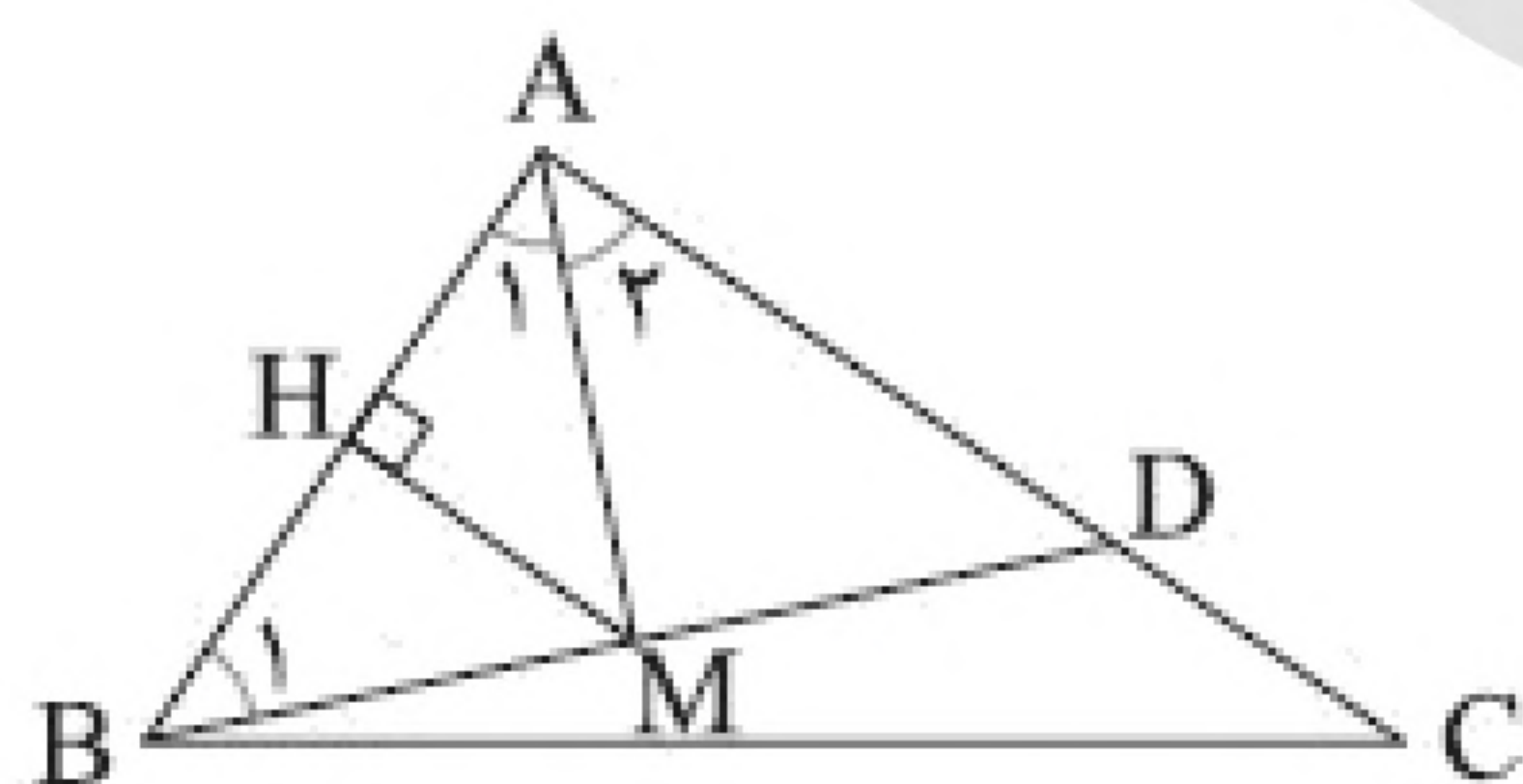
$$MA = MB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$Am \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \frac{\hat{A}}{2}$$

زاویه $\triangle BDC$ زاویه خارجی مثلث ABD است، بنابراین:

$$\hat{BDC} = \hat{B}_1 + \hat{A} = \frac{\hat{A}}{2} + \hat{A} = \frac{3}{2}\hat{A} = \frac{1}{5}\hat{A}$$





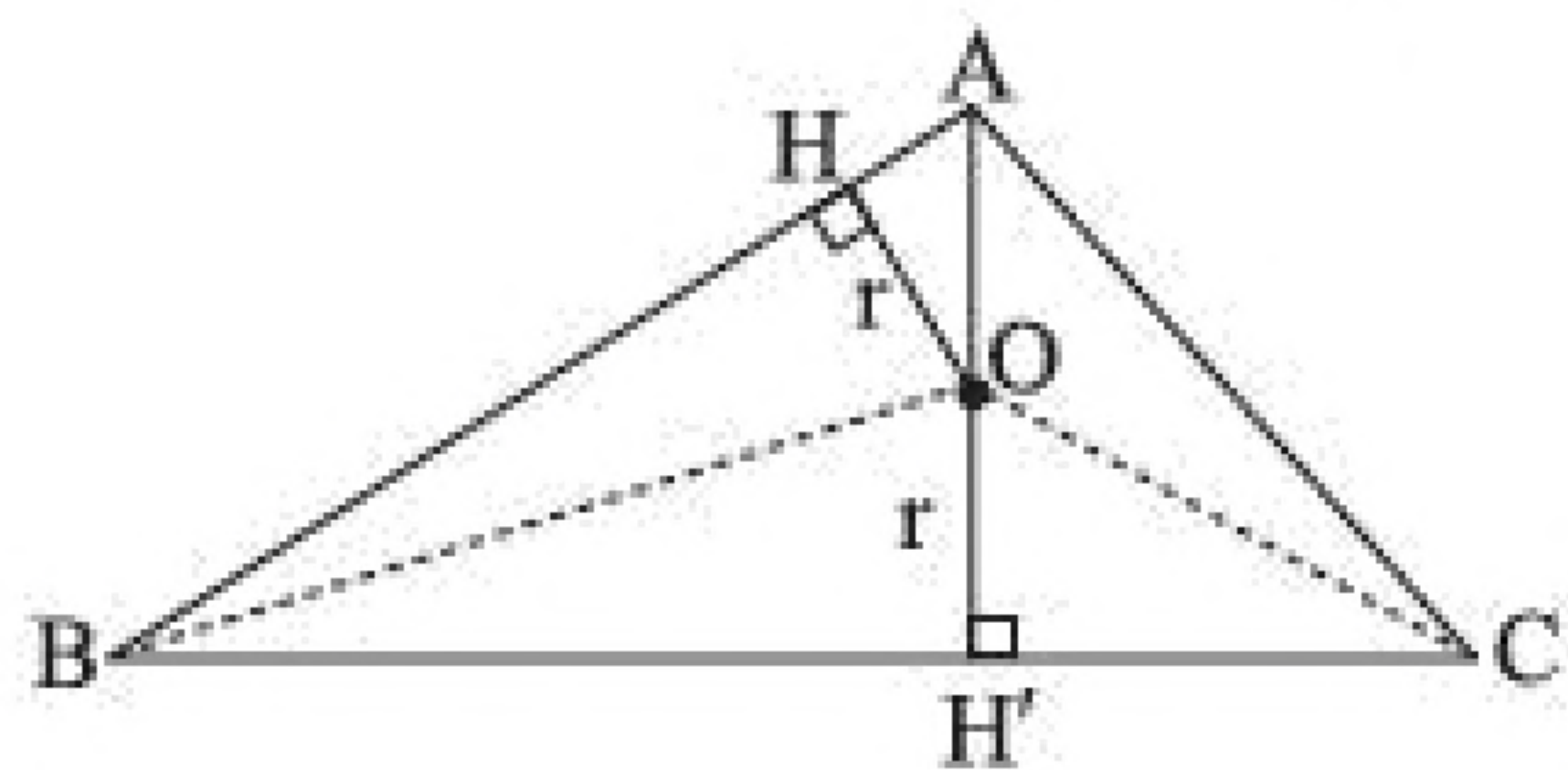
۲۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نقطه O، نقطه برخورد نیمسازهای داخلی مثلث است و فاصله این نقطه از هر سه ضلع یکسان است.

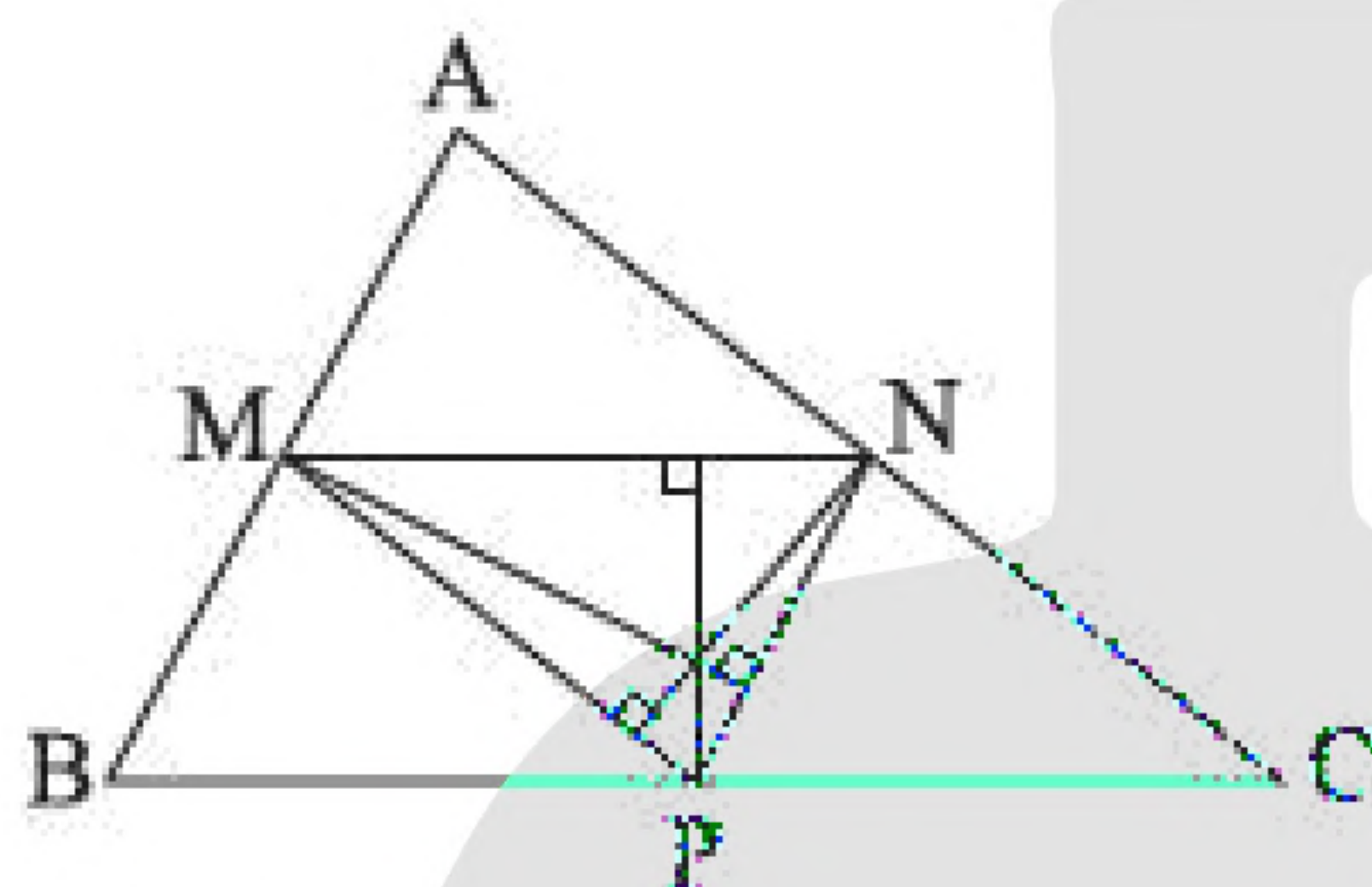
$$OH = OH' = r$$

$$S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \times r \times 6 = 9 \Rightarrow r = \frac{18}{6} = 3$$

$$S_{\triangle OBC} = \frac{1}{2} OH' \cdot BC = \frac{1}{2} \times r \times 8 = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 = 12$$



۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



مطابق کتاب درسی ارتفاعهای مثلث MNP، عمودمنصف اضلاع مثلث ABC هستند، پس محل هم‌رسی آنها از رأس‌های مثلث ABC به یک فاصله است.

۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم در لوزی اضلاع برابرند و طبق شکل قطر بزرگ AC است، پس:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$$

تمام مقادیری از AC و AB که $\frac{AC}{AB}$ برابر $\frac{8}{5}$ شود، می‌تواند قابل قبول باشد. حالا باید بینیم با این نسبت لوزی رسم می‌شود؟

$$\left. \begin{array}{l} AC = 2OA \\ \frac{AC}{AB} = \frac{8}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2OA}{AB} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{4}{5}$$

مثلاً، با $OA = 4$ و $AB = 5$ در مثلث $\triangle AOB$ ، $OB = 3$ می‌شود و یک لوزی برقرار است.

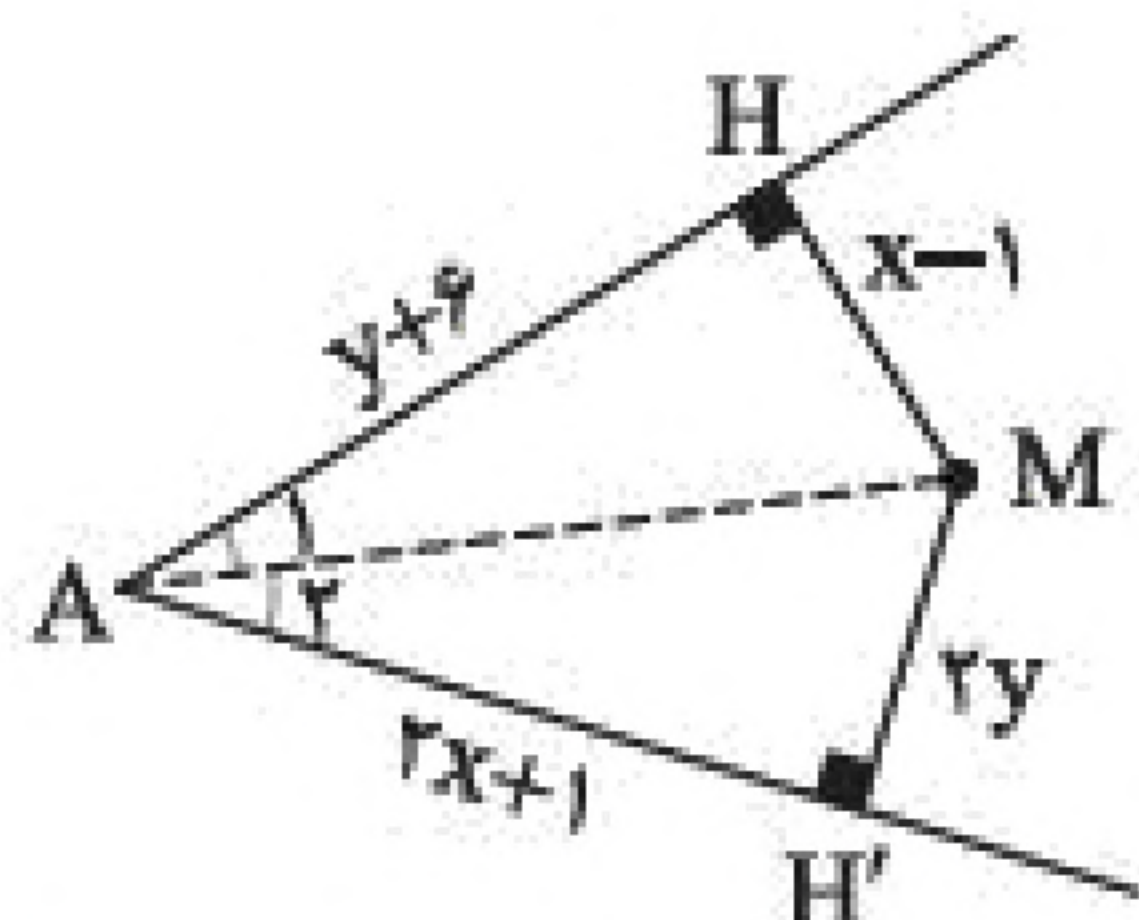
OA	4	8	12	16	...
AB	5	10	15	20	...

به‌ازای تمام مقادیر داده‌شده در جدول برای OA و AB می‌توان لوزی رسم کرد. دقت کنید! مقادیر غیر صحیح OA و AB که $\frac{OA}{AB} = \frac{4}{5}$ شود، نیز قابل قبول هستند. بنابراین بی‌شمار لوزی قابل رسم است.



۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

هر نقطه‌ای روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

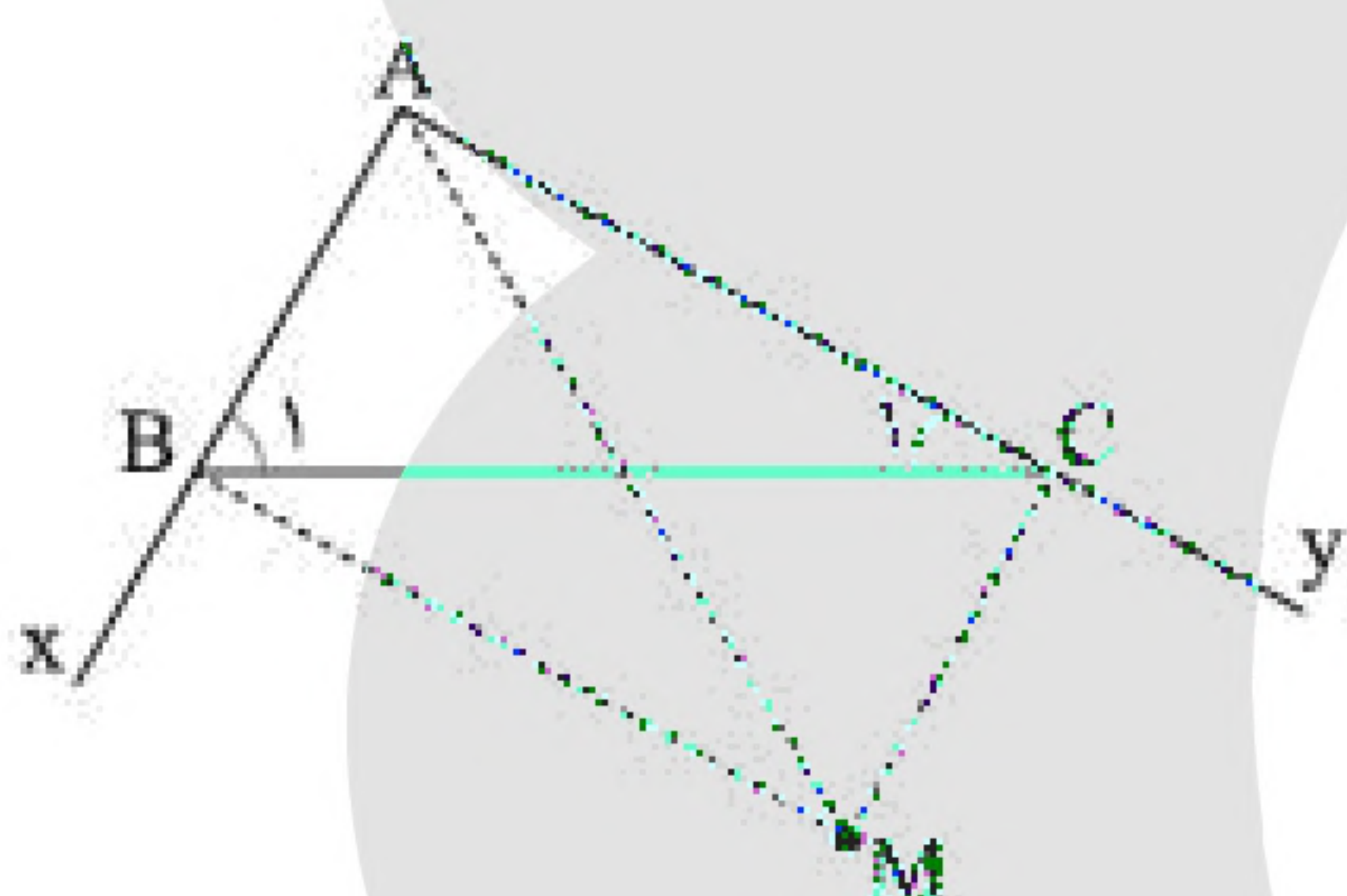


$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' \\ MA = MA \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر یک زاویه حاده}} \triangle MAH \cong \triangle MAH' \Rightarrow \begin{cases} MH = MH' \\ AH = AH' \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} MH = MH' \Rightarrow x - 1 = 2y \\ AH = AH' \Rightarrow 2x + 1 = y + 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x - y = 2$$

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقطه‌ای که از ضلع BC و امتداد اضلاع AB و AC به یک فاصله باشد، محل هم‌رسانی نیمسازهای زوایای خارجی C و B و نیمساز داخلی زاویه A می‌باشد.



$$\hat{BMC} = 54^\circ \Rightarrow \hat{MBC} + \hat{MCB} = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

با توجه به این که BM و CM نیمساز هستند، داریم:

$$\begin{aligned} x\hat{BC} + y\hat{CB} &= 2 \times 126^\circ = 252^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{C}_1 &= 360^\circ - (x\hat{BC} + y\hat{CB}) = 360^\circ - 252^\circ = 108^\circ \\ \hat{A} &= 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \end{aligned}$$

AM نیمساز زاویه A نیز می‌باشد پس:

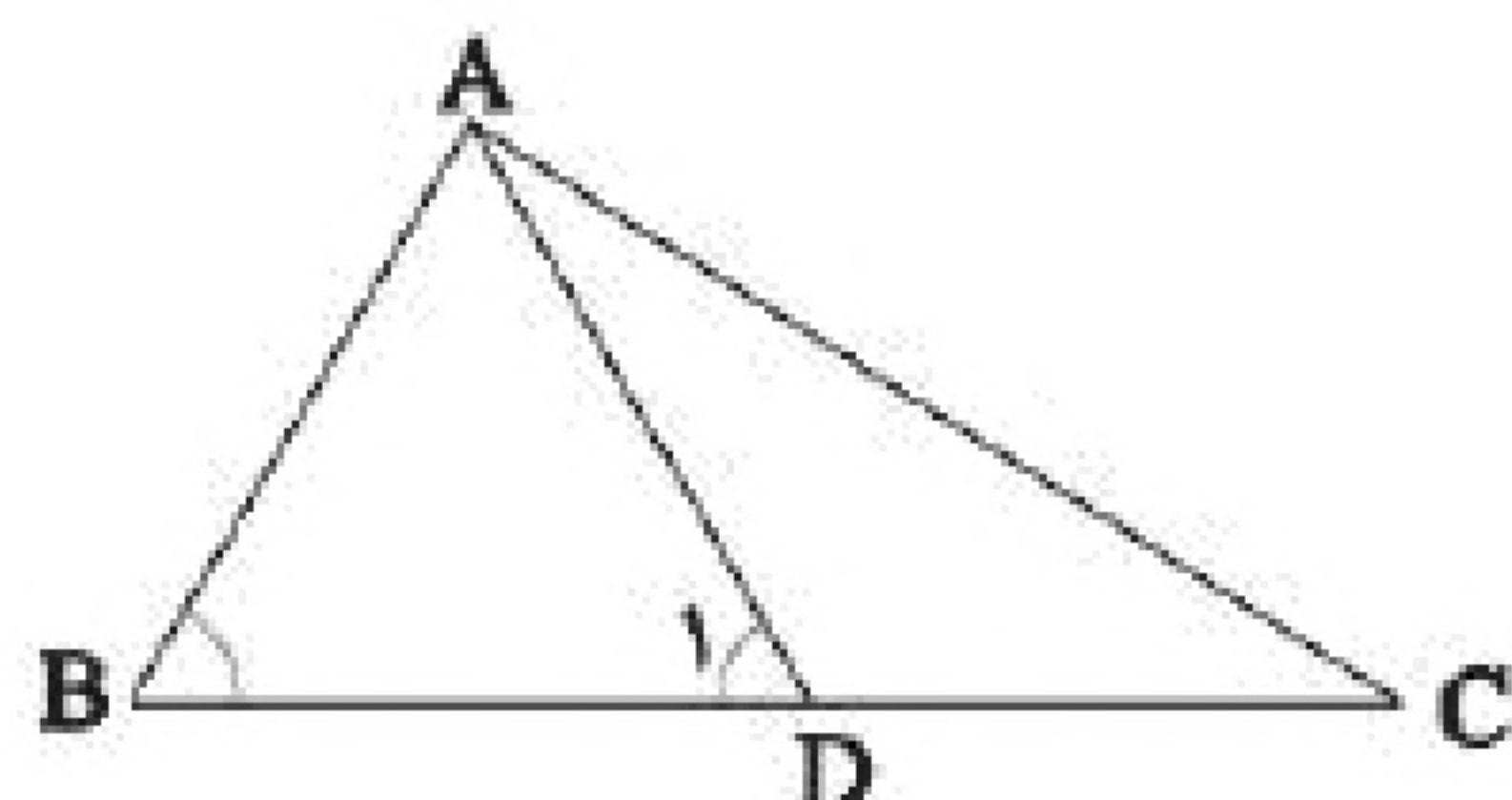
$$\hat{BAM} = \frac{\hat{A}}{2} = 36^\circ$$

روش دوم: از رابطه زیر می‌توان استفاده کرد:

$$\hat{BMC} = 90^\circ - \frac{\hat{A}}{2} \Rightarrow \frac{\hat{A}}{2} = 90^\circ - \hat{BMC} = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$



۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

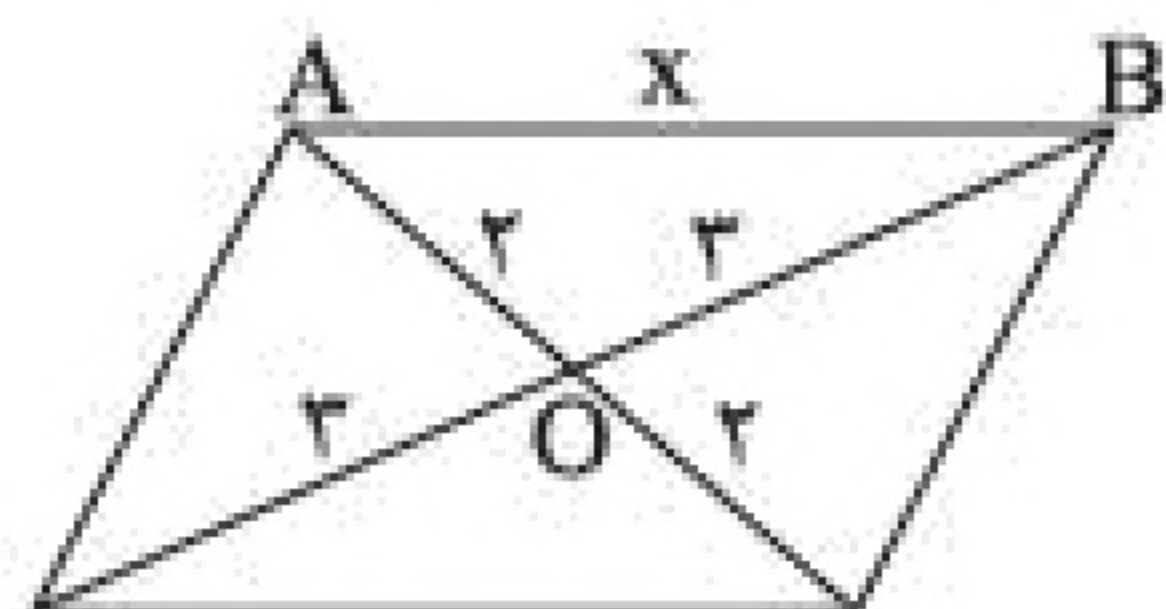


$$AB = AD \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_1 \xrightarrow{\hat{D}_1 > \hat{C}} \hat{B} > \hat{C}$$

$$\Rightarrow AC > AB \xrightarrow{AB = AD} AC > AD$$

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در متوازی الاضلاع قطرهای یکدیگر را نصف می کنند. شرط وجود مثلث ABO:



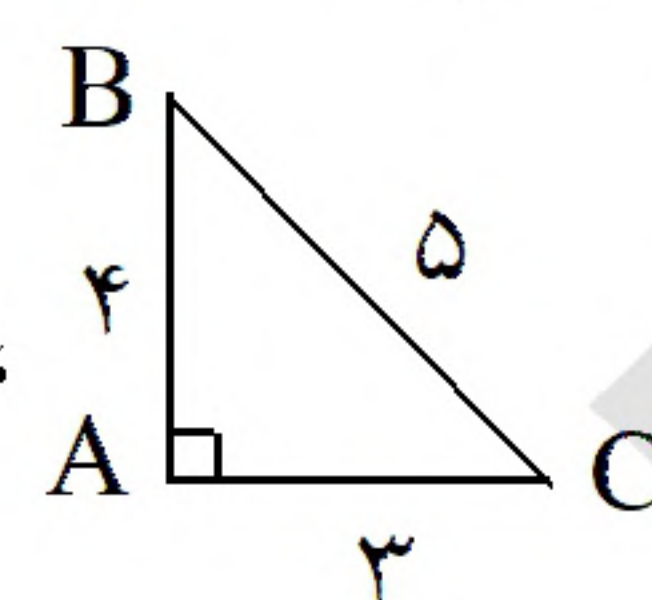
$$\triangle ABO: 3 - 2 < x < 3 + 2 \Rightarrow 1 < x < 5$$

مقادیر صحیح X برابر است با: ۲، ۳ و ۴.

«بانک سوال موسسه یاوران دانش»

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

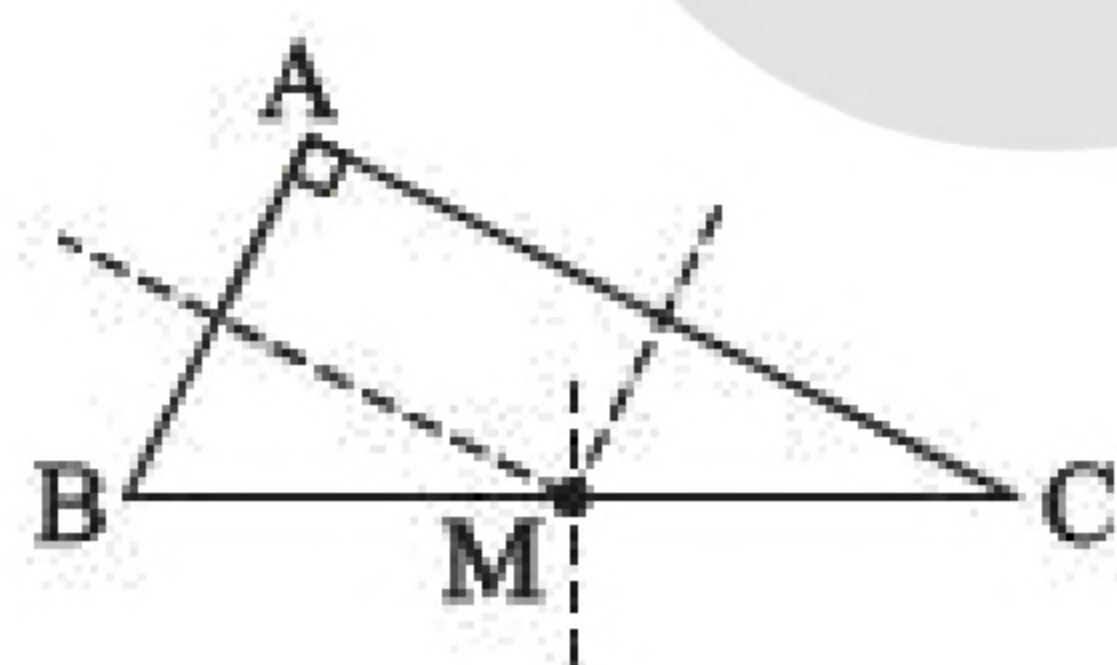
گزاره «مجموع زاویه های داخلی هر چهارضلعی محدب 360° است» یک گزاره همیشه درست و در واقع یک قضیه است پس مثال نقض ندارد.



دقت کنید در مثلث ، ارتفاع AB از ضلع AC بزرگ تر است، بنابراین گزینه (۱) نادرست است.

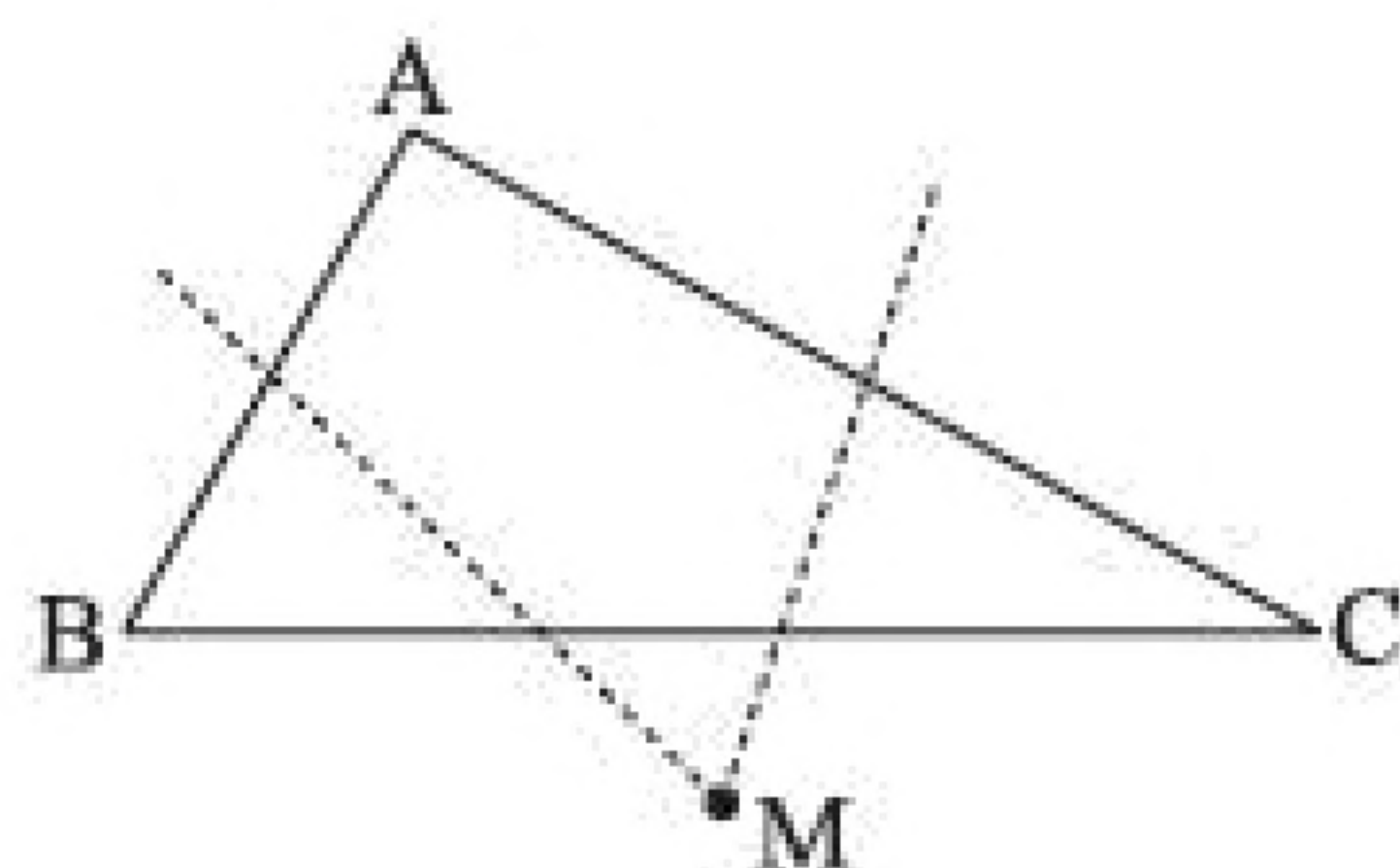
۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در مثلث قائم الزاویه، محل همرسی عمودمنصف ها وسط وتر قرار دارد و دارای ویژگی بیان شده در گزینه های (۱) تا (۳) می باشد، ولی ویژگی بیان شده در گزینه (۴) مربوط به محل همرسی نیمسازها است.



۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

M روی عمودمنصف اضلاع AB و AC قرار دارد پس:



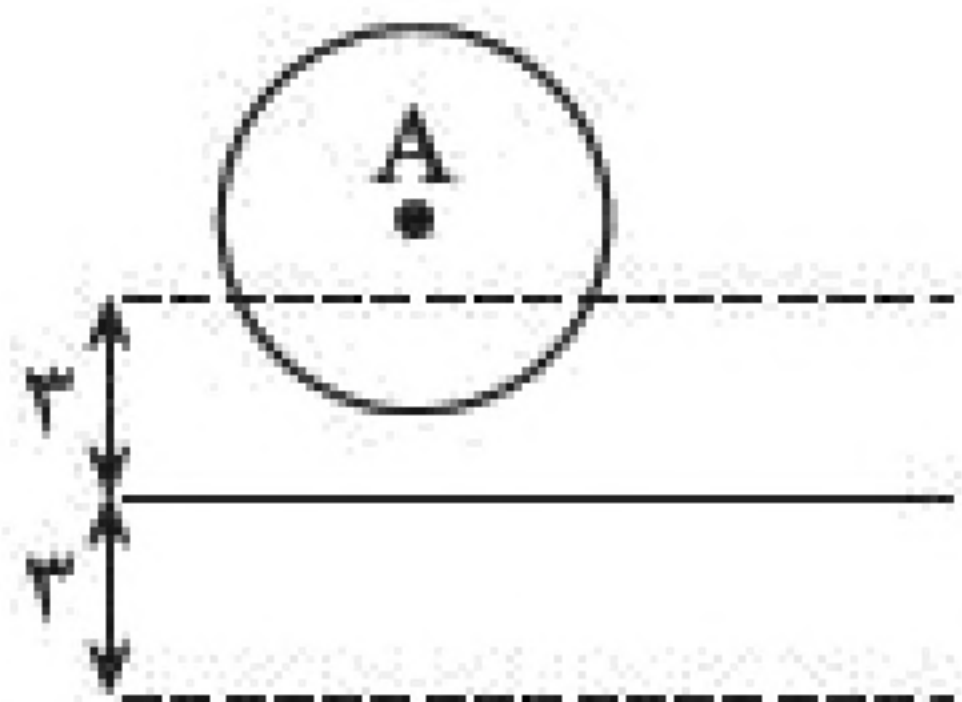
$$\left. \begin{array}{l} MA = MB \\ MA = MC \end{array} \right\} \Rightarrow MA = MB = MC$$

پس اگر دایره ای به مرکز M و شعاع MA رسم کنیم، حتماً از B و C نیز خواهد گذشت.



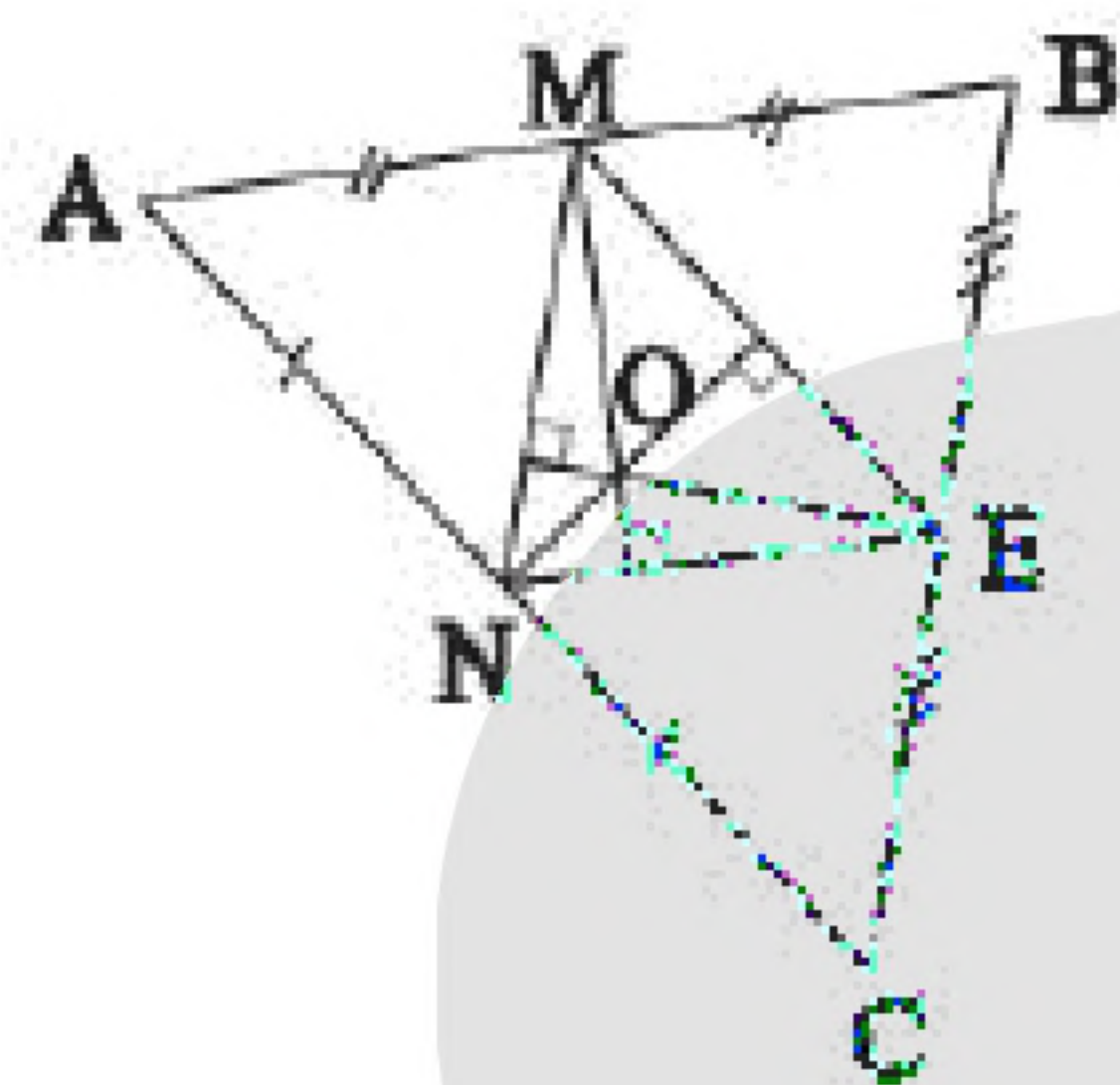
۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مجموعه نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند، روی دو خط موازی با آن قرار دارند و مجموعه نقاطی که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر هستند، روی یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ قرار دارند که با توجه به شکل زیر این دایره، دو خط موازی را حداکثر در ۲ نقطه قطع می کند.



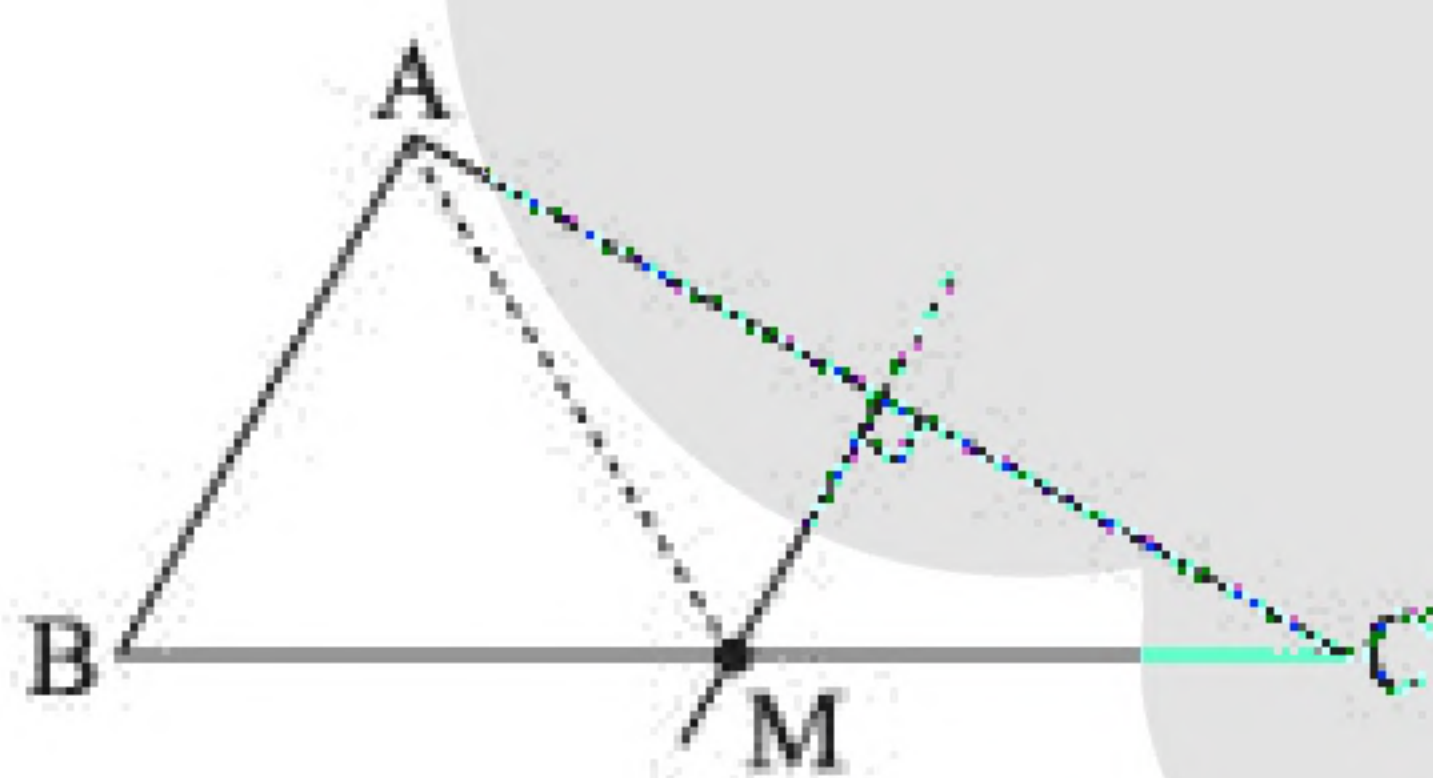
۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نقطه O ، نقطه همرسی عمودمنصف های مثلث ABC است و با توجه به قضیه کتاب درسی، نقطه O ، نقطه همرسی ارتفاع های مثلث ABC است.



۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

می دانیم هر نقطه روی عمودمنصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است. همچنین می دانیم در مثلث، ضلع بزرگ تر روبه رو به زاویه بزرگ تر است و برعکس. مطابق شکل، عمودمنصف AC ، ضلع BC را قطع می کند، نه امتداد BC را.



گزینه (۱):

$$\triangle ABC: AC > AB \Rightarrow \angle ABC > \angle ACB (\angle B > \angle C)$$

گزینه (۲):

$$AC \text{ عمودمنصف } M \Rightarrow MA = MC \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \angle MAC = \angle MCB \\ \angle ABC > \angle ACB \end{array} \right\} \Rightarrow \angle ABC > \angle MAC$$

گزینه (۴):

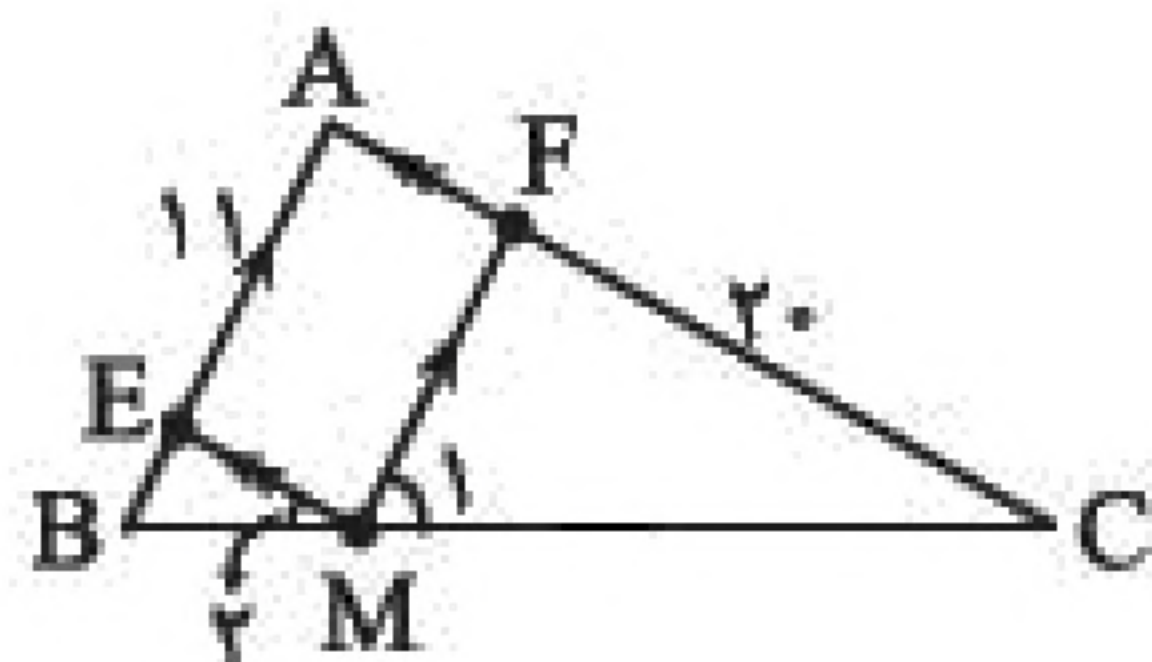
$$\triangle ABM \text{ زاویه خارجی: } \left. \begin{array}{l} \angle AMC > \angle ABC \\ \angle ABC > \angle ACB \end{array} \right\} \Rightarrow \angle AMC > \angle ACB$$

$$AMC \text{ در مثلث: } AC > AM$$



۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به سؤال، شکل زیر را رسم می‌کنیم:



چهارضلعی AEMF متوازی‌الاضلاع می‌باشد و چون زاویه روبه‌رو به ضلع بزرگ‌تر از زاویه روبه‌رو به ضلع کوچک‌تر، بزرگ‌تر است لذا داریم:

$$\hat{B} > \hat{C} \xrightarrow{\hat{C} = \hat{M}_2} \hat{B} > \hat{M}_2 \Rightarrow ME > BE \xrightarrow{+ AE} ME + AE > BE + AE \quad (I)$$

$$\hat{B} > \hat{C} \xrightarrow{\hat{B} = \hat{M}_1} \hat{M}_1 > \hat{C} \Rightarrow CF > MF \xrightarrow{+ AF} CF + AF > MF + AF \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I \text{ و } II} \begin{cases} ME + AE > ۱۱ \\ ۲۰ > MF + AF \end{cases} \xrightarrow[\substack{MF = AE \\ AF = ME}]{} ۱۱ < ME + MF < ۲۰$$

پس $ME + MF$ می‌تواند مقادیر طبیعی ۱۲، ۱۳، ...، ۱۹ را اختیار کند.

$$۱۹ - ۱۲ + ۱ = ۸$$